

شناسایی پارامتر معادلات دینامیک و کنترل مود لغزشی گیمبال دو محوره

رؤیا جهان اندیش

سید امیر خسروی فرد*

رامین وطن خواه

وحید چراغی

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

دانشجوی دکتری، پژوهشگاه فضایی ایران، شیراز، ایران

چکیده

از مشکلات اصلی طراحی یک کنترلر، عدم اطلاع از پارامترهای معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم است. هدف از پژوهش حاضر، ارائه روشی جهت شناسایی پارامترهای نامشخص معادلات گیمبال دو محوره و سپس اعمال کنترلر بر آن می باشد. از جمله پارامترهای نامعینی که در معادلات گیمبال وجود دارد، مؤلفه‌های ماتریس‌های ممان اینرسی، کوریولیس، و اصطکاک را می توان نام برد. در این تحقیق به منظور تخمین پارامترهای نامعلوم، روش گاوس- نیوتون که مبتنی بر یک تحلیل معکوس گرادیان محور است، استفاده می شود. با توجه به حساسیت شدید مسائل معکوس به خطاهای اندازه‌گیری با یک هموارسازی مناسب این اثر نامطلوب کاهش داده می شود. در این پژوهش برای نخستین مرتبه، یک روش دقیق برای محاسبه ضرایب حساسیت معادلات دینامیکی گیمبال ارائه می گردد. پس از فرآیند شناسایی، کنترل گیمبال دو محوره بوسیله ی کنترل مود لغزشی نیز صورت می پذیرد. گشتاورهای اعمالی به روش کنترل مود لغزشی به منظور پایدارسازی خط دید طراحی می شوند و اثبات پایداری نیز برای کنترل مود لغزشی صورت می گیرد. شبیه سازی شرایط آزمایشگاهی در بخش شناسایی و نتایج کنترلی بدست آمده، حاصل مدل سازی سیستم در نرم افزار MATLAB می باشد.

واژه‌های کلیدی: شناسایی پارامتر، روش گاوس - نیوتون، گیمبال دو محوره، کنترل مود لغزشی.

Parameter Estimation of Dynamic Equations and Sliding Mode Control of a Two-axis Gimbal

R. Jahanandish

A. Khosravifard

R. Vatankhah

V. Cheraghi

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Iranian Space Research Center, Shiraz, Iran

Abstract

A major problem in design of a controller is that some of the parameters of the governing dynamic equation might be unknown. The purpose of the present study is to provide a method for identification of the unknown parameters of the dynamic equations of the two-axis gimbal system and then applying a suitable controller to it. Among the uncertain parameters which may exist in the dynamic equations of a two-axis gimbal, the components of the inertia matrix, the coriolis matrix, and the friction matrix can be named. In this research, in order to estimate the unknown parameters of the system, the Gauss-Newton method which is a gradient-based inverse technique is used. Regarding the severe sensitivity of inverse problems to measurement errors, by using a proper smoothing technique, this undesirable effect is reduced. In the present work, for the first time, an accurate technique for computation of sensitivity coefficients of the dynamic equations of the gimbal is presented. After identification of the unknown parameters, the control of the two-axis gimbal is also performed by sliding mode control. The applied moments are designed by sliding mode control to stabilize the line of sight. Also, proof of stability is presented for the sliding mode control. Simulation of the laboratory tests in the identification section and also control results are obtained by modeling of the system in MATLAB.

Keywords: Parameter estimation, Gauss-Newton method, two-axis gimbal, sliding mode control.

عمود بر محور چرخش دیگری است. با توجه به کاربرد وسیعی که گیمبال‌ها در ناوبری، صنایع فیلم سازی و عکس برداری، هواپیماهای بدون سرنشین، کشتی‌ها و تسلیحات نظامی دارند، تحقیقات متعددی بر روی کنترل آن‌ها صورت گرفته است. در طراحی کنترلر به کمک بسیاری از روش های کنترلی، اطلاع از معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم و مقادیر دقیق پارامترهای آن ضروری می باشد. لذا معمولا عدم قطعیت‌های موجود در معادلات سیستم‌های دینامیکی، چالش مهمی برای فرآیند کنترل محسوب می شود. طبیعتا دستیابی به نتیجه مطلوب در زمینه کنترل گیمبال نیز تابع در نظر گرفتن نقش اساسی مقادیر نامعین معادلات این سیستم است. بر همین اساس به هدف پایدارسازی خط دید گیمبال دو محوره عبود و همکارانش از یک کنترلر فازی- پی-آی-دی استفاده کردند. نتایج شبیه سازی در نرم افزار MATLAB

۱- مقدمه

به هر تکیه‌گاهی که امکان چرخش شیئی را حول یک محور فراهم کند، گیمبال می گویند. گیمبال‌ها از اجزای مهم سیستم‌های ناوبری می باشند که کاهش اثرات ناشی از اغتشاشات محیط بر روی سنسورهای خاص از وظایف آنها به شمار می رود. در نتیجه، به کمک گیمبال‌ها این امکان فراهم می شود تا مستقل از حرکت‌های بدنه راستای مشخصی تعقیب شود. بدین منظور هر گیمبال به یک ژيروسکوپ و معمولا سروو موتور تجهیز می شود تا میزان چرخش محور اندازه‌گیری و توسط گشتاور اعمالی از طرف موتور به گیمبال، موقعیت مطلوب صفحه پایدار حفظ شود. معمولا اکثر گیمبال‌ها از یک سری حلقه‌های متمرکز (تو تو) تشکیل شده‌اند که محور چرخش هر حلقه

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: khosravifard@shirazu.ac.ir

عملکرد بهتر کنترلگر پیشنهادی را نسبت به کنترلگر PI کلاسیک در شرایط مختلف نشان می‌دهد [۱]. در پژوهشی دیگر سنگورافونسیری و مالیتونگ کنترل خط دید گیمبال دو محوره را به روش‌های دینامیک معکوس و مود لغزشی انجام داده و برای حذف چترینگ از تابع اشباع استفاده کردند. محوریت پژوهش آنها فواید این دو کنترلگر در برخورد با نامعینی‌های مدل دینامیکی و اغتشاشات برای پایداری حلقه‌ی سروو بوده است [۲]. بکارگیری کنترل مود لغزشی به منظور کنترل گیمبال دو محوره در تحقیقات متعدد دیگر نیز مشاهده می‌گردد؛ از جمله می‌توان به پژوهش اسمیت و همکارانش که عملکرد سیستم را، هنگامی که کنترل مود لغزشی در حالت‌های نرمال و تحت اغتشاش، به آن اعمال می‌شود، اشاره کرد [۳]. همچنین از این روش در مطالعات اسپینوزا و همکارانش بر روی پایداری خط دید گیمبال دو محوره بهره گرفته شد. نتایج نشان می‌دهد که کنترل مود لغزشی در پایداری و حذف اغتشاشات موفق بوده و دارای عملکرد قابل مقایسه‌ای نسبت به کنترل متداول PI هست [۴]. فانگ و همکارانش برای بهبود پایداری و مسیریابی یک صفحه‌ی پایدار سه محوره، یک کنترلگر وقفی را بر پایه‌ی شبکه‌ی عصبی توسعه دادند. آنها رفتار غیرخطی و کوپلینگ سیستم را با استفاده از پس‌خورد خطی ساز، خطی و با استفاده از شبکه عصبی اغتشاشات و نامعینی‌ها را حذف کردند. در آن پژوهش، پایداری طرح ارائه شده بوسیله‌ی معیار لیاپانوف تحلیل شده است. نتایج شبیه سازی‌ها و آزمایش‌ها بیانگر کارآمدی رویکرد کنترلی ارائه شده در مقایسه با کنترلگر متداول PID است [۵]. خیاطیان و همکاران در سه پژوهش جداگانه کنترل گیمبال دو محوره را بررسی کرد [۶-۸]. در اولین تحقیق، کنترل وقفی گیمبال دو محوره با فرض ناشناخته بودن پارامترهای دینامیک سیستم و به هدف دنبال کردن خط دید با استفاده از خطای بهبود یافته مطالعه شده است. در این پژوهش سیستم مکانیکی در نرم افزار Adams view که رفتار دقیق گیمبال را شبیه سازی می‌کند، مدل شده است. نتایج شبیه سازی کنترلگر طراحی شده نسبت به نتایج کنترلگر PD کلاسیک عملکرد بهتری را نشان داده است [۶]. آنها در پژوهشی دیگر کنترلگر ارائه شده را با استفاده از ساختار خطای کمکی^۱ بررسی کرده و در مقایسه با خطای بهبود یافته^۲ به نتایج بهتری دست یافتند [۷]. آنها در پژوهش سوم به کنترل وقفی صفحه‌ی دینامیکی یک گیمبال دو محوره پرداختند. کنترل پیشنهادی برای از بین بردن مشکل پیچیدگی که در اثر افزایش روابط^۳ در روش کنترل گام به عقب وقفی رخ می‌دهد ارائه شده است. با استفاده از نظریه‌ی پایداری لیاپانوف همگرایی خطای ردیابی به مبدا و کرانداری همه‌ی سیگنال‌های حلقه‌ی بسته اثبات شده است [۸]. جی و همکارانش به کمک کنترل سروو- تو در تو، خط دید یک صفحه‌ی اپتو الکترونیک تعقیب کننده را پایدار و کنترل کردند. در این پژوهش حلقه‌ی دوتایی برای کنترل سرعت سیستم مورد نظر در نظر گرفته و عملکرد آن با تک حلقه مقایسه شده است؛ سپس توابعی برای کم کردن اثرات اغتشاشات داخلی و خارجی به طور جداگانه طراحی شده‌اند. در ادامه، حلقه داخلی توسط کنترلگر PID و حلقه

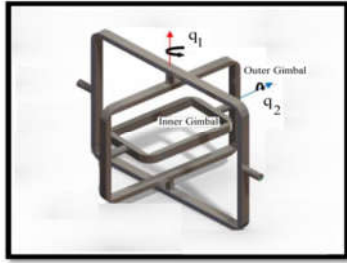
خارجی برای رسیدن به پاسخ مناسب توسط یک کنترلر PI کنترل شده است. برای اعتبارسنجی در پیاده سازی عملی کنترل پیشنهادی، از یک ساختار دو درجه آزادی استفاده شده است [۹]. نادرالاصلی و طباطبائی برای پایداری گیمبال دو محوره کنترلگر وقفی- توان کسری- مود لغزشی را ارائه کردند. گزینش پارامترهای کنترلی به نحوی صورت گرفته که اثر تغییرات ممان ضربی را از بین ببرند. نتایج شبیه سازی بیانگر توانایی مناسب کنترلگر پیشنهادی در برابر دفع اغتشاشات می‌باشند و برتری پاسخ گذرای صفحه‌ی لغزش توان-کسری را نسبت به صفحه‌ی لغزش توان- صحیح اثبات می‌کند [۱۰]. تان و همکارانش یک صفحه پایداری خط دید ژيروسکوپی را مورد بررسی قرار داده‌اند که از مؤلفه‌های اصلی آن گیمبال دو محوره است. در پژوهش آنها اغتشاش‌های خارجی در سیستم منظور شده و برای کنترل گشتاور از کنترلگر فازی به عنوان کنترلگر اصلی و برای بهبود عملکرد از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در ادامه راندمان این کنترلر با کنترلگر PID که پارامترهای آن بوسیله‌ی الگوریتم ژنتیک طراحی می‌شوند مقایسه شده و کارآمدی روش پیشنهادی را نشان داده شده است [۱۱]. دانگ و همکارانش پس از بدست آوردن مدل دینامیکی گیمبال دو محوره، کنترل ترکیبی بر اساس کنترل گام به عقب- مود لغزشی و شبکه عصبی- تابع شعاعی وقفی را پیشنهاد دادند. در پژوهش آنها کنترل گام به عقب- مود لغزشی مدیریت رفتار غیرخطی، تغییرات پارامترها و اغتشاشات سیستم را بر عهده دارد و شبکه عصبی- تابع شعاعی وقفی به هدف کاهش پدیده‌ی چترینگ به گونه‌ای ساخته و بهینه سازی شده است که به صورت برخط، کران بالا و خطای ماندگار را تخمین می‌زند [۱۲]. سیانگ و همکارانش با استفاده از کنترل خطی- مربعی- گاوسی با حلقه انتقال بازیاب حلقه پایداری را برای یک گیمبال دو محوره طراحی کرده و برای جلوگیری از اشباع قسمت انتگرالی، از یک Anti windup استفاده نموده‌اند. روش پیشنهادی به صورت تجربی آزمایش شده و با دقت خوبی منطبق بر پاسخ‌های بدست آمده از نرم‌افزار شبیه ساز MATLAB بوده است. بر اساس آزمایش‌های انجام شده این کنترلگر در مقایسه با کنترلگر رهبر PI عملکرد بهتری داشته است [۱۳].

بررسی مطالعات صورت گرفته در زمینه کنترل گیمبال نشان می‌دهد که نامعلوم بودن پارامترها سبب پیچیدگی کنترل گیمبال می‌گردد. بر این اساس، اولین هدف این پژوهش، شناسایی پارامترهای نامعین معادلات دینامیکی گیمبال دو محوره می‌باشد که در قالب یک مساله بهینه سازی بازنویسی شده است. سپس به کمک روش گرادیان محور گاوس - نیوتون، مولفه‌های مجهول در ماتریس کوریولیس، ماتریس ممان اینرسی، گشتاورهای اصطکاکی و گشتاور اغتشاشی حاصل از عدم توازن در سیستم که از پارامترهای نامعین معادلات دینامیکی گیمبال هستند بصورت همزمان شناسایی می‌شوند. داده‌های ورودی مسأله معکوس که داده‌های ورودی مرجع فرآیند شناسایی محسوب می‌شوند، موقعیت‌های زاویه‌ای محورهای سمت و ارتفاع گیمبال می‌باشند. این اطلاعات حاصل از تحریک سیستم توسط سیگنال‌های ورودی مختلف، من جمله سیگنال prbs و سیگنال ورودی سینوسی نویزدار با خطای گاوسی ۱۰٪ می‌باشد. با توجه به حساسیت شدید مسائل معکوس به خطاهای اندازه‌گیری با یک هموارسازی مناسب این اثر نامطلوب کاهش داده می‌شود. برای افزایش دقت پاسخ

¹ Auxiliary error

² Modified error

³ Explosion of complexity



شکل ۱- طرحواره گیمبال دو محوره

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_s(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (1)$$

$$D(q) = \begin{bmatrix} I_{133} + I_{211} \sin^2 q_2 + I_{233} \cos^2 q_2 & 0 \\ 0 & I_{222} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \omega_2 (I_{211} - I_{233}) \sin(2q_2) & \frac{1}{2} \omega_1 (I_{211} - I_{233}) \sin(2q_2) \\ -\frac{1}{2} \omega_1 (I_{211} - I_{233}) \sin(2q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_s = \begin{Bmatrix} F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \end{Bmatrix} \quad G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ k \sin(q_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

در معادلات (۱) تا (۴)، q_1 ، \dot{q}_1 و \ddot{q}_1 به ترتیب زاویه، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای محور سمت می‌باشند. به همین ترتیب q_2 ، \dot{q}_2 و \ddot{q}_2 زاویه، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای محور ارتفاع هستند. I_{133} مولفه سطر و ستون سوم ماتریس ممان اینرسی محور سمت و I_{2ij} مولفه سطر i ام و ستون j ام ماتریس ممان اینرسی محور ارتفاع است. f_s گشتاور اصطکاک، و k حاصلضرب وزن گیمبال در فاصله ای که مرکز جرم آن تا محور دوران دارد می‌باشد. بنابراین معادلات (۵) و (۶) به ترتیب معادلات دینامیکی حاکم بر محوره‌های سمت و ارتفاع گیمبال را نشان می‌دهند. همچنین τ_1 گشتاور اعمالی به محور سمت و τ_2 گشتاور اعمالی به محور ارتفاع است.

$$\begin{aligned} & (I_{133} + I_{211}) + (I_{211} - I_{233}) \sin^2(q_2) \ddot{q}_1 \\ & + (I_{211} - I_{233}) \sin(2q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) = \tau_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & I_{222} \ddot{q}_2 - \frac{1}{2} (I_{211} - I_{233}) \sin(2q_2) \dot{q}_1^2 \\ & + k \sin(q_2) + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) = \tau_2 \end{aligned} \quad (6)$$

مشاهده می‌گردد که تعداد ۴ مولفه ممان اینرسی در معادلات حرکت گیمبال دو محوره وجود دارد؛ اما با ملاحظه‌ی شکل عمومی دستگاه معادلات (۵) و (۶) این نکته مشخص است که پاسخ دستگاه معادلات گیمبال بطور مستقل به مقادیر I_{133} ، I_{211} و I_{233} مربوط نیست؛ بلکه مقادیر $(I_{111} + I_{211})$ و $(I_{211} - I_{233})$ هستند که در کنار I_{222} ، k و F_s تعیین کننده‌ی پاسخ بصورت مستقل می‌باشند. در واقع، معادلات حاکم بر حرکت گیمبال عبارتند از:

$$(A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_1 + A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) = \tau_1 \quad (7)$$

$$A_3 \ddot{q}_2 - \frac{1}{2} A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1^2 + A_4 \sin(q_2) + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) = \tau_2 \quad (8)$$

که در این معادلات، مجهولات شامل پنج پارامتر A_1, A_2, A_3, A_4 و F_s می‌باشد که مطابق رابطه (۹) تعریف می‌شوند. هدف شناسایی این پارامترها به منظور کنترل سیستم می‌باشد.

$$\begin{aligned} A_1 &= I_{133} + I_{211}, A_2 = I_{211} - I_{233} \\ A_3 &= I_{222}, A_4 = k, A_5 = F_s \end{aligned} \quad (9)$$

نهایی، مشتق مستقیم معادلات دینامیکی گیمبال محاسبه شده و برای محاسبه ضرایب حساسیت استفاده می‌شود. پس از شناسایی پارامترهای نامعین معادلات، کنترل سیستم به روش کنترل مود لغزشی مد نظر قرار می‌گیرد چراکه علی‌رغم کم بودن محاسبات آنلاین، این روش کنترلی می‌تواند سیستم‌هایی با پارامترهای نامشخص را در برابر اغتشاشات محدود کنترل کند ولیکن به طور معمول این روش به یک تخمین اولیه برای محدوده‌ی پارامترها احتیاج دارد. در این پژوهش با استفاده از مقادیر محاسبه شده پارامترهای مجهول که نتیجه محاسبات فرآیند شناسایی می‌باشند، گشتاور کنترلی مناسب برای هر دو معادله‌ی دینامیکی غیرخطی حاکم بر محور سمت و محور ارتفاع گیمبال دو محوره طراحی می‌شوند. با توجه به اینکه در طراحی کنترلگر از مدل ریاضی حاکم بر حرکت یک سیستم دینامیکی و در نتیجه آن مقادیر پارامترهای سیستم استفاده می‌شود، مقادیر نادقیق پارامترهای سیستم می‌تواند در عمل به شکست سناریوی تعریفی برای کنترل منجر شود و یا باعث کاهش کیفیت پاسخ سیستم حلقه-بسته شود. از این رو شناسایی پارامترهای سیستم از روی داده‌های شبیه سازی شده در نرم افزار MATLAB به عنوان داده تجربی و در ادامه آن طراحی و اعمال کنترلگر غیرخطی می‌تواند حائز اهمیت بسیار باشد. در این راستا لازم به ذکر است که مطابق تحقیقات انجام شده توسط نویسندگان، این برای نخستین مرتبه است که فرآیند شناسایی معکوس پارامترهای مدل دینامیکی و کنترل آن بصورت همزمان و در طی یک فرآیند یکپارچه در یک گیمبال انجام می‌شود. بعلاوه، آنالیز معکوس انجام شده برای شناسایی پارامترهای مجهول سیستم، با جزئیات زیاد و ارائه یک روش جدید صورت می‌پذیرد. بطور خاص، می‌توان به آنالیز حساسیت انجام شده در فرآیند شناسایی اشاره کرد که برخلاف روش معمول تفاضلات محدود، برای نخستین مرتبه با ارائه یک روش جدید که مبتنی بر مشتق‌گیری مستقیم از معادلات دیفرانسیل و لذا تعریف معادلات حاکمه جدید می‌باشد، انجام شده است. بنابراین، محاسبه ضرایب حساسیت مسأله معکوس بصورت کاملاً دقیق و بدون خطا صورت می‌گیرد. لازم به ذکر است که برای اینکه بتوان اثر انواع تحریک‌های مختلف، و نیز انواع و میزان خطای اندازه‌گیری را بررسی کرد و همچنین برای پرهیز از انجام آزمایشات تجربی متعدد که زمانبر می‌باشد و همچنین به جهت تمرکز بر الگوریتم‌های پیشنهادی در تحقیق حاضر، شبیه‌سازی شرایط آزمایشگاهی در بخش شناسایی و نتایج کنترلی سیستم به کمک نرم افزار MATLAB انجام شده است.

۲- مبانی و روش‌ها

۲-۱- معادلات دینامیکی گیمبال و شناسایی

پارامترهای آن

فرم ماتریسی معادلات دینامیک گیمبال دو محوره به صورت رابطه (۱) قابل بیان می‌باشد. در این معادله D ماتریس ممان اینرسی، C ماتریس کریولیس، F_s بردار گشتاور اصطکاک و G بردار گشتاور اغتشاشی حاصل از عدم قرار گیری مرکز ثقل بار حمل شونده بر روی محور دوران می‌باشد [۸].

۲-۲- روش گاوس- نیوتن برای حل مسأله معکوس

شناسایی

در مسائل معکوس، با اندازه‌گیری کمیت یا کمیت‌های در دسترس و برقراری ارتباط مناسب بین این کمیت‌ها با پارامترهای مجهول سعی بر یافتن مقداری مناسب برای مجهولات می‌باشد. برای این منظور بایستی یک تابع هدف مناسب تعریف شود، بنحوی که کمینه کردن آن منجر به شناسایی پارامترهای مجهول مسأله گردد. برای این منظور، پارامترهای مجهول معادله دینامیک سیستم به عنوان مؤلفه‌های بردار مجهولات (بردار X) در نظر گرفته می‌شوند؛ و مقادیر کمیت‌های اندازه‌گیری شده در برداری به نام \bar{Y} ذخیره می‌شود. بعنوان مثال، اگر فرض شود در طول آزمایش در N لحظه، داده برداری انجام شده است، بردار مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایش مطابق با رابطه (۱۰) نوشته می‌شود؛ در این بردار، \bar{Y}_n داده خوانده شده در لحظه n ام آزمایش است [۱۴] و [۱۵].

$$\bar{Y} = [\bar{Y}_1 \quad \bar{Y}_2 \quad \dots \quad \bar{Y}_n] \quad (10)$$

در هر مرحله از تحلیل مسأله معکوس، مقادیر همین کمیت‌ها که بر حسب یک تقریب از بردار X محاسبه شده است در بردار $Y(X)$ داده می‌شود. برای پیدا کردن مجهولات مسأله، تابع هدف بصورت نرم تفاضل بردارهای مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر محاسبه شده کمیت مورد نظر تعریف می‌گردد. در حقیقت، این تابع هدف، مجموع مربعات تفاضل این دو بردار خواهد بود. تابع هدف مورد استفاده در این پژوهش در رابطه (۱۱) آورده شده است؛ در ادامه با کمینه کردن این تابع هدف نسبت به بردار مجهولات، می‌توان به تخمین مناسبی از مجهولات دست یافت.

$$f(X) = [\bar{Y}(X) - Y(X)]^T [\bar{Y}(X) - Y(X)] \quad (11)$$

بر اساس روش گاوس- نیوتن، برای کمینه کردن تابع هدف، از آن نسبت به بردار مجهولات مشتق گرفته و در نهایت پس از اعمال یکسری محاسبات ماتریسی، بردار مجهولات را به کمک رابطه تکرار شونده (۱۲) می‌توان یافت:

$$\frac{\partial f}{\partial X} = 0 \\ X^{k+1} = X^k + \gamma^{k+1} W^{k+1} \quad (12)$$

در این رابطه k و $k+1$ شماره‌ی مرحله‌ی تکرار، γ طول گام و W جهت جستجو را نشان می‌دهد. در روش نیوتن - گاوس جهت بردار جستجو از رابطه (۱۳) بدست می‌آید [۱۴]:

$$W^{(k+1)} = \left[(E^{(k+1)})^T (E^{(k+1)}) \right]^{-1} \left[(E^{(k+1)})^T (\bar{Y} - Y^{(k+1)}) \right] \quad (13)$$

که در آن E ماتریس حساسیت است و به صورت رابطه (۱۴) نوشته می‌شود:

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & \dots & E_{15} \\ E_{21} & E_{22} & \dots & E_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E_{N1} & E_{N2} & \dots & E_{N5} \end{bmatrix} \quad (14)$$

اعضای این ماتریس در واقع بیان کننده مشتق ضمنی کمیت‌های اندازه‌گیری شده نسبت به پارامترهای مجهول مسأله می‌باشند؛ به عنوان مثال E_{nr} بیانگر حساسیت کمیت اندازه‌گیری شده در لحظه n ام، نسبت به پارامتر مجهول r ام می‌باشد. در پژوهش حاضر که موقعیت زاویه‌ای سیستم برای شناسایی ضرایب موجود در معادله حاکم

آن اندازه‌گیری می‌گردد، اعضای ماتریس حساسیت، بیان کننده مشتق ضمنی موقعیت زاویه‌ای سیستم نسبت به ضرایب معادله حاکم می‌باشند. تعداد ستون‌های این ماتریس نیز برابر با تعداد پنج مجهول معادلات دینامیک گیمبال دو محوره است. متداول‌ترین شیوه محاسبه این مشتق‌ها، استفاده از روش عددی تفاضل محدود است. اما در پژوهش حاضر، برای نخستین مرتبه، آنالیز حساسیت مسأله معکوس شناسایی پارامترهای گیمبال بصورت دقیق انجام می‌شود که مبتنی بر مشتق‌گیری مستقیم از معادله حاکم بر سیستم می‌باشد.

برای پی بردن به میزان وابستگی پاسخ معادلات دینامیکی به پارامترهای مجهولی که در آن‌ها موجود می‌باشد، می‌بایست مشتق ضمنی موقعیت مکانی گیمبال در هر لحظه نسبت به هر کدام از پارامترها محاسبه شود. برای این منظور از طرفین روابط (۷) و (۸) نسبت به هریک از پارامترهای مجهول مشتق‌گیری می‌شود. به جهت سادگی در امر نمایش معادلات حاصل، متغیرهای جدیدی به نام q_{ij} تعریف گردیده که معرف مشتق ضمنی درجه آزادی i ام نسبت به پارامتر مجهول j ام می‌باشد.

$$q_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial A_j} \quad \dot{q}_{ij} = \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial A_j} \quad \ddot{q}_{ij} = \frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial A_j} \quad (15)$$

با مشتق‌گیری از طرفین معادلات دینامیکی نسبت به پارامتر مجهول A_1 رابطه (۱۶) و (۱۷) حاصل خواهند شد:

$$(1 + A_2 q_{21} \sin(2q_2)) \ddot{q}_{11} + (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{11} \quad (16)$$

$$+ A_2 (\dot{q}_{11} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \dot{q}_{21}) \sin(2q_2) + 2A_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_{21} \cos(2q_2) = 0$$

$$A_3 \ddot{q}_{21} - A_2 \dot{q}_{11} \dot{q}_1 \sin(2q_2) \quad (17)$$

باید خاطر نشان کرد که کمیت مجهول در این معادلات همان متغیر جدید q_{ij} است، و q_i ها مقادیر معلومی هستند که از حل معادله اصلی حرکت به ازای حدس در نظر گرفته شده برای مجهولات بدست آمده‌اند. پاسخ حاصل از حل دستگاه معادلات (۱۶) و (۱۷) مقدار مشتق ضمنی موقعیت مکانی گیمبال را نسبت به پارامتر A_1 ، در گام‌های زمانی تعیین شده، مشخص می‌کند. به همین ترتیب در ادامه مشتق موقعیت مکانی گیمبال نسبت به سایر پارامترهای مجهول نیز از حل دستگاه‌هایی که در ادامه ارائه می‌شوند، بدست خواهد آمد.

مشتق طرفین معادلات دینامیکی نسبت به پارامتر A_2 برابر با معادلات (۱۸) و (۱۹) می‌باشد.

$$(\sin^2(q_2) + A_2 q_{22} \sin(2q_2)) \ddot{q}_{11} \quad (18)$$

$$+ (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{12} + A_2 (\dot{q}_{12} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \dot{q}_{22}) \sin(2q_2) + \dot{q}_{12} \dot{q}_2 \sin(2q_2) + 2A_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_{22} \cos(2q_2) = 0$$

$$A_3 \ddot{q}_{22} - A_2 \dot{q}_{12} \dot{q}_1 \sin(2q_2) - \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 A_2 \sin(2q_2) \quad (19)$$

$$- q_{22} \dot{q}_1^2 A_2 \cos(2q_2) + A_4 q_{22} \cos(q_2) = 0$$

مشتق طرفین معادلات دینامیکی نسبت به پارامتر A_3 برابر با معادلات (۲۰) و (۲۱) می‌باشد.

$$A_2 q_{23} \sin(2q_2) \ddot{q}_{11} + (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{13} \quad (20)$$

$$+ A_2 (\dot{q}_{13} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \dot{q}_{23}) \sin(2q_2) + 2A_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_{23} \cos(2q_2) = 0$$

$$\ddot{q}_2 + A_3 \ddot{q}_{23} - A_2 \dot{q}_{13} \dot{q}_1 \sin(2q_2) - \dot{q}_1^2 A_2 \sin(2q_2) \quad (21)$$

$$- q_{23} \dot{q}_1^2 A_2 \cos(2q_2) + A_4 q_{22} \cos(q_2) = 0$$

مشتق طرفین معادلات دینامیکی نسبت به پارامتر A_4 برابر با

می‌شود. سپس بوسیله‌ی افزودن خطا با توزیع گاوسی به پاسخ‌های بدست آمده از حل معادلات، شرایط آزمایشگاهی بازسازی می‌شود. از این پاسخ‌های خطا دار بجای داده‌های اندازه گیری استفاده می‌شود. از آنجا که مسائل معکوس ذات ناسالمی دارند، وجود اندکی خطای اندازه‌گیری منجر به ایجاد خطای زیاد در نتایج مساله می‌گردد. برای کاهش اثرات منفی خطای داده برداری بر روی نتایج مساله، همگرایی به نتیجه‌ی مطلوب و افزایش اطمینان از پاسخ نهایی نیاز به اعمال الگوریتم پیش هموارسازی بر روی داده‌های خطا دار می‌باشد. لذا در شروع فرآیند شناسایی داده‌های هموار شده جایگزین داده‌های آزمایشی شده و مبنای انجام محاسبات در طول فرآیند شناسایی قرار می‌گیرند.

۲-۳- الگوریتم هموارسازی

به منظور تبدیل برداری مثل \mathbf{P} با داده‌های نوسانی و نویزدار به برداری به نام \mathbf{P}' با داده‌های هموار شده، تابع R مطابق رابطه (۲۷) تعریف می‌گردد. با کمینه کردن R ، جمله نخست باعث می‌شود که دو بردار تا حد امکان بهم نزدیک باشند و جمله دوم باعث می‌شود که میزان نوسانات محلی بردار \mathbf{P} کاهش یابد [۱۶]:

$$R = \sum_{i=1}^M (\mathbf{P}'_i - \mathbf{P}_i)^2 + \beta \sum_{i=2}^{M-1} (\mathbf{P}'_{i+1} - 2\mathbf{P}'_i + \mathbf{P}'_{i-1})^2 \quad (27)$$

در این رابطه M تعداد مؤلفه‌ی بردار \mathbf{P} و β پارامتر هموارسازی می‌باشد. اگر مقدار پارامتر انتخابی β خیلی بزرگ باشد میزان هموار سازی بسیار زیاد بوده ولی مقادیر دو بردار از یکدیگر فاصله زیادی پیدا می‌کنند. همچنین کوچک بودن آن سبب خواهد شد هموارسازی کارایی لازم را نداشته باشد؛ لذا این پارامتر به گونه‌ای اختیار می‌گردد که پس از هموارسازی، قالب کلی رفتار سیستم حفظ شود و در عین حال، به میزان مناسبی از نویز داده‌ها کاسته شود.

اولین جمله تابع R نزدیکی داده‌های بردار هموار شده را به داده‌های اندازه‌گیری شده در حد امکان فراهم می‌کند. دومین جمله نیز متضمن کاهش نوسانات داده‌های اولیه است. کمینه سازی تابع R معادل کمینه سازی عبارت $\|\mathbf{BP}' - \mathbf{L}\|$ می‌باشد. در این رابطه \mathbf{L} و \mathbf{B} به صورت رابطه (۲۸) تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \mathbf{I} \\ \beta \mathbf{H} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{L} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

در حالت کلی ماتریس \mathbf{H} نیز مانند ماتریس همانی \mathbf{I} ، یک ماتریس $M \times M$ است، که برابر با تعداد مؤلفه‌های بردار \mathbf{P} می‌باشد. در رابطه (۲۹)، \mathbf{H} برای حالت خاص $M = 5$ نوشته شده است. با توجه به ساختار \mathbf{H} ، همواره دترمینان \mathbf{B} مخالف صفر بوده و $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ معکوس پذیر خواهد بود. با کمینه سازی تابع R با رویکرد حداقل مربعات، بردار $\hat{\mathbf{P}}$ به فرم رابطه (۳۰) حاصل خواهد شد:

$$\hat{\mathbf{P}}' = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{L} \quad (30)$$

معادلات (۲۲) و (۲۳) می‌باشد.

$$\begin{aligned} & A_2 q_{24} \sin(2q_2) \ddot{q}_1 + (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{14} \\ & + A_2 (\dot{q}_{14} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \dot{q}_{24}) \sin(2q_2) \\ & + 2A_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_{24} \cos(2q_2) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & A_3 \ddot{q}_{24} - A_2 \dot{q}_{14} \dot{q}_1 \sin(2q_2) - q_{24} \dot{q}_1^2 A_2 \cos(2q_2) \\ & + \sin(q_2) + A_4 q_{24} \cos(q_2) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

مشقت طرفین معادلات دینامیکی نسبت به پارامتر F_s برابر با

معادلات (۲۴) و (۲۵) می‌باشد.

$$\begin{aligned} & A_2 q_{25} \sin(2q_2) \ddot{q}_1 + (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{15} \\ & + A_2 (\dot{q}_{15} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \dot{q}_{25}) \sin(2q_2) \\ & + 2A_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_{25} \cos(2q_2) + \text{sgn}(\dot{q}_1) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & A_3 \ddot{q}_{25} - A_2 \dot{q}_{15} \dot{q}_1 \sin(2q_2) - q_{25} \dot{q}_1^2 A_2 \cos(2q_2) \\ & - A_4 q_{25} \cos(q_2) - \text{sgn}(\dot{q}_2) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

لازم به ذکر است که در روش معمول محاسبه ماتریس حساسیت، مشتقات ضمنی کمیت‌های اندازه‌گیری شده را با استفاده از روش تفاضلات محدود بدست می‌آورند. در این روش، انتخاب گام مشتق‌گیری از اهمیت بسیار بالایی برخوردار بوده و شدت بر دقت نتایج تأثیرگذار است. این مشکل، خود را در سیستم‌های غیر خطی، نظیر سیستم مورد بررسی در این پژوهش، بیشتر نشان می‌دهد. بنابراین، با استفاده از راهکار ارائه شده در این پژوهش، نه تنها ضرایب حساسیت را بصورت کاملاً دقیق بدست آورده می‌شود، بلکه به قابلیت اطمینان مساله معکوس شناسایی و سپس طراحی کنترلگر نیز افزوده می‌شود.

فرآیند شناسایی با یک حدس اولیه برای بردار مجهولات شروع می‌شود. در ادامه پس از انجام محاسبات و تشکیل ماتریس حساسیت، جهت بردار جستجو طبق رابطه (۱۳) بدست می‌آید و با استفاده از رابطه (۱۲) حدس بعدی برای پارامترهای مجهول مشخص می‌شود. اگر تابع هدف به ازای پاسخ بدست آمده، از گام قبل کمتر بود که فرآیند ادامه می‌یابد در غیر این صورت طول گام به نصف مقدار قبل کاهش یافته و دوباره تابع هدف محاسبه و نابرابری $f(\mathbf{X}^{(k+1)}) < f(\mathbf{X}^{(k)})$ بررسی می‌شود؛ و این عمل تا زمانی که نابرابری مذکور برقرار نباشد ادامه می‌یابد. الگوریتم شناسایی همواره جهت تشخیص پاسخ نهایی دو شاخص مهم را در نظر می‌گیرد. یکی اندازه تابع هدف و دیگری فاصله‌ی پاسخ نهایی و حدس قبل از آن می‌باشد. در هر مرحله از فرآیند تکرار، الگوریتم تا زمانی که این دو کمیت از میزان از پیش تعیین شده‌ی e_1 و e_2 کمتر نشده باشند ادامه خواهد یافت. بدین ترتیب شرایط همگرایی الگوریتم شناسایی بصورت رابطه‌ی (۲۶-الف) و (۲۶-ب) نوشته می‌شود:

$$\|\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k)}\| < e_1 \quad (26-الف)$$

$$f(\mathbf{X}^{(k+1)}) < e_2 \quad (26-ب)$$

در پژوهش حاضر، بجای انجام آزمایش واقعی و سپس اندازه‌گیری موقعیت زاویه‌ای محورهای سمت و ارتفاع گیمبال، از شبیه سازی آزمایش استفاده شده است. به این ترتیب که معادلات حرکت گیمبال برای مجموعه‌ی مشخصی از پارامترها حل شده و موقعیت زاویه‌ای محورهای سمت و ارتفاع را در گام‌های زمانی معینی بدست آورده

۲-۴- کنترل گیمبال دو محوره

به دلیل وجود اغتشاشات در سیستم و نویزهای مزاحم، عدم قطعیت پارامترها و دینامیک‌های مدل نشده‌ی احتمالی نامعینی‌هایی در مدلسازی سیستم وجود دارد. بنابراین نیاز به کنترل کننده‌ای است که در حضور این نامعینی‌ها توانایی حفظ پایداری سیستم را داشته باشد. مود لغزشی یکی از روش‌های کنترلی غیرخطی بوده که به دلیل سادگی طراحی و پیاده‌سازی آن در عمل سالهاست توجه زیادی را به خود جلب کرده است. کنترل مود لغزشی تلفیقی از روش‌های پسخورد خطی ساز و لیاپانوف با یک تعریف متغیر خاص است. به منظور کنترل گیمبال دو محوره از رویکرد مود لغزشی استفاده شده که مبنای آن مانند بسیاری از کنترلرهای غیرخطی نظریه پایداری لیاپانوف می‌باشد. در اینجا تابع کاندید لیاپانوف به صورت رابطه (۳۱) در نظر گرفته می‌شود [۱۷] و [۱۸]، که در آن V یک تابع مثبت معین و S متغیر لغزش است. طبق نظریه پایداری لیاپانوف اگر مشتق تابع V منفی معین باشد، $S = 0$ پایدار مجانبی خواهد بود. اما در نظریه کنترل مود لغزشی برای تضمین منفی بودن تابع لیاپانوف مربوطه و در نتیجه آن همگرایی پاسخ به سطح لغزش، برقراری نامساوی (۳۲) مد نظر قرار می‌گیرد که به شرط لغزش معروف است.

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (31)$$

$$\dot{V} = S\dot{S} < -\eta|S| \quad (32)$$

در واقع سیگنال کنترلی u به گونه‌ای طراحی می‌شود که نامساوی فوق برقرار باشد. η نیز یک ثابت مثبت و اختیاری است که هرچه بزرگتر باشد، زمان همگرایی به $S = 0$ سریعتر اتفاق می‌افتد اما بزرگی بیش از حد آن نیز می‌تواند سیگنال کنترلی را بزرگ کند. اگر $\dot{S} = 0$ باشد مقدار u برابر با رابطه‌ی (۳۳) می‌باشد و u_{eq} نامیده می‌شود:

$$u = u_{eq} = \frac{1}{g(\mathbf{x})} \left(-f(\mathbf{x}) + \dot{x}_d^{(n)} - \alpha_{n-2} e^{(n-1)} - \dots - \alpha_1 \dot{e} - \alpha_0 e \right) \quad (33)$$

در حالت کلی قانون کنترلی که در سیستم گیمبال دو محوره مطابق با گشتاور اعمالی است به صورت رابطه (۳۴) به دست می‌آید:

$$\dot{S} = S\dot{S} = S \left[\underbrace{f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} + \alpha_{n-2} e^{(n-1)} + \dots + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e}_{-K \operatorname{sgn}(S)=\dot{S}} \right] \quad (34)$$

با توجه به رابطه (۳۴)، \dot{S} برابر با رابطه (۳۵) خواهد بود:

$$\dot{S} = f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} + \alpha_{n-2} e^{(n-1)} + \dots + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e = -K \operatorname{sgn}(S) \quad (35)$$

و با توجه به رابطه‌ی $|S| \operatorname{sgn}(S) = S$ ، مشتق تابع لیاپانوف برابر با رابطه (۳۶) بدست می‌آید:

$$\dot{V} = -K |S| \quad (36)$$

در رابطه فوق اگر $K > \eta$ انتخاب شود، نامساوی (۳۲) برقرار شده و هدف کنترلی یعنی میل به سطح لغزش برقرار می‌گردد. با توجه به رابطه (۳۲) قانون کنترلی u به صورت رابطه (۳۷) محاسبه می‌گردد:

$$u = u_{eq} - \frac{K}{g(\mathbf{x})} \operatorname{sgn}(S) \quad (37)$$

$$= \frac{1}{g(\mathbf{x})} \left(-f(\mathbf{x}) + \dot{x}_d^{(n)} - \alpha_{n-2} e^{(n-1)} - \dots - \alpha_1 \dot{e} - \alpha_0 e \right) - \frac{K}{g(\mathbf{x})} \operatorname{sgn}(S)$$

بدلیل وجود تابع علامت $\operatorname{sgn}(S)$ در رابطه به دست آمده برای سیگنال کنترلی u ، سیستم حول سطح لغزش به دلیل ناپویستگی سیگنال کنترلی روی این سطح، مرتب نوسان می‌کند؛ این نوسانات پی در پی به پدیده لرزش معروف است. برای رفع این مشکل معمولاً تابع پیوسته‌ی $\operatorname{sat}\left(\frac{S}{\varphi}\right)$ ، مطابق با رابطه (۳۸)، جایگزین تابع ناپویسته‌ی $\operatorname{sgn}(S)$ می‌شود که φ در آن ضخامت لایه مرزی تعریفی حول سطح لغزش است.

$$\operatorname{sat}\left(\frac{S}{\varphi}\right) = \begin{cases} +1 & S > \varphi \\ S/\varphi & -\varphi < S < \varphi \\ -1 & S < -\varphi \end{cases} \quad (38)$$

اکنون با استفاده از مقادیر معینی که از فرآیند شناسایی حاصل شده‌اند، روابط کنترلی گیمبال برای هر دو درجه آزادی استخراج خواهند شد. بدین منظور گشتاور اعمالی در معادله‌ی دینامیک هر محور وارد می‌شود، واضح است که کنترل این سیستم به روش کنترل مود لغزشی نیازمند تعریف دو سطح لغزش جداگانه برای دو درجه آزادی سیستم است. برای این کار سطح لغزش مرتبه اول بکار برده شده است. سطح لغزش و مشتق آن برای درجه آزادی مذکور به صورت روابط (۳۹) و (۴۰) تعریف می‌گردند:

$$S_1 = \dot{e} + \lambda e \quad (39)$$

$$\dot{S}_1 = \ddot{e} + \lambda \dot{e} = \ddot{q} - \ddot{q}_d + \lambda(\dot{q} - \dot{q}_d) \quad (40)$$

بر اساس معادله حاکم بر درجه آزادی سمت گیمبال (معادله (۷))، مشتق زمانی سطح لغزش محور سمت گیمبال به صورت رابطه (۴۱) خواهد بود:

$$\dot{S}_1 = \frac{1}{(A_1 + A_2 \sin^2(q_2))} [-A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1)] + \frac{1}{(A_1 + A_2 \sin^2(q_2))} \tau_1 - \ddot{q}_{1d} + \lambda_1 (\dot{q}_1 - \dot{q}_{1d}) \quad (41)$$

با قرار دادن $S_1 = 0$ سیگنال کنترلی معادل محور سمت به صورت رابطه (۴۲) به دست می‌آید.

$$\tau_{1eq} = [A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_1)] + (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \ddot{q}_{1d} - \lambda_1 (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) (\dot{q}_1 - \dot{q}_{1d}) \quad (42)$$

بنابراین سیگنال کنترلی τ_1 در حالت کلی برابر با رابطه (۴۳) است:

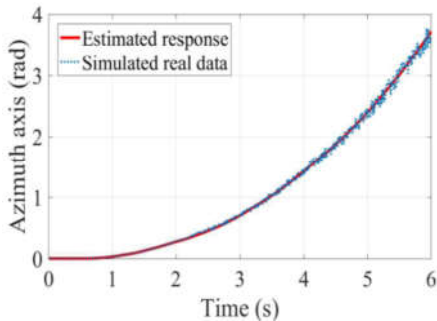
$$\tau_1 = \tau_{1eq} - K_1 (A_1 + A_2 \sin^2(q_2)) \operatorname{sat}(S_1/\varphi) \quad (43)$$

به صورت مشابه میتوان سیگنال کنترلی نظیر درجه آزادی دوم یعنی ارتفاع گیمبال را به دست آورد. با در نظر گرفتن سطح لغزشی مشابه با سطح لغزش تعریفی برای درجه آزادی سمت و با توجه به معادله حاکم بر ارتفاع (معادله (۸))، مشتق سطح لغزش برای محور ارتفاع به صورت رابطه (۴۴) محاسبه می‌گردد:

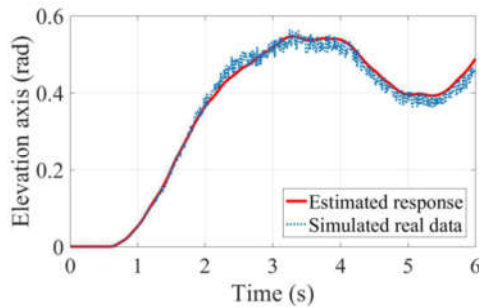
جدول ۲- مقدار پارامترهای دقیق و مقدار پارامترهای تخمینی

پارامترهای مجهول	مقدار دقیق پارامترها	مقدار تخمینی حاصل از فرآیند شناسایی پارامترها	
		تحریک با سیگنال ورودی prbs	تحریک با سیگنال ورودی سینوسی با نویز گاوسی ۱۰٪
A_1	۳/۵	۳/۳۵۵۶	۳/۴۸۷۱
A_2	۰/۵	۰/۵۶۵۷	۰/۵۴۳۷
A_3	۲/۰	۱/۸۷۲۳	۱/۹۹۳۶
A_4	۳/۰	۲/۹۲۷۴	۳/۰۱۰۵
F_s	۰/۱	۰/۱۰۱۷	۰/۰۹۶۰

در شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب نمودار داده‌های قرائت شده (شبیه‌سازی) برای محور سمت و ارتفاع با توزیع خطای گاوسی به ازای سیگنال ورودی prbs به همراه رفتار سیستم شناسایی شده، دیده می‌شود. شکل ۴ و ۵ نمایشگر همین نمودارها به ازای سیگنال ورودی سینوسی نویزدار با توزیع گاوسی می‌باشد. نمودارهای رفتار گیمبال در این شکل‌ها، بر اساس پاسخ معادله‌ای است که ثوابت آن به کمک فرآیند شناسایی مشخص شدند و در جدول ۲ ارائه گردیدند. همانطور که دیده می‌شود رفتار سیستم شناسایی شده در هر دو محور بخوبی رفتار واقعی سیستم را پیش‌بینی می‌کند.



شکل ۲- داده‌های قرائت شده محور سمت به ازای سیگنال ورودی prbs به همراه رفتار سیستم شناسایی شده



شکل ۳- داده‌های قرائت شده محور ارتفاع به ازای سیگنال ورودی prbs به همراه رفتار سیستم شناسایی شده

$$\dot{S}_2 = -\frac{1}{A_3} \left[-\frac{1}{2} A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1^2 + A_4 \sin(q_2) + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \right] + \frac{1}{A_3} \tau_2 - \dot{q}_{2d} + \lambda (\dot{q}_2 - \dot{q}_{2d}) \quad (44)$$

همچنین با قرار دادن $\dot{S}_2 = 0$ سیگنال‌های کنترلی معادل و نهایی محور ارتفاع به ترتیب به صورت روابط (۴۵) و (۴۶) به دست می‌آیند:

$$\tau_{2eq} = -\frac{1}{2} A_2 \sin(2q_2) \dot{q}_1^2 + A_4 \sin(q_2) \quad (45)$$

$$+ F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) + A_3 \dot{q}_{2d} - A_3 \lambda_2 (\dot{q}_2 - \dot{q}_{2d}) \quad (46)$$

$$\tau_2 = \tau_{2eq} - K_2 A_3 \operatorname{sat} \left(\frac{S_2}{\varphi} \right)$$

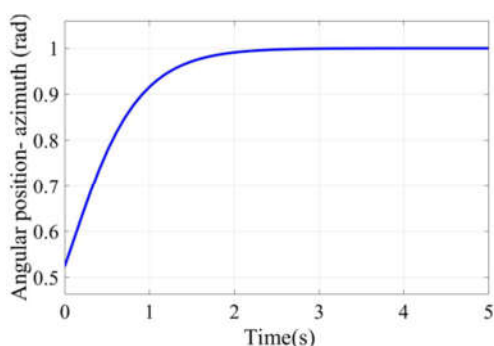
۳- نتایج

در این بخش ابتدائاً، شناسایی پارامترهای مجهول در معادله حرکت یک گیمبال دو محوره انجام شده و سپس بر پایه پارامترهای شناسایی شده، کنترلرگر برای سیستم طراحی می‌گردد. برای این منظور، یک مرتبه به وسیله سیگنال ورودی prbs و بار دیگر بوسیله سیگنال سینوسی با نویز ۱۰٪ گاوسی، سیستم تحریک می‌شود. پاسخ سیستم به این تحریک‌ها بعنوان داده اندازه‌گیری ثبت می‌شود. همچنین مقداری هم نویز برای شبیه‌سازی خطای اندازه‌گیری به داده‌ها اضافه شده است. پارامترهای عددی مورد استفاده در فرآیند شناسایی به همراه سایر کمیت‌های موثر در این فرآیند در جدول ۱ ارائه شده‌اند. همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود خطای داده برداری ۵٪ در نظر گرفته می‌شود. جدول ۲ نتایج شناسایی پارامترهای مجهول سیستم گیمبال دو محوره را گزارش می‌کند. در این جدول مقدار پارامترهای دقیق در نظر گرفته شده و مقدار تخمینی متناظر با هر پارامتر ارائه شده است. نزدیکی مقادیر شناسایی شده و مقادیر دقیق پارامترها، دقت بالای روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

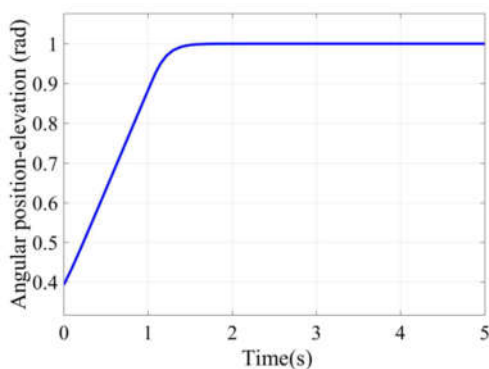
جدول ۱- مقادیر شاخص الگوریتم شناسایی معادلات دینامیکی گیمبال

کمیت شاخص	مقدار عددی	
	تحریک با سیگنال ورودی سینوسی با نویز گاوسی ۱۰٪	تحریک با سیگنال ورودی prbs
گام زمانی داده برداری (ثانیه)	۰/۰۱	۰/۰۱
ضریب پیش هموارسازی محور سمت	۲۰	۲۰
ضریب پیش هموارسازی محور ارتفاع	۲۰۰	۲۰۰
فاصله پاسخ نهایی با حدس قبلی	$4/59 \times 10^{-17}$	۰/۰۴۹۵
مقدار تابع هدف	۰/۱۷۹۱	۰/۰۱۹۸
خطای داده برداری	۵٪	۵٪
مراحل سعی و خطا	۱۰	۵

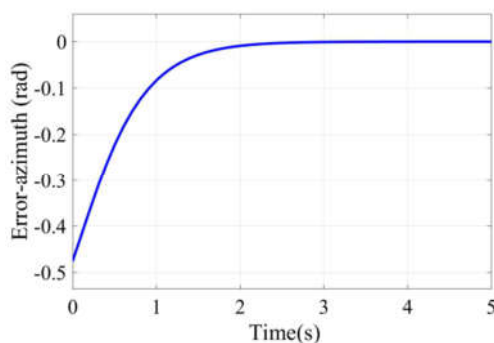
زاویه‌ای سیستم و موقعیت زاویه‌ای مطلوب با توجه به مسیر مرجع می‌باشد، به ترتیب در شکل ۸ و ۹ نشان داده شده اند. با توجه به شکل‌های ۶ تا ۹ در هر دو محور سیستم فرآهش مشاهده نمی‌شود. زمان نشست در محور سمت حدود ۲ و در محور ارتفاع حدود ۱/۵ ثانیه بوده و کنترلگر در حفظ موقعیت زاویه‌ای مطلوب موفق عمل کرده است. با توجه به نتایج شبیه سازی به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با مقادیر انتخاب شده برای ضرایب کنترلگر پیشنهادی، کارایی سیستم کنترلی قابل قبول بوده و اهداف کنترلی برقرار شده است.



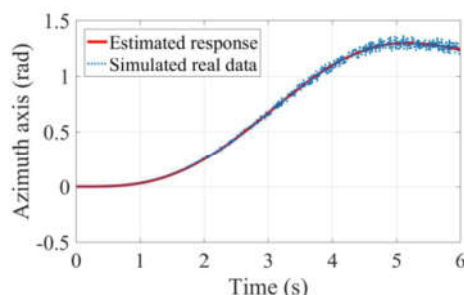
شکل ۶- موقعیت زاویه‌ای محور سمت به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان



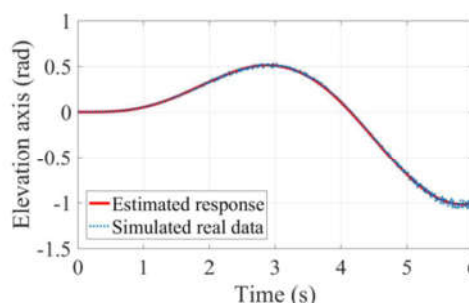
شکل ۷- موقعیت زاویه‌ای محور ارتفاع به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان



شکل ۸- خطای ردیابی محور سمت به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان



شکل ۴- داده‌های قرائت شده محور سمت به ازای سیگنال ورودی سینوسی نویزدار با توزیع گاوسی به همراه رفتار سیستم شناسایی شده

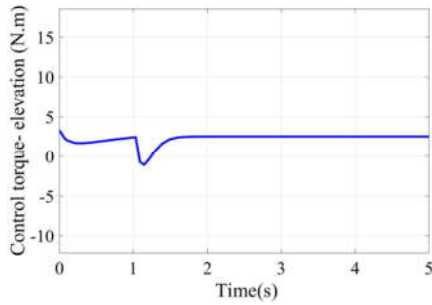


شکل ۵- داده‌های قرائت شده محور ارتفاع به ازای سیگنال ورودی سینوسی نویزدار با توزیع گاوسی به همراه رفتار سیستم شناسایی شده

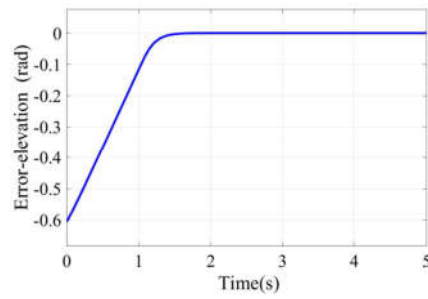
در این بخش نتایج شبیه‌سازی حاصل از اعمال کنترلگر غیرخطی مود لغزشی که بر روی یک گیمبال دو محوره با معادلات دینامیکی (۷) و (۸) پیاده شده‌اند، ارائه می‌گردد. با توجه به روابطی که برای گشتاورهای کنترلی محورهای سمت و ارتفاع گیمبال با استفاده از روش مود لغزشی استخراج شده است، سیستم حلقه-بسته در محیط نرم‌افزار MATLAB شبیه‌سازی شده و نمودار نتایج مربوطه در ردیابی مسیر تابع پله واحد ارائه می‌گردد.

پارامترهای F_3 و $A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$ که در معادله‌ی گشتاور کنترلی محور سمت (رابطه (۴۳)) و در معادله‌ی گشتاور کنترلی محور ارتفاع (رابطه (۴۶)) بکار رفته‌اند مقادیر شناسایی شده (جدول ۲) می‌باشند که به همراه سایر پارامترهای بکار رفته در معادلات کنترل سیستم در جدول ۳ ارائه شده‌اند. ضرایب کنترلی موجود در جدول ۳ با روش سعی و خطا به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که پاسخ سیستم کنترلی با مقادیر مناسب فرآهش و زمان نشست، ورودی مرجع پله واحد را دنبال کند. شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب نمودار پاسخ سیستم برای محورهای سمت و ارتفاع به ازای ورودی مرجع پله واحد را نمایش می‌دهند. لازم به ذکر است که در محور سمت موقعیت زاویه‌ای اولیه $\frac{\pi}{6}$ (rad) و نیز سرعت زاویه‌ای اولیه $\frac{\pi}{6}$ (rad/s) می‌باشد. همچنین در محور ارتفاع موقعیت زاویه‌ای اولیه $\frac{\pi}{8}$ (rad) و سرعت زاویه‌ای اولیه $\frac{\pi}{8}$ (rad/s) می‌باشد.

خطای ردیابی محور سمت و محور ارتفاع که تفاضل موقعیت



شکل ۱۱- گشتاور کنترلی محور ارتفاع به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان



شکل ۹- خطای ردیابی محور ارتفاع به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان

جدول ۳- مقادیر شاخص الگوریتم شناسایی معادلات دینامیکی گیمبال

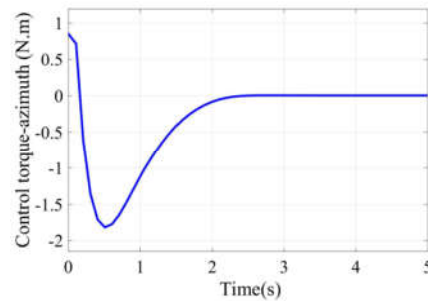
پارامترهای گیمبال و ضرایب کنترلی	مقدار عددی
A_1	۳/۴۸۷۱
A_2	۰/۵۴۳۷
A_3	۱/۹۹۳۶
A_4	۳/۰۱۰۵
F_s	۰/۰۹۶۰
K_1	۳
K_2	۱۰
λ_1	۲/۵
λ_2	۱۰

۴- نتیجه‌گیری

یکی از روش‌های متداول تخمین پارامترهای نامعلوم موجود در سیستم‌های دینامیکی بکارگیری کنترلگرهای تطبیقی است که سبب افزایش پیچیدگی در روابط کنترلی و افزایش حجم محاسبات برخط می‌گردد. در پژوهش حاضر، با استفاده از الگوریتم‌های شناسایی، در ابتدا پارامترهای مجهول موجود در معادله دینامیکی غیرخطی کوپله‌ی حرکت یک گیمبال دو محوره تخمین زده شده‌اند. در این تحقیق برای نخستین مرتبه، آنالیز حساسیت دستگاه معادلات کوپله گیمبال بجای روش متداول تفاضل محدود، با مشتق‌گیری مستقیم از معادلات حاکمه انجام شد. به این ترتیب آنالیز حساسیت بصورت کاملا دقیق و بدون خطا انجام می‌شود و نظر به اهمیت فراوان دقت آنالیز حساسیت در فرآیند شناسایی، الگوریتم بدست آمده در این تحقیق، بسیار قدرتمند است. در ادامه بر پایه معادلات حرکت شناسایی شده، کنترلگر مود لغزشی برای سیستم طراحی شد. به این ترتیب همزمان با بهره‌گیری از سادگی و سرعت کنترل مود لغزشی، عدم قطعیت‌های موجود در سیستم گیمبال مدیریت و با دقت بالایی شناسایی گردید. کارایی تکنیک‌های پیشنهادی در این پژوهش با بررسی عملکرد کنترلی آن در حضور ورودی مرجع پله واحد نشان داده شد. عمده نتایج حاصل از این پژوهش عبارتند از:

۱. داده‌های خطادار، قبل از اینکه به عنوان داده‌های مرجع فرآیند شناسایی بکار گرفته شوند، پیش‌هموارسازی شدند که این عمل به دلیل ذات ناسالمی که مسائل معکوس دارند، سبب افزایش دقت پاسخ

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب گشتاورهای اعمالی به محورهای سمت و ارتفاع را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود محدوده‌ی گشتاورهای کنترلی در این دو نمودار مناسب و قابل اجرا می‌باشد. اما شکستی که در گشتاور کنترلی محور ارتفاع به چشم می‌خورد به این دلیل است که از ثانیه‌ی یکم به بعد که سیستم به موقعیت مطلوب نزدیک می‌شود، دو بخش معادله کنترلی گشتاور محور ارتفاع، یعنی $K_2 A_3 \text{Sat}(S_2/\varphi)$ و τ_{2eq} رفتار متفاوتی دارند. به این صورت که در زمان حدود ۱/۲ ثانیه مقدار متغیر S_2 به صفر میل می‌کند لذا کمیت $K_2 A_3 \text{Sat}(S_2/\varphi)$ در معادله‌ی گشتاور کنترلی محور ارتفاع نیز با شیبی متناسب با K_2 شروع به کاهش کرده و به سمت صفر میل می‌کند. اما بخش τ_{2eq} با شیبی که مقدار آن متناسب با پارامتر λ_2 است، افزایش می‌یابد. از آنجا که میزان کاهش بخش $K_2 A_3 \text{Sat}(S_2/\varphi)$ از میزان افزایش بخش τ_{2eq} بیشتر است، از حدود ثانیه‌ی ۱ به بعد، افت میزان گشتاور اعمالی به محور ارتفاع مشاهده می‌شود. اما در حدود ثانیه ۱/۲ بخش $K_2 A_3 \text{Sat}(S_2/\varphi)$ به صفر میل کرده و ثابت می‌ماند لذا فقط افزایش بخش τ_{2eq} دیده خواهد شد و این افزایش تا حدود ثانیه‌ی ۱/۵ که سیستم به پایداری رسیده است ادامه می‌یابد و در ادامه ثبات مقدار گشتاور کنترلی وارده به محور ارتفاع مشاهده می‌شود.



شکل ۱۰- گشتاور کنترلی محور سمت به ازای ورودی پله واحد بر حسب زمان

- نهایی شد.
۲. نمودار رفتار سیستم به ازای پارامترهای حاصل از فرآیند شناسایی و نمودار رفتار دقیق سیستم در هر دو محور سمت و ارتفاع با هم همخوانی دارند. لذا روش پیشنهادی عملکرد مناسبی در تخمین پارامترهای نامعین معادلات حاکم بر حرکت گیمبال دو محوره داشت.
۳. با توجه به دقت نتایج روش پیشنهادی، می‌توان از روش گرادیان محور گاوس- نیوتون برای شناسایی پارامترهای نامعین سایر سیستم‌ها نیز استفاده نمود.
۴. بررسی نمودارهای خطای مسیریابی محورها در کنترل مود لغزشی نشان می‌دهد که همگرایی و کنترل موقعیت صورت گرفته و هدف ردیابی در بازه زمانی مناسب، به خوبی انجام شده است.
- ۵- سپاسگزاری**
- نویسندگان اول تا سوم مراتب تقدیر و تشکر خود را از پژوهشکده مکانیک پژوهشگاه فضایی ایران که این پژوهش با حمایت مالی آن سازمان مطابق قرارداد شماره‌ی ۹۶/۱۰۵۰/۴۰۲ ق (طرح پژوهشی (۵)) انجام شده است، بعمل می‌آورند.
- ۶- مراجع**
- [1] Abdo M.M., Vali A.R., A.R. Toloei, and M.R. Arvan, Stabilization loop of a two axes gimbal system using self-tuning PID type fuzzy controller. *ISA transactions*, Vol.53, No.2, pp. 591-602, 2014.
- [2] V. Sangveraphunsiri, K. Malithong, Control of Inertial Stabilization Systems Using Robust Inverse Dynamics Control and Sliding Mode Control. In *6th International Conference on Automotive Engineering (ICAE-6) BITEC*, Bangkok, Thailand, 2010.
- [3] Smith, Brian J., William J. Schrenk, William B. Gass, and Shtessel Y. B., Sliding mode control in a two-axis gimbal system. In *1999 IEEE aerospace conference. Proceedings (Cat. No. 99TH8403)*, vol. 5, pp. 457-470, 1999.
- [4] Espinosa C., Mayen K., Lizarraga M., Salazar S., Romero H., and Lozano R., Sliding mode line-of-sight stabilization of a two-axes gimbal system. In *IEEE Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems*, pp. 431-438, 2016.
- [5] Fang J., Yin R., and Lei X., An adaptive decoupling control for three-axis gyro stabilized platform based on neural networks. *Mechatronics*, Vol.27, pp. 38-46, 2015.
- [6] Khayatian M., and Aghaee P. K., Adaptive control of a two axis gimbal system using modified error. In *3rd International Conference Control Instrumentation Autom, IEEE*, No. June, pp. 1-5, 2014.
- [7] Khayatian M., Aghaee P. K., Adaptive Control of a Two Axis Gimbal System Using Auxiliary Error Structure. In *22nd Iranian Conference on Electrical Engineering ICEE*, Iran, Shahid Beheshti University, pp. 1366-1370, 2013.
- [8] Khayatian M. , Arefi M. M., Adaptive dynamic surface control of a two-axis gimbal system. *IET Science, Measurement & Technology*, Vol. 138, No. 9, pp. 1-7, 2016.
- [9] Ji W., Li Q., Xu B., Tu J. J., and Zhao D. A., Cascade servo control for LOS stabilization of opto-electronic tracking platform-design and self-tuning. In *2009 International Conference on Information and Automation*, IEEE, pp. 1034-1039, 2019.
- [10] Naderolasli A., and Tabatabaei M., Stabilization of the Two-Axis Gimbal System Based on an Adaptive Fractional-Order Sliding-Mode Controller. *IETE Journal of Research*, Vol.63, No.1, 2017.
- [11] Tan K. C., Lee T. H., Khor E. F., and Ang D. C., Design and real-time implementation of a multivariable gyro-mirror line-of-sight stabilization platform. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 128, No. 1, pp. 81-93, 2002.
- [12] Dong F., Lei X., and Chou W., A Dynamic Model and Control Method for a Two-Axis Inertially Stabilized Platform, *IEEE Transactions Industrial Electronics*, Vol.64, No.1, pp. 432-439, 2017.
- [13] Seong K. J., Kang H. G., Yeo B. N., and Lee H. P., The stabilization loop design for a two-axis gimbal system using LQG/LTR controller. In *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*, IEEE, pp. 755-759, 2006.
- [14] Hematiyan M., Khosravifard A., and Shiah Y., A novel inverse method for identification of 3D thermal conductivity coefficients of anisotropic media by the boundary element analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.89, pp. 685-693, 2015.
- [15] Liu G.-R., and Han X., *Computational inverse techniques in nondestructive evaluation*, CRC press, 2003.
- [16] Khosravifard A., and Hematiyan M., Inverse analysis of solidification problems using the mesh-free radial point interpolation method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences (CMES)*, vol. 78, No.3-4, pp. 185-208, 2011.
- [17] Slotine J.-J.E., and Li W., *Applied nonlinear control*. Prentice hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [18] Khalil H.K., *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.