

مدلسازی دینامیکی ربات همکار با در نظر گرفتن اثر تنش داخلی جسم مشترک، توزیع بهینه انرژی موتورها و محاسبه‌ی ظرفیت حمل بار دینامیکی

کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران،
s_hajiabadi@alumni.iust.ac.ir

صادق حاجی‌آبادی

دکترای تخصصی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران،
s_fathollahidehkordi@mecheng.iust.ac.ir

سیاوش فتح‌الهی دهکردی*

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، hkorayem@iust.ac.ir

محرم حبیب‌نژاد کورایم

چکیده

در این مقاله با بهره‌گیری از روش گیبس-اپل بازگشتی، مدل دینامیکی r بازوی همکار با n_m لینک و مفاصل دورانی بدست آمده است. جسم در پنجه بازوها با تعریف تماس کاملاً مقید، نگه داشته شده و بازوها وظیفه جابجایی جسم را بر عهده دارند. در ابتدا معادلات دینامیکی هر یک از بازوها و جسم بصورت مجزا محاسبه شده و سپس با استفاده از معادلات قیدی، نیروی بین پنجه‌ها و جسم مشترک از معادلات حذف می‌شود. در نتیجه معادلات نهایی سیستم در فضای مفاصل بدست می‌آید. در ادامه معادلات دینامیک مستقیم شبیه‌سازی و نتایج آن با نتایج خروجی از نرم‌افزار Adams مقایسه می‌شوند. در ادامه همچنین حل دینامیک معکوس ربات با توجه به افزونگی مفاصل، از بین جواب‌های ممکن، در دو حالت بررسی می‌شود. در حالت اول، جواب مسئله با توجه به نیروهای اعمالی به جسم از طرف پنجه‌ها بدست می‌آید. بدین صورت که نیروی اعمالی تنها صرف جابجایی جسم شده و تنش‌های مکانیکی و نیروی داخلی در جسم ایجاد نمی‌نماید. در حالت دوم، گشتاورهای بهینه با بهره‌گیری از روش ضرایب لاگرانژ و تعریف تابع هزینه محاسبه می‌شود با این ویژگی که انرژی بصورت دلخواه بین مفاصل توزیع می‌شود. در پایان ظرفیت حمل بار دینامیکی در همه حالات تعیین می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: گیبس-اپل بازگشتی، بازوهای همکار، زنجیره سینماتیکی بسته، توزیع بهینه انرژی، ظرفیت حمل بار دینامیکی.

Dynamic Modeling of Cooperative Manipulators by Considering the Object Stress, Optimum Energy Distribution and Dynamic Load Carrying Capacity

S. Hajiabadi

Department of Mechanical Engineering, Iran University and Science Technology, Tehran, Iran

S. Fathollahi Dehkordi

Department of Mechanical Engineering, Iran University and Science Technology, Tehran, Iran

M. Habibnejad Korayem

Department of Mechanical Engineering, Iran University and Science Technology, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, dynamic model of r cooperative manipulators with n_m links derived by using recursive Gibbs-Appell formulation. Object grasped fully constrained by the manipulator's end effector and manipulators transport the object simultaneously. For computing the system equations, first the object and manipulators dynamic equations developed independently. Therefore, by preparing the constraint equations, the end effectors and object inter connection forces and torques omitted for the constrained equations. By arranging these equations, the final form of motion equations in joint space evaluated. Next, the forward dynamic equations simulated by MATLAB software and compared with ADAMS software. For inverse dynamic solution, with considering the joints redundancy, two proper solution selected among appropriated one. In the first case, the solution chosen by considering the force extracted on the object by the manipulators. While, the force only cause the object manipulation and omitted the object internal force and stress. For the second one, optimum torques computed using Lagrange multiplier method and defining a cost function with assuming the arbitrary energy distribution between manipulator's joints. At the end, the dynamic load carrying capacity calculated in all methods.

Keywords: Recursive Gibbs-Appell, Cooperative manipulators, Closed kinematic chain, Optimum energy distribution, Dynamic load carrying capacity.

میله، اتوماسیون بسته بندی، عمل‌های جراحی و ... که از عهده‌ی یک بازوی رباتیکی خارج است، استفاده می‌شود [۱، ۲]. ربات‌های همکار که بصورت زنجیره سینماتیکی بسته عمل می‌کنند به واسطه نحوه اتصال پنجه‌ی بازوها و جسم و همچنین فعال یا غیر فعال بودن موتور بازوها موجب تفاوت این دسته از ربات‌ها می‌شوند. در نتیجه مدل سینماتیکی مورد بررسی بر نحوه عملکرد ربات نیز تاثیر می‌گذارد. در روش مدلسازی رهبر-پیرو، موقعیت بازوی رهبر کنترل می‌شود و کنترل

۱- مقدمه

ربات‌های همکار از لحاظ ساختار سینماتیکی به دو صورت عمل می‌کنند. کاملاً مستقل و وابسته، که در حالت وابسته، حلقه سینماتیکی بازوها و جسم تشکیل یک زنجیره بسته داده که موجب می‌گردد علاوه بر قیود سینماتیکی، بازوها بر هم اثر دینامیکی نیز داشته باشند. از این مکانیزم برای جابجایی اجسام سنگین، ورق با ابعاد بزرگ، خم کردن

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: s_fathollahidehkordi@mecheng.iust.ac.ir

نیروی بازوی پیرو با هدف دنبال کردن موقعیت نسبت به بازوی رهبر صورت می‌پذیرد. در نتیجه افزونگی تنها برای سینماتیک مسئله به وجود می‌آید. این در حالیست که اگر تمام موتورها فعال باشند، علاوه بر افزونگی سینماتیکی، افزونگی دینامیکی نیز بوجود می‌آید [۳، ۴]. لذا در مواقعی، این افزونگی ایجاب می‌کند از بین جواب‌های ممکن، بهترین جواب از نظر مصرف انرژی و توزیع بار انتخاب گردد [۵-۸].

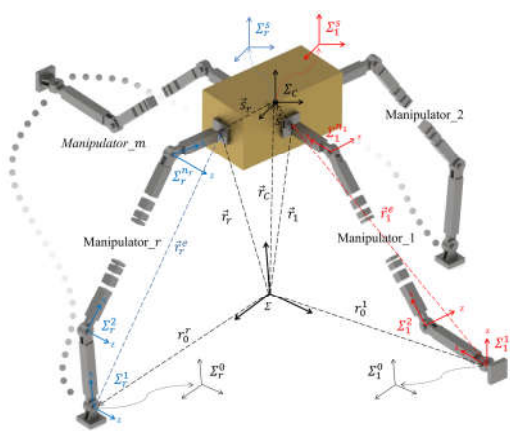
در خصوص مدلسازی و به کارگیری ربات‌های همکار تحقیقات وسیعی صورت پذیرفته است که در این میان در برخی از آنها حرکت بازوها بصورت زنجیره سینماتیکی باز بوده و حرکت پایه نیز ثابت [۹] و یا بصورت سیار [۱۰] در نظر گرفته شده است. از آنها به منظور انجام چند عمل مکانیکی به صورت متوالی [۱۱] و یا انجام امور مستقل به صورت همزمان [۱۲] استفاده می‌شود. عملکرد مستقل بازوها و دشواری کنترل جسم به واسطه‌ی کنترل هر یک از پنجه‌ها به صورت مستقل و وجود خطا در عملکرد هر یک از بازوها، سبب می‌گردد استفاده از بازوهای همکاری که بصورت سینماتیکی مقید می‌باشند پیشنهاد گردد. اگرچه استخراج معادلات دینامیکی آن به نسبت بازوهای مستقل دشوارتر بوده اما در هنگام کنترل عملکرد دقیق‌تری دارند. مدل‌هایی وجود دارد که هر دو افزونگی سینماتیکی و دینامیکی به عملکرد سیستم اضافه می‌گردد [۱۳]. این موضوع در خصوص مدلسازی صرفاً دینامیکی برجسته نمی‌باشد اما در حالتی که از این مکانیزم برای جابجایی و انجام امور مرتبط با اجسام حساس استفاده شود، در نظر گرفتن افزونگی گشتاورها به جهت وارد نشدن صدمه به جسم حائز اهمیت می‌باشد [۱۴]. همچنین مدل پیشنهادی می‌بایست قابلیت ارتقا به جهت در نظر گرفتن تماس‌های مختلف بین جسم و پنجه (کاملاً مقید [۱۵]، غلتشی [۱۶، ۱۷]، اصطکاکی [۱۸] و لولا یا مفصل غیر فعال [۱۹]) را نیز داشته باشد. یوچیاما و همکارانش [۱۹] روشی برای مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی دو بازوی همکار ارائه کرده‌اند و با کنترل ترکیبی موقعیت و نیرو توانسته‌اند دو بازو را بصورت مستقل از یکدیگر مدل نمایند. اما در مواردی که تعداد لینک‌ها افزایش یابد استفاده از فرمول‌بندی بازگشتی می‌تواند محاسبات لازم برای بدست آوردن معادلات حرکت را ساده‌تر کند [۲۰]. در نتیجه مطالعه تحقیقات صورت گرفته که بر اساس فرمول‌بندی نیوتن-اولر [۲۱]، کین [۲۲]، لاگرانژ [۲۳]، و همیلتون [۲۴] صورت گرفته‌اند و با مقایسه پیچیدگی محاسبات با استفاده از فرمول‌بندی گیبس-اپل بازگشتی [۲۵]، این موضوع مشخص می‌گردد که استفاده از فرمول‌بندی گیبس-اپل بازگشتی در شرایط طاقت فرسای محاسبات سیستم مورد بررسی، کارگشایتر بوده است. نکته قابل توجه دیگر افزایش افزونگی با افزایش تعداد لینک‌ها می‌باشد که ممکن است قدرت مفاصل با یکدیگر متفاوت و یا مفاصل غیر فعال در سیستم وجود داشته باشند. در این حالت توزیع بهینه انرژی با قابلیت تعیین ضریب برای هر موتور می‌تواند بکار گرفته شود تا بهترین جواب ممکن برای مسیر مشخص بدست آید. کورایم و همکارانش [۲۶، ۲۷] این توزیع بهینه انرژی را با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ، برای جسم متمرکز انجام دادند و ظرفیت حمل بار دینامیکی را نیز تعیین کردند. هر چند که در جسم گسترده، بررسی نیروهای داخلی ایجاد شده بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

در این مقاله، مدل دینامیکی سیستم ربات همکار با زنجیره سینماتیکی بسته برای اولین بار با استفاده از فرمول‌بندی دینامیکی

گیبس-اپل بازگشتی، استخراج شده است. همچنین افزونگی‌های سینماتیکی و گشتاورها نیز در این مدل لحاظ گردیده است. دینامیک مستقیم سیستم توسط نرم‌افزار Matlab شبیه‌سازی و نتایج آن با خروجی از نرم‌افزار Adams مقایسه گردیده است. در حل دینامیک معکوس، هنگامی که بازوها وظیفه جابجایی یک جسم در مسیر مشخص را دارند، با توجه به شرایط جسم دو روش به عنوان جواب کاربردی مسئله ارائه شده است. در روش اول مکانیزمی تعریف گردیده است که نیرویی که بازوها به جسم وارد می‌کنند، باعث ایجاد تنش مکانیکی در جسم نشده و تمام نیروی اعمالی صرف جابجایی جسم شود. اما در صورتی که جسم بتواند مقداری از سهم بار را تحمل کند، می‌توان انرژی را با نسبت دلخواه بین مفاصل توزیع کرد. این توزیع بهینه انرژی با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ، برای جسم گسترده، با امکان بررسی نیروهای داخلی ایجاد شده در جسم، گسترش داده شده است. این قابلیت امکان جابجایی جسم‌های آسیب پذیر و یا انعطاف پذیر را فراهم می‌کند همچنین با تعیین ظرفیت حمل بار دینامیکی نشان داده شده است که می‌توان با اعمال سهم مناسب برای هر موتور مقدار بار به مراتب بیشتری را برای مسیر مشابه جابجا کرد.

۲- مدلسازی ریاضی

برای مدلسازی ربات‌های همکار، ابتدا دستگاه‌های مختصات تعریف خواهند شد. این دستگاه‌ها و نحوه قرارگیری آنها برای n بازوی همکار در شکل ۱ نمایش داده شده است. هر بازوی همکار دارای n_m مفصل و لینک است که قرار است این سیستم وظیفه جابجایی جسم مشترک در مسیر مشخص را بر عهده داشته باشد.



شکل ۱- دستگاه مختصات‌ها و بردارهای موقعیت تعریف شده برای سیستم همکار

۲-۱- سینماتیک و استاتیک سیستم همکار

جهت تشکیل معادلات سینماتیکی و استاتیکی، دستگاه مختصات مطلق Σ در نقطه‌ای دلخواه هم جهت با دستگاه مختصات پایه‌ها بر روی زمین قرار گرفته است. مختصات Σ_C به جسم متصل بوده و مبدأ آن بر مرکز جرم جسم (نقطه C) منطبق است. دستگاه مختصات $(\Sigma_m^i, i = 0, 1, \dots, n_m)$ برای پایه‌ها و مفاصل بازوی m ام تعریف شده است. بردارهای تعیین کننده موقعیت مکانی دستگاه‌ها نسبت به

می‌باشند و به صورت معادله (۸) محاسبه خواهند شد [۱۹]:

$$W^+ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_3 & 2O_3 \\ \tilde{s}_1 & I_3 \\ I_3 & 2O_3 \\ \tilde{s}_2 & I_3 \end{bmatrix}; \quad V = \begin{bmatrix} -I_3 & O_3 \\ -\tilde{s}_1 & -I_3 \\ I_3 & O_3 \\ \tilde{s}_2 & I_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

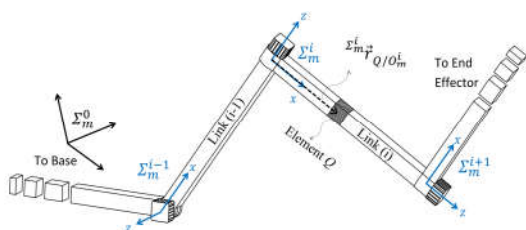
$$W^{s+} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_6 \\ I_6 \end{bmatrix}; \quad V^s = \begin{bmatrix} -I_6 \\ I_6 \end{bmatrix}$$

در نتیجه در معادله (۷) نیروی وارد بر جسم از طرف لینک‌های مجازی مربوط به دو جمله است؛ جمله‌ی اول که در فضای دامنه ماتریس‌های W و W^s قرار دارد و شامل \bar{F}_C^E است که بردار نیروی تعمیم یافته‌ای است که باعث حرکت جسم (بدون ایجاد نیروی داخلی در آن) می‌شود. این در حالیست که جمله دوم مرتبط با نیروهای تعمیم یافته‌ای است که در صفر فضای ماتریس‌های W و W^s قرار دارند و بنابراین اثری در حرکت جسم ندارند. در نتیجه بردار \bar{F}_C^E بیان‌کننده‌ی نیروهای تعمیم یافته‌ای است که در حرکت جسم اثری ندارند و صرفاً نیروهای داخلی جسم (تنش‌های مکانیکی) را شامل می‌شود.

۲-۲- معادلات حرکت بازوی m ام

در این قسمت معادلات حرکت برای بازوی m ام سیستم مورد بررسی، که دارای n_m لینک است، با استفاده از روش گیبس-اپل بازگشتی محاسبه می‌شود. سپس معادلات حرکت تک‌تک بازوها به همراه معادله حرکت جسم مشترک، برای مدل‌سازی سیستم همکار با زنجیره سینماتیکی بسته مورد استفاده قرار می‌گیرند. در فرمول‌بندی گیبس-اپل، ابتدا مختصات‌های تعمیم یافته انتخاب شده سپس با استفاده از سینماتیک مسئله، سرعت و شتاب‌های هر یک از اجزا تعیین و در ادامه تابع شتاب سیستم محاسبه می‌گردد. در انتها به منظور تشکیل معادلات حرکت نسبت به شبه شتاب‌ها مشتق‌گیری صورت می‌پذیرد.

مطابق شکل ۲ دستگاه مختصات مرجع Σ_m^0 به پایه بازو متصل شده است. دستگاه مختصات Σ_m^i متعلق به لینک i ام به گونه‌ای تعریف می‌شود که مبدأ آن منطبق بر i امین مفصل دورانی، محور x آن در امتداد لینک i ام و محور z آن به عنوان محور دوران i امین لینک در نظر گرفته شود.



شکل ۲- دستگاه‌های مختصات برای لینک i ام در بازوی m ام

المان دیرانسلی Q از لینک i ام انتخاب می‌شود. Σ_{Q/O_m}^i بردار موقعیت المان Q نسبت به مرکز مختصات دستگاه Σ_m^i است. موقعیت این المان دیرانسلی نسبت به مختصات مرجع محلی توسط بردار Σ_{Q/O_m}^i بیان می‌شود. برای محاسبه تابع گیبس، انرژی شتاب لینک i ام از بازوی m ام نیز بصورت معادله (۹) نوشته می‌شود:

$$\Sigma_{Q/O_m}^i = \Sigma_{Q/O_m}^i + \Sigma_{Q/O_m}^i + 2 \left(\Sigma_{Q/O_m}^i \times \Sigma_{Q/O_m}^i \right) \quad (9)$$

یکدیگر نیز در شکل مشخص شده است. برای مثال \bar{r}_m نشان دهنده بردار موقعیت پنجه بازوی m ام، نسبت به دستگاه مختصات مطلق Σ است. بردار \bar{s}_m موقعیت Σ_C را نسبت به موقعیت پنجه بازوی m ام، در مختصات مطلق ارائه می‌کند و از آنجا که تماس بین جسم و پنجه‌ها کاملاً مفید می‌باشد، این بردار نسبت به دستگاه مختصات Σ_m^{nm} همواره یک بردار ثابت است. همچنین دو دستگاه مختصات Σ_m^s متصل به انتهای بردار \bar{s}_m هم جهت با دستگاه Σ_C در نظر گرفته می‌شود.

\bar{F}_m^e بردار (6×1) نیروهای تعمیم یافته (نیروها و گشتاورها) وارده بر پنجه m ام است. \bar{F}_m^s بردار نیرویی است که حاصل از انتقال عکس العمل \bar{F}_m^e به نقطه C بصورت معادله (۱) است:

$$\bar{F}_m^s = \begin{bmatrix} I_3 & O_3 \\ -\tilde{s}_m & I_3 \end{bmatrix} \bar{F}_m^e = W_m \bar{F}_m^e \quad (1)$$

که در آن O_3 و I_3 به ترتیب ماتریس صفر و همانی با ابعاد (3×3) می‌باشند و \tilde{s}_m نیز ماتریس (3×3) یاد متقارنی^۱ است که بصورت معادله (۲) از مولفه‌های بردار \bar{s}_m ساخته شده است.

$$\tilde{s}_m = - \begin{bmatrix} 0 & -s_{m,z} & s_{m,y} \\ s_{m,z} & 0 & -s_{m,x} \\ -s_{m,y} & s_{m,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

به همین ترتیب و با استفاده از اصل کار مجازی رابطه‌ی بین سرعت پنجه (Σ_m^{nm}) و سرعت مبدا مختصات Σ_m^s بصورت معادله (۳) بدست می‌آید:

$$\bar{v}_m = \begin{bmatrix} I_3 & -\tilde{s}_m \\ O_3 & I_3 \end{bmatrix} \bar{v}_m^s = (W_m)^T \bar{v}_m^s \quad (3)$$

که در آن \bar{v}_m بردار (6×1) سرعت پنجه بازوی m ام و \bar{v}_m^s سرعت انتقال یافته همین بازو در جهت بردار بردار \bar{s}_m (نقطه C) است. سه مولفه اول مربوط به سرعت‌های خطی و سه مولفه دوم سرعت‌های زاویه‌ای را نشان می‌دهد. همچنین ماتریس‌های O_3 ، I_3 مشابه معادله (۱) و \tilde{s}_m بصورت معادله (۲) محاسبه خواهند شد. \bar{F}_C^E بردار (6×1) برآمد نیروهای اعمالی پنجه‌ها به جسم است. بنابراین:

$$\bar{F}_C^E = \sum_{m=1}^r \bar{F}_m^s = \sum_{m=1}^r W_m \bar{F}_m^e \quad (4)$$

که در آن r تعداد بازوها می‌باشد. این رابطه را می‌توان برای دو بازو بصورت معادله (۵) بازنویسی نمود:

$$\bar{F}_C^E = W^s \bar{F}_C^s = W \bar{F}_C^e \quad (5)$$

که در آن:

$$W^s = [I_6 \quad I_6]; \quad W = [W_1 \quad W_2]; \quad \bar{F}_C^e = \begin{bmatrix} \bar{F}_1^e \\ \bar{F}_2^e \end{bmatrix} \quad (6)$$

ماتریس‌های W و W^s دارای ابعاد (6×12) بوده که بعد فضای دامنه^۲ و 6 بعد صفر فضا^۳ دارند. حل معکوس معادله (۵) را می‌توان بصورت معادله (۷) بازنویسی کرد:

$$\bar{F}_C^s = W^{s+} \bar{F}_C^e + V^s \bar{F}_C^e \quad (7)$$

$$\bar{F}_C^e = W^+ \bar{F}_C^s + V \bar{F}_C^e$$

در این رابطه ماتریس‌های W^+ و W^{s+} به ترتیب بیان‌کننده‌ی شبه‌وارون مور-پنروز ماتریس‌های W و W^s هستند و V و V^s ماتریس‌هایی هستند که ستون‌های آن پایه‌های صفر فضای W و W^s

¹ Skew-symmetric

² Range space

³ Null space

$$+ \begin{bmatrix} -m_c \vec{g} \\ \vec{\omega}_c K_c [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] W_m^{-T} (J_m \vec{\theta}_m) \end{bmatrix}$$

در حالتی که تماس بین پنجه‌ها و جسم کاملا مقید و جسم نیز صلب باشد، معادلات سینماتیکی مقید شده را می‌توان بصورت معادله (۱۴) بدست آورد:

$$\vec{v}_c^i = V^{sT} \vec{v}^s = \vec{v}_1^s - \vec{v}_2^s = \vec{0} \quad (14)$$

رابطه (۱۴) بر حسب سرعت‌های دو پنجه، بصورت معادله (۱۵) بازنویسی می‌شود:

$$V^T \vec{v} = W_1^{-T} \vec{v}_1 - W_2^{-T} \vec{v}_2 = \vec{0} \quad (15)$$

که در آن $W_m^{-T} = (W_m^T)^{-1}$ با استفاده از روابط سینماتیکی مستقیم نیز می‌توان آن را بر حسب مختصات‌های تعمیم یافته بصورت زیر محاسبه نمود:

$$V^T J \vec{\theta} = W_1^{-T} J_1 \vec{\theta}_1 - W_2^{-T} J_2 \vec{\theta}_2 = \vec{0} \quad (16)$$

در این رابطه معادله قیدی سینماتیکی ارائه شده است که برای بدست آوردن معادلات حرکت کل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. معادلات قیدی (۱۱) و (۱۶) در هنگام حل معادلات بازوهای همکار با زنجیره سینماتیکی بسته می‌بایست صدق نمایند. لذا با اعمال این معادلات در معادلات دینامیکی مربوط به بازوها، معادلات حرکت کل سیستم بر حسب متغیرهای مفاصل، بدست می‌آید. از رابطه (۱۱) معادله حرکت جسم (با اعمال قیود دینامیکی) برای دو بازو بصورت معادله (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$\vec{Y} = \sum_{m=1}^2 W_m \vec{F}_m^e = W_1 \vec{F}_1^e + W_2 \vec{F}_2^e \quad (17)$$

به منظور حذف نیروی پنجه‌ها ابتدا از رابطه (۱۷) نیروی پنجه اول را محاسبه و با جایگذاری در معادلات دینامیکی مربوط به بازوهای شماره ۱ (رابطه (۱۰)) و بکارگیری همزمان رابطه (۱۳) برای $m = 1$ معادله (۱۸) حاصل می‌شود:

$$\tau_1 = (I_1 + I_c) \vec{\theta}_1 - \vec{R} \vec{e}_1 + C_{A1} \vec{\theta}_1 + \vec{C}_{B1} - J_1^T W_1^{-1} W_2 \vec{F}_2^e \quad (18)$$

که در آن ماتریس‌های I_c و C_{A1} و بردار \vec{C}_{B1} بصورت ذیل محاسبه می‌گردند:

$$I_c = J_1^T W_1^{-1} \begin{bmatrix} m_c I_3 & O_3 \\ O_3 & K_c \end{bmatrix} W_1^{-T} J_1$$

$$C_{A1} = J_1^T W_1^{-1} \begin{bmatrix} m_c I_3 & O_3 \\ O_3 & K_c \end{bmatrix} (\dot{W}_m^{-T} J_m + W_m^{-T} \dot{J}_m) \quad (19)$$

$$\vec{C}_{B1} = J_1^T W_1^{-1} \begin{bmatrix} -m_c \vec{g} \\ \vec{\omega}_c K_c [0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}] W_m^{-T} (J_m \vec{\theta}_m) \end{bmatrix}$$

در ادامه با بکارگیری همزمان رابطه (۱۸) و معادلات حرکت بازوی دوم معادله (۲۰) حاصل می‌شود:

$$\vec{\tau} = I \vec{\theta} - \vec{R} \vec{e} + C_A \vec{\theta} + \vec{C}_B + \Lambda^T \vec{F}_2^e \quad (20)$$

که در آن:

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \vec{\tau}_1 \\ \vec{\tau}_2 \end{bmatrix}, \vec{\theta} = \begin{bmatrix} \vec{\theta}_1 \\ \vec{\theta}_2 \end{bmatrix}, \vec{R} \vec{e} = \begin{bmatrix} \vec{R} \vec{e}_1 \\ \vec{R} \vec{e}_2 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} I_1 + I_c & O_{(n_1 \times n_2)} \\ O_{(n_2 \times n_1)} & I_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C_A = \begin{bmatrix} C_{A1} & O_{(n_1 \times n_2)} \\ O_{(n_2 \times n_1)} & O_{(n_2 \times n_2)} \end{bmatrix}$$

$$\vec{C}_B = \begin{bmatrix} \vec{C}_{B1} \\ O_{(n_2 \times 1)} \end{bmatrix}$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \vec{\omega}_m^i \times \sum_{m=1}^2 \vec{v}_{Q/O_m^i} \\ + \sum_{m=1}^2 \vec{\omega}_m^i \times (\sum_{m=1}^2 \vec{\omega}_m^i \times \sum_{m=1}^2 \vec{v}_{Q/O_m^i})$$

که در آن $\sum_{m=1}^2 \vec{v}_{Q/O_m^i}$ شتاب خطی مطلق میدا دستگاه $\sum_{m=1}^2$ است که در همان دستگاه بیان می‌شود؛ به همین ترتیب، $\sum_{m=1}^2 \vec{\omega}_m^i$ نیز بردارهای سرعت و شتاب زاویه‌ای لینک‌های مربوطه و $\sum_{m=1}^2 \vec{v}_{Q/O_m^i}$ و $\sum_{m=1}^2 \vec{\omega}_m^i$ نیز به ترتیب سرعت و شتاب خطی المان Q نسبت به میدا دستگاه $\sum_{m=1}^2$ می‌باشند. برای محاسبه انرژی پتانسیل ناشی از گرانش، می‌توان فرض کرد پایه بازو با شتاب ثابت g به سمت بالا در حرکت است. لذا تنها کافیست $\sum_{m=1}^2 \vec{v}_{O_m^i} = g \sum_{m=1}^2 \vec{Y}_0$ قرار گیرد. با بهره‌گیری از روش گیبس-اپل و مشتق‌گیری از تابع گیبس نسبت به شبه‌شتاب‌ها $(\frac{\partial S_m}{\partial \theta_m^i})$ معادلات حرکت بازوی m ام بصورت زیر بدست می‌آید [۲۰]:

$$I_m \vec{\theta}_m = \vec{R} \vec{e}_m + \vec{\tau}_m - J_m^T \vec{F}_m^e \quad (10)$$

که در آن I_m ماتریس اینرسی، $\vec{\theta}_m$ بردار مختصات‌های تعمیم یافته، $\vec{R} \vec{e}_m$ بردار نیروهای حاصل از سایر اثرات دینامیکی (مانند گرانش، کریولیس، جانب مرکز و...)، $\vec{\tau}_m$ بردار گشتاور وارده به مفاصل است که از ماتریس فاکتور گرفته شده است، جمله $J_m^T \vec{F}_m^e$ مربوط به گشتاور معادل نیروی اعمال شده به پنجه‌ها است که در آن J_m^T ماتریس جاکوبین بازو و \vec{F}_m^e نیروی خارجی تعمیم یافته وارد بر پنجه بازوی m ام است.

۲-۳- معادلات سیستم مقید در فضای مفاصل

در حل معادلات دینامیکی علاوه بر معادلات حرکت بازوها و جسم، باید دو قید سینماتیکی و دینامیکی حاکم بر مسئله نیز برقرار باشند. برای این کار باید نیروی پنجه‌ها با استفاده از معادلات قیدی محاسبه و در روابط دینامیکی بازوها و جسم قرار داده شوند تا معادلات کل سیستم بدست آید. در مسئله دینامیک معکوس مقادیر مختصات‌های تعمیم یافته که به عنوان ورودی اعمال می‌شوند باید به گونه‌ای باشند که قید سینماتیکی مسئله را ارضا نمایند. در ادامه معادلات قیدی دینامیکی و سینماتیکی حاکم بر مسئله بدست آورده شده است. در سیستم مورد بررسی، حرکت بازوها بصورت دینامیکی به یکدیگر کوپل می‌باشند. زیرا نیروهای تعمیم یافته توسط جسم مشترک بر روی یکدیگر اثر می‌گذارند. با به‌کارگیری معادلات دینامیکی نیوتن اولر برای جسم و استفاده همزمان از رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$\vec{Y} = \vec{F}_c^e = \sum_{m=1}^r W_m \vec{F}_m^e \quad (11)$$

که در آن:

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} m_c I_3 & O_3 \\ O_3 & K_c \end{bmatrix} (\vec{v}_c^e) + \begin{bmatrix} -m_c \vec{g} \\ \vec{\omega}_c K_c \vec{\omega}_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

در این رابطه m_c جرم جسم، K_c ماتریس (3×3) مربوط به اینرسی جسم حول مرکز آن، \vec{g} بردار گرانش، \vec{v}_c^e بردار شتاب تعمیم یافته جسم، $\vec{\omega}_c$ بردار (3×1) مربوط به سرعت زاویه‌ای جسم، $\vec{\omega}_c K_c$ ماتریس یاد مقارن $\vec{\omega}_c$ می‌باشند. با استفاده از روابط دینامیک مستقیم می‌توان رابطه (۱۲) را بر حسب مختصات‌های تعمیم یافته بصورت معادله (۱۳) محاسبه نمود:

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} m_c I_3 & O_3 \\ O_3 & K_c \end{bmatrix} (\dot{W}_m^{-T} J_m \vec{\theta}_m + W_m^{-T} \dot{J}_m \vec{\theta}_m + W_m^{-T} J_m \vec{\theta}_m) \quad (13)$$

$$\vec{Re} = \begin{bmatrix} \vec{Re}_1 \\ \vdots \\ \vec{Re}_r \end{bmatrix}; \vec{\tau} = \begin{bmatrix} \vec{\tau}_1 \\ \vdots \\ \vec{\tau}_r \end{bmatrix}; \vec{F}^e = \begin{bmatrix} \vec{F}_1^e \\ \vdots \\ \vec{F}_r^e \end{bmatrix}; \vec{\theta} = \begin{bmatrix} \vec{\theta}_1 \\ \vdots \\ \vec{\theta}_r \end{bmatrix}$$

در صورتی که ربات همکار در حال جابجایی جسمی آسیب پذیر باشد، نیروی اعمالی از سمت پنجه‌ها نباید باعث ایجاد نیروی داخلی در جسم گردد و تنها صرف جابجایی جسم شود. در اینصورت با مساوی صفر قرار دادن F_C^e در معادله (۷)، بهره‌گیری از رابطه (۱۱) و جایگذاری در رابطه (۲۸) گشتاور مفاصل بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\vec{\tau} = I \vec{\ddot{\theta}} - \vec{Re} + J^T W^+ \vec{Y} \quad (۳۰)$$

در رویکرد دوم برای حل مسئله دینامیک معکوس، فرض می‌شود جسم تحمل نیروهای داخلی را دارد یا عبارات دیگر مقداری از سهم بار را جسم متحمل شود. در این صورت بهترین جواب جوابی است که کمترین مصرف انرژی را داشته باشد. معادله (۲۸) بر حسب نیروی پنجه‌ها به ترتیب زیر بدست می‌آید:

$$\vec{F}^e = [J^T]^+ [\vec{\tau} + \vec{Re} - I \vec{\ddot{\theta}}] \quad (۳۱)$$

با پیش ضرب این معادلات در $W = [W_1 \ \dots \ W_r]$ معادلات زیر تشکیل می‌شود:

$$W [J^T]^+ [I \vec{\ddot{\theta}} - \vec{\tau} - \vec{Re}] - \vec{Y} = \vec{0} \quad (۳۲)$$

مسئله بهینه‌سازی با بکارگیری روش ضرایب لاگرانژ تحت قید دینامیکی مسئله انجام می‌شود. بدین صورت که با تشکیل تابع هزینه لاگرانژین تحت قید معادله حرکت سیستم و بر حسب گشتاورهای مفاصل بصورت معادله (۳۳) و کمینه کردن آن، مقادیر بهینه گشتاورها محاسبه خواهد شد [۲۷]:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^r \vec{\tau}^T Q \vec{\tau} + \vec{\lambda}^T [W [J^T]^+ [I \vec{\ddot{\theta}} - \vec{\tau} - \vec{Re}] - \vec{Y}] \quad (۳۳)$$

در این رابطه، Q ماتریس قطری است که سهم هر مفصل از بار را مشخص می‌کند. به این صورت که هرچه مقدار این ضریب بیشتر باشد، سهم آن مفصل کمتر خواهد بود. لذا در صورتی که مفصل غیر فعال باشد می‌توان ضریب آن را عددی به مراتب بزرگتر نسبت به بازوهای فعال قرار داد. در مرحله بعد با محاسبه مشتق تابع هزینه L نسبت به $\vec{\tau}$ مقادیر گشتاور بهینه بصورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\vec{\tau} = Q^{-1} [W [J^T]^+]^T \vec{\lambda} \quad (۳۴)$$

با توجه به اینکه مشتق دوم تابع L نسبت به $\vec{\tau}$ برابر ماتریس Q خواهد شد و این ماتریس همواره مثبت است، اثبات می‌شود که مقادیر بدست آمده در معادله (۳۴) همواره مینیمم هستند. ضرایب $\vec{\lambda}$ با قرار دادن معادله (۳۴) در معادله (۳۲) محاسبه می‌شود:

$$\vec{\lambda} = [W [J^T]^+ Q^{-1} [W [J^T]^+]^T]^{-1} [W [J^T]^+ [I \vec{\ddot{\theta}} - \vec{Re}] - \vec{Y}] \quad (۳۵)$$

۳- شبیه‌سازی

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی ربات دوبازویی همکار صفحه‌ای ارائه می‌شود. مطابق شکل ۳ بازوها مشابه و هر بازو دارای سه لینک با مفاصل دورانی است که وظیفه جابجایی جسم را بر عهده دارند. نتایج شبیه‌سازی دینامیک مستقیم و معکوس در ادامه شرح داده شده است.

ماتریس C_A و بردار \vec{C}_B از اعمال دینامیک جسم در معادلات حرکت سیستم بوجود می‌آیند. ماتریس Λ^T نیز بصورت معادله (۲۲) تعریف می‌گردد:

$$\Lambda^T = \begin{bmatrix} -J_1^T W_1^{-1} W_2 \\ J_2^T \end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

معادله (۲۰)، معادله کل سیستم است که از نظر دینامیکی با جسم کوپل شده است. اما معادلات قیدی سینماتیکی بازوها و جسم اعمال نگردیده است. لذا برای حذف نیروی پنجه بازوی دوم (\vec{F}_2^e) ابتدا با پیش ضرب $-W_2^T$ در معادله (۱۵) معادله (۲۳) نتیجه می‌گردد:

$$-W_2^T W_1^{-T} J_1 \vec{\theta}_1 + J_2 \vec{\theta}_2 = \Lambda \vec{\ddot{\theta}} = \vec{0} \quad (۲۳)$$

این رابطه، معادله قیدی سرعت‌هاست که با مشتق‌گیری از آن معادله قیدی شتاب‌ها بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\Lambda} \vec{\theta} + \Lambda \vec{\dot{\theta}} = \vec{0} \quad (۲۴)$$

که در آن $\dot{\Lambda} = \frac{\partial \Lambda}{\partial \theta} \vec{\theta}$. با محاسبه شتاب مختصات‌های تعمیم یافته ($\vec{\ddot{\theta}}$) از رابطه (۲۰) و قرار دادن نتیجه در رابطه (۲۴)، رابطه ذیل برای نیروی پنجه بازوی دوم بدست می‌آید:

$$(\Lambda I^{-1} \Lambda^T) \vec{F}_2^e = \dot{\Lambda} \vec{\theta} + \Lambda I^{-1} (\vec{\tau} + \vec{Re} - C_A \vec{\theta} - \vec{C}_B) \quad (۲۵)$$

در مرحله پایانی کفایت نیروی پنجه دوم (\vec{F}_2^e) از معادله (۲۵) محاسبه و در معادله (۲۰) جایگذاری شود. در اینصورت رابطه زیر برای کل سیستم بدست می‌آید:

$$\Phi (\vec{\tau} + \vec{Re} - C_A \vec{\theta} - \vec{C}_B) = I \vec{\ddot{\theta}} + \Lambda^T (\Lambda I^{-1} \Lambda^T)^{-1} \dot{\Lambda} \vec{\theta} \quad (۲۶)$$

که در آن ماتریس Φ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi = I_{[(n_1+n_2) \times (n_1+n_2)]} - \Lambda^T (\Lambda I^{-1} \Lambda^T)^{-1} \Lambda I^{-1} \quad (۲۷)$$

رابطه (۲۶) که معادله حرکت بازوهای همکار با زنجیره سینماتیکی بسته است، شامل $(n_1 + n_2)$ معادله دیفرانسیل مرتبه دوم و همین تعداد شبه شتاب تعمیم یافته ($\vec{\ddot{\theta}}$) است. از آنجا که ماتریس اینرسی I غیرتکین است این معادلات را می‌توان به $2(n_1 + n_2)$ معادله مرتبه اول با همین تعداد متغیر مجهول ($\vec{\theta}, \vec{\dot{\theta}}$) تبدیل نمود. بنابراین این معادله قابل حل و دارای یک جواب منحصر بفرد می‌باشد و با حل آن می‌توان شبیه‌سازی حالت دینامیک مستقیم را انجام داد.

در حل دینامیک معکوس، مقادیر متغیرهای مختصات تعمیم یافته و مشتقات آنها که در یک بازه زمانی مشخص است و در رابطه قید سینماتیکی (رابطه (۱۶)) نیز صدق می‌نماید، معلومات مسئله و گشتاورهای مفاصل نیز مجهولات هستند که باید در این بازه زمانی بدست آیند. اما با توجه به اینکه ماتریس Φ در معادله دینامیک سیستم (۲۶) تکین است و رتبه کامل نیست، تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر خواهد شد و لذا بیشمار جواب برای حل دینامیک معکوس وجود دارد. در این مقاله دو جواب به عنوان جواب‌های کاربردی حل مسئله دینامیک معکوس ارائه شده است. معادلات حرکت بازوها را می‌توان بصورت فشرده زیر بیان نمود:

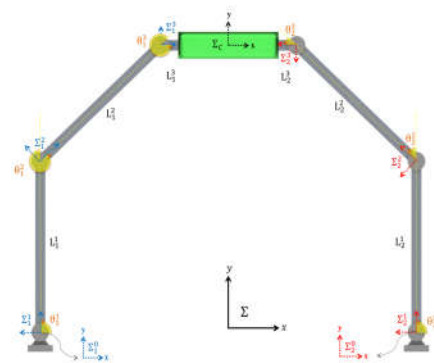
$$I \vec{\ddot{\theta}} = \vec{Re} + \vec{\tau} - J^T \vec{F}^e \quad (۲۸)$$

که در آن:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & I_r \end{bmatrix}; J = \begin{bmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_r \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

جدول ۱- پارامترهای سیستم شبیه سازی (دینامیک مستقیم)

واحد	مقدار	پارامتر	کمیت
m	0.6, 0.6, 0.05	L_m^1, L_m^2, L_m^3	طول لینک
m	0.04, 0.04	w, h	سطح مقطع لینک
m	0.4, 0.06, 0.1	L_C, w_C, h_C	طول و سطح مقطع جسم
kg/m^3	7850, 7850	ρ_m^i, ρ_C	چگالی لینک ها و جسم
deg	90, 303.56, 326.44	$\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_1^3$	شرایط اولیه بازوی ۱
deg	90, 56.44, 33.56	$\theta_2^1, \theta_2^2, \theta_2^3$	شرایط اولیه بازوی ۲
Nm	0.5, -0.02, 0	$\tau_1^1, \tau_1^2, \tau_1^3$	گشتاور بازوی ۱
Nm	-0.1, 0, 0	$\tau_2^1, \tau_2^2, \tau_2^3$	گشتاور بازوی ۲

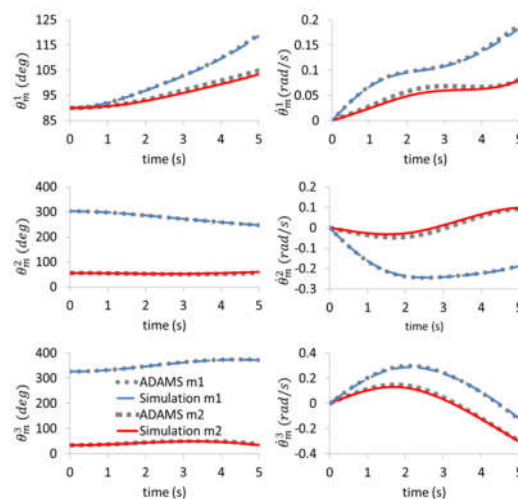


شکل ۳- سیستم بازوهای همکار شبیه سازی شده

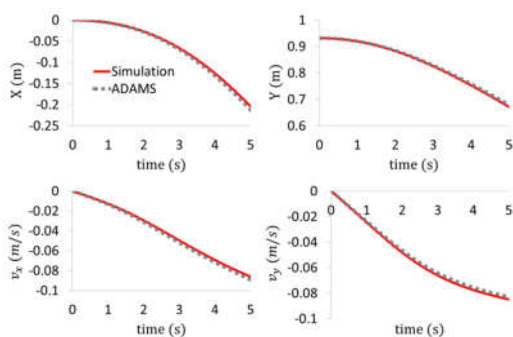
۳-۱- دینامیک مستقیم

در مسئله دینامیک مستقیم، سیستم بر اساس ورودی گشتاور وارد بر موتورهای مفاصل و اندازه گیری خروجی های سینماتیکی آن شبیه سازی می گردد. پارامترهای سیستم جهت شبیه سازی دینامیک مستقیم مسئله در جدول ۱ آورده شده است. نتایج بدست آمده با نتایج خروجی نرم افزار ادامز مقایسه شده است. در شکل ۴ مقادیر تغییر زاویه های مفاصل و سرعت آن ارائه شده است.

نتایج حاصل از مقایسه شبیه سازی نرم افزاری و ریاضی این موضوع را تصدیق می نماید که مدل بدست آمده از دقت مناسبی برخوردار می باشد. اختلاف بسیار کوچک این نتایج را می توان با در نظر گرفتن رویکرد عددی حل معادلات نرم افزارهای مورد استفاده توجیه نمود. در شکل ۵ نیز موقعیت و سرعت مرکز جرم مشترک براساس حرکت دو پنجه بازوهای همکار با رعایت قید سینماتیکی بین آن ها ترسیم شده است و با نتایج حاصل از نرم افزار ادامز مقایسه شده است. در این قسمت هدف مقایسه نتایج مدلسازی با نتایج نرم افزار شبیه ساز بوده که بوسیله آن بتوان دقت معادلات بدست آمده را تصدیق نمود.



شکل ۴- مقادیر زاویه و سرعت زاویه ای مفاصل (شبیه سازی دینامیک مستقیم)



شکل ۵- موقعیت و سرعت جسم (شبیه سازی دینامیک مستقیم)

۳-۲- دینامیک معکوس

در مسئله دینامیک معکوس گشتاور مورد نیاز مفاصل به ازای ورودی های سینماتیکی محاسبه خواهد شد. اما با توجه به افزونگی دینامیکی و وجود جواب های بی شمار، دو رویکرد ارائه شده در قسمت مدلسازی برای بدست آوردن این گشتاورها شبیه سازی و با هم مقایسه می شود. برای درک بهتر از جواب های بدست آمده، نتایج بدست آمده از شبیه سازی دینامیک مستقیم به عنوان ورودی های مسئله دینامیک معکوس در نظر گرفته می شود. بدین ترتیب با مقایسه نتایج می توان تحلیل مناسبی از جواب ها ارائه نمود. در روش اول هدف صفر کردن نیروهای داخلی داخلی جسم است. در روش دوم توجه به نیروهای داخلی بوجود آمده در جسم، بهینه ترین جواب بدست آمده است. شکل ۶ مقادیر گشتاور بدست آمده این دو روش را نشان می دهد که با ورودی گشتاور دینامیک مستقیم نیز مقایسه شده است. بدین ترتیب

براساس جدول ۱ گشتاور وارد شده به سه مفصل سبب حرکت کل سیستم گردیده و مابقی مفاصل آزاد می باشند و گشتاور اعمالی به آنها برابر صفر است. اگرچه با وجود گشتاور ثابت اعمالی به مفاصل، تفاوت حرکتی بوجود آمده در هر مفصل بواسطه ی معادلات قیدی پنجه و سینماتیک بسته هر دو بازو می باشد. این تغییرات برای این داده های گشتاور به عنوان ورودی به خصوص در مفاصل اول و دوم با شدت بیشتری دیده می شود.

جدول ۲- مشخصات موتور

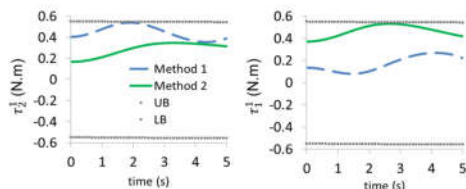
مقدار	پارامتر	مشخصه نامی
0.55, 0.96, 0.96	$\tau_{s_m^1}, \tau_{s_m^2}, \tau_{s_m^3}$	گشتاور (Nm)
5.85, 3, 3	$\omega_{s_m^1}, \omega_{s_m^2}, \omega_{s_m^3}$	سرعت بی بار (rad/s)

با بررسی مشخصات موتورهای مورد استفاده و محاسبه حدود اعمال گشتاور این موتورها بصورت معادله (۳۶) خواهیم داشت [۲۷]:

$$\tau_{\max_m^i}(t) = \tau_{s_m^i} - \frac{\tau_{s_m^i}}{\omega_{s_m^i}} \theta_m^i \quad (36)$$

$$\tau_{\min_m^i}(t) = -\tau_{s_m^i} - \frac{\tau_{s_m^i}}{\omega_{s_m^i}} \theta_m^i$$

نتیجه تعیین ظرفیت حمل بار دینامیکی در رویکرد اول (تنش داخلی صفر) ۲۴/۲۱ کیلوگرم و در رویکرد دوم (توزیع بهینه بار) ۹۸/۸۱ کیلوگرم بدست آمده است. در شکل ۸ لحظه تماس گشتاور موتوری که زودتر اشباع می‌شود، با حد تحمل، برای دو رویکرد ترسیم شده است. ضمن اینکه مطابق انتظار ظرفیت حمل بار هنگامی که توزیع بصورت بهینه بر روی مفاصل صورت می‌گیرد به مراتب بیشتر است. نکته قابل توجه یکسان نبودن موتور اشباع شده در دو روش است. هرچند در روش توزیع بهینه (روش دوم)، ضرایب بار برای مفاصل بصورت برابر در نظر گرفته شده است اما این بار موتور مفصل اول زودتر به حالت اشباع رسیده است. ایده قابل اعمال در این شرایط می‌تواند تخصیص ضریب بیشتر در روش دوم به موتوری باشد که زودتر به حالت اشباع رسیده است. با این کار تابع هزینه بیشتر بار را روی مفاصل دیگر اعمال خواهد کرد و حتی ممکن است ظرفیت حمل بار مقداری افزایش یابد.

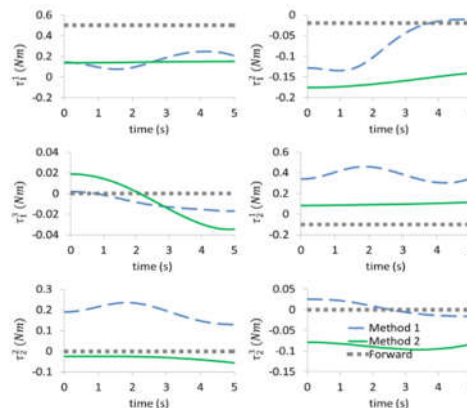


شکل ۸- اشباع موتورها در بیشینه ظرفیت حمل بار دینامیکی

۴- نتیجه گیری

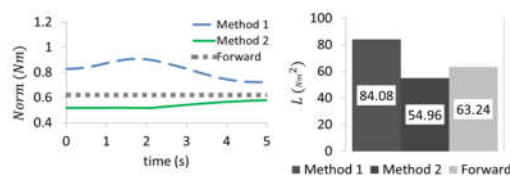
در این مقاله مدل دینامیکی بازوی همکار مقید با استفاده از فرمول‌بندی گیبس-اپل بازگشتی استخراج گردید. هدف از ارائه این روش افزایش دقت مدل در کاربردهای مشترک با معادلات حرکت پیچیده، به منظور کنترل بهتر جسم بوده است. از این رو معادلات حرکت هر کدام از بازوها، معادله حرکت جسم مشترک و معادلات قیدی سینماتیک و دینامیک بکار گرفته شد تا معادله حرکت کل جسم در فضای مفاصل بدست آید. صحت این معادلات با بررسی دینامیک مستقیم و مقایسه نرم‌افزاری تایید شد. از طرف دیگر، با توجه به سینماتیک بسته و قیود سینماتیکی و دینامیکی موجود در سیستم، لازم بود الگوریتمی ارائه شود که با توجه به شرایط جسم مشترک بتوان وزن را بین بازوها و در هر بازو بین مفاصل آن به درستی تقسیم کرد یا نحوه عملکرد بازوها به گونه‌ای باشد که سبب وارد شدن صدمه به جسم

که خروجی سیستم در حالت شبیه‌سازی دینامیک مستقیم، به عنوان ورودی دینامیک معکوس سیستم در نظر گرفته شده است. صحت نتایج بدست آمده نیز مجدداً با اعمال این گشتاورها به سیستم و مقایسه خروجی‌ها ارزیابی گردیده است.



شکل ۶- نتایج حل دینامیک معکوس

در شکل ۷ مقادیر نرم ورودی‌ها بر حسب زمان و مقدار تابع هزینه برای هر دو روش و ورودی دینامیک مستقیم مقایسه شده است. بر این اساس با اصلاح نحوه توزیع ورودی گشتاورها بین مفاصل، میزان انرژی مصرف شده را می‌توان به حداقل ممکن رساند. این در حالیست که جلوگیری از وارد آمدن صدمه به جسم مستلزم افزایش حدود ۴۰ درصد انرژی است. به عبارت دیگر، سهمی از بار بصورت نیروی داخلی در جسم ایجاد می‌شود که می‌تواند به عنوان په عضو مکانیکی موجب تشکیل پیکربندی بهتری از نظر نیرویی در سیستم حلقه بسته شود. برای مثال، یک بازوی تنها برای غلبه وزن لینک‌ها و پنجه خود و انتقال آن به پایه، نیاز به اعمال گشتاور معادل استاتیکی به موتورها مفاصل دارد. در حالی که با متصل شدن به بازوی دیگر بواسطه یک جسم و تشکیل یک سیستم حلقه بسته، مقداری از سهم این گشتاور از طریق پیکربندی به پایه بازوی دیگر انتقال پیدا خواهد کرد.



شکل ۷- مقدار تابع هزینه در حل دینامیک معکوس و مستقیم

۳-۳- مقایسه ظرفیت حمل بار دینامیکی

در این قسمت و جهت درک بهتر مزایای هر کدام از دو رویکرد ارائه شده برای حل مسئله دینامیک معکوس در قسمت (۳-۳)، نتایج ظرفیت حمل بار دینامیکی دو روش با یکدیگر مقایسه شده است. برای این منظور گشتاور و سرعت نامی موتورها بصورت جدول ۲ در نظر گرفته شده است.

- [14] Erhart S, Hirche S. Internal force analysis and load distribution for cooperative multi-robot manipulation. *IEEE Transactions on Robotics*. Vol.31, No.5, pp.1238-43, 2015.
- [15] P. Chiacchio, S. Chiaverini, B. Siciliano, Direct and inverse kinematics for coordinated motion tasks of a two-manipulator system, *dynamic systems, measurement, and control*, Vol.118, No.4, pp.691-697, 1996.
- [16] E. Paljug, X. Yun, V. Kumar, Control of rolling contacts in multi-arm manipulation, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.10, No.4, pp.441-452, 1994.
- [17] N. Sarkar, X. Yun, V. Kumar, Dynamic control of 3-D rolling contacts in two-arm manipulation, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.13, No.3, pp.364-376, 1997.
- [18] J. P. Desai, M. Zefran, V. Kumar, Two-arm manipulation tasks with friction-assisted grasping, *Advanced robotics*, Vol.12, No.5, pp.485-507, 1997.
- [19] M. Uchiyama, P. Dauchez, A symmetric hybrid position/force control scheme for the coordination of two robots, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 350-356.
- [20] M. Korayem, A. Shafei, Application of recursive Gibbs-Appell formulation in deriving the equations of motion of N-viscoelastic robotic manipulators in 3D space using Timoshenko beam theory, *Acta Astronautica*, Vol.83, pp. 273-294, 2013.
- [21] B. Dasgupta, T. Mruthyunjaya, A Newton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator, *Mechanism and machine theory*, Vol.33, No.8, pp.1135-1152, 1998.
- [22] G. Cheng, X. Shan, Dynamics analysis of a parallel hip joint simulator with four degree of freedoms (3R1T), *Nonlinear Dynamics*, Vol.70, No.4, pp.2475-2486, 2012.
- [23] Z. Geng, L. S. Haynes, J. D. Lee, R. L. Carroll, On the dynamic model and kinematic analysis of a class of Stewart platforms, *Robotics and autonomous systems*, Vol.9, No.4, pp.237-254, 1992.
- [24] K. Miller, Optimal design and modeling of spatial parallel manipulators, *The International Journal of Robotics Research*, Vol.23, No.2, pp.127-140, 2004.
- [25] M. Korayem, S. Dehkordi, Derivation of dynamic equation of viscoelastic manipulator with revolute-prismatic joint using recursive Gibbs-Appell formulation, *Nonlinear Dynamics*, Vol.89, No.3, pp.2041-2064, 2017.
- [26] Korayem MH, Nekoo SR. The SDRE control of mobile base cooperative manipulators: Collision free path planning and moving obstacle avoidance. *Robotics and Autonomous Systems*. Vol.86, pp.86-105, 2016.
- [27] Korayem MH, Nekoo SR, Esfeden RA. Dynamic load-carrying capacity of multi-arm cooperating wheeled mobile robots via optimal load distribution method, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol.39, No.8, pp.6421-6433, 2014.

مشترک نگردد. برای این منظور نیروهای اعمال شده از طرف پنجه‌ها به جسم به دو نیروی داخلی و خارجی تفکیک شد تا بتوان با صفر کردن نیروی داخلی از وارد آمدن صدمه به جسم خودداری نمود. در حالت توزیع بهینه انرژی با تشکیل تابع هزینه و محاسبه گشتاورهای مفاصل به ازای کمترین مقدار آن، نتایج حاصل از شبیه‌سازی اختلاف ۴۰ درصدی مصرف انرژی و اختلاف ۴۰۰ درصدی در بیشینه ظرفیت حمل بار دینامیکی را نشان داد.

۵- مراجع

- [1] C. Smith, Y. Karayiannidis, L. Nalpantidis, X. Gratal, P. Qi, D. V. Dimarogonas, D. Kragic, Dual arm manipulation—A survey. *Robotics and Autonomous systems*, Vol.60, No.10, pp.1340-1353, 2012.
- [2] F. Caccavale, M. Uchiyama, Cooperative manipulators, *Springer handbook of robotics*, pp. 701-718: Springer, 2008.
- [3] D. Liang, Y. Song, T. Sun, G. Dong, Optimum design of a novel redundantly actuated parallel manipulator with multiple actuation modes for high kinematic and dynamic performance, *Nonlinear Dynamics*, Vol.83, No.1-2, pp. 631-658, 2016.
- [4] L. Wang, J. Wu, J. Wang, Dynamic formulation of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol.26, No.1, pp. 67-73, 2010.
- [5] T. Liu, Y. Lei, L. Han, W. Xu, H. Zou, Coordinated resolved motion control of dual-arm manipulators with closed chain, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol.13, No.3, pp. 80, 2016.
- [6] H. Lee, H. J. Kim, Constraint-Based Cooperative Control of Multiple Aerial Manipulators for Handling an Unknown Payload, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, Vol.13, No.6, pp. 2780-2790, 2017.
- [7] A. Marino, F. Pierri, A two stage approach for distributed cooperative manipulation of unknown object without explicit communication and unknown number of robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 12, No. 1, pp. 5-8, 2018.
- [8] Korayem MH, Nekoo SR. Controller design of cooperative manipulators using state-dependent Riccati equation. *Robotica*. Vol.36, No.4, pp. 484-515, 2018.
- [9] R. B. Ambar, S. Sagara, K. Imaike, Experiment on a dual-arm underwater robot using resolved acceleration control method, *Artificial Life and Robotics*, Vol.20, No.1, pp. 34-41, 2015.
- [10] M. Korayem, A. Shafei, E. Seidi, Symbolic derivation of governing equations for dual-arm mobile manipulators used in fruit-picking and the pruning of tall trees, *Computers and electronics in agriculture*, Vol.105, pp. 95-102, 2014.
- [11] Y. Koga, J.-C. Latombe, Experiments in dual-arm manipulation planning, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2238-2245.
- [12] J. Krüger, G. Schreck, D. Surdilovic, Dual arm robot for flexible and cooperative assembly, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol.60, No.1, pp. 5-8, 2011.
- [13] M. A. Unseren, Rigid body dynamics and decoupled control architecture for two strongly interacting manipulators, *Robotica*, Vol.9, No.4, pp.421-430, 1991.