

طراحی کنترلر مقاوم برای سیستم عمل از دور غیرخطی با روش انفعال محور

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران، ro_ebrahimi@sut.ac.ir
 استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران، a.akbari@sut.ac.ir
 استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران، mahboobi@sut.ac.ir

رباب ابراهیمی باویلی
 احمد اکبری الوانق
 رضا محبوبی اسفنجانی*

چکیده

این مقاله یک رویکرد جدید برای طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم عمل از دور ارائه می‌کند؛ در مدل غیرخطی سیستم، نامعینی‌های پارامتری و در کانال ارتباطی، تأخیر متغیر وجود دارد و ربات‌ها با عملگر انسانی و محیط غیرمنفعل در تماس هستند. ابتدا ساختار قانون کنترل غیرخطی بر مبنای روش انفعال محور برای سیستم نامی طراحی می‌شود. سپس، به منظور تنظیم پارامترهای کنترل کننده، با استفاده از قضیه لیاپانف-کرازوفسکی، شرایط کافی برای پایداری مجانبی مقاوم سیستم به صورت نانسوای‌های ماتریسی استخراج می‌شود. همچنین، با تعریف شاخص عملکرد مناسب، پارامترهای کنترل کننده چنان تعیین می‌شوند که ضمن حفظ پایداری مقاوم، خطای ردیابی موقعیت به حداقل برسد. مهم‌ترین مزایای روش ارائه شده عبارتند از: اول، کنترل کننده ارائه شده دارای ساختار ثابت است که به سادگی قابل پیاده سازی عملی است. دوم، پایداری مجانبی سیستم بدون هیچ نیازی به وجود قسمت منفعل در مدل دینامیکی نیروهای تماسی غیرمنفعل تضمین می‌شود. نتایج شبیه سازی سیستم عمل از دور سه درجه آزادی، با یک روش رقیب مقایسه می‌شود تا مزایای روش پیشنهادی روشن شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم عمل از دور غیرخطی، نامعینی پارامتری، نیروهای تماسی غیرمنفعل، کنترل انفعال محور، پایداری مجانبی مقاوم.

Robust Controller Design for Nonlinear Teleoperation System Using Passivity-based Scheme

R. Ebrahimi Bavili
A. Akbari Alvanagh
R. Mahboobi Esfanjani

Department of Electrical Engineering, Sahand University of technology, Tabriz, Iran
 Department of Electrical Engineering, Sahand University of technology, Tabriz, Iran
 Department of Electrical Engineering, Sahand University of technology, Tabriz, Iran

Abstract

This paper presents a novel scheme for robust controller design for teleoperation system; there are parametric uncertainties in nonlinear model and varying time-delay in the communication channel, and robots are in contact with non-passive human operator and environment. First, the structure of nonlinear control law is designed for nominal system utilizing the Passivity Based Control (PBC) scheme. Then, using the Lyapunov-Krasovskii (LK) theorem, sufficient conditions are derived for robust asymptotic stability of system in terms of matrix inequalities to tune controller parameters. Also, by definition of an appropriate performance criterion, controller parameters are obtained to minimize the position tracking errors besides guaranteed robust stability. The contributions of the proposed method are twofold. First, the developed controller is fixed-structure which can be implemented easily in practice. Second, the asymptotic stability of system is assured without any requirement for existence of passive part in the dynamical model of non-passive interaction forces. Simulation results of 3-dof teleoperation system are compared to a rival method to demonstrate the advantages of the suggested method.

Keywords: Nonlinear Teleoperation system, parametric uncertainty, Non-passive Interaction Forces, passivity-based control, robust asymptotic stability.

ارتباطی باشد، از مهمترین چالش‌های پیش روی سیستم‌های عمل از دور است؛ برای یک مطالعه جامع در این زمینه خواننده می‌تواند مراجع [۲ و ۳] را مطالعه نماید.

وجود نامعینی در مدل سیستم امری اجتناب ناپذیر است که می‌تواند پایداری و عملکرد کل سیستم را تهدید نماید؛ به همین منظور، روش‌های تطبیقی برای مقابله با نامعینی‌ها در سیستم عمل از دور به صورت گسترده در مقالات به کار گرفته شده اند [۴-۶]. این روش‌ها با شناسایی برخط پارامترهای سیستم، می‌توانند اثرات مخرب نامعینی در سیستم را جبران کنند، گرچه با تحمیل بار محاسباتی بالا به کنترل کننده، پیاده‌سازی عملی آن را مشکل می‌سازند. در طرف مقابل، در زمینه کنترل مقاوم استفاده از روش سنتز μ و ایده H_∞ در طراحی کنترل کننده با ساختار ثابت، برای جبران اثر نامعینی‌ها در

۱- مقدمه

سیستم عمل از دور متشکل از دو ربات است که در فاصله دوری از هم قرار دارند و ربات دور، حرکت ربات محلی را که توسط عملگر انسانی حرکت داده می‌شود، دنبال می‌کند. برای ارتقای عملکرد سیستم، پس‌خورد نیرو از طرف ربات دور به سمت ربات محلی ارسال می‌شود تا عملگر انسانی احساس لمس محیط دور را داشته باشد؛ در این حالت می‌گویند که سیستم عمل از دور دوطرفه است [۱]. وجود تأخیر در کانال ارتباطی دو ربات که ممکن است نامتقارن و متغیر با زمان باشد، می‌تواند باعث افت چشمگیری در عملکرد سیستم یا حتی ناپایداری آن شود؛ به همین علت طراحی کنترل کننده مناسب که تضمین کننده پایداری و عملکرد سیستم در حضور تأخیر در کانال

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mahboobi@sut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۳/۲۲

تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۱/۱۴

سیستم عمل از دور خطی به ترتیب در [۷] و [۸] و [۹] مطرح شده است. همچنین یک روش کنترل با هزینه تضمین شده مبتنی بر ناتساوی های ماتریسی (LMI) برای سیستم عمل از دور خطی در [۱۰] مطرح شده است که پایداری مقاوم سیستم را در حضور نامعینی‌ها در مدل سیستم و تأخیر متغیر در کانال ارتباطی تضمین می‌کند.

روش‌های فوق، کنترل‌کننده مقاوم را با استفاده از مدل خطی سیستم طراحی کرده اند و برای سیستم عمل از دور توصیف شونده با معادلات غیرخطی، روش‌های محدودی برای طراحی کنترل‌کننده مقاوم مطرح شده است. در [۱۱]، ابتدا کنترل‌کننده های غیرخطی تطبیقی مبتنی بر لیاپانف به منظور حذف غیرخطیگی‌های ربات‌های محلی و دور به کار گرفته شده اند و سپس مسأله H_{∞} عملکرد مقاوم برای سیستم در حضور نامعینی در دینامیک عملگر و محیط برای سیستم عمل از دور با تأخیر ثابت ارتباطی فرمول‌بندی شده است. به طریق مشابه در [۱۲]، کنترل‌کننده‌های تطبیقی مبتنی بر لیاپانف محلی در هر دو سمت محلی و دور به منظور حذف غیرخطیگی‌های مدل سیستم به کار گرفته شده‌اند و سپس کنترل‌کننده پسخورد خروجی مقاوم مبتنی بر LMI برای زیرسیستم‌های خطی طراحی شده است. همچنین کنترل‌کننده‌های مبتنی بر روش‌های فازی و عصبی در [۱۳] و [۱۴] مطرح شده اند. در اکثر روش‌های فوق‌الذکر، کنترل‌کننده ساختار ثابت ندارد و غالباً شامل جملات تطبیقی است و این پیاده سازی کنترل‌کننده را پیچیده می‌کند.

یکی دیگر از عوامل چالش برانگیز در سیستم عمل از دور، مواجه شدن سیستم با عملگر انسانی و محیط غیر منفعل می‌باشد. اکثر روش‌های کنترلی ارائه شده برای سیستم عمل از دور از جمله روش‌های مبتنی بر پراکندگی و متغیر موج، روش‌های مبتنی بر تزریق میرایی و روش‌های تطبیقی برای طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری فرض می‌کنند که عملگر انسانی و محیط از نظر انرژی در طول زمان اجزای منفعلی هستند. در حالیکه این فرض محدود کننده در برخی کاربردهای عملی سیستم عمل از دور مانند حمل اجسام و جراحی قلب تپنده نقض می‌شود [۱۵].

در حالت کلی رفتار غیر منفعلانه یک عملگر انسانی یا محیط که به صورت اعمال یک نیروی ثابت در طول زمان مدل می‌شود، انرژی نامحدودی را به سیستم تزریق می‌کند و می‌تواند باعث ناپایداری آن شود. مقالات محدودی این موضوع را در طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری سیستم عمل از دور مدنظر قرار داده اند. این مقالات را می‌توان در دو دسته طبقه بندی نمود. در دسته اول مانند [۱۶] و [۱۷] در طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری سیستم هیچ شرطی روی منفعل بودن نیروهای تماسی گذاشته نشده است، اما برای پیاده سازی کنترل‌کننده به حسگرهای نیرو که گران و نویزی هستند، نیاز هست. در دسته دوم مانند [۱۸-۲۳] کنترل‌کننده نیازمند حسگر نیرو نیست و طوری طراحی می‌شود که بتواند پایداری سیستم را در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل حفظ نماید. مقالات [۱۸] و [۱۹] کلاس کلی‌تری از نیروهای تماسی را در نظر گرفته اند و با استفاده از قضیه پایداری ورودی به حالت (ISS)، توانسته‌اند کراندار بودن حالت‌های سیستم و خطای ردیابی را در حضور تأخیر ارتباطی ثابت در سیستم عمل از دور اثبات کنند. در [۲۰] و [۲۱]، سیستم عمل از دور در تماس با نیروی ثابت عملگر انسانی و محیط منفعل مطرح شده است؛ در هر دو مقاله،

پایداری مجانبی موقعیت و سرعت سیستم با کنترل‌کننده متداول تناسبی-مشتقی به همراه تزریق میرایی (PD+d) به ترتیب در حضور تأخیر زمانی ثابت و متغیر در کانال ارتباطی توسط قضیه لیاپانف-کرافوفسکی (LK) اثبات شده است. همچنین در [۲۲] و [۲۳] کنترلگرهای مبتنی بر PD+d به همراه جملاتی از دینامیک سیستم به کارگرفته شده‌اند و شرایط پایداری ISS سیستم در حضور تأخیر متغیر ارتباطی و نیروهای تماسی غیرمنفعل استخراج شده اند.

در اکثر مقالات فوق‌الذکر که پایداری ISS را مطرح می‌کنند، برای تضمین پایداری باید در هر لحظه نیروهای تماسی و حالت های سیستم (موقعیت و سرعت مفصل ربات ها) در رابطه پیچیده‌ای صدق کنند. همچنین پایداری سیستم بر وجود قسمت منفعل با پارامترهای معلوم در مدل نیروهای تماسی غیرمنفعل مبتنی است و در غیر این صورت، پایداری مجانبی سیستم با روش‌های مطرح شده در [۲۰] و [۲۱] و یا پایداری ISS سیستم با روش‌های مطرح شده در [۲۲] و [۲۳] تضمین شده نیست. به علاوه کنترل‌کننده‌های ارائه شده در برابر نامعینی مدل سیستم مقاوم نشده اند.

هدف این مقاله، پایداری‌سازی مجانبی مقاوم سیستم عمل از دور غیرخطی در حضور نامعینی‌های پارامتری در مدل ربات‌ها، نیروهای تماسی غیر منفعل در پایانه‌ها و تأخیر متغیر در کانال ارتباطی است. به این منظور، ابتدا با بسط روش کنترل انفعال محور نوع^۱ IDA-PBC [۲۴] به سیستم‌های دارای تأخیر، یک قانون کنترل غیرخطی با ساختار ثابت برای مدل نامی سیستم طراحی می‌شود که برای پیاده سازی آن فقط متغیرهای حالت سیستم یعنی موقعیت و سرعت زاویه ای مفاصل ربات‌های دور و نزدیک نیاز است. سپس دینامیک سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده، نیروهای تماسی غیرمنفعل و نامعینی در مدل سیستم به صورت یک سیستم تأخیری غیرخطی بیان می‌شود. و با استفاده از قضیه LK شرایط پایداری مجانبی مقاوم به صورت شرط‌هایی روی کران پایین ضرایب کنترلگر استخراج می‌شود. همچنین به منظور حصول عملکرد مناسب برای سیستم، با تعریف یک شاخص عملکرد مناسب و انجام بهینه‌سازی روی پارامترهای کنترل‌کننده سعی می‌شود که ردیابی موقعیت در سیستم با کمترین خطا صورت گیرد.

از ویژگی‌های مهم روش ارائه شده در این مقاله نسبت به مقالات مرور شده می‌توان به موارد زیر اشاره نمود. (۱) در بحث جبران اثر نامعینی در مدل سیستم غیرخطی، می‌توان گفت که کنترل‌کننده ارائه شده در این مقاله ساختار ثابت دارد و پارامترهای آن طوری تنظیم می‌شوند که پایداری مجانبی سیستم در حضور نامعینی‌ها تضمین شود؛ لذا بار محاسباتی بر خط ناشی از روش‌های تطبیقی منتفی است و این پیاده سازی عملی کنترل‌کننده را آسان می‌کند. (۲) در بحث تضمین پایداری سیستم در مواجه با نیروهای تماسی غیرمنفعل، روش ارائه شده پایداری مجانبی سیستم را تضمین می‌کند بدون اینکه نیازمند وجود قسمت منفعل یا معلوم بودن آن در مدل نیروهای تماسی غیرمنفعل باشد و از این نظر نسبت به مقالات مرور شده جامعیت دارد. همچنین در پیاده سازی کنترل‌کننده به حسگرهای نیرو نیاز نیست. (۳)

^۱ Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control

هر گونه عدم تطابق بین مدل توصیف کننده سیستم و خود سیستم، با لفظ نامعینی در مدل سیستم شناخته می‌شود. نامعینی در مدل ربات های سیستم عمل از دور می‌تواند به صورت جملات جمع شونده دینامیکی با مدل نامی، به صورت زیر بیان شود:

$$M_i(q_i) = \bar{M}_i(q_i) + \Delta M_i(q_i) \quad (3)$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) = \bar{C}_i(q_i, \dot{q}_i) + \Delta C_i(q_i, \dot{q}_i) \quad (4)$$

$$g_i(q_i) = \bar{g}_i(q_i) + \Delta g_i(q_i) \quad (5)$$

که $\bar{M}_i(q_i)$ ، $\bar{C}_i(q_i, \dot{q}_i)$ و $\bar{g}_i(q_i)$ ماتریس بردارهای مدل نامی سیستم و $\Delta M_i(q_i)$ ، $\Delta C_i(q_i, \dot{q}_i)$ و $\Delta g_i(q_i)$ ماتریس بردارهای نامعین دینامیکی با نرم محدود هستند.

معادلات دینامیکی ربات‌ها که در روابط (۱) و (۲) بیان شد دارای ویژگی های شناخته شده ای به صورت زیر است [۲].

ویژگی ۱: ماتریس اینرسی هر ربات، متقارن، کراندار و مثبت معین است، یعنی مقادیر ثابت $\lambda_m > 0$ و λ_M وجود دارند طوری که

$$0 < \lambda_m \mathbf{I} \leq M_i(q_i) \leq \lambda_M \mathbf{I} < \infty$$

از ویژگی ۱ می‌توان نتیجه گرفت $0 < \rho_m \mathbf{I} \leq M_i^{-1}(q_i) \leq \rho_M \mathbf{I} < \infty$ که در آن $\rho_m, \rho_M > 0$.

ویژگی ۲: بین ماتریس های اینرسی و کوریولیس/جانب مرکز رابطه زیر برقرار است:

$$\dot{M}_i(q_i) = C_i(q_i, \dot{q}_i) + C_i^T(q_i, \dot{q}_i) \quad (6)$$

۲-۲- نیروهای تماسی غیرمنفعل

برای سیستم عمل از دور توصیف شده با معادلات (۱) و (۲) منفعل بودن عملگر انسانی و محیط به صورت زیر تعریف می‌شود.

تعریف ۱: عملگر انسانی و محیط نگاشت منفعلی از نیرو به سرعت دارند هر گاه ثابت های $\kappa_1, \kappa_r \geq 0$ وجود داشته باشند طوری که برای تمامی $t \geq 0$ داشته باشیم [۲]:

$$E_h(t) := -\int_0^t \dot{q}_l^T \tau_h d\sigma + \kappa_1 \geq 0 \quad (7)$$

$$E_e(t) := \int_0^t \dot{q}_r^T \tau_e d\sigma + \kappa_r \geq 0 \quad (8)$$

در صورت برقرار نبودن ناتساوی های فوق، عملگر انسانی و محیط رفتار غیرمنفعلی دارند.

نیروهای تماسی منفعل در مقالات غالباً به صورت سیستم فنر-ضربه گیر منفعل زیر مدل می‌شوند [۱۷ و ۲۲]:

$$\tau_h = -S_l q_l - D_l \dot{q}_l \quad (9)$$

$$\tau_e = S_r q_r + D_r \dot{q}_r \quad (10)$$

که در آن $S_i, D_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس های قطری مثبت شامل ثابت‌های خاصیت فنری و ضربه‌گیری نیروهای تماسی بین انسان و ربات محلی و بین محیط و ربات دور است. همچنین نیروهای تماسی غیر منفعل به صورت زیر مدل می‌شوند [۱۷ و ۲۲]:

$$\tau_h = \tau_{h0} - S_l q_l - D_l \dot{q}_l \quad (11)$$

$$\tau_e = \tau_{e0} + S_r q_r + D_r \dot{q}_r \quad (12)$$

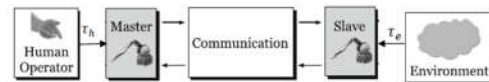
که در آن $\tau_{h0}, \tau_{e0} \in \mathbb{R}^n$ نیروهای ثابت غیر صفر در طول زمان هستند. روشن است زمانیکه $\tau_{h0}, \tau_{e0} \in \mathbb{R}^n$ مخالف صفر هستند

شرایط استخراج شده برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده به سادگی و به صورت آفلاین قابل بررسی هستند. (۴) برای دستیابی به عملکرد مناسب، یک روش سیستماتیک ارائه شده است که انجام سعی و خطا برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده را منتفی می‌کند. نتایج شبیه سازی با روش رقیب مقایسه شده تا مزایای روش ارائه شده نشان داده شود.

در ادامه ساختار مقاله در بخش های زیر سازمان دهی شده است؛ در بخش دوم، معادلات دینامیکی مربوط به سیستم عمل از دور و اجزای آن و تعاریف و فرضیات حاکم بیان می‌شود. در بخش سوم، نتایج اصلی در رابطه با طراحی کنترل کننده، استخراج شرایط وابسته به اطلاعات تأخیر برای دستیابی به پایداری مقاوم و بهینه سازی عملکرد سیستم برای تنظیم پارامترهای آن مطرح می‌شود. نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم عمل از دور با کنترل کننده ارائه شده در این مقاله و روش مطرح شده در [۲۲] در بخش چهارم نشان داده شده است. در نهایت جمع بندی و پیشنهادهایی برای ادامه پژوهش در بخش پنج آورده شده اند.

۲- بیان مسأله

هر سیستم عمل از دور از پنج جزء اصلی تشکیل می‌شود که عبارتند از: عملگر انسانی، ربات محلی یا فرمانده، کانال ارتباطی، ربات دور یا فرمانبر و محیطی که ربات دور در آن فعالیت می‌کند. شکل ۱ شمایی از این سیستم ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱- اجزای سیستم عمل از دور دوطرفه

در این بخش، معادلات دینامیکی سیستم عمل از دور اعم از دینامیک حاکم بر ربات‌ها و نیروهای تماسی غیرمنفعل بیان می‌شود. همچنین تعاریف و فرضیات حاکم بر سیستم نیز بیان می‌شوند.

۲-۱- معادلات دینامیکی سیستم

معادلات دینامیکی یک سیستم عمل از دور غیرخطی متشکل از ربات‌های n درجه آزادی به صورت اولر-لاگرانژ زیر توصیف می‌شود:

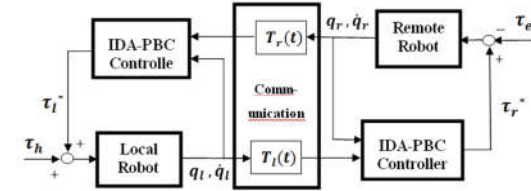
$$M_l(q_l) \ddot{q}_l + C_l(q_l, \dot{q}_l) \dot{q}_l + g_l(q_l) = \tau_l^* + \tau_h \quad (1)$$

$$M_r(q_r) \ddot{q}_r + C_r(q_r, \dot{q}_r) \dot{q}_r + g_r(q_r) = \tau_r^* - \tau_e \quad (2)$$

که در آن $q_l, \dot{q}_l, q_r, \dot{q}_r \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب بردار جابجایی، سرعت و شتاب زاویه ای بازوهای ربات‌ها، $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس اینرسی، $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس کوریولیس و اثر نیروهای جانب مرکز و $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^n$ بردار گشتاورهای گرانشی است. $\tau_e, \tau_h \in \mathbb{R}^n$ بیانگر گشتاورهای خارجی اعمال شده توسط عملگر انسانی و محیط به بازوهای ربات‌های محلی و دور است که تحت عنوان نیروهای تماسی بیان می‌شود و $\tau_i^* \in \mathbb{R}^n$ گشتاورهای قابل تنظیم اند که به منزله ورودی کنترل برای ربات‌ها هستند. در اینجا و ادامه مقاله اندیس $i=1$ بیانگر پارامترهای مربوط به ربات محلی و $i=2$ مربوط به ربات دور است.

زوج‌های (\dot{q}_1, τ_h) و (\dot{q}_r, τ_e) در رابطه (۷) و (۸) صدق نمی‌کنند؛ بنابراین نیروهای تماسی (۱۱) و (۱۲) غیرمنفعل هستند.

با توجه به توضیحاتی که در مورد مدل دینامیکی سیستم عمل از دور و نیروهای تماسی در سیستم ارائه شد، در ادامه هدف طراحی یک قانون کنترل مناسب برای محاسبه ورودی‌های کنترل τ_1^* و τ_r^* است به گونه‌ای که سیستم حلقه بسته پایدار باشد و ردیابی موقعیت در حضور نامعینی در مدل سیستم، تأخیر متغیر در کانال ارتباطی و نیروهای تماسی غیرمنفعل در پایانه‌ها فراهم گردد. شکل ۲ شمایی از سیستم عمل از دور مورد نظر را نشان می‌دهد.



شکل ۲- سیستم عمل از دور مورد نظر

قبل از ارائه نتایج اصلی، برخی فرضیات صورت گرفته در طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری سیستم و برخی تعاریف لازم را بیان می‌کنیم.

فرض ۱: مقادیر موقعیت و سرعت زاویه‌ای مفاصل ربات‌های محلی و دور یعنی (q_i, \dot{q}_i) از طریق اندازه‌گیری معلوم و در اختیار کنترلگرها قرار می‌گیرد.

فرض ۲: برای کاستن حجم محاسبات در طراحی کنترل‌کننده، فرض می‌شود نیروهای گرانشی به صورت محلی پیش‌جبران شده اند یعنی $\tau_i^* = \tau_i + g_i(q_i)$ ؛ بنابراین مدل دینامیکی (۱) و (۲) به صورت زیر می‌باشد.

$$M_l(q_l)\ddot{q}_l + C_l(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l = \tau_l + \tau_h \quad (13)$$

$$M_r(q_r)\ddot{q}_r + C_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r = \tau_r - \tau_e \quad (14)$$

فرض ۳: ماتریس/ بردارهای نامعینی دارای نرم محدود با کران مشخص هستند:

$$\|\Delta M_i(q_i)\| \leq \delta_{M_i}; \|\Delta C_i(q_i, \dot{q}_i)\| \leq \delta_{C_i}; \|\Delta g_i(q_i)\| \leq \delta_{g_i} \quad (15)$$

فرض ۴: ربات‌های محلی و دور اطلاعات لازم برای کنترل‌کننده‌ها را از طریق یک کانال ارتباطی بدون افت داده که تأخیر متغیر نامتقارن $T_i(t)$ در آن وجود دارد، مبادله می‌کنند. این تأخیرها کراندار با کران معلوم h_i هستند یعنی $0 \leq T_i(t) \leq h_i < \infty$ و کران نرخ تغییر آنها نیز معلوم است به صورت $|\dot{T}_i| < \mu_i$.

فرض ۵: نیروهای تماسی ناشی از عملگر انسانی و محیط غیرمنفعل به صورت نیروهای ثابت نامعلوم $\tau_e = \tau_{e0}$ و $\tau_h = \tau_{h0}$ بدون هیچ قسمت منفعل در دینامیک شان هستند یعنی $S_i = D_i = 0$.

لازم به ذکر است که قسمت منفعل در مدل (۱۱) و (۱۲) به پایداری سیستم کمک می‌کند، گرچه در کاربردهای عملی ممکن است این قسمت وجود داشته باشد یا نداشته باشد یا معلوم نباشد. بنابراین در بحث آنالیز پایداری سیستم کلی، مدل در نظر گرفته شده برای نیروهای تماسی در فرض ۵ نسبت به مدل (۱۱) و (۱۲) جامع تر است.

۳- نتایج اصلی

در این بخش ابتدا به طراحی کنترل‌کننده انفعال‌محور برای مدل نامی سیستم می‌پردازیم. سپس دینامیک سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده مطرح شده، نامعینی در سیستم و نیروهای تماسی غیرمنفعل به صورت یک سیستم تأخیری غیرخطی بیان می‌شود. با استفاده از قضیه LK شرایط پایداری مجانبی مقاوم سیستم برای تنظیم پارامترهای کنترلگر مطرح شده استخراج می‌شود. همچنین در قسمت آخر نحوه ارتقای عملکرد سیستم با استفاده از بهینه سازی پارامترهای کنترل‌کننده بحث می‌شود.

۳-۱- طراحی ساختار کنترل‌کننده انفعال‌محور

برای طراحی کنترل‌کننده و به منظور رسیدن به هدف ردیابی موقعیت در کنار هدف پایداری سیستم عمل از دور، متغیرهای

$$x_i = [q_i^T, p_i^T, e_i^T]^T \in \mathbb{R}^{3n} \quad \text{برای } i = 1, r$$

تعریف می‌کنیم که در آن e_i بردار خطای ردیابی موقعیت بین ربات‌های محلی و دور است:

$$e_l = q_l - q_r(t - T_r(t)) \quad (16)$$

$$e_r = q_r - q_l(t - T_l(t)) \quad (17)$$

و بردار مومنتم بازوها است که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$p_i = M_i(q_i)\dot{q}_i \quad (18)$$

با توجه به فرض ۲ و ویژگی ۲، مدل خارج از خط سیستم نامی به صورت زیر است:

$$\dot{x}_l = f_l(x_l, x_r(t - T_r)) + g_{ul} \times (\tau_l + \tau_h) \quad (19)$$

$$\dot{x}_r = f_r(x_r, x_l(t - T_l)) + g_{ur} \times (\tau_r - \tau_e) \quad (20)$$

که در آن

$$f_l(x_l, x_r(t - T_r)) = \begin{bmatrix} \bar{M}_l^{-1}(q_l)p_l \\ \bar{C}_l^T(q_l, \dot{q}_l)\bar{M}_l^{-1}(q_l)p_l \\ \bar{M}_l^{-1}(q_l)p_l - \bar{M}_r^{-1}(q_r(t - T_r))p_r(t - T_r) \end{bmatrix}$$

$$f_r(x_r, x_l(t - T_l)) = \begin{bmatrix} \bar{M}_r^{-1}(q_r)p_r \\ \bar{C}_r^T(q_r, \dot{q}_r)\bar{M}_r^{-1}(q_r)p_r \\ \bar{M}_r^{-1}(q_r)p_r - \bar{M}_l^{-1}(q_l(t - T_l))p_l(t - T_l) \end{bmatrix}$$

$$g_{ul} = g_{ur} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad 0, \mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

حال برای طراحی کنترل‌کننده، مدل (۱۹) را در حالت $\tau_h = 0$ در نظر می‌گیریم. هدف، طراحی گشتاور کنترلی τ_l است طوریکه سیستم حلقه بسته مطلوب به شکل زیر باشد:

$$\dot{x}_l = F_l \nabla_{x_l} H_l(x_l, x_r(t - T_r)) + \bar{F}_r \nabla_{x_r(t - T_r)} H_l(x_l, x_r(t - T_r)) \quad (21)$$

که در آن تابع هامیلتونی سیستم حلقه بسته مطلوب به صورت زیر انتخاب شده است:

$$H_l(x_l, x_r(t - T_r)) = \frac{1}{2} x_l^T x_l + \frac{1}{2} x_r^T(t - T_r) x_r(t - T_r) \quad (22)$$

با این انتخاب رابطه (۲۱) به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$\dot{x}_l = F_l x_l + \bar{F}_r x_r(t - T_r) \quad (23)$$

با انتخاب ماتریس رتبه کامل پوچ ساز از چپ برای g_{ul} به صورت

$$\dot{p}_i = \dot{M}_i(q_i)\dot{q}_i + M_i(q_i)\ddot{q}_i \quad (31)$$

با توجه به روابط (۲۹-۳۱) و ویژگی ۲، داریم:

$$\dot{p}_1 = \Delta C_1^T(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 - \Delta g_1(q_1) - K_{q1}q_1 - K_{p1}e_1 - K_{d1}\bar{M}_1(q_1)\dot{q}_1 + \tau_{h0} \quad (32)$$

$$\dot{p}_r = \Delta C_r^T(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r - \Delta g_r(q_r) - K_{qr}q_r - K_{pr}e_r - K_{dr}\bar{M}_r(q_r)\dot{q}_r - \tau_{e0} \quad (33)$$

با تعریف بردار $X_i = [q_i^T, p_i^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ برای $i=1, r$ ، معادلات سیستم حلقه بسته کلی به صورت زیر قابل بیان است:

$$\dot{X}_1 = A_x X_1 + A_{xy} X_r(t-T_r) + g_x \times (\tau_{h0} - \Delta g_1(q_1)) \quad (34)$$

$$\dot{X}_r = A_y X_r + A_{yx} X_1(t-T_1) + g_y \times (-\tau_{e0} - \Delta g_r(q_r)) \quad (35)$$

که در آن

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & M_1^{-1}(q_1) \\ \alpha_x & \beta_x \end{bmatrix}, \quad A_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_{p1} & 0 \end{bmatrix}, \quad g_x = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 0 & M_r^{-1}(q_r) \\ \alpha_y & \beta_y \end{bmatrix}, \quad A_{yx} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_{pr} & 0 \end{bmatrix}, \quad g_y = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

$$\alpha_x = -K_{q1} - K_{p1}, \quad \alpha_y = -K_{qr} - K_{pr}$$

$$\beta_x = (\Delta C_1^T(q_1, \dot{q}_1) - K_{d1}\bar{M}_1(q_1))M_1^{-1}(q_1)$$

$$\beta_y = (\Delta C_r^T(q_r, \dot{q}_r) - K_{dr}\bar{M}_r(q_r))M_r^{-1}(q_r)$$

با توجه به روابط (۳۲) و (۳۳)، در شرایط ماندگار که بردارهای سرعت و تکانه صفر می‌شوند، نقاط تعادل بردارهای موقعیت که با q_1^* و q_r^* نشان داده می‌شوند در روابط زیر صدق می‌کنند:

$$K_{q1}q_1^* + K_{p1}e_1^* = \tau_{h0} - \Delta g_1(q_1^*) \quad (36)$$

$$K_{qr}q_r^* + K_{pr}e_r^* = -\tau_{e0} - \Delta g_r(q_r^*) \quad (37)$$

که در آن $e_1^* = -e_r^* = q_1^* - q_r^*$. با تعریف بردارهای حالت جدید به صورت $X_i^* = [q_i^{*T}, 0^T]^T$ که $y = X_r - X_r^*$ و $x = X_1 - X_1^*$ بردار

نقاط تعادل X_i است و با در نظر گرفتن روابط (۳۶) و (۳۷)، معادلات (۳۴) و (۳۵) به صورت زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\dot{x} = A_x x + A_{xy} y(t-T_r) \quad (38)$$

$$\dot{y} = A_y y + A_{yx} x(t-T_1) \quad (39)$$

نکته ۱: در حالتی که سیستم بدون نامعینی باشد، یعنی حالت نامی

سیستم، سیستم حلقه بسته به صورت (۳۸) و (۳۹) است که در آن

$$\beta_y = -K_{dr} \quad \text{و} \quad \beta_x = -K_{d1}$$

در ادامه سعی می‌شود برای تنظیم درست پارامترهای کنترلگر (۲۷) و

(۲۸)، شرایط پایداری مجانبی مقاوم سیستم حلقه بسته (۳۸) و (۳۹) استخراج شود؛ قضیه زیر این شرایط وابسته به اطلاعات تأخیر را بیان می‌کند.

قضیه ۱: سیستم توصیف شونده با معادلات (۳۸) و (۳۹) پایدار مجانبی مقاوم محلی است هر گاه به ازای $i=1, r$ ماتریس‌های قطری

$K_{d1} \geq 0$ و $K_{p1}, K_{q1} \geq 0$ در قوانین کنترل (۲۷) و (۲۸)، در شرایط زیر صدق کنند:

$$K_{d1} > \quad (40)$$

$$\lambda_{\max}(\bar{M}_1^{-1}) \left(\delta_{C1} + \lambda_{\max}(M_1) \left(\frac{1}{2} K_{p1}^2 + \rho_1 \right) \right)$$

معادله انطباق به صورت زیر است

$$g_{ul}^T(x_1)(F_1 x_1 + \bar{F}_r x_r(t-T_r) - f_1(x_1, x_r(t-T_r))) = 0 \quad (24)$$

که با انتخاب F_1 و \bar{F}_r به صورت زیر، قابل حل است:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{M}_1^{-1}(q_1) & 0 \\ -K_{q1} & -K_{d1} & -K_{p1} \\ 0 & \bar{M}_1^{-1}(q_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\bar{F}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{M}_r^{-1}(q_r(t-T_r)) & 0 \end{bmatrix}$$

و قانون کنترل برای محاسبه τ_1 به گونه‌ای که سیستم حلقه بسته با آن به صورت (۲۳) باشد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\tau_1 = g_{ul}^T(F_1 x_1 + \bar{F}_r x_r(t-T_r) - f_1(x_1, x_r(t-T_r))) \quad (26)$$

که در آن $g_{ul}^T = (g_{ul}^T g_{ul})^{-1} g_{ul}^T$ است. با ساده سازی، در نهایت کنترل-

کننده غیرخطی ربات محلی به صورت زیر قابل پیاده سازی است:

$$\tau_1^* = \bar{g}_1(q_1) - \bar{C}_1^T(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 - K_{q1}q_1 - K_{p1}e_1 - K_{d1}\bar{M}_1(q_1)\dot{q}_1 \quad (27)$$

به طریق مشابه، قانون کنترل ربات دور نیز طراحی می‌شود:

$$\tau_r^* = \bar{g}_r(q_r) - \bar{C}_r^T(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r - K_{qr}q_r - K_{pr}e_r - K_{dr}\bar{M}_r(q_r)\dot{q}_r \quad (28)$$

ماتریس‌های قطری K_{d1} و $K_{p1}, K_{q1} \geq 0$ به ترتیب ماتریس بهره موقعیت، بهره تناسبی و بهره تزریق میرایی هستند که پارامترهای آزاد کنترل‌کننده هستند و برای دستیابی به اهداف کنترلی بایستی به درستی تنظیم شوند.

لازم به ذکر است که استراتژی به کار گرفته شده در طراحی کنترل‌کننده انفعال‌محور فوق با نام IDA-PBC جبری شناخته می‌شود که در آن تابع انرژی مطلوب ثابت می‌شود و معادله انطباق به صورت یکسری معادلات جبری بر حسب پارامترهای F_1 تبدیل می‌شود که قابل حل هستند [۲۴].

پارامترهای آزاد کنترل‌کننده طوری تنظیم می‌شوند که بتوانند پایداری مجانبی مقاوم سیستم حلقه بسته را در حضور نامعینی در سیستم و نیروهای تماسی غیرمنفعل تضمین کنند و بیشتر از این، برای دستیابی به عملکرد مطلوب در سیستم بهینه شوند. در ادامه نحوه تنظیم این ضرایب از دو هر دو جنبه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۲- پایداری مجانبی مقاوم

سیستم عمل از دور توصیف شده با معادلات (۱) و (۲) را با قوانین کنترل (۲۷) و (۲۸) در نظر بگیرید که در تماس با نیروهای تماسی ثابت نامعلوم $\tau_e = \tau_{e0}$ و $\tau_h = \tau_{h0}$ است. در این حالت، سیستم حلقه

بسته کلی به صورت زیر می‌باشد.

$$M_1(q_1)\ddot{q}_1 + C_1(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + (\bar{g}_1(q_1) + \Delta g_1(q_1)) = \bar{g}_1(q_1) - \bar{C}_1^T(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 - K_{q1}q_1 - K_{p1}e_1 - K_{d1}\bar{M}_1(q_1)\dot{q}_1 + \tau_{h0} \quad (29)$$

$$M_r(q_r)\ddot{q}_r + C_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r + (\bar{g}_r(q_r) + \Delta g_r(q_r)) = \bar{g}_r(q_r) - \bar{C}_r^T(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r - K_{qr}q_r - K_{pr}e_r - K_{dr}\bar{M}_r(q_r)\dot{q}_r - \tau_{e0} \quad (30)$$

همچنین رابطه دینامیکی بردار مومنتم بازوها از رابطه زیر قابل محاسبه

است:

در نهایت کران بالای \dot{V} به صورت زیر است:

$$\dot{V} \leq x^T (2A_x + A_{xy} A_{xy}^T + \rho_1 I) x + y^T (2A_y + A_{yx} A_{yx}^T + \rho_1 I) y + \quad (49)$$

$$x(t-T_1)^T (I - \xi_l (1 - \mu_1) I) x(t-T_1) + y(t-T_r)^T (I - \xi_r (1 - \mu_r) I) y(t-T_r)$$

که در آن $\rho_r := h_r + \xi_r$ ، $\rho_l := h_l + \xi_l$ و به صورت زیر ساده شده است:

$$\dot{V} \leq x^T \pi_x x + y^T \pi_y y \quad (50)$$

که $\pi_y := 2A_y + A_{yx} A_{yx}^T + \rho_r I$ و $\pi_x := 2A_x + A_{xy} A_{xy}^T + \rho_l I$

است. حال برای پایداری مجانبی سیستم، بایستی کران بالای \dot{V}

منفی باشد یعنی بایستی $\pi_x < 0$ و $\pi_y < 0$ شوند. روشن است اگر

تمامی مقادیر ویژه ماتریس‌های π_x و π_y در شرط

$$\text{Re}(\lambda_{\min}(\pi_x)) < 0 \text{ و } \text{Re}(\lambda_{\min}(\pi_y)) < 0 \text{ صدق کنند آنگاه}$$

$\pi_x < 0$ و $\pi_y < 0$ ارضا می‌شود. با توجه به اینکه چندجمله ای

مشخصه π_x و π_y به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\det(sI - \pi_x) = s^2 + (\eta_{21x} - 2\rho_l I) s + 2\eta_{11x} + \rho_l^2 I - \eta_{21x} \rho_l \quad (51)$$

$$\det(sI - \pi_y) = s^2 + (\eta_{21y} - 2\rho_r I) s + 2\eta_{11y} + \rho_r^2 I - \eta_{21y} \rho_r \quad (52)$$

که در آن

$$\eta_{11x} = 2(K_{q1} + K_{p1})M_1^{-1}(q_1), \eta_{11y} = 2(K_{qr} + K_{pr})M_r^{-1}(q_r)$$

$$\eta_{21x} = -2(\Delta C_1^T(q_1, \dot{q}_1) - K_{d1} \bar{M}_1(q_1))M_1^{-1}(q_1) - K_{p1}^2$$

$$\eta_{21y} = -2(\Delta C_r^T(q_r, \dot{q}_r) - K_{dr} \bar{M}_r(q_r))M_r^{-1}(q_r) - K_{pr}^2$$

و $\eta_{21y} - 2\rho_r I > 0$ ، $\eta_{21x} - 2\rho_l I > 0$ بایستی

$$2\eta_{11y} + \rho_r^2 I - \eta_{21y} \rho_r > 0, 2\eta_{11x} + \rho_l^2 I - \eta_{21x} \rho_l > 0$$

باشند که با در نظر گرفتن ویژگی ۱ و فرض شماره ۳، منجر به شرایط

بدست آمده برای ضرایب کنترل‌کننده‌ها در (۴۰-۴۳) می‌شوند. به این

ترتیب در صورت برقراری روابط (۴۰-۴۳)، $\dot{V} < 0$ است و پایداری

مجانبی سیستم (۳۸) و (۳۹) تضمین خواهد شد و می‌توان نتیجه گرفت

که $x = X_1 - X_1^* \rightarrow 0$ و $y = X_r - X_r^* \rightarrow 0$ زمانیکه $t \rightarrow \infty$. با در

نظر گرفتن ویژگی ۱، پایدار مجانبی بودن بردار مومنتم، پایداری

مجانبی بردار سرعت را نتیجه می‌دهد. ■

به این ترتیب بهره‌های کنترلگر طوری طراحی شدند که اثر

نامعینی موجود در مدل ربات‌ها را جبران کنند و پایداری مقاوم سیستم

حلقه بسته تضمین شود. در حالت کلی برای تنظیم ضرایب

کنترل‌کننده، ابتدا بهره تناسبی را آزادانه انتخاب می‌کنیم و سپس به

ترتیب از (۴۰-۴۱) و (۴۲-۴۳) سایر ضرایب را طراحی می‌کنیم.

نکته ۴: در حالتیکه نیروهای تماسی غیرمنفعل وارده بر سیستم

دارای قسمت منفعل معلوم باشند یعنی به صورت مدل (۱۱) و (۱۲)

باشند، سیستم حلقه بسته به صورت (۳۸) و (۳۹) است که در آن

$$\alpha_x = -K_{q1} - K_{p1} - S_1, \alpha_y = -K_{qr} - K_{pr} - S_1$$

$$\beta_x = (\Delta C_1^T(q_1, \dot{q}_1) - K_{d1} \bar{M}_1(q_1) - D_1)M_1^{-1}(q_1)$$

$$\beta_y = (\Delta C_r^T(q_r, \dot{q}_r) - K_{dr} \bar{M}_r(q_r) - D_r)M_r^{-1}(q_r)$$

با لحاظ نمودن این پارامترهای معلوم مربوط به قسمت منفعل در

$$K_{dr} >$$

$$\lambda_{\max}(\bar{M}_r^{-1}) \left(\delta_{C_r} + \lambda_{\max}(M_r) \left(\frac{1}{2} K_{P_r}^2 + \rho_r \right) \right) \quad (41)$$

$$K_{q1} + K_{p1} > \frac{1}{4} \rho_l \times \quad (42)$$

$$\left(2K_{d1} \lambda_{\max}(\bar{M}_1) - 2\delta_{C_1} - (K_{P_1}^2 + \rho_1) \right) \lambda_{\min}(M_1)$$

$$K_{qr} + K_{pr} > \frac{1}{4} \rho_r \times \quad (43)$$

$$\left(2K_{dr} \lambda_{\max}(\bar{M}_r) - 2\delta_{C_r} - (K_{P_r}^2 + \rho_r) \right) \lambda_{\min}(M_r)$$

$$\text{که در آن } \rho_r = h_r + \frac{1}{1 - \mu_r}, \rho_l = h_l + \frac{1}{1 - \mu_l}$$

اثبات: تابعی کاندید LK را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (44)$$

که در آن

$$V_1 = x^T x + y^T y$$

$$V_2 = \xi_l \int_{t-T_1(t)}^t x^T(s)x(s)ds + \xi_r \int_{t-T_1(t)}^t y^T(s)y(s)ds$$

$$V_3 = \int_{-h_1 t+0}^0 \int_{-h_1 t+0}^t x^T(s)x(s)ds d\theta + \int_{-h_r t+0}^0 \int_{-h_r t+0}^t y^T(s)y(s)ds d\theta$$

که $\xi_l = \frac{1}{1 - \mu_1}$ ، $\xi_r = \frac{1}{1 - \mu_r}$ توجه کنید که تابع V مثبت معین

است، چون طبق $\|x\|^2 \leq x^T P x$ ، $\lambda_{\min}(P)$ داریم:

$$V \geq \|x\|^2 + \|y\|^2 + (T_{1\min} \xi_l + M) \sup_{-h_1 \leq t \leq 0} \|x\|^2 + (T_{r\min} \xi_r + N) \sup_{-h_r \leq t \leq 0} \|y\|^2$$

$$\text{که در آن } M = \int_{-h_1 t+0}^0 \int_{-h_1 t+0}^t ds d\theta, N = \int_{-h_r t+0}^0 \int_{-h_r t+0}^t ds d\theta$$

مشقت زمانی V_1 ، V_2 و V_3 برای سیستم حلقه بسته (۳۸) و (۳۹)

به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\dot{V}_1 = 2x^T A_x x + 2x^T A_{xy} y(t-T_r) + 2y^T A_y y + 2y^T A_{yx} x(t-T_1) \quad (45)$$

با استفاده از ناتساوی $2a^T b \leq a^T a + b^T b$ می‌توان نوشت:

$$\dot{V}_1 \leq 2x^T A_x x + x^T A_{xy} A_{xy}^T x + y(t-T_r)^T y(t-T_r) + 2y^T A_y y + \quad (46)$$

$$y^T A_{yx} A_{yx}^T y + x(t-T_1)^T x(t-T_1)$$

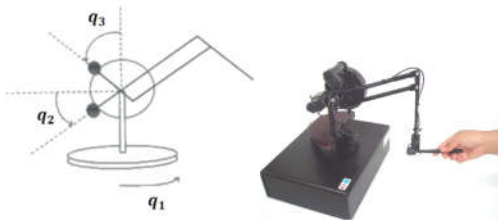
$$\dot{V}_2 = \xi_l x^T x - \xi_l (1 - \dot{T}_1) x(t-T_1)^T x(t-T_1) + \xi_r y^T y - \xi_r (1 - \dot{T}_r) y(t-T_r)^T y(t-T_r) \quad (47)$$

$$\leq \xi_l x^T x - \xi_l (1 - \mu_1) x(t-T_1)^T x(t-T_1) +$$

$$\xi_r y^T y - \xi_r (1 - \mu_r) y(t-T_r)^T y(t-T_r)$$

$$\dot{V}_3 = h_l x^T x - \int_{t-h_1}^t x^T(t+\theta)x(t+\theta)d\theta + \quad (48)$$

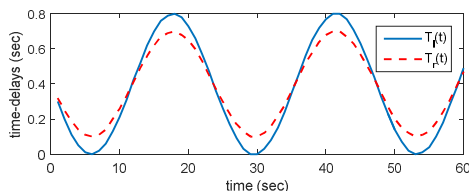
$$+ h_r y^T y - \int_{t-h_r}^t y^T(t+\theta)y(t+\theta)d\theta$$



شکل ۲- شمایی از ربات ۳ درجه آزادی فانٹوم

معادلات سیستم به صورت روابط (۱) و (۲) است و پارامترهای مدل دینامیکی و سینماتیکی ربات‌ها اعم از ماتریس‌های اینرسی، کوریولیس/جانب مرکز و بردار گشتاورهای گرانشی و جاکوبی مطابق [۲۶] است. برای بررسی روش مورد نظر، حالتی را در نظر می‌گیریم که طول بازوهای ربات‌ها بدون نامعینی است، اما اطلاعات مربوط به جرم لینک‌ها و ممان‌های اینرسی دارای ده درصد نامعینی است.

تأخیرهای زمانی در کانال ارتباطی در مسیر رفت و برگشت به صورت نامتقارن و متغیر با زمان مطابق شکل ۴ در نظر گرفته شده اند، که اطلاعات مربوط به کران آنها و کران نرخ تغییر آنها به صورت $h_1 = 0.8, h_r = 0.7$ و $\mu_r = 0.15, \mu_l = 0.11$ قابل استخراج است.



شکل ۴- تأخیر زمانی رفت و برگشت در کانال ارتباطی سیستم عمل از دور

پارامترهای نامعینی سیستم با فرض اینکه $|\dot{q}_i| < 10 \text{ rad/sec}$ باشد، به صورت $\delta_{M_i} = 2.5 \times 10^{-4}, \delta_{C_i} = 0.0028, \delta_{g_i} = 0.0071$ توجیه کنید که ویژگی ۱ به صورت $0.00072 \mathbb{I} < M_i(q_i) < 0.0027 \mathbb{I}$ و $0.0008 \mathbb{I} < \bar{M}_i(q_i) < 0.0025 \mathbb{I}$ برقرار است.

با استفاده از جعبه ابزار بهینه‌سازی نرم افزار Matlab، پارامترهای قوانین کنترل (۲۷) و (۲۸) به صورت $K_{q_i} = 0.9 \mathbb{I}, K_{P_i} = 1.6 \mathbb{I}$ و $K_{D_i} = 45 \mathbb{I}$ تنظیم شده اند. برای سادگی، ابتدا ضریب $K_{P_i} = 1.6 \mathbb{I}$ ثابت شده است و مسأله بهینه‌سازی مقید روی دو پارامتر دیگر کنترل‌کننده صورت گرفته است که با توجه به شرایط پایداری (۴۰-۴۳)، به صورت $K_{D_i} > 12.14$ و $K_{q_i} > 0$ کراندار هستند. با توجه به اینکه پارامتر K_{q_i} روی موقعیت نهایی بازوهای ربات‌ها تأثیر گذار است و اگر بیش از حد بزرگ انتخاب شود حرکت ربات‌ها محدود می‌شود، کران بالایی نیز به صورت $K_{q_i} < 2$ روی آن گذارده شده است که بسته به انتخاب طراح سیستم می‌تواند تغییر کند.

از طرف دیگر قانون کنترل ارائه شده در مقاله [۲۲] به صورت

$$\begin{aligned} \tau_i^* &= \bar{g}_i(q_i) + \bar{C}_i(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i - \\ &k_{p_i}(q_i - q_r(t - T_r(t))) - \alpha_i \dot{q}_i \end{aligned} \quad (55)$$

آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته، از میزان محافظه کاری شرایط بدست آمده کاسته می‌شود.

۳-۳- ارتقای عملکرد سیستم

تنظیم ضرایب آزاد کنترل‌کننده طراحی شده در قسمت ۳-۱، می‌تواند روی عملکرد سیستم تأثیر بگذارد. غالباً در کارهای انجام شده با کنترل‌کننده IDA-PBC، ضرایب آزاد با سعی و خطا تنظیم شده‌اند. در این قسمت، یک روش جدید برای تنظیم ضرایب ارائه می‌شود. ابتدا یک شاخص عملکرد مناسب برای سیستم عمل از دور انتخاب می‌شود و با استفاده از روش بهینه‌سازی غیرخطی، ضرایب بهینه کنترل‌کننده برای دستیابی به عملکرد مطلوب در سیستم محاسبه می‌شود. البته ضرایب بدست آمده، در وهله اول بایستی در شرایط پایداری مجانبی که در قسمت ۳-۲ بدست آمد صدق نمایند؛ به این منظور شرایط پایداری (۴۰-۴۳) به صورت قیودی روی متغیرهای تصمیم مسأله بهینه‌سازی اعمال می‌شوند.

با توجه به اینکه یکی از اهداف عملکردی در سیستم عمل از دور، ردیابی موقعیت بین ربات‌های دور و نزدیک است برای دست یافتن به کمترین خطای ردیابی، شاخص عملکردی به صورت

$$F(a) = \int_0^T \|e(t)\|^2 t^2 dt \quad (53)$$

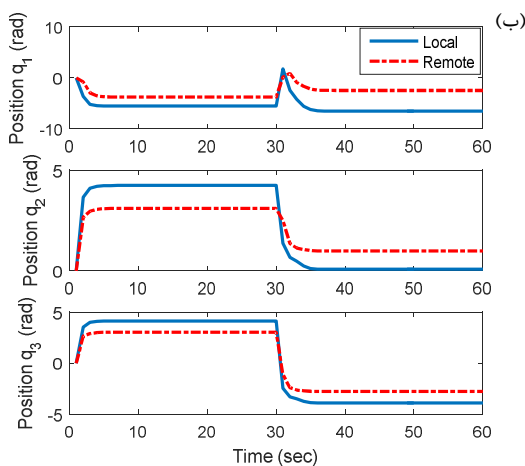
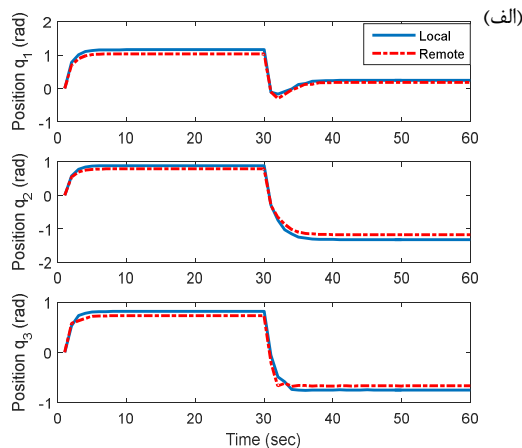
در نظر می‌گیریم که در آن $a = [K_{q_i}^T, K_{P_i}^T, K_{D_i}^T]^T$ بردار حاوی پارامترهای آزاد کنترل‌کننده و $e(t) = [e_l^T, e_r^T]^T$ بردار خطای ردیابی موقعیت‌ها است و مسأله بهینه‌سازی غیرخطی زیر برای محاسبه ضرایب بهینه انجام می‌شود:

$$\min_a F(a) \quad \text{subject to} \quad a_{\min} < a < a_{\max} \quad (54)$$

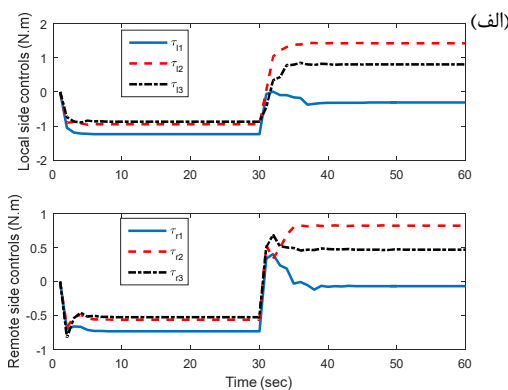
الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلفی برای حل مسأله (۵۴) وجود دارد که از جمله مهم‌ترین آنها، روش‌های مبتنی برگرادیان هستند که به طور مفصل در مقالات از جمله [۲۵] توضیح داده شده اند. لازم به ذکر است که حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی غالباً نیازمند حجم بالای محاسبات و پردازشگر قوی است، اما در اینجا چون ما این مسأله را به صورت خارج از خط حل می‌کنیم نگرانی از این بابت وجود ندارد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به منظور بررسی عملکرد کنترل‌کننده ارائه شده در این مقاله در حضور نامعینی در مدل سیستم و نیروهای تماسی غیرمنفعل، نتایج حاصل از شبیه‌سازی روش روی سیستم عمل از دور آورده شده است. همچنین روش ارائه شده در مقاله [۲۲] نیز روی سیستم اجرا و نتایج با هم مقایسه شده است. به این منظور سیستم عمل از دور با ربات‌های ۳ درجه آزادی فانٹوم، که در شکل ۳ نشان داده شده، در نظر گرفته شده است.



شکل ۵- موقعیت زاویه‌ای سیستم عمل از دور در سناریوی اول، کنترل شونده با (الف) روش پیشنهادی (ب) روش مقاله [۲۲].



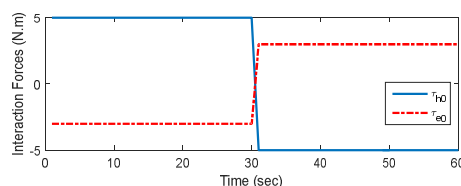
$$\tau_r^* = \bar{g}_r(q_r) + \bar{C}_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r + k_{pl}(q_1(t-T_1(t)) - q_r) - \alpha_r \dot{q}_r \quad (56)$$

است که در آن $k_{pl} = 0.08$, $\alpha_1 = \alpha_r = 0.04$ است که با استفاده از شرایط پایداری که در آن مقاله بدست آمده است، تنظیم شده است.

برای بررسی و مقایسه روش‌ها، شبیه سازی‌ها به ازای وجود ده درصد نامعینی در جرم بازوها، تأخیر متغیر در کانال ارتباطی و در مواجهه با دو سناریوی مختلف برای نیروهای تماسی غیرمنفعل انجام شده است. در سناریوی اول، مدل نیروهای تماسی همان مدل نیروهای تماسی در مرجع [۲۲] است و در سناریوی دوم یک مدل جامع تر در نظر گرفته شده است.

۴-۱- سناریوی اول

در این سناریو، نیروهای تماسی بین عملگر انسانی و ربات محلی و بین محیط و ربات دور به صورت غیرمنفعل مطابق روابط (۱۱) و (۱۲) است که در آن $S_i = D_i = I$, $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ و τ_{h0} , τ_{e0} در شکل ۵ نشان داده شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم با روش ارائه شده در این مقاله و روش رقیب در اشکال ۶-۷ آورده شده است.



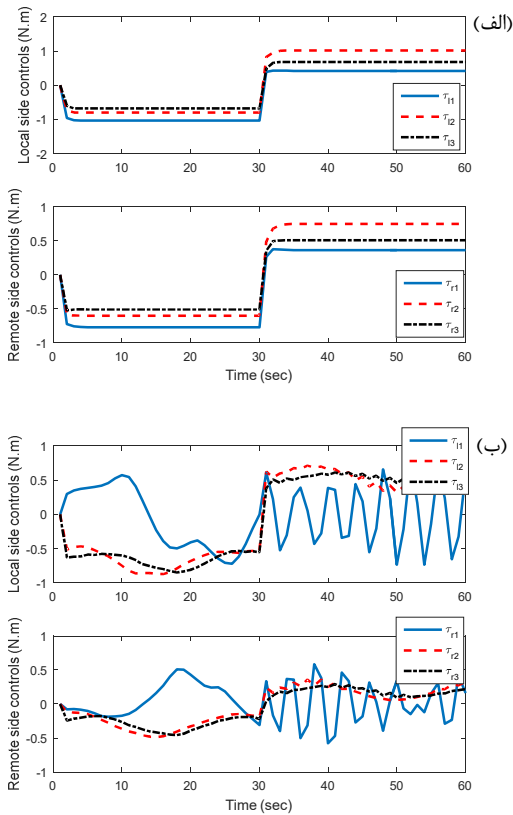
شکل ۵- نیروهای تماسی غیرمنفعل ثابت (τ_{h0} , τ_{e0})

با توجه به نتایج، در این حالت هر دو کنترل کننده توانسته‌اند پایداری سیستم را حفظ کنند، لیکن محاسبه میانگین مربعات خطای ردیابی سیستم، که با روش مورد نظر برابر $MSE(e) = 0.0379$ و با روش مقاله [۲۲] برابر $MSE(e) = 11.561$ است، نشان می‌دهد که کنترل کننده ارائه شده در این مقاله توانسته است خطای ردیابی موقعیت سیستم را به طور قابل ملاحظه ای کاهش دهد. در واقع این مزیت، به خاطر بهینه بودن ضرایب کنترل کننده و در نظر گرفتن نامعینی و لحاظ کردن آنها در تنظیم بهره‌های کنترل کننده می‌باشد.

۴-۲- سناریوی دوم

در این سناریو، نیروهای تماسی به صورت غیرمنفعل بدون قسمت منفعل در دینامیک در نظر گرفته شده اند؛ یعنی $S_i = D_i = 0$. نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم در شکل‌های ۸-۹ نشان داده شده است.

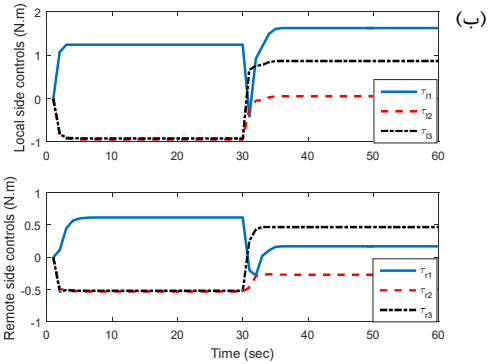
پایداری مجانبی سیستم را حفظ می‌کند و این به دلیل وجود جمله پسخورد از موقعیت (یعنی $-K_{q_i} q_i$) در کنترلگر ارائه شده می‌باشد. در واقع زمانیکه این جمله در مدل نیروهای تماسی (۱۱) و (۱۲) وجود دارد (مانند سناریوی اول که در آن $S_i \neq 0$)، نیروهای خارجی ثابت τ_{i0} ، τ_{e0} به صورت محلی توسط این جمله دفع می‌شوند و سیستم پایدار باقی می‌ماند. اما زمانیکه نیروهای تماسی فاقد این جمله باشند (مانند سناریوی دوم که در آن $S_i = 0$) یا این جمله در آنها ضعیف باشد، دفع محلی نیروهای خارجی صورت نمی‌گیرد و چنانچه کنترلگر این جمله را نداشته باشد، سیستم دچار ناپایداری می‌شود، مانند اتفاقی که برای سیستم با کنترلگر مقاله [۲۲] می‌افتد.



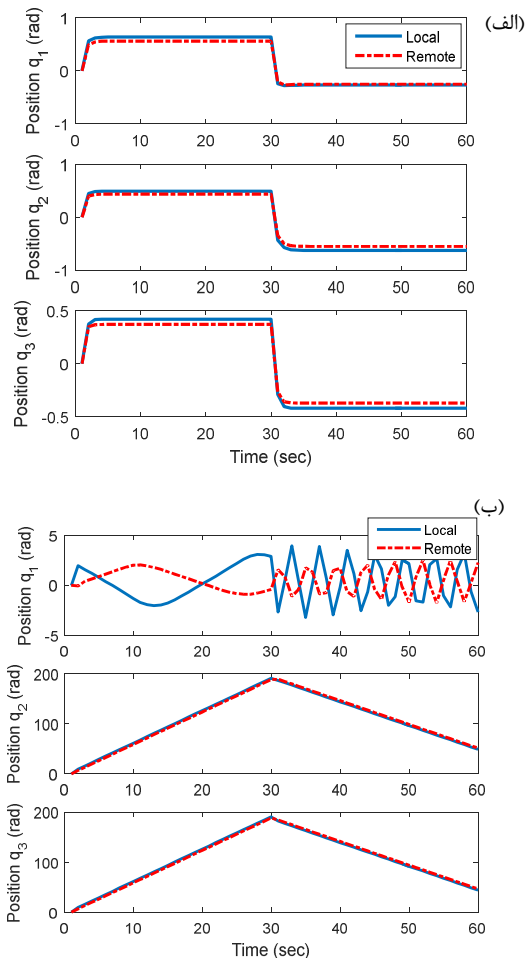
شکل ۸- گشتاورهای کنترلی در سناریوی دوم با (الف) روش پیشنهادی (ب) روش مقاله [۲۲].

۵- نتیجه‌گیری

این مقاله مسأله طراحی کنترل‌کننده مقاوم سیستم عمل از دور غیرخطی در حضور نامعینی‌های پارامتری در مدل سیستم، تأخیر متغیر در کانال ارتباطی و نیروهای تماسی غیرمنفعل در پایانه‌ها را مورد بررسی قرار داد. یک قانون کنترل جدید غیرخطی مبتنی بر مدل نامی سیستم در چارچوب روش انفعال محور طراحی شد و با استفاده از قضیه کرازوفسکی، شرایط کافی پایداری مجانبی مقاوم سیستم حلقه بسته استخراج گردید. همچنین با تعریف یک شاخص عملکرد مناسب و بهینه‌سازی پارامترهای کنترل‌کننده، خطای ردیابی موقعیت به



شکل ۶- گشتاورهای کنترلی در سناریوی اول با (الف) روش پیشنهادی (ب) روش مقاله [۲۲].



شکل ۷- موقعیت زاویه‌ای سیستم عمل از دور در سناریوی دوم، کنترل شونده با (الف) روش پیشنهادی (ب) روش مقاله [۲۲].

همانطور که مشاهده می‌شود، در این حالت با اعمال نیروهای تماسی با دامنه ثابت، کنترلگر [۲۲] نتوانسته است سیستم را پایدار کند و موقعیت‌های زاویه‌ای ربات‌ها با سرعت ثابت و غیرصفر به صورت بی‌کران افزایش یا کاهش می‌یابند، در حالیکه کنترلگر ارائه شده

systems with time-varying delay: a guaranteed cost control design. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 88, No. 2, pp. 1413-1426, 2017.

- [11] Shahdi A. and Sirouspour Sh., Adaptive/Robust Control for Time-Delay Teleoperation. *IEEE Transaction on Robotics*, Vol. 25, No. 1, pp. 196-205, 2009.
- [12] Sharifi I., Talebi H. A. and Motaharifar M., Robust Output Feedback Controller Design for time-delayed Teleoperation: experimental results. *Asian Journal of Control*, Vol. 19, No. 2, pp. 1-11, 2017.
- [13] Sun D., Liao Q. and Ren H., Type-2 Fuzzy Modeling and Control for Bilateral Teleoperation System with Dynamic Uncertainties and Time-varying Delays. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 65, No. 1, pp. 447-459, 2017.
- [14] Dinh T. Q. et al, Sensorless force feedback joystick control for teleoperation of construction equipment. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 8, No. 7. pp. 955-965, 2017.
- [15] Dyck M., Jazayeri A. and Tavakoli M., Is the human operator in a teleoperation system passive?. In *IEEE world Haptics Conference*, Daejeon, Korea, 2013.
- [16] Hashemzadeh F. and Tavakoli M., Position and force tracking in nonlinear teleoperation system under varying delays. *Robotica*, Vol. 33, No. 4, pp. 1003-1016, 2015.
- [17] Ganjefar S., Rezaei S. and Hashemzadeh F., Position and force tracking in nonlinear teleoperation systems with sandwich linearity in actuators and time-varying delay. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 86, pp. 308-324, 2017.
- [18] Polushin I. G. and Marquez H. J., Stabilization of bilaterally controlled teleoperators with communication delay. *International Journal of Control*, Vol. 76, No. 8, pp. 858-870, 2003.
- [19] Polushin I. G., Liu P. X. and Lung C.-H., A control scheme for stable force-reflecting teleoperation over IP networks. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 36, No. 4, pp. 930-939, 2006.
- [20] Lozano R., Chopra N. and Spong M. W., Convergence analysis of bilateral teleoperation with constant human input. In *American Control Conference*, New York City, USA, 2007.
- [21] Hua C., and Liu P. X., Convergence analysis of teleoperation systems with unsymmetric time-varying delays. *IEEE Transaction and Circuits Systems*, Vol. 56, No. 3, pp. 240-244, 2009.
- [22] Islam SH., Liu P. X., Saddik A. El and Dias J., Bilateral shared autonomous systems with passive and non-passive input forces under time varying delay. *ISA Transactions*, Vol. 54, pp. 218-228, 2015.
- [23] Islam SH., Liu P. X., Saddik A. El, Nonlinear control for teleoperation systems with time varying delay. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 76, pp. 931-954, 2014.
- [24] Ortega R., and Garcia-Canseco E., Interconnection and damping assignment passivity-based control: A survey. *European Journal of Control*, Vol. 10, pp.432-450, 2004.
- [25] Nocedal J. and Wright S. J., *Numerical Optimization*. Springer, 2nd edition, New York, 2006
- [26] Cavusoglu M. C. and Feygin D., Kinematics and Dynamics of Phantom (TM) model 1.5 Haptic Interface. Technological Report. Berkeley: University of California, 2001

حداقل رسید. به این ترتیب با یک رویکرد غیرتطبیقی و فقط با تنظیم ضرایب کنترل‌کننده، سیستم نسبت به نامعینی‌های مدل مقاوم شد. از مهمترین مزایای روش ارائه شده این است که کنترل‌کننده دارای ساختار ثابت است و پارامترهای آن از حل یک مسأله بهینه‌سازی به صورت آفلاین بدست می‌آید. همچنین پایداری مجانبی سیستم در مواجه شدن با نیروهای تماسی غیرمنفعل، بدون نیاز به وجود و معلوم بودن دینامیک قسمت منفعل در مدل نیروهای تماسی تضمین شد. در ادامه پژوهش می‌توان مسأله پایدارسازی مجانبی خطای ردیابی موقعیت را در حضور نیروهای تماسی غیر منفعل در نظر گرفت.

۶- نمادها

$\mathbb{R}^{n \times m}$	فضای ماتریسی با ابعاد $n \times m$
$\mathbf{0}$	ماتریس صفر
\mathbf{I}	ماتریس همانی
\mathbf{g}^\perp	ماتریس رتبه کامل پوچ ساز چپ ماتریس \mathbf{g} یعنی $\mathbf{g}^\perp \mathbf{g} = \mathbf{0}$
$\nabla_x H$	$\frac{\partial H}{\partial x}$

۷- مراجع

- [1] Hokayem P. F. and Spong M., Bilateral teleoperation: An historical survey. *Automatica*, Vol. 42, No. 12, pp. 2035-2057, 2006.
- [2] Nuno E., Basanez L. and Ortega R., Passivity-based control for bilateral teleoperation: A tutorial. *Automatica*, Vol. 47, No. 3, pp. 485-495, 2011.
- [3] Arcara P. and Melchiorri C., Control schemes for teleoperation with time delay: A comparative study. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 38, No. 1, pp. 49-64, 2002.
- [4] Hu H. C. and Liu Y. C., passivity-based control framework for task-space bilateral teleoperation with parametric uncertainty over unreliable networks. *ISA Transaction*, Vol.70, pp. 187-199, 2017.
- [5] Liu X., Tao R. and Tavakoli M., Adaptive control of uncertain nonlinear teleoperation systems. *Mechatronics*, Vol. 24, Vo. 1, pp. 66-78, 2014.
- [6] Yang Y., Hua C. and Guan X., Coordination control for bilateral teleoperation with kinematics and dynamics uncertainties. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 30, No. 2, pp. 180-188, 2014.
- [7] Leung G., Francis B. and Apkarian J., Bilateral controller for teleoperators with time delay via mu-synthesis. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No.1, pp. 105-116, 1995.
- [8] Colgate J., Robust impedance shaping telemanipulation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 4, pp. 374-384, 1993.
- [9] Sirouspour S., Modeling and control of cooperative teleoperation systems. *IEEE Transaction on Robotics*, Vol. 21, No. 6, pp. 1220-1225, 2005.
- [10] Mohammadi L., Alfi A. and Xu B., Robust bilateral control for state convergence in uncertain teleoperation