

تحلیل عددی کمانش صفحه کامپوزیتی ساخته شده از الیاف منحنی با در نظر گرفتن اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف

حسین نوپور

عبدالرضا کبیری عطاءآبادی*

محمود مهرداد شکر به

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

در این تحقیق، کمانش صفحات کامپوزیتی متشکل از الیاف منحنی تحت فشار محوری، با لحاظ اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف و برای مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت بررسی گردید. به منظور موقعیت‌یابی نواقص مذکور و تعریف مراحل مدل‌سازی، برنامه‌ای به زبان پیتون نوشته شده و تحلیل‌های عددی به کمک نرم‌افزار آباکوس انجام گردید. دو نسبت منطقی طول به عرض مختلف برای صفحه کامپوزیتی لحاظ و نتیجه گرفته شد که برای صفحه با طول بزرگ‌تر از عرض آن، کارایی الیاف منحنی بیشتر است. نتایج نشان می‌دهد که بدون لحاظ اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف، بارکمانش صفحه کامپوزیتی با طول بزرگ‌تر از عرض آن، در حالت مسیر تغییر خطی زاویه الیاف، بیش از شصت درصد و با مسیر شعاع انحناء ثابت، بیش از پنجاه درصد نسبت به بار کمانش پیشینه کامپوزیت متشکل از الیاف مستقیم، می‌تواند افزایش یابد. همچنین با لحاظ اثرات نواقص مذکور، بار کمانش در حالت صفحه کامپوزیتی دارای نواحی خالی از الیاف بیش از سی درصد و در حالت دارای همپوشانی بیش از نود درصد، برای هر دو مسیر می‌تواند افزایش یابد. **واژه‌های کلیدی:** الیاف منحنی، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف، مسیر شعاع انحناء ثابت، نواحی خالی از الیاف، همپوشانی‌ها.

Buckling of Composite Plate Made of Curvilinear Fibers by Considering Gaps and Overlaps Effects

H. Nopour

A. R. Kabiri Ataabadi

M. Mehrdad Shokrieh

Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Shahinshar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Shahinshar, Iran

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

Abstract

In this research, buckling of composite plates made of curvilinear fiber with considering gap and overlap effects was studied. Two paths for curvilinear fiber were considered, namely, the linear variation of fiber angle and constant curvature path. An in-house computer program in Python language was written for locating the gaps and overlaps and modeling stages. Then the analysis was performed by ABAQUS finite element software. Two aspect ratios of length to width of the composite plate were considered. Results show that for plate with the length greater than the width, more improvement in buckling load was obtained by using curvilinear fibers. Also the results show that, without considering gap and overlap effects, the linear variation of fiber orientation and the constant curvature path caused more than sixty and fifty percent increase in the buckling load in comparison with maximum buckling load of the composites made of the straight fibers, respectively. For both paths, by considering gap and overlap effects, buckling load can increase more than thirty and ninety percent, respectively.

Keywords: Curvilinear fiber, Linear variation of fiber orientation path, Constant curvature path, Gaps, Overlaps.

در مورد کامپوزیت‌های الیاف منحنی، تاکنون مسیرهای مختلفی بررسی شده است [۶]. در این تحقیقات، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف بیشتر مورد توجه قرار گرفته در حالی که استفاده از این مسیر، فضای طراحی را محدود می‌سازد [۷]. اولمدو و گوردل [۸] و گوردل و همکارانش [۹] با لحاظ تغییر خطی زاویه الیاف، به بررسی تأثیر الیاف منحنی بر بار کمانش و سفتی صفحه کامپوزیتی پرداختند. زمانی و همکارانش [۱۰] نیز با لحاظ تغییر خطی زاویه الیاف اثر شکل‌های مختلف گشودگی را بر روی بار کمانش ورق کامپوزیتی متشکل از الیاف منحنی مورد بررسی قرار دادند. تغییر خطی زاویه الیاف در تحقیقات دیگری نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۱۱]. مسیر شعاع انحناء ثابت یکی از مسیرهایی است که در آن زاویه الیاف به صورت غیرخطی تغییر می‌کند. آریان‌نیک و همکارانش [۱۲] و فیاض‌بخش و همکارانش [۱۳] به بهینه‌سازی بار کمانش صفحه کامپوزیتی با لحاظ مسیر شعاع انحناء ثابت پرداختند. همچنین تأثیر مسیرهای با تغییر خطی و

۱- مقدمه

یکی از بارگذاری‌های متداول بر روی سازه‌های کامپوزیتی، بارگذاری فشار محوری است که معمولاً در این مورد، کمانش از تحلیل تنش اهمیت بیشتری دارد. در این زمینه تحقیقات فراوانی از جمله کمانش پوسته استوانه‌ای [۱] و [۲] و نیم استوانه مشبک [۳] صورت گرفته است. قابل توجه است که کمانش تحت بارگذاری‌های دیگر نیز موضوع بسیاری از تحقیقات از جمله [۴] و [۵] بوده است.

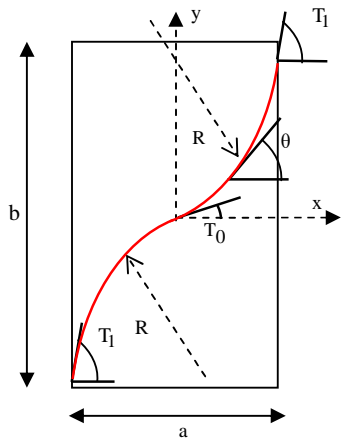
استفاده از کامپوزیت‌های الیاف منحنی در صنایع هوا فضا و .. به خاطر خصوصیات مکانیکی بهتر نسبت به صفحات کامپوزیتی الیاف مستقیم، در حال افزایش است. برای صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی، بار پیشینه کمانش به میزان نواقص ساخت نیز مربوط بوده، لذا با توجه به ایجاد نواقصی چون نواحی خالی از الیاف و همپوشانی‌ها در حین ساخت این کامپوزیت‌ها، مطالعه اثرات آن‌ها اجتناب‌ناپذیر می‌باشد.

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: a.kabiri.at@mut-es.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۰/۲۵

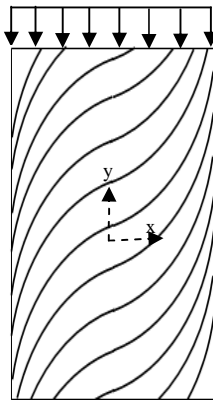
تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۰/۲۴

کورس را در مسیر الیاف مرجع (خط مرکزی کورس) قرار داده و سپس سر الیاف گذار با انتقال دادن سایر کورس‌ها تمام صفحه را می‌پوشاند. در شکل ۲، مسیر الیاف مرجع و زوایای مذکور نشان داده شده است.



شکل ۲- مسیر الیاف مرجع

در این تحقیق مطابق شکل ۳ انتقال الیاف در راستای بارگذاری در نظر گرفته شده است.



شکل ۳- صفحه کامپوزیتی با الیاف منحنی انتقال یافته در جهت بارگذاری

معادله (۱) توسط اولمدو و همکارش [۸] و گوردل و همکارش [۱۹] برای تغییر خطی زاویه الیاف در حالت انتقال در جهت y استفاده شد.

$$\theta(x) = T_0 + 2(T_1 - T_0) \frac{|x|}{a} \quad (1)$$

در معادله (۱)، θ زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه کامپوزیتی، x مختصات عرضی نقطه و a عرض صفحه کامپوزیتی است. معادله ۲ نیز توسط بلوم و همکارانش [۱۶] برای تغییر زاویه الیاف در مسیر شعاع انحناء ثابت و در حالت انتقال در جهت y استفاده گردید.

$$\sin[\theta(x)] = \sin(T_0) - \frac{|x|}{R} \quad (2)$$

در معادله (۲)، θ زاویه الیاف در هر نقطه از صفحه، x مختصات طولی نقطه و R شعاع انحناء مسیر الیاف است. با توجه به روابط (۱) و (۲) معادله مسیر الیاف مرجع برای تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر

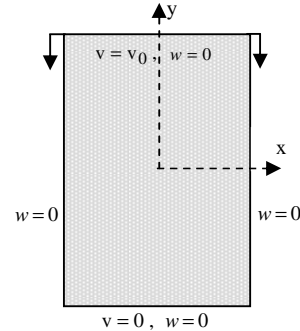
غیرخطی (چندجمله‌ای لاگرانژی) زاویه الیاف، توسط وو و همکارانش [۶] مقایسه گردید. آن‌ها دریافتند که چندجمله‌ای لاگرانژی عملکرد بهتری را نسبت به تغییر خطی نتیجه می‌دهد. هاو و همکارانش [۱۴] با استفاده از روش شار میدان، مسیری با تغییر غیرخطی زاویه الیاف برای بهینه‌سازی بار کمانش صفحه دارای گشودگی دلخواه یافتند. نوپور و همکارانش [۱۵] تحلیل کمانش صفحه کامپوزیتی متشکل از الیاف منحنی را با لحاظ مسیرهای تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، انجام داده و دریافتند که مسیر شعاع انحناء ثابت به میزان کمی نتایج بهتری را حاصل می‌دهد. در زمینه تحلیل اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف، بلوم و همکارانش [۱۶] و فیاض‌بخش و همکارانش [۱۳] تحقیقاتی انجام دادند. همچنین در این زمینه، در سال‌های اخیر تحقیقات آزمایشگاهی نیز انجام گردید [۱۷ و ۱۸].

به علت محدود بودن تحقیقاتی که اثرات همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف در آن لحاظ گردیده، انجام تحقیقی با لحاظ اثرات مذکور ضروری به نظر می‌رسد. همچنین در تحقیقات گذشته، اثر نسبت منظری بر کارایی الیاف منحنی در افزایش بار کمانش صفحه کامپوزیتی تحت بار فشار محوری بررسی نشده است. لذا این موضوع نیز یکی دیگر از اهداف این تحقیق است.

۲- تبیین مسأله و معادلات حاکم

۲-۱- نوع بارگذاری و شرایط مرزی

در این تحقیق صفحه کامپوزیتی تحت بارگذاری فشاری محوری قرار دارد. در شکل ۱، شرایط مرزی نشان داده شده است.



شکل ۱- شرایط مرزی صفحه کامپوزیتی تحت بار محوری فشاری

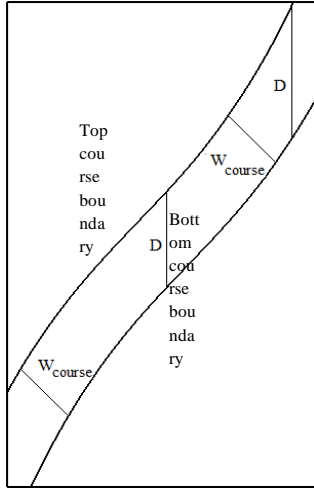
مطابق با شکل ۱، هر چهار لبه صفحه در برابر جابجایی خارج از صفحه مقید بوده ($w=0$) و لبه پایینی که به عنوان تکیه‌گاه عمل می‌کند، در جهت اعمال بار نیز مقید است ($v=0$). سایر جابجایی‌ها و چرخش‌ها برای هر چهار لبه آزاد می‌باشد.

۲-۲- معادله مسیر الیاف منحنی

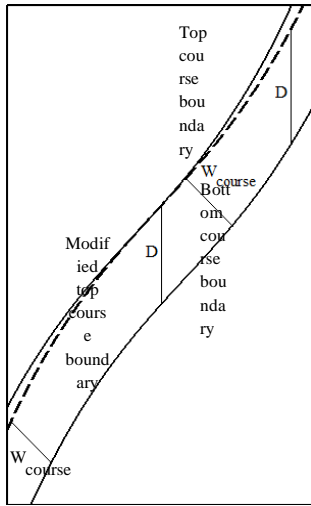
معادله مسیر الیاف منحنی برای دو مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء ثابت، با دو پارامتر زاویه در وسط صفحه T_0 و زاویه در لبه‌های کناری، T_1 بیان و با علامت $\langle T_0 | T_1 \rangle$ نشان داده می‌شود. برای ساخت یک صفحه کامپوزیتی، دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک^۱، اولین

^۱ Automated fiber placement

که این کورس در جهت y انتقال داده شود به علت فواصل D متغیر، همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف بزرگی اتفاق می‌افتد. اگر مرزهای بالایی کورس مطابق شکل ۴ (ب) اصلاح گردد، آنگاه همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف کوچک‌تری حاصل خواهد شد. بدین منظور می‌بایست دسته الیافی که به مرز اصلاح شده می‌رسد، بریده شود.



(الف)



(ب)

شکل ۴- مرزهای کورس مرجع (برگرفته از مرجع [۲۰])
(الف) عرض کورس ثابت (ب) فاصله عمودی ثابت

شعاع انحناء ثابت، به ترتیب مطابق روابط (۳) [۱۹] و (۴) [۲۰] است.
برای $x \leq 0$

$$y_{\text{centerline}} = \frac{a}{2(T_1 - T_0)} \times \quad (3)$$

$$\left\langle \ln \left\{ \cos \left[T_0 + 2(T_1 - T_0) \frac{(-x)}{a} \right] \right\} - \ln[\cos(T_0)] \right\rangle$$

برای $x \geq 0$

$$y_{\text{centerline}} = \frac{a}{2(T_1 - T_0)} \times$$

$$\left\langle -\ln \left\{ \cos \left[T_0 + 2(T_1 - T_0) \frac{x}{a} \right] \right\} + \ln[\cos(T_0)] \right\rangle$$

برای $T_0 < T_1$ و $x \leq 0$

$$y_{\text{centerline}} = \sqrt{R^2 - [x - R \sin(T_0)]^2} - R \cos(T_0)$$

برای $T_0 < T_1$ و $x \geq 0$

$$y_{\text{centerline}} = -\sqrt{R^2 - [x + R \sin(T_0)]^2} + R \cos(T_0)$$

برای $T_0 > T_1$ و $x \leq 0$

(۴)

$$y_{\text{centerline}} = -\sqrt{R^2 - [x + R \sin(T_0)]^2} + R \cos(T_0)$$

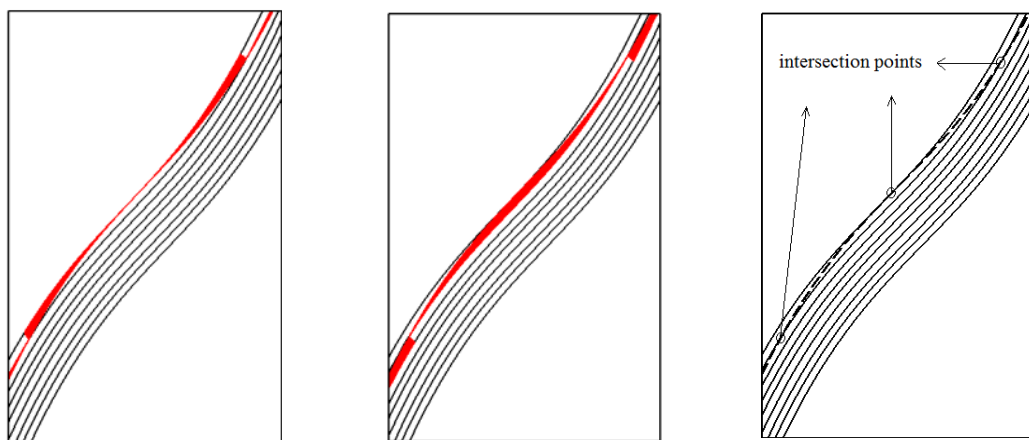
برای $T_0 > T_1$ و $x \geq 0$

$$y_{\text{centerline}} = \sqrt{R^2 - [x - R \sin(T_0)]^2} - R \cos(T_0)$$

محدودیت عملی بودن ایجاد زوایا به این معنی است که در یک کورس با نزدیک شدن زاویه T_1 به ۹۰ درجه، زاویه الیافی که زیر خط مرکزی کورس قرار دارند قبل از رسیدن به لبه صفحه برابر با ۹۰ درجه شده و بنابراین ایجاد کورس به صورت عملی امکان‌پذیر نیست. علت این است که گویا الیافی که در هر کورس با فاصله از الیاف مرجع قرار دارد، عمود بر الیاف مرجع انتقال می‌یابد، چون در واقع دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک یک کورس را خم کرده و در مسیر خود قرار می‌دهد.

۳-۲- همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف

هنگام ساخت یک کامپوزیت متشکل از الیاف منحنی، برای جلوگیری از ایجاد همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف بزرگ، دسته الیافی که با مرز کورس‌ها تقاطع پیدا می‌کند، بریده می‌شود. برای مدل نمودن همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف در نرم‌افزار اجزاء محدود، باید مکان‌هایی را که در آن همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف اتفاق می‌افتد، شناسایی نمود. در کورس اصلاح نشده، عرض کورس ثابت بوده اما فاصله عمودی بین مرز بالایی و پایینی کورس که در شکل ۴ با پارامتر D نشان داده شده، در طی مسیر کورس متغیر است. در صورتی



ج

ب

الف

شکل ۵- یافتن موقعیت نواحی خالی از الیاف و همپوشانی‌ها (برگرفته از مرجع [۲۰])
 (الف) نقاط تقاطع کورس بالایی با دسته الیاف ها (ب) نواحی خالی از الیاف (ج) هم‌پوشانی‌ها

جدول ۱- خواص کامپوزیت کربن/اپوکسی G40-800/5276-1
 [۱۳]

مقدار	خاصیت
۱۴۳ گیگاپاسکال	E_1
۹,۱ گیگاپاسکال	E_2
۴,۸ گیگاپاسکال	G_{12}
۰,۳	ν_{12}
۰,۱۵۹ میلی‌متر	ضخامت هر لایه

در جدول ۱، E_1 مدول الاستیسیته در جهت الیاف، E_2 مدول الاستیسیته در جهت ماتریس، G_{12} مدول الاستیسیته برشی و ν_{12} نسبت پواسون می‌باشد.

در این تحقیق از حل کمانش خطی نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس و المان S4R برای استخراج بار و شکل مود کمانش استفاده گردید. این المان، یک المان چهارگره‌ای با نقاط انتگرال‌گیری کاهش یافته بوده که به وفور و با دقت مناسب در تحلیل‌های الاستیک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

دو روش برای مدل نمودن همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف وجود دارد. در روش اول [۱۶]، ابتدا المان‌های با ابعاد مناسب به گونه‌ای ایجاد شده که تنها کامپوزیت یا همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف در المان قرار گیرند؛ سپس به المان‌های شامل کامپوزیت، خواص کامپوزیت و به المان‌های شامل نواحی خالی از الیاف خواص رزین اختصاص داده می‌شود. همچنین المان‌های شامل همپوشانی دارای خواص کامپوزیت بوده اما ضخامت آن المان متناسب با تعداد لایه‌های همپوشانی افزایش می‌یابد. در روش دوم [۱۳]، شبکه‌بندی المان‌ها به گونه‌ای است که هر المان می‌تواند هم‌زمان شامل کامپوزیت، کامپوزیت نواحی خالی از الیاف و یا کامپوزیت و همپوشانی باشد. سپس به المان‌های شامل کامپوزیت، خواص کامپوزیت و به المان‌هایی که شامل کامپوزیت و نواحی خالی از الیاف و یا کامپوزیت و همپوشانی هستند، به ترتیب خواص معادل و یا ضخامت معادل (بر حسب درصد مساحت

بنابراین همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف در محل تقاطع دسته‌های الیاف با مرز اصلاح شده ایجاد می‌گردد. برای پیدا کردن محل همپوشانی و یا ناحیه خالی از الیاف، باید معادله مرز اصلاح شده و محل تقاطع آن با دسته‌های الیاف را یافت. محل تقاطع دسته‌های الیاف با مرز اصلاح شده و مکان همپوشانی و ناحیه خالی از الیاف به ترتیب در شکل ۵ الف، ۵ ب و ۵ ج نشان داده شده است.

جهت تعیین معادله مرز اصلاح شده بالای کورس، باید معادله مرز پایین کورس تعیین گردیده و به اندازه D انتقال یابد. معادله مرز پایین کورس از انتقال معادله مسیر الیاف مرجع به میزان $\left(\frac{W_{course}}{2}\right) \sin(\theta(x))$ در راستای محور x و به میزان $\left(\frac{W_{course}}{2}\right) \cos(\theta(x))$ در راستای محور y به دست می‌آید. مقدار D نیز از فاصله عمودی بین مرز بالایی کورس اصلاح نشده و مرز پایینی کورس، حاصل می‌گردد. این فاصله در حالت $T_0 < T_1$ ، در مبدا مختصات و در حالت $T_0 > T_1$ ، در لبه‌ها محاسبه می‌گردد.

۳- تحلیل عددی

۳-۱- نحوه مدل‌سازی

کامپوزیت‌های متشکل از الیاف منحنی از نوارهای پیش‌آغشته با عرض ۰,۰۰۳۱۷۵، ۰,۰۰۶۳۵ و یا ۰,۰۱۲۷ متر که در دسته‌های ۸، ۱۶، ۲۴ و یا ۳۲ تایی به عنوان یک کورس قرار می‌گیرند، ساخته می‌شوند. در تحقیق حاضر، فرض شده که صفحه کامپوزیتی از نوارهای پیش‌آغشته کربن/اپوکسی G40-800/5276-1 با عرض ۰,۰۰۳۱۷۵ متر که در دسته‌های ۸ تایی کنار هم قرار گرفته‌اند، ساخته شده است. خواص مکانیکی این ماده در جدول ۱ آرایه گردیده است.

الیاف تعریف شده و زاویه الیاف در هر المان به وابسته به مختصات مرکز آن المان می‌باشد؛ به این نحو که با توجه به مختصات مرکز هر المان و با استفاده از معادله ۱ یا ۲ زاویه الیاف در آن نقطه تعیین می‌شود. همچنین این برنامه به المان‌هایی که قبلاً به صورت اورفان‌مش^۱ تولید شده و به عنوان ورودی به برنامه فراخوانده می‌شود، خواص ماده و ضخامت المان را نیز اختصاص می‌دهد. تعریف سایر قسمت‌های مرتبط با تحلیل سازه‌ای همانند شرایط بارگذاری، شرایط مرزی و نوع تحلیل نیز توسط این برنامه پی‌تون انجام می‌گیرد. در نهایت این برنامه توسط محیط گرافیکی نرم‌افزار آباکوس فراخوانده شده و خروجی که بار کمانش است، به دست می‌آید.

۲-۳- اعتبارسنجی نتایج تحقیق حاضر با نتایج موجود در مراجع

جهت اعتبارسنجی، در جدول ۲ نتیجه تحلیل عددی بار کمانش صفحه کامپوزیتی دارای همپوشانی با نتیجه حاصل از آزمایش موجود در مرجع [۱۷] مقایسه شده است. شایان ذکر است که مسیر الیاف در مرجع [۱۷]، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف است. مطابق مرجع [۱۷] صفحه کامپوزیتی دارای ابعادی برابر عرض ۰٫۲۵۴ متر و طول ۰٫۴۰۶۴ متر بوده و شرایط مرزی نیز مطابق شکل ۱ می‌باشد. همچنین از ماده کربن‌اپوکسی G40-800/5276-1 برای ساختن صفحه کامپوزیتی استفاده شده که خواص مکانیکی آن در مرجع [۱۷] ذکر گردیده است.

جدول ۲- بار کمانش صفحه کامپوزیتی دارای همپوشانی با لایه چینی [72/77] ± (57/73) / ± (48/61) / ± (49/41) در مطالعه

حاضر و نتایج مرجع [۱۷]

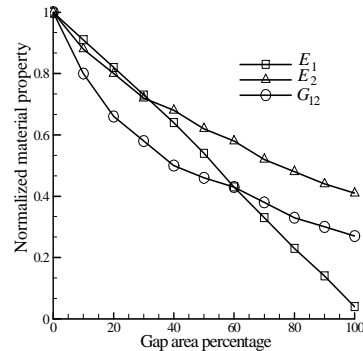
بار کمانش حاصل از تحلیل عددی در تحقیق حاضر (KN)	نتیجه مرجع [۱۷]، حاصل از آزمایش (KN)
۲۰٫۱۷۳	۱۸٫۹۷

بر اساس جدول ۲، نتیجه تحلیل عددی با نتیجه آزمایش تطابق مناسبی دارد و اختلاف ۷ درصدی موجود نیز می‌تواند ناشی از عواملی چون تنش‌های پسماند حرارتی و عیوب اولیه ناشی از ساخت بوده که در مدل عددی لحاظ نگردیده است. ضمناً هنگامی که همپوشانی ایجاد می‌گردد، به‌علت این که به‌صورت موضعی تعدادی لایه بر روی هم قرار می‌گیرند، خواص الاستیک معادل این لایه‌ها کاهش یافته و با توجه به این که این پدیده در تحلیل‌های عددی لحاظ نگردیده (خواص کاهش یافته در تحلیل‌ها استفاده نشده است) موجب شده تا بار کمانش حاصل از تحلیل عددی بیشتر از بار کمانش حاصل از آزمایش به‌دست آید. علاوه بر این استفاده از تحلیل خطی کمانش نیز می‌تواند منشأ دیگری برای اختلاف مذکور باشد.

۳-۳- کمانش صفحه کامپوزیتی با نسبت منظری طول به عرض بزرگ‌تر از یک

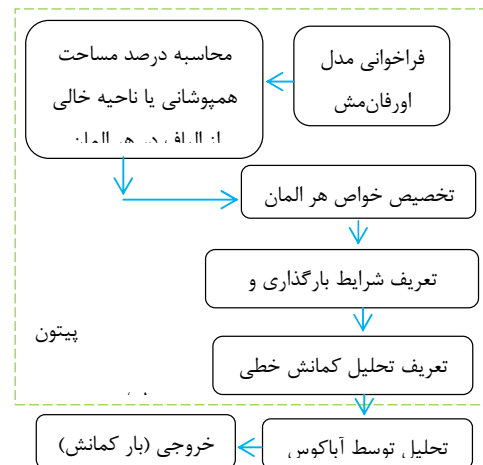
نواحی خالی از الیاف و یا همپوشانی‌ها در آن المان) اختصاص می‌یابد. شایان ذکر است که دقت روش دوم با تعداد المان‌های برابر بیشتر از روش اول می‌باشد [۱۳].

در این تحقیق از روش دوم برای مدل نمودن همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف استفاده گردید. بنابراین در شکل ۶ خواص الاستیک بی‌بعد شده المان شامل ماده G40-800/5276-1 که از مرجع [۱۳] استخراج شده، بر حسب درصد مساحت ناحیه خالی از الیاف نشان داده شده است. محور عمودی در شکل ۶ از تقسیم کردن خواص معادل المان شامل نواحی خالی از الیاف به خواص ماده کامپوزیت حاصل شده است.



شکل ۶- خواص الاستیک بی‌بعد شده المان شامل ماده G40-800/5276-1 بر حسب درصد مساحت ناحیه خالی از الیاف (برگرفته از مرجع [۱۳])

همچنین جهت مدل نمودن همپوشانی‌ها، درصد مساحت همپوشانی در هر المان، معادل درصد ضخامت المان مربوطه در نظر گرفته شده و به همان میزان به ضخامت آن المان اضافه می‌گردد. در این تحقیق، برای مدل‌سازی همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف، برنامه‌ای به زبان پی‌تون نوشته شد. در شکل ۷ مراحل انجام تحلیل‌های اجزاء محدود به کمک این برنامه نشان داده شده است.



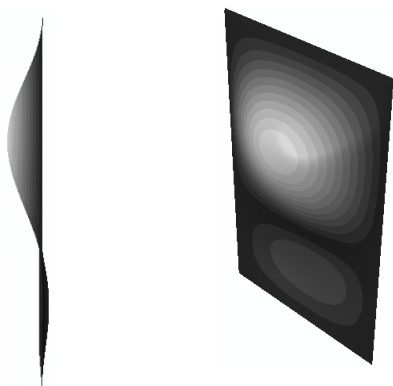
شکل ۷- طرح‌واره مراحل انجام تحلیل‌های اجزاء محدود

مطابق شکل ۷، تعریف زوایا در هر نقطه از هر لایه نیز با استفاده از برنامه مذکور انجام می‌گیرد. با استفاده از این برنامه معادله تغییر زاویه

¹ Orphan mesh

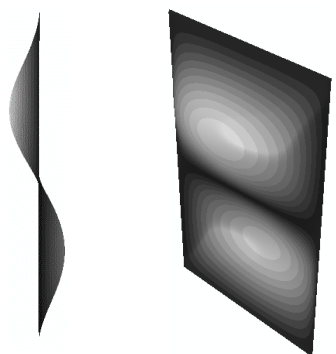
۳۲	۹۲	۵۴	c
----	----	----	---

مطابق انتظار، همپوشانی‌ها موجب افزایش و نواحی خالی از الیاف موجب کاهش بار کمانش شده‌اند. در شکل ۸، شکل مود اول کمانش برای لایه‌چینی $4s[\pm 45]$ نشان داده شده است.



شکل ۸- شکل مود کمانش برای لایه‌چینی $4s[\pm 45]$: الف) نمای جانبی (ب) نمای جانبی

در شکل ۹ نیز شکل مود اول کمانش برای لایه‌چینی‌های $4s[0/80]$ ، $4s[\pm 20/70]$ و $4s[\pm 30/72]$ که مشابه یکدیگر است، ارائه شده است.



شکل ۹- شکل مود کمانش برای لایه‌چینی‌های $4s[0/80]$ ، $4s[\pm 20/70]$ و $4s[\pm 30/72]$: الف) نمای جانبی (ب) نمای جانبی

شایان ذکر است که برای لایه‌چینی‌های ارائه شده در شکل ۹ و سایر لایه‌چینی‌های مربوط به الیاف منحنی شکل که در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته، شکل مود کمانش در هر سه حالت صفحه دارای نواحی خالی از الیاف، صفحه دارای همپوشانی و یا صفحه بدون نواقص مذکور، مشابه یکدیگر است.

طبق نتایج تحقیقات گذشته [۸، ۹ و ۱۵]، بیشترین بار کمانش متعلق به لایه‌چینی‌های با زوایای کوچک در مرکز صفحه و زوایای بزرگ در لبه‌ها است. با توجه به جداول ۴ تا ۶، با لحاظ اثرات همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف نیز این موضوع صادق است. در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ نمودار بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1

در این تحقیق، در ابتدا صفحه کامپوزیتی با عرض ۰٫۲۵۴ متر و طول ۰٫۴۰۶۴ متر (نسبت منظری بزرگتر از یک) و با لایه-چینی $4s(T_0/T_1) \pm$ در نظر گرفته شد.

برای یافتن بیشینه بار کمانش، مقدار آن به ازاء هر ۱۰ درجه برای T_0 و T_1 محاسبه شده و بار کمانش مربوط به بیشترین زاویه T_1 ، که محدودیت مربوط به عملی بودن زوایا را نقض نکند، نیز لحاظ گردیده است.

ابعاد المان استفاده شده برای صفحه کامپوزیتی، 3×3 میلی‌متر می‌باشد. این اندازه با توجه به جدول ۳ انتخاب شده است. طبق جدول ۳، المان با ابعاد ۳ میلی‌متر از دقت مناسبی برخوردار بوده و زمان حل مناسبی نیز با این ابعاد حاصل می‌گردد.

جدول ۳- همگرایی بار کمانش صفحه کامپوزیتی با لایه‌چینی $4s[0/10] \pm$ با تغییر ابعاد المان

اندازه المان (میلی‌متر)	بار کمانش با لحاظ نواحی خالی از الیاف (N)	بار کمانش با لحاظ همپوشانی (N)
۱۰	۵۰۹۰	۵۷۳۸
۵	۵۱۵۱	۵۸۰۴
۳	۵۱۶۵	۵۸۰۹
۱٫۵	۵۱۷۵	۵۸۱۰

در جداول ۴ تا ۶ به ترتیب بیشینه بار کمانش، لایه‌چینی متناظر با آن و درصد افزایش بار کمانش با استفاده از الیاف منحنی بیان شده است. این نتایج بدون اعمال قید کمترین شعاع انحناء مجاز حاصل گردید. در جداولی که از این قسمت تا انتهای مقاله آمده، a، b و c به ترتیب نشان‌گر الیاف مستقیم، مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و مسیر شعاع انحناء ثابت است. همچنین منظور از نواقص ساخت، همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف می‌باشد.

جدول ۴- بیشینه بار کمانش صفحه کامپوزیتی متشکل از الیاف مستقیم و منحنی

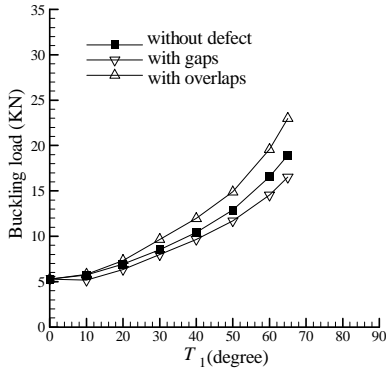
مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت (N)	با لحاظ همپوشانی-ها (N)	با لحاظ نواحی خالی از الیاف (N)
a	۱۵۵۳۶	-	-
b	۲۵۵۱۵	۳۰۴۶۲	۲۱۳۶۲
c	۲۳۹۲۱	۲۹۸۰۸	۲۰۵۷۶

جدول ۵- لایه‌چینی متناظر با بار کمانش بیشینه صفحه کامپوزیتی متشکل از الیاف مستقیم و منحنی

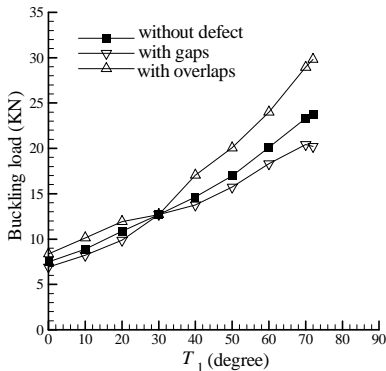
مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
a	$4s[\pm 45]$	-	-
b	$4s[0/80] \pm$	$4s[0/80] \pm$	$4s[0/80] \pm$
c	$4s[20/70] \pm$	$4s[30/72] \pm$	$4s[20/70] \pm$

جدول ۶- درصد افزایش بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم

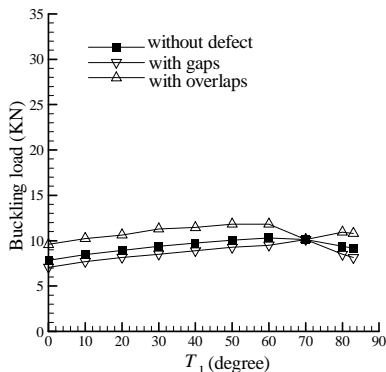
مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
b	۶۴	۹۶	۳۸



شکل ۱۳- بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسير شعاع انحناء ثابت و برای زاویه T_0 برابر با ۰ درجه



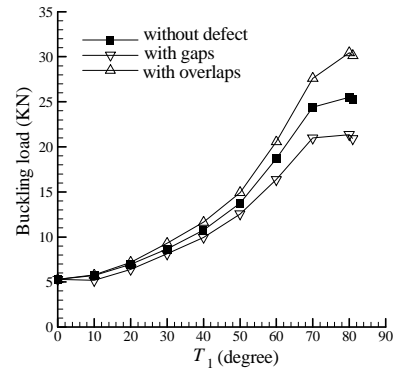
شکل ۱۴- بار کمانش نسبت به زاویه T_1 در حالت مسير شعاع انحناء ثابت و برای زاویه T_0 برابر با ۳۰ درجه



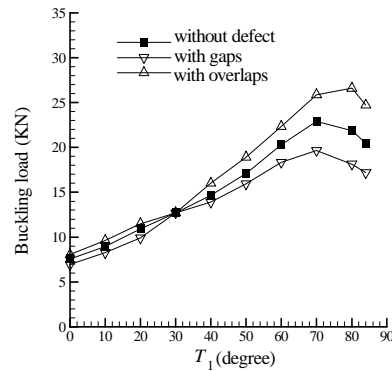
شکل ۱۵- بار کمانش نسبت به زاویه T_1 در حالت مسير شعاع انحناء ثابت و برای زاویه T_0 برابر با ۷۰ درجه

با توجه به شکل‌های ۱۰ تا ۱۵ و همچنین با لحاظ نتایج سایر زوایای T_0 و T_1 که به علت اختصار در مقاله ارائه نشده، مشخص می‌گردد که تأثیر همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف برای زوایای T_0 و T_1 کوچک قابل توجه نمی‌باشد. در این مورد به علت این‌که راستای قرارگیری همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف به خاطر کوچک بودن زوایای T_0 و T_1 ، با راستای اعمال بار زاویه زیادی دارد، تأثیر چندانی در افزایش و یا کاهش بار کمانش نخواهند داشت. در صورتی که زاویه T_0 بزرگ‌تر از ۴۰ درجه باشد و یا زاویه T_0 کوچک‌تر از ۴۰ درجه بوده اما

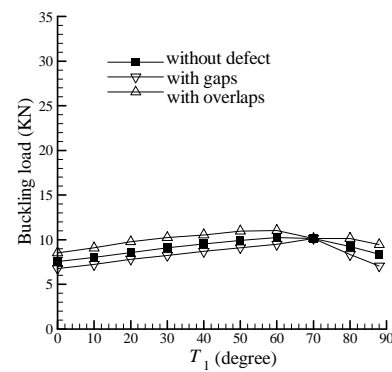
برای مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و برای زوایای T_0 به‌ترتیب برابر با ۰، ۳۰ و ۷۰ درجه نشان داده شده است.



شکل ۱۰- بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسير تغییر خطی زاویه الیاف و برای زاویه T_0 برابر با ۰ درجه

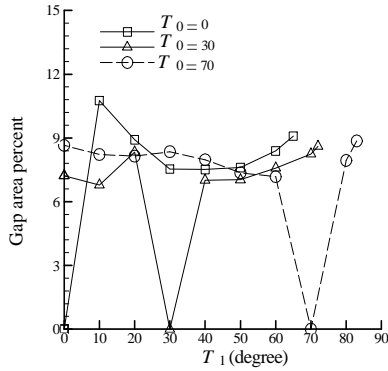


شکل ۱۱- بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسير تغییر خطی زاویه الیاف و برای زاویه T_0 برابر با ۳۰ درجه



شکل ۱۲- بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسير تغییر خطی زاویه الیاف و برای زاویه T_0 برابر با ۷۰ درجه

در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ نیز نمودار بار کمانش نسبت به تغییر زاویه T_1 برای مسیر شعاع انحناء ثابت و برای زوایای T_0 به ترتیب برابر با ۰، ۳۰ و ۷۰ درجه ارائه شده است.



شکل ۱۹- درصد مساحت نواحی خالی از الیاف نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسیر شعاع انحناء ثابت

طبق شکل‌های ۱۶ تا ۱۹، در حالت بیشینه بار کمانش، افزایش جرم صفحه کامپوزیتی برای صفحه دارای همپوشانی، در حالات مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و شعاع انحناء، ثابت، به ترتیب ۹ و ۷ درصد می‌باشد. علاوه بر جهت‌گیری همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف، میزان مساحت آن‌ها نیز بر روی بار کمانش مؤثر است. با افزایش اختلاف بین T_0 و T_1 ، مساحت همپوشانی‌ها و نواحی خالی الیاف افزایش می‌یابد. علت این است که با افزایش اختلاف بین T_0 و T_1 ، نقاط برخورد مرز بالایی کورس اصلاح شده با دسته الیاف‌های واقع در یک کورس، افزایش یافته که بالتبع تعداد محل‌های همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف و در نتیجه مساحت آن‌ها افزایش می‌یابد.

کمترین شعاع انحناء مجاز برای دستگاه الیاف‌گذار اتوماتیک ۰.۶۳۵ متر است [۱۲ و ۱۳]. با در نظر گرفتن این قید ساخت، در جدول ۷ و ۸ به ترتیب مقادیر بیشینه بار کمانش، لایه‌چینی متناظر با آن و درصد افزایش بار کمانش با استفاده از الیاف منحنی ارائه شده است.

جدول ۷- بیشینه بار کمانش با در نظر گرفتن قید ساخت

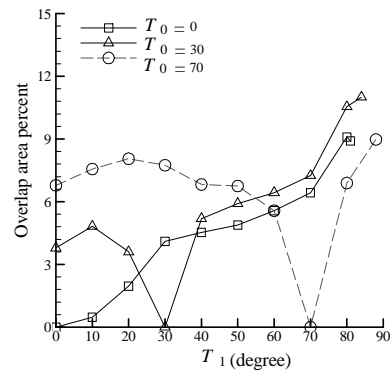
مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت (N)	با لحاظ همپوشانی‌ها (N)	با لحاظ نواحی خالی از الیاف (N)
a	۱۵۵۳۶	-	-
b	۱۷۶۶۵	۱۹۳۵۳	۱۶۵۵۲
c	۱۸۴۲۲	۲۱۶۰۸	۱۶۹۶۳

جدول ۸- لایه‌چینی متناظر با بار کمانش بیشینه با در نظر گرفتن قید ساخت

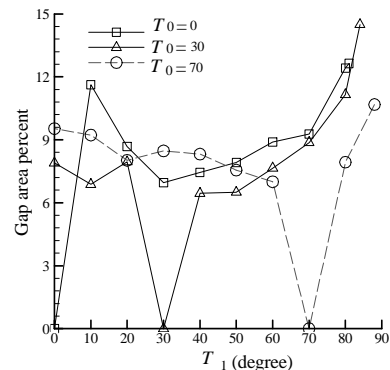
مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
a	$[\pm 45]_{4s}$	-	-
b	$\pm \langle 40 54 \rangle_{4s}$	$\pm \langle 40 54 \rangle_{4s}$	$\pm \langle 40 54 \rangle_{4s}$
c	$\pm \langle 40 57 \rangle_{4s}$	$\pm \langle 40 57 \rangle_{4s}$	$\pm \langle 40 57 \rangle_{4s}$

با مقایسه لایه‌چینی‌های موجود در جدول ۸، مشخص می‌گردد که مقدار زوایای T_0 و T_1 به زاویه ۴۵ درجه که بیشترین بار کمانش را برای الیاف مستقیم نتیجه می‌دهد، نزدیک می‌گردد. در واقع با اعمال

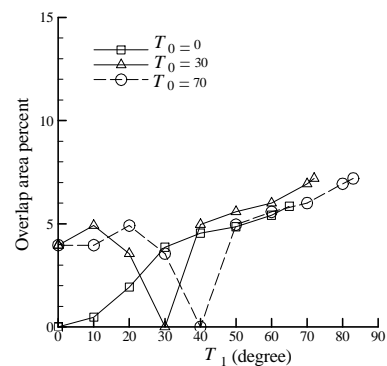
زاویه T_1 بزرگ‌تر از ۴۰ درجه باشد، تأثیر همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف به ترتیب در افزایش و یا کاهش بار کمانش قابل توجه است. همچنین برای $T_0 > T_1$ اختلاف بین بار کمانش صفحه دارای همپوشانی با صفحه بدون نقص، تقریباً با اختلاف بین بار کمانش صفحه دارای نواحی خالی از الیاف با صفحه بدون نقص یکسان بوده اما در حالت $T_0 < T_1$ این اختلاف افزایش می‌یابد. در شکل‌های ۱۶ تا ۱۹، درصد مساحت همپوشانی‌ها و نواحی خالی از الیاف نسبت به مساحت صفحه کامپوزیتی ارائه شده است.



شکل ۱۶- درصد مساحت همپوشانی‌ها نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسیر تغییر خطی زاویه الیاف



شکل ۱۷- درصد مساحت نواحی خالی از الیاف نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسیر تغییر خطی زاویه الیاف



شکل ۱۸- درصد مساحت همپوشانی‌ها نسبت به تغییر زاویه T_1 در حالت مسیر شعاع انحناء ثابت

موجب گردید تا بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم کاهش یابد. با لحاظ قید ساخت، در جداول ۱۳ تا ۱۵ به ترتیب بیشینه بار کمانش، لایه‌چینی متناظر با آن و درصد افزایش بار کمانش ارائه شده است.

جدول ۱۳- بیشینه بار کمانش با لحاظ قید ساخت

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت (N)	با لحاظ همپوشانی‌ها (N)	با لحاظ نواحی خالی از الیاف (N)
a	۱۶۷۰۴	-	-
b	۱۶۷۰۴	۱۹۰۹۹	۱۴۹۱۳
c	۱۶۷۰۴	۲۰۴۳۴	۱۴۶۸۵

جدول ۱۴- لایه‌چینی متناظر با بار کمانش بیشینه با لحاظ قید ساخت

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
a	$[90]_{6T}$	-	-
b	$[90]_{6T}$	$\pm(60 82)_{4s}$	$\pm(80 87)_{4s}$
c	$[90]_{6T}$	$\pm(50 80)_{4s}$	$\pm(40 74)_{4s}$

جدول ۱۵- درصد افزایش بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم با در نظر گرفتن قید ساخت

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
b	.	۱۵	-۱۰
c	.	۲۲	-۱۲

طبق جدول‌های ۱۳ و ۱۵، بدون لحاظ نواقص ناشی از ساخت، الیاف منحنی بار کمانش را افزایش نمی‌دهند. تنها در حضور همپوشانی‌ها بار کمانش افزایش پیدا کرد. وجود نواحی خالی از الیاف موجب گردید تا بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم کاهش یابد. با توجه به نتایج به دست آمده، می‌توان گفت که کارایی الیاف منحنی به نسبت منظری طول به عرض صفحه بستگی داشته و برای نسبت منظری طول به عرض کوچکتر از یک، کارایی کاهش می‌یابد. علت این است که شرایط مرزی اعمالی موجب تأثیر هم‌زمان سفتی خمشی در راستای اعمال بار و سفتی خمشی در راستای عمود بر لبه‌ها در برابر کمانش می‌گردد [۹]. با افزایش عرض صفحه، سفتی خمشی در راستای اعمال بار کاهش می‌یابد. بنابراین نقش سفتی خمشی در راستای عمود بر لبه‌ها نمود بیشتری پیدا کرده و قابلیت افزایش بار کمانش ناشی از به‌کارگیری الیاف منحنی، کاهش می‌یابد. قابل توجه است که زاویه بهینه الیاف مستقیم برای مقاومت در برابر کمانش ناشی از بار فشاری محوری برای صفحه با طول بزرگتر از عرض آن، ۴۵ درجه و برای صفحه با طول کوچکتر از عرض آن، ۹۰ درجه به دست آمد. در مورد صفحه با طول بزرگتر از عرض، هر دو عامل سفتی خمشی در راستای اعمال بار و سفتی خمشی در راستای عمود بر لبه‌ها تأثیرگذار بوده و بنابراین با قرارگیری الیاف در زاویه ۴۵ درجه، هر دو

قید ساخت (کمترین شعاع انحناء مجاز)، الیاف منحنی فرصت کمتری برای انحناء یافته و در نتیجه با کاهش اختلاف بین زوایای T_0 و T_1 ، الیاف منحنی به سمت الیاف مستقیم میل می‌کند. در جدول ۹ نیز مقادیر درصد افزایش بار کمانش با استفاده از الیاف منحنی ارائه شده است.

جدول ۹- درصد افزایش بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم با در نظر گرفتن قید ساخت

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
b	۱۴	۲۵	۷
c	۱۹	۲۸	۹

طبق جدول ۹ با در نظر گرفتن قید ساخت، بار کمانش می‌تواند تا ۲۸ درصد و با لحاظ مسیر شعاع انحناء ثابت، افزایش یابد.

۳-۴- کمانش صفحه کامپوزیتی با نسبت منظری طول

به عرض کوچکتر از یک

در این بخش بیشینه بار کمانش برای صفحه با عرض ۰٫۴۰۶۴ متر و طول ۰٫۲۵۴ متر (نسبت منظری کوچکتر از یک) محاسبه گردیده است. در جدول‌های ۱۰ تا ۱۲ به ترتیب بیشینه بار کمانش، لایه‌چینی متناظر با آن و درصد افزایش بار کمانش ارائه شده است.

جدول ۱۰- بیشینه بار کمانش

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت (N)	با لحاظ همپوشانی‌ها (N)	با لحاظ نواحی خالی از الیاف (N)
a	۱۶۷۰۴	-	-
b	۱۶۷۳۴	۲۰۳۵۰	۱۴۰۲۹
c	۱۷۰۲۷	۲۱۱۲۰	۱۴۹۷۳

جدول ۱۱- لایه‌چینی متناظر با بار کمانش بیشینه

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
a	$[90]_{6T}$	-	-
b	$\pm(0 84)_{4s}$	$\pm(0 84)_{4s}$	$\pm(10 85)_{4s}$
c	$\pm(30 76)_{4s}$	$\pm(30 76)_{4s}$	$\pm(30 76)_{4s}$

جدول ۱۲- درصد افزایش بار کمانش نسبت به الیاف مستقیم

مسیر الیاف	بدون لحاظ نواقص ساخت	با لحاظ همپوشانی‌ها	با لحاظ نواحی خالی از الیاف
b	۰٫۰۱	۲۲	-۱۶
c	۲	۲۶	-۱۰

طبق جداول ۱۰ و ۱۲، بدون لحاظ نواقص ساخت، الیاف منحنی شکل به مقدار ناچیزی بار کمانش را افزایش می‌دهند. تنها در حضور همپوشانی‌ها بار کمانش افزایش یافت. وجود نواحی خالی از الیاف

عامل برقرار می‌گردد. اما برای صفحه با طول کوچک‌تر نسبت به عرض، به دلیل نقش کم سفتی خمشی در راستای اعمال بار، الیاف با زاویه ۹۰ درجه بیشترین بار کمانش را موجب می‌گردد.

۴- جمع‌بندی نتایج

در این تحقیق، نتایج زیر حاصل گردید:

- الف) برای صفحه با نسبت منظری طول به عرض بزرگ‌تر از یک:
 - ۱- با استفاده از الیاف منحنی و بدون لحاظ اثرات نواقص ناشی از ساخت، ۶۴ درصد بار کمانش بیشتری با مسیر تغییر خطی زاویه الیاف و ۵۴ درصد بار کمانش بیشتری با مسیر شعاع انحناء ثابت، نسبت به بار بیشینه کمانش حالت الیاف مستقیم به دست می‌آید.
 - ۲- با لحاظ اثرات نواقص ساخت، همچنان بیشترین بار کمانش متعلق به لایه‌چینی‌های با زوایای کوچک در مرکز صفحه و زوایای بزرگ در لبه‌ها است. با در نظر گرفتن اثرات همپوشانی‌ها، بار کمانش برای هر دو مسیر بیش از ۹۰ درصد نسبت به بیشینه بار کمانش حالت الیاف مستقیم، افزایش می‌یابد. همچنین حتی در حالت صفحه کامپوزیتی شامل نواحی خالی از الیاف، بار بیشینه کمانش برای هر دو مسیر بیش از ۳۰ درصد از حالت الیاف مستقیم بیشتر است.
 - ۳- دو عامل جهت‌گیری نواقص ساخت و میزان مساحت آن‌ها در تأثیرگذاری بر روی میزان بار کمانش موثر است. در مواردی که جهت‌گیری این نواقص به راستای اعمال بار نزدیک گردد، تأثیرگذاری بر روی میزان بار کمانش بیشتر است. همچنین با افزایش اختلاف بین T_0 و T_1 ، مساحت نواقص ساخت افزایش می‌یابد.
 - ۴- در صورتی که زاویه T_0 بزرگتر از ۴۰ درجه بوده و یا این زاویه کوچک‌تر از ۴۰ درجه باشد اما زاویه T_1 بزرگتر از ۴۰ درجه گردد، تأثیرگذاری همپوشانی‌ها و یا نواحی خالی از الیاف به ترتیب در افزایش و یا کاهش بار کمانش قابل توجه خواهد بود.
 - ۵- با در نظر گرفتن قید کمترین شعاع انحناء مجاز، بار کمانش می‌تواند تا ۲۸ درصد افزایش یابد.
- ب) برای صفحه با نسبت منظری طول به عرض کوچک‌تر از یک:
 - ۱- کارایی الیاف منحنی برای این نسبت منظری، کاهش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Taheri-Behrooz F., Omidi M., and Shokrieh M.M., Experimental and numerical investigation of buckling behavior of composite cylinders with cutout. *Thin-Walled Structures*, Vol. 116, pp. 136-144, 2017.
- [2] طاهری بهروز ف.، امید ی. م. و شکریه م. م.، مطالعه عددی و تجربی تأثیر نواقص هندسی بر بار کمانش تحت نیروی محوری در استوانه‌های کامپوزیتی سوراخ‌دار و بدون سوراخ. *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۶، ش. ۶ ص ۳۶۷-۳۷۷، ۱۳۹۵.
- [3] خلیلی س. م.، صدیق ی. و میر محمد حسین آهاری س. م.، مطالعه تجربی و عددی کمانش نیم استوانه مشبک کامپوزیتی. *مجله علوم و فناوری کامپوزیت*، د. ۳، ش. ۳، ص ۲۶۹-۲۷۶، ۱۳۹۵.
- [4] اویسی ح. محمودآبادی م. و فضیلتی ج.، بررسی ناپایداری دینامیکی پنل-های استوانه‌ای کامپوزیت چند لایه با کاربرد تئوری لایروایز مرتبه اول برشی و روش نوار محدود اسپیلاین. *مجله علوم و فناوری کامپوزیت*، د. ۱، ش. ۱، ص ۶۱-۷۴، ۱۳۹۳.
- [5] کشمیری ع. قاهری ع. و طاهری بهروز ف.، ارتعاشات و کمانش صفحات بیضی کامپوزیتی چند لایه متقارن بر بستر الاستیک وینکلر تحت بار داخل صفحه‌ای اولیه. *مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۴، ش. ۱، ص ۱۹-۲۶، ۱۳۹۳.
- [6] Wu Z., Weaver P.M., Raju G. and Kim B.C., Buckling analysis and optimization of variable angle tow composite plates. *Thin-Walled Structures*, Vol. 60, pp. 163-172, 2012.
- [7] Wu Z., Raju G. and Weaver P.M., Buckling of VAT plates using energy methods. In *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Honolulu, Hawaii, 2012.
- [8] Olmedo R. and Gurdal Z., Buckling response of laminates with spatially varying fiber orientations. In *34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, La Jolla, CA, 1993.
- [9] Gurdal Z., Tatting B.F. and Wu C.K., Variable stiffness composite panels: effects of stiffness variation on the in-plane and buckling response. *Composites: Part A*, Vol. 39, pp. 911-922, 2008.
- [10] زمانی ز. رحیمی شعرباف غ. و قضاوی م.، تحلیل چندلایه کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل تحت بارگذاری فشاری. *هفدهمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک*، تهران، ایران، ۱۳۸۸.
- [11] Waldhart C., Gurdal Z., Ribbens C., Analysis of tow placed, parallel fiber, variable stiffness laminates. In *20th ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference*, Salt Lake city, UT, 1996.
- [12] Arian Nik M., Fayazbakhsh K., Pasini D., Lessard L., Optimization of variable stiffness composites with embedded defects induced by automated fiber placement. *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 160-166, 2014.
- [13] Fayazbakhsh K., Arian Nik M., Pasini D., Lessard L., Defect layer method to capture effect of gaps and overlaps in variable stiffness laminates made by automated fiber placement. *Composite Structures*, Vol. 97, pp. 245-251, 2013.
- [14] Peng H., Chen L., Xiaojie Y., Bo W., Gang L., Tianyu Z., Fei N., Buckling optimization of variable-stiffness composite panels based on flow field function. *Composite Structures*, Vol. 181, pp. 240-255, 2017.
- [15] نوپور ح. شکریه م. م. و کبیری ع.، کمانش صفحه کامپوزیتی ساخته شده از الیاف منحنی با تغییر خطی و غیرخطی جهت الیاف. *مجله علوم و فناوری کامپوزیت*، د. ۴، ش. ۴، ص ۴۰۵-۴۱۷، ۱۳۹۶.
- [16] Blom A.W., Lopes C.S., Kromwijk P.J., Gurdal Z. and Camanho P.P., A theoretical model to study the influence of tow-drop areas on the stiffness and strength of variable-stiffness laminates. *Composite Materials*, Vol. 43, No. 5, pp. 403-425, 2009.
- [17] Marouene A., Boukhili R., Chen J. and Yousefpour A., Buckling behavior of variable-stiffness composite laminates manufactured by the tow-drop method. *Composite Structures*, Vol. 139, pp. 243-253, 2016.
- [18] Marouene A., Boukhili R., Chen J. and Yousefpour A., Effects of gaps and overlaps on the buckling behavior of an optimally designed variable-stiffness composite laminates – A numerical and experimental study. *Composite Structures*, Vol. 140, pp. 556-566, 2016.
- [19] Gurdal Z. and Olmedo R., In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations: variable stiffness concept. *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 4, pp. 751-758, 1993.
- [20] Fayazbakhsh K., *The impact of gaps and overlaps on variable stiffness composites manufactured by automated fiber placement*, PhD Thesis, McGill University, Canada, 2013.