

## محاسبه‌ی تحلیلی کشش بین قفسه‌ای در فرآیند نورد سرد پیوسته

محمد کریمی خوزانی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد  
 مهرداد پورسینا استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان  
 حسین گلستانیان دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد

### چکیده

با پیشرفت تکنولوژی، انواع فرآورده‌های فلزی، به‌ویژه فرآورده‌های فولادی را به‌روش نورد تولید می‌کنند. نرخ و راندمان بالای تولید محصولات نورد، همچنین دقت زیاد محصولات آن باعث شده است که این صنعت از جایگاه و اهمیت خاصی در بین دیگر فرآیندهای شکل‌دهی برخوردار شود. در عمل در بیشتر فرآیندهای نورد سرد، به‌ویژه نورد سرد ورق در قفسه‌های پیاپی در فاصله‌ی بین قفسه‌ها، تنش‌های کششی عقب و جلو در نوار ورق ایجاد می‌شود. این پارامتر بر روی بخش‌های مختلف فرآیند نورد نظیر فشار غلتک‌ها، نیروی نورد، لغزش جلویی و عقبی و همچنین زاویه‌ی خنثی تأثیر گذار است. از این رو محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای یکی از مراحل مهم در طراحی خطوط نورد پیوسته می‌باشد. در حال حاضر هیچ‌گونه رابطه‌ی تحلیلی برای محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای وجود ندارد و بیشتر اطلاعات موجود در این زمینه بر مبنای مشاهده‌های تجربی است. در این تحقیق بر اساس روابط تحلیلی موجود در تئوری نورد، تأثیر کشش بین قفسه‌ای بر روی پارامترهای مختلف نورد و همچنین تأثیر اختلاف سرعت غلتک‌ها در ایجاد کشش بین قفسه‌ای، دو دسته روابط تحلیلی برای محاسبه‌ی تنش کششی بین قفسه‌ای ارائه شده است. صحت نتایج به‌دست آمده از روابط تحلیلی از مقایسه با نتایج تجربی گرفته شده از خط نورد سرد مجتمع فولاد مبارکه‌ی اصفهان تأیید می‌شود.

کلمات کلیدی: نورد سرد پیوسته، کشش بین قفسه‌ای، رابطه‌ی تحلیلی

## Analytical Calculation of Inter-Stand Tension in Tandem Cold Rolling

M. Karimi Khoozani M.Sc Student, Department of Mechanical Engineering,  
 Faculty of Engineering, University of Shahrekord  
 M. Poursina Assistant Professor, Department of Mechanical  
 Engineering, Faculty of Engineering, University of  
 Isfahan  
 H. Golestanian Associate Professor, Department of Mechanical  
 Engineering, Faculty of Engineering, University of  
 Shahrekord

### Abstract

With the development of technology, metallic production especially steel production is performed through the rolling process. The efficiency and delicacy of rolling production causes this industry to have an important place compared to other metal forming methods. In practice, in most of cold rolling processes especially continuous cold rolling of strip the inter-stand tension is created between mills. This parameter affects the roll pressure, rolling force, forward and backward slip, and neutral angle. Thus, its calculation is an important step in continuous rolling process design. Currently, there is no analytical formula for calculating the inter-stand tension and most of the available data on this subject is based on the experimental observations. In this research, two analytical formulas for calculating inter-stand tension have been presented on the basis of analytical relations that exist in the rolling theory, the effects of inter-stand tension on rolling parameters, and the effects of difference in roll velocity on the inter-stand tension. To demonstrate the validity of the analytical model, the predicted results are compared with experimental measurements performed at Mobarakeh Steel Complex.

**Keywords:** Continuous cold rolling, Inter-stand tension, Analytical formula.

## ۱- مقدمه

فرآیند نورد به‌عنوان یکی از پیچیده‌ترین فرآیندهای شکل‌دهی فلزات شناخته می‌شود که امروزه به‌دلیل حجم بالای تولید ورق توسط این فرآیند در کارخانجات مختلف دنیا، سرمایه‌گذاری‌های کلانی در زمینه‌ی بهینه‌سازی و توسعه‌ی آن انجام می‌شود. این فرآیند به‌دلیل قابلیت تغییر و تنوع، بهره‌وری و نرخ تولید بالایی که در ساخت محصولات متنوع با سطح مقطع یکسان دارد نقش بسیار مهمی را در صنایع مختلف از جمله: هواپیماسازی، اتومبیل‌سازی، صنایع غذایی و غیره ایفا می‌کند. در این میان، نورد سرد فلزات در صنعت به‌دلیل کنترل دقیقی که بر ابعاد و کیفیت محصول اعمال می‌کند از توجه خاصی برخوردار است. چرا که با اعمال تکنیک‌های مناسب در نورد سرد می‌توان به دقت‌های خوبی از ضخامت، پهنا و طول کوپل دست یافت که اهمیت اقتصادی این مسئله نیز حایز اهمیت می‌باشد. با افزایش تقاضا برای محصولات نورد، توجه عمده به سمت نورد پیوسته معطوف گشته است. هنگامی که تولید با حجم بالا مطرح است، قفسه‌های متعددی را دنبال یکدیگر قرار داده تا ورق به‌طور پیوسته کاهش ضخامت دهد که به این روش نورد، نورد پیوسته یا تاندم گفته می‌شود. در شکل ۱ طرحواره‌ای از نورد سرد پیوسته نشان داده شده است. در قفسه‌های نورد پشت سر هم، تنش‌های کششی عقب و جلو به وسیله‌ی تغییر در سرعت غلتک‌های کاری قفسه‌ها ایجاد می‌شوند. امروزه در قفسه‌های نوین با کنترل دقیق سرعت غلتک‌ها به‌وسیله‌ی رایانه، این تنش‌ها به‌صورت دقیق و حساب‌شده ایجاد می‌شوند [۳]. افزون بر این باید توجه داشت که اندازه‌ی تنش‌های کششی عقب و جلو نباید به تنش تسلیم کششی ماده برسد. به بیان دیگر، همواره بایستی اندازه‌ی این تنش‌ها با یک ضریب ایمنی مطمئن کمتر از تنش تسلیم کششی ماده نگه داشته شوند. در غیر این صورت ممکن است کلاف و یا نوار ورق در فاصله‌ی بین قفسه‌های نورد، یعنی خارج از فضای بین دو غلتک دچار تغییر شکل پلاستیک شود. این کار سبب غیریکنواختی تغییرشکل و پارگی نوار ورق می‌شود. حداکثر مقدار مناسب جهت به‌کارگیری کشش بین قفسه‌ای، یک‌سوم تنش تسلیم میانگین ورق در قفسه‌ی موردنظر می‌باشد [۴].

به‌دلیل اهمیت و جایگاه مهم صنعت نورد در طی سال‌های گذشته، پژوهش‌های متعددی در حوزه‌های مختلف نورد انجام شده است. در زمینه‌ی کشش بین قفسه‌ای در فرآیند نورد پیوسته تحقیق‌های بسیار محدودی صورت گرفته است. تعدادی از پژوهش‌های انجام شده در این زمینه به شرح زیر می‌باشند:

در سال ۱۹۷۸ ژنگ رفتار ریاضی کشش در نورد تاندم را مورد بررسی قرار داد. او در این کار با استفاده از قانون بقای

حجم و در نظر گرفتن رابطه‌ی خطی بین کشش و لغزش جلویی توانست یک معادله‌ی دیفرانسیل برای کشش بین قفسه‌ای در یک خط نورد پیوسته‌ی  $N$  قفسه‌ای ارائه دهد و این معادله را برای حالت پایا در یک خط نورد دو قفسه‌ای حل کند [۵]. او همچنین در سال ۱۹۸۲ روی قابلیت به‌کارگیری معادله‌ی دیفرانسیل کشش در نورد پیوسته بحث کرد و نشان داد که این معادله زمانی قابل استفاده است که تنش کششی بین قفسه‌ای در محدوده‌ی الاستیک باشد [۶]. در سال ۲۰۰۲ نیز ژنگ روی دامنه کاربرد معادله‌ی دیفرانسیل کشش در نورد تاندم کار کرد [۷]. در سال ۲۰۰۷ ژنگ و همکارش با جمع‌آوری کارهای قبلی خود توانستند ضخامت ورق را با استفاده از معادله دیفرانسیل به‌دست آمده برای کشش بین قفسه‌ای در حالت پایا برای یک خط نورد پیوسته‌ی  $N$  قفسه‌ای پیش‌بینی کنند [۸]. ژنگ و همکارانش در سال ۲۰۰۸ نیز به بررسی صحت روابط تحلیلی موجود جهت محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای در نورد پیوسته برای یک خط نورد گرم پرداختند. آنها در این تحقیق از اطلاعات تجربی خط نورد گرم موتوهو آساکاوا برای فولاد ۲۰۵۰ استفاده کردند [۹].

در سال ۱۹۹۳ ژیاگانگ و همکاران روی کشش یک تیر با مقطع  $H$  در نورد پیوسته مطالعه کردند. آنها این مطالعه را برای یک خط نورد پیوسته‌ی سه قفسه‌ای با استفاده از معادله دیفرانسیل کشش انجام دادند و با این کار به توسعه‌ی تئوری‌های نورد پیوسته در مورد تیرهایی با مقطع  $H$  کمک کردند [۱۰].

در سال ۲۰۰۰ ژیالو و همکاران روی ثبات و پایداری کشش در نورد سرد تاندم مطالعه کردند. آنها در این تحقیق ویژگی‌های امولسیون در نورد را مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که با کاهش مقدار امولسیون می‌توان ثبات و پایداری کشش در نورد تاندم را افزایش داد [۱۱].

در سال ۲۰۰۳ ونگ و همکارانش روی معادله‌ی دیفرانسیل کشش به‌عنوان معیاری به‌منظور بررسی تغییرات در خط نورد سرد تاندم مطالعه کردند [۱۲].

در سال ۲۰۰۳ ونبو و همکارانش رابطه‌ای را جهت محاسبه‌ی کشش در نورد سرد پیوسته استخراج و تحلیل کردند و نتایج خود را با استفاده از شبیه‌سازی مورد بررسی قرار دادند [۱۳].

در سال ۲۰۰۶ ژنگ لینگ‌جی و همکارانش مدلی ریاضی برای کشش بین قفسه‌ای ارائه دادند. آنها همچنین در این تحقیق معیاری جهت انتخاب مقادیر کشش بین قفسه‌ای برای کاربردهای تجربی بیان کردند [۱۴].

فشار غلتک در ناحیه‌ی خروجی فضای زیر غلتک یعنی  $0 < \varphi < \delta$  (زاویه‌ی جاری نورد و  $\delta$  زاویه‌ی خنثی است) برابر است با:

$$\left(\frac{p^+}{2k}\right)_i = \left(1 - \frac{t_{fi}}{2k_{fi}}\right) \frac{h}{h_i} e^{\mu_i H_i} \quad (1)$$

و در ناحیه‌ی ورودی فضای زیر غلتک یعنی  $\delta < \varphi < \alpha$  زاویه‌ی گیرش است) برابر است با:

$$\left(\frac{p^-}{2k}\right)_i = \left(1 - \frac{t_{bi}}{2k_{0i}}\right) \frac{h}{h_{i-1}} e^{\mu_i (H_{0i} - H_i)} \quad (2)$$

در روابط بالا  $p^+$  و  $p^-$  به ترتیب فشار غلتک در ناحیه‌ی خروجی و ورودی فضای زیر غلتک،  $2k$  تنش تسلیم جاری ورق در شرایط کرنش صفحه‌ای،  $2k_{fi}$  و  $2k_{0i}$  به ترتیب تنش تسلیم در شرایط کرنش صفحه‌ای در مقطع ورودی و خروجی،  $t_{fi}$  و  $t_{bi}$  به ترتیب تنش کششی جلو و عقب،  $h$  ضخامت جاری ورق،  $h_i$  و  $h_{i-1}$  به ترتیب ضخامت ورق پیش از ورود به غلتک و پس از آن،  $\mu_i$  ضریب اصطکاک و  $i$  شماره‌ی قفسه می‌باشند.  $H_{0i}$  و  $H_i$  هم از روابط زیر به دست می‌آیند [۳]:

$$H_i = 2 \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \cdot \varphi_i \right) \quad (3)$$

$$H_{0i} = 2 \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \cdot \alpha_i \right) \quad (4)$$

در روابط بالا  $R'_i$  شعاع غلتک تغییرشکل یافته بوده که از رابطه‌ی (۵) و  $\alpha_i$  نیز از رابطه‌ی (۶) به دست می‌آید:

$$R' = R \left( 1 + \frac{C}{\Delta h} \cdot \frac{F}{w} \right) \quad (5)$$

$$\cos(\alpha_i) = 1 - \frac{h_{i-1} - h_i}{2R'_i} \quad (6)$$

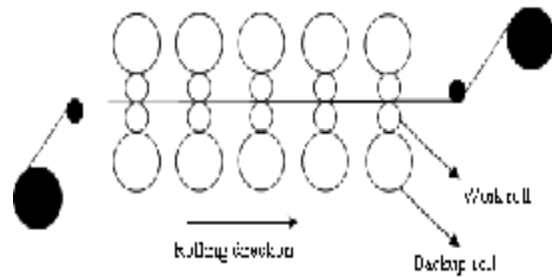
رابطه‌ی (۵) به معادله‌ی هیچکاک<sup>۲</sup> معروف است [۳]. در این رابطه  $F$  نیروی نورد،  $\Delta h$  تغییر ضخامت ورق در هر قفسه،  $w$  پهنا‌ی ورق و  $C$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{16(1 - \nu^2)}{\pi E} \quad (7)$$

در رابطه‌ی بالا  $\nu$  ضریب پواسون و  $E$  مدول الاستیسیته‌ی ماده است. به منظور آسانی کار، جدول ۱، اندازه‌های ثابت  $C$  را برای سه نوع غلتک چدنی، فولادی و کاربیدی نشان می‌دهد.

جدول ۱- اندازه‌های ثابت  $C$  رابطه‌ی (۷) برای سه نوع غلتک [۳].

جنس غلتک‌ها	$C$ (میلی‌متر مربع بر نیوتن)
چدنی	$0.42 \times 10^{-4}$
فولادی	$0.22 \times 10^{-4}$
کاربیدی	$0.07 \times 10^{-4}$



شکل ۱- شماتیکی از نورد سرد پیوسته پنج قفسه‌ای [۱ و ۲]

در سال ۲۰۱۰ ژنگ، ما و لی روی مدل جدیدی از کشش بین قفسه‌ای در نورد پیوسته مطالعه کردند. آنها این مطالعه را برای یک خط نورد دو قفسه‌ای انجام داده و به این نتیجه رسیدند که بیشینه مقدار کشش در همان لحظه‌ی ابتدایی حرکت ورق بین دو قفسه رخ می‌دهد [۱۵].

از جمله پژوهش‌های داخلی انجام شده در این زمینه می‌توان به تحقیق سلیمی و همکاران در سال ۱۳۸۴ اشاره کرد، که به مطالعه‌ی اثر تغییر سرعت و فاصله‌ی غلتکی روی ضخامت و کشش در نورد سرد پرداختند. آنها در این تحقیق سیستم کنترلی نورد تاندم فولاد مبارکه‌ی اصفهان را به منظور شناخت نقش این سیستم کنترلی و یافتن ارتباط بین پارامترهای مختلف فرآیند نورد با استفاده از روش تجربی - تحلیلی مورد بررسی قرار داده، و بیان کردند که کشش بین قفسه‌ای به جنس ورق، ابعاد هندسی و زمان رسیدن ورق از یک قفسه به قفسه‌ی دیگر وابسته است [۱۶].

با بررسی منابع موجود در زمینه‌ی کشش بین قفسه‌ای، مشاهده می‌شود که هیچ‌گونه رابطه‌ی تحلیلی کاربردی در این زمینه وجود نداشته و بیشتر پژوهش‌ها در این زمینه منجر به ارائه‌ی یک معادله دیفرانسیل برای کشش بین قفسه‌ای شده است. در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن پارامترهای مؤثر بر کشش بین قفسه‌ای، دو رابطه‌ی تحلیلی جهت محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای برای یک خط نورد سرد پیوسته‌ی پنج قفسه‌ای ارائه شده است. صحت نتایج به دست آمده توسط مقایسه‌ی نتایج روابط تحلیلی با نتایج تجربی گرفته شده از خط نورد سرد مجتمع فولاد مبارکه‌ی اصفهان ارزیابی شده است.

## ۲- رابطه‌ی تحلیلی اول

با استفاده از روش تختال<sup>۱</sup>، فشار غلتک در حضور تنش‌های کششی عقب و جلو به صورت زیر به دست می‌آید [۳ و ۱۷]:

<sup>2</sup>. Hitchcock's Equation

<sup>1</sup>. Slab method

در زاویه‌ی خنثی فشار ورودی و خروجی با یکدیگر برابر هستند. از مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی (۱) و (۲) در زاویه‌ی خنثی رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{H_{0i}}{2} + \frac{1}{2\mu_i} \left( \ln \frac{h_i}{h_{i-1}} + \ln \frac{2k_{fi}}{2k_{0i}} + \ln \frac{2k_{0i} - t_{bi}}{2k_{fi} - t_{fi}} \right) = 2\sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \cdot \delta'_i [1 + a_i \cdot t_{fi} - a_i \cdot t_{bi}] \right) \quad (15)$$

اگر دستگاه معادلات فوق برای یک خط نورد سرد پنج قفسه‌ای بازنویسی شود، با فرض آن که تنش کششی قبل از قفسه‌ی اول و تنش کششی بعد از قفسه‌ی پنجم معلوم باشد، یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی چهار معادله - چهار مجهول به دست می‌آید که با حل این دستگاه، مقادیر تنش کششی بین قفسه‌ای محاسبه می‌شوند.

### ۳- رابطه‌ی تحلیلی دوم

در این قسمت مراحل استخراج رابطه‌ی تحلیلی دوم ارائه خواهد شد.

#### ۳-۱- فرضیه‌ها

از آنجایی که یک فرآیند نورد پیوسته در حالت واقعی دارای شرایط پیچیده‌ای می‌باشد، می‌توان یک سری ساده‌سازی‌هایی را برای به دست آوردن یک مدل ساده‌تر در نظر گرفت. فرضیه‌های مورد نظر عبارتند از:

- ۱- کشش بین قفسه‌ای در محدوده‌ی الاستیک می‌باشد؛
- ۲- کرنش عرضی صفر می‌باشد و مسأله از نوع کرنش صفحه‌ای است؛
- ۳- تنش کششی جلوی ایستگاه  $i$  ام با تنش کششی پشت ایستگاه  $i+1$  ام برابر است؛
- ۴- رفتار ماده الاستیک - پلاستیک در نظر گرفته می‌شود؛
- ۵- مدل کولمب (لغزنده) جهت اصطکاک مورد استفاده قرار می‌گیرد؛

### ۳-۲- معادله دیفرانسیل تغییر شکل

ناحیه‌ی  $L$  بین مقطع خروجی ایستگاه  $i$  ام و مقطع ورودی ایستگاه  $i+1$  ام را در نظر بگیرید و فرض کنید که سرعت ورودی  $V_i$  ایستگاه  $i+1$  بزرگتر از سرعت خروجی  $V_i$  ایستگاه  $i$  است (شکل ۲):

در زمان  $t$  کرنش نوار  $\varepsilon_i$  است و طول اصلی نوار در محدوده‌ی  $L$ ،  $L'$  است (منظور از طول اصلی، قسمتی از طول نوار است که هنوز تحت کرنش قرار نگرفته است). در زمان  $t + \Delta t$ ، کرنش،

$$H_{N)i} = \frac{H_{0i}}{2} + \frac{1}{2\mu_i} \left( \ln \frac{h_i}{h_{i-1}} + \ln \frac{2k_{fi}}{2k_{0i}} + \ln \frac{2k_{0i} - t_{bi}}{2k_{fi} - t_{fi}} \right) \quad (8)$$

از طرفی نیز با استفاده از رابطه‌ی (۳) در زاویه‌ی خنثی:

$$H_{N)i} = 2\sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \delta'_i \right) \quad (9)$$

زاویه‌ی خنثی تابعی از کشش بین قفسه‌ای است. بدین صورت که تنش کششی عقب، زاویه‌ی خنثی را کوچکتر و تنش کششی جلو زاویه‌ی خنثی را بزرگتر می‌کند. بنابراین، رابطه‌ی خطی زیر برای محاسبه‌ی زاویه‌ی خنثی با تأثیر تنش کششی بین قفسه‌ای پیشنهاد می‌شود [۱۸]:

$$\delta'_i = \delta'_i [1 + a_i \cdot t_{fi} - a_i \cdot t_{bi}] \quad (10)$$

در رابطه‌ی بالا  $\delta'_i$  زاویه‌ی خنثی با تأثیر تنش کششی بین قفسه‌ای،  $\delta'_i$  زاویه‌ی خنثی بدون حضور تنش کششی بین قفسه‌ای و  $a_i$  ضریب تأثیر تنش کششی بین قفسه‌ای بر روی زاویه‌ی خنثی است. ضریب  $a_i$  بر مبنای مشاهده‌های تجربی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود [۸ و ۱۸]:

$$a_i = \sqrt{\frac{2h_{mi}}{R'_i}} \cdot \left( \frac{1}{\mu_i (2k_{0i} + 2k_{fi})} \right) \quad (11)$$

در این رابطه  $h_{mi}$  میانگین ضخامت ورودی و خروجی هر قفسه می‌باشد.

برای محاسبه‌ی  $\delta'_i$ ، اگر روابط (۱) و (۲) در غیاب تنش‌های کششی بین قفسه‌ای بازنویسی شود، روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{p^+}{2k} \Big|_i = \frac{h}{h_i} e^{\mu_i H_i} \quad (12)$$

$$\frac{p^-}{2k} \Big|_i = \frac{h}{h_{i-1}} e^{\mu_i (H_{0i} - H_i)} \quad (13)$$

از مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی (۱۲) و (۱۳) در زاویه‌ی خنثی، که فشار ورودی و خروجی با یکدیگر برابرند، رابطه‌ی زیر برای  $H_N$  بدون حضور تنش‌های کششی بین قفسه‌ای به دست می‌آید:

$$H_N = \frac{H_0}{2} + \frac{1}{2\mu_i} \ln \frac{h_i}{h_{i-1}} \quad (14)$$

حال با محاسبه‌ی  $H_N$  از رابطه‌ی (۱۴) و جایگذاری آن در رابطه‌ی (۹) می‌توان  $\delta'_i$  را محاسبه کرد.

پس از محاسبه‌ی  $\delta'_i$  و ضریب  $a_i$  و جایگذاری آنها در رابطه‌ی (۱۰)، این رابطه در رابطه‌ی (۹) قرار داده می‌شود. در پایان نیز با

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{E} \rightarrow \frac{d\varepsilon_i}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma_i}{dt} \quad (21)$$

با جایگذاری معادله (21) در معادله (20) معادله دیفرانسیل کشش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \frac{E}{L} (V'_{i+1} - V_i) \left(1 + \frac{\sigma_i}{E}\right) \quad (22)$$

در فرآیند نورد سرد پیوسته، فلز مورد استفاده عمدتاً فولاد است. برای این فلز مدول الاستیسیته ۲۱۰ گیگاپاسکال بوده و تنش تسلیم به طور معمول کمتر از ۳۰۰ مگاپاسکال می‌باشد. در ضمن با توجه به فرض ۱، کشش بین قفسه‌ای در محدوده-یلاستیک می‌باشد. بنابراین نسبت  $\frac{\sigma_i}{E}$  حدود یک هزارم خواهد شد. از این رو می‌توان از آن در مقابل عدد ۱ صرف نظر کرده و عبارت  $(1 + \frac{\sigma_i}{E})$  را تقریباً مساوی با عدد یک در نظر گرفت. بنابراین معادله (22) را می‌توان به صورت زیر ساده کرد:

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \frac{E}{L} (V'_{i+1} - V_i) \quad (23)$$

در رابطه‌ی بالا  $\sigma_i$  تنش کششی بین قفسه‌ای و  $E$  مدول الاستیسیته‌ی ورق می‌باشد. معادله (23) را نمی‌توان مستقیماً حل کرد، زیرا اندازه‌گیری سرعت ورق در حین ورود به یک قفسه یا در حین خروج از آن مشکل بوده و تابعی از کشش بین قفسه-ای می‌باشد. از این رو سرعت ورق را بایستی با استفاده از تعریف لغزش و قانون بقای حجم به دست آورد.

$\varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i$  و طول اصلی نوار،  $L''$  است. در بازه‌ی  $\Delta t$ ، تغییرات کرنش کششی نوار در محدوده‌ی  $L$  موجب کوتاه شدن طول اصلی نوار شده است  $(L' - L'')$ . بنابراین معادله‌ی تعادل دینامیکی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$L' - L'' = \frac{(V'_{i+1} - V_i)\Delta t}{1 + \varepsilon_i} \quad (16)$$

بر اساس تعریف کرنش کششی:

$$L' = \frac{L}{1 + \varepsilon_i} \quad (17)$$

$$L'' = \frac{L}{1 + \varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i} \quad (18)$$

معادله‌های (17) و (18) در معادله‌ی (16) قرار داده می‌شود. پس از مرتب‌سازی معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta\varepsilon_i}{\Delta t} = \frac{(V'_{i+1} - V_i)(1 + \varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i)}{L} \quad (19)$$

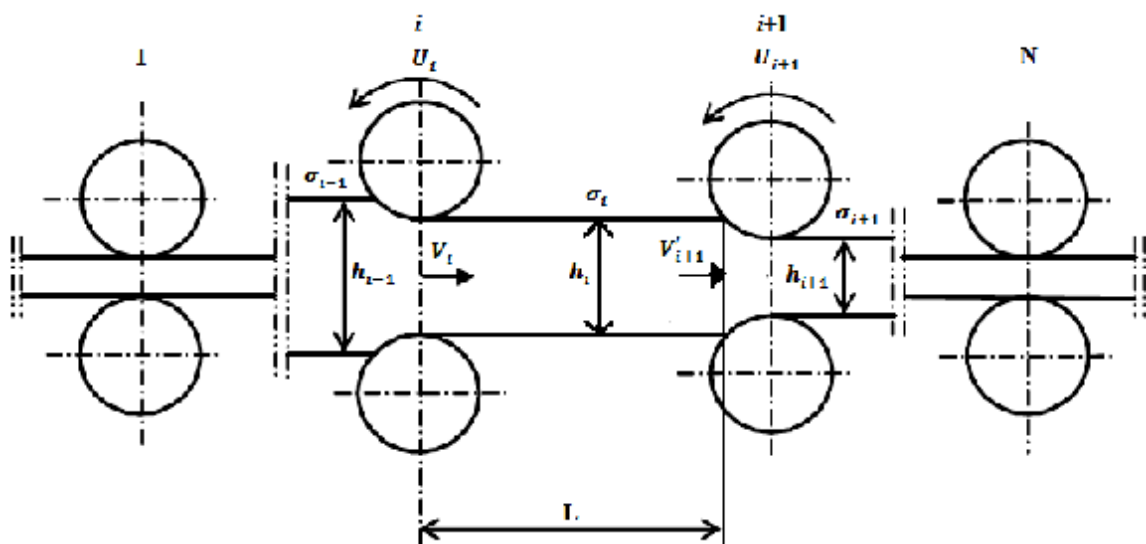
از طرفین رابطه‌ی بالا حد گرفته می‌شود:

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} = \frac{(V'_{i+1} - V_i)(1 + \varepsilon_i)}{L} \quad (20)$$

معادله‌ی (20) معادله‌ی دیفرانسیل تغییر شکل می‌باشد.

### ۳-۳- معادله دیفرانسیل کشش

با توجه به فرض ۱ کشش بین قفسه‌ای در محدوده‌ی الاستیک فرض می‌شود. از این رو در ناحیه‌ی بین قفسه‌ها می‌توان از قانون هوک استفاده کرد. با اعمال قانون هوک معادله‌ی (20) را می‌توان به معادله‌ی دیفرانسیل کشش تبدیل کرد:



شکل ۲- نمایی از خط نورد پیوسته و معرفی پارامترهای مورد استفاده [۶].

که در آن  $r_i$  درصد کاهش ضخامت در هر ایستگاه و  $a_i$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$a_i = \mu_i \sqrt{\frac{R'_i}{h_i}} \quad (29)$$

در رابطه‌ی بالا  $\mu_i$  ضریب اصطکاک و  $R'_i$  شعاع تغییر یافته‌ی غلتک می‌باشد که از رابطه‌ی هیچکاک به دست می‌آید. ضرایب تأثیر تنش کششی جلو و عقب بر روی ضریب لغزش جلویی بر مبنای تجربه به ترتیب به صورت زیر پیشنهاد می‌شوند [۸ و ۱۸]:

$$b_{if} = \frac{c_i}{2\mu_i} \cdot \sqrt{\frac{h_i}{S'_i R'_i}} \cdot \frac{1}{2k_{fi} - \sigma_{fi}} \quad (30)$$

$$b_{ib} = \frac{c_i}{2\mu_i} \cdot \sqrt{\frac{h_i}{S'_i R'_i}} \cdot \frac{1}{2k_{0i} - \sigma_{bi}} \quad (31)$$

به طوری که:

$$c_i = 60; \text{ for } (i=1) \quad (32)$$

$$c_i = 120; \text{ for } (i=2,3,4) \quad (33)$$

$$c_i = 8; \text{ for } (i=5) \quad (34)$$

در روابط بالا  $\sigma_f$  و  $\sigma_b$  به ترتیب تنش کششی جلو و عقب می‌باشند.

با جایگذاری روابط (۲۶) و (۲۷) در روابط (۲۴) و (۲۵) و سپس قراردادن آنها در رابطه‌ی (۲۳) رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \frac{E}{L} \left( \frac{h_{i+1}}{h_i} U_{i+1} (1 + S'_{i+1} [1 + b_{i+1f} \cdot \sigma_{i+1} - b_{i+1b} \cdot \sigma_i]) - U_i (1 + S'_i [1 + b_{if} \cdot \sigma_i - b_{ib} \cdot \sigma_{i-1}]) \right) \quad (35)$$

پس از ساده‌سازی‌های لازم رابطه‌ی (۳۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

باشد. اما برای به دست آوردن مقدار کشش می‌توان این دستگاه معادلات را در حالت پایا حل کرد. به همین منظور  $\frac{d\sigma_i}{dt} = 0$

قرار داده می‌شود. با انجام این کار یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی به دست می‌آید که با حل این دستگاه مقادیر کشش بین قفسه‌ای محاسبه می‌شوند. دستگاه معادلات جبری برای یک خط نورد پنج قفسه‌ای با فرض اینکه تنش کششی قبل از قفسه‌ی اول و همچنین تنش کششی بعد از قفسه‌ی پنجم معلوم باشد در قالب ماتریسی به صورت زیر درخواهد آمد:

با استفاده از تعریف لغزش سرعت ورق در حین خروج از یک قفسه برابر است با:

$$V_i = U_i (1 + S_i) \quad (24)$$

و سرعت ورق در حین ورود به یک قفسه بر مبنای قانون بقای حجم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V'_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{h_i} U_{i+1} (1 + S_{i+1}) \quad (25)$$

در روابط (۲۴) و (۲۵)،  $U_i$  سرعت خطی غلتک  $i$ ام،  $U_{i+1}$  سرعت خطی غلتک  $i+1$ ام،  $h_{i+1}$  ضخامت خروجی از قفسه‌ی  $i+1$ ام،  $h_i$  ضخامت خروجی از قفسه‌ی  $i$ ام،  $S_i$  و  $S_{i+1}$  به ترتیب ضریب لغزش جلویی ایستگاه  $i$ ام و  $i+1$ ام با تأثیر کشش بین قفسه‌ای می‌باشد.

ضریب لغزش جلویی تابعی از کشش بین قفسه‌ای است. بدین صورت که تنش کششی عقب، ضریب لغزش جلویی را کاهش و تنش کششی جلو، ضریب لغزش جلویی را افزایش می‌دهد. بنابراین، رابطه‌ی خطی زیر برای محاسبه‌ی ضریب لغزش جلویی با تأثیر تنش کششی بین قفسه‌ای پیشنهاد می‌شود [۱۸]:

$$S_i = S'_i [1 + b_{if} \cdot \sigma_i - b_{ib} \cdot \sigma_{i-1}] \quad (26)$$

$$S_{i+1} = S'_{i+1} [1 + b_{i+1f} \cdot \sigma_{i+1} - b_{i+1b} \cdot \sigma_i] \quad (27)$$

در این روابط  $S'_i$  و  $S'_{i+1}$  به ترتیب ضریب لغزش جلویی ایستگاه  $i$ ام و  $i+1$ ام بدون تأثیر کشش بین قفسه‌ای،  $b_{if}$  و  $b_{ib}$  ضریب تأثیر تنش کششی جلو روی ضریب لغزش و  $b_{i+1f}$  و  $b_{i+1b}$  ضریب تأثیر تنش کششی عقب روی ضریب لغزش می‌باشد. در ضمن ضریب لغزش جلو بدون تأثیر کشش بین قفسه‌ای را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد [۱۷]:

$$\tan^{-1} \sqrt{S'_i} = \frac{1}{2} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{r_i}{1-r_i}} - \frac{1}{2a_i} \ln \left( \frac{1}{1-r_i} \right) \right] \quad (28)$$

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \frac{E}{L} (\theta_i \sigma_{i-1} - W_i \sigma_i + \varphi_i \sigma_{i+1} + \Delta V_i) \quad (36)$$

به طوری که:

$$\theta_i = U_i S'_i b_{ib} \quad (37)$$

$$\varphi_i = \frac{h_{i+1}}{h_i} U_{i+1} S'_{i+1} b_{i+1f} \quad (38)$$

$$W_i = U_i S'_i b_{if} + \frac{h_{i+1}}{h_i} U_{i+1} S'_{i+1} b_{i+1b} \quad (39)$$

$$\Delta V_i = \frac{h_{i+1}}{h_i} U_{i+1} (1 + S'_{i+1}) - U_i (1 + S'_i) \quad (40)$$

اگر معادله‌ی دیفرانسیل به دست آمده برای یک خط نورد سرد پیوسته نوشته شود، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی به دست می‌آید که حل آن بسیار پیچیده می‌-

ضمن معادله‌ی ساختاری استفاده شده در هر دو مثال به صورت

زیر می‌باشد:

$$\sigma = 560\varepsilon^{0.184} \text{ (Mpa)} \quad (42)$$

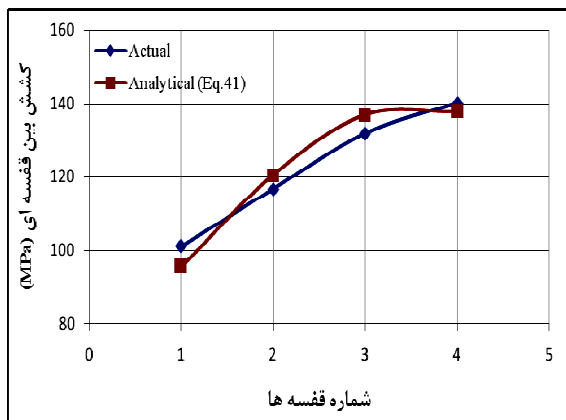
که با استفاده از آزمایش کشش ساده توسط مؤلفین، در آزمایشگاه محصول مجتمع فولاد مبارکه‌ی اصفهان به دست آمده است.

#### ۴-۱- بررسی مثال اول

مشخصات مربوط به خط نورد در مثال اول در جدول ۲ ذکر شده است. در این برنامه‌ی نورد ورقی با پهنای ۱۴۵۰ میلی‌متر و ضخامت اولیه‌ی ۳/۳ میلی‌متر در طی ۵ مرحله نورد سرد به ضخامت ۱/۲۵ میلی‌متر می‌رسد. با جایگذاری مقادیر جدول ۲ در روابط تحلیلی ۱۵ و ۴۱، دستگاه معادلات جهت محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای به دست می‌آید که می‌توان آن را با استفاده از نرم‌افزار MATLAB حل کرد. شکل-های ۳ و ۴ مقایسه‌ی بین مقادیر کشش بین قفسه‌ای به دست آمده از روابط ۱۵ و ۴۱ با مقادیر خط نورد را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مقادیر تجربی گرفته شده از مجتمع فولاد مبارکه در مثال اول.

نیروی غلتک (Ton)	سرعت زاویه‌ای (Rad/s)	ضریب اصطکاک	کشش بین قفسه‌ای (MPa)	ضخامت (mm)	شعاع غلتک (mm)	
-	-	-	۳۶/۳	۳/۳	-	قبل از قفسه ۱
۱۰۰۰	۱۲/۴	۰/۰۴۵۶	-	-	۲۶۳،۴۵	قفسه ۱
-	-	-	۱۰۱/۱	۲/۶۱۲	-	بین قفسه ۱ و ۲
۱۲۰۲/۳۱۲	۱۶/۲	۰/۰۴۳۷۹	-	-	۲۷۰،۳۵	قفسه ۲
-	-	-	۱۱۶/۷	۲/۰۲	-	بین قفسه ۲ و ۳
۱۲۲۵/۶۳۴	۲۰/۲	۰/۰۴۵	-	-	۲۷۸،۴۵	قفسه ۳
-	-	-	۱۳۱/۸۵	۱/۶۰۱	-	بین قفسه ۳ و ۴
۱۰۱۰	۲۵	۰/۰۶	-	-	۲۸۷،۹	قفسه ۴
-	-	-	۱۴۰/۳	۱/۳۹۷	-	بین قفسه ۴ و ۵
۸۷۷/۵	۲۵/۶	۰/۰۸۵	-	-	۲۹۱،۶۸	قفسه ۵
-	-	-	۲۱/۶	۱/۲۵	-	بعد از قفسه ۵



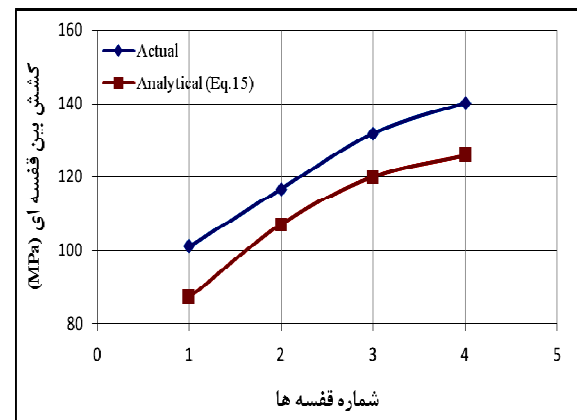
شکل ۴- مقایسه‌ی مقادیر خط نورد با مقادیر به دست آمده از دستگاه معادلات ۴۱ در مثال اول.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 & -W_1 & \varphi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_2 & -W_2 & \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_3 & -W_3 & \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_4 & -W_4 & \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

$$+ \begin{Bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

#### ۴- اعتبارسنجی روابط تحلیلی

دستگاه معادلات به دست آمده، برای فولاد ۱۵۲۱ با مدول الاستیسیته‌ی ۲۱۰ گیگاپاسکال، ضریب پواسون ۰/۳، چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و تنش تسلیم ۲۳۷ مگاپاسکال در دو حالت مختلف حل شده است. به منظور بررسی صحت نتایج به دست آمده از روابط تحلیلی، این نتایج با مقادیر تجربی گرفته شده از مجتمع فولاد مبارکه‌ی اصفهان مقایسه شده است. در



شکل ۳- مقایسه‌ی مقادیر خط نورد با مقادیر به دست آمده از دستگاه معادلات ۱۵ در مثال اول.

دستگاه معادلات ۴۱ مقادیر نزدیک تری را به مقادیر خط نورد برای کشش بین قفسه‌ای ارائه می‌کند. این امر به این دلیل است که دستگاه معادلات ۴۱ شامل پارامترهای مؤثرتری در ایجاد کشش بین قفسه‌ای از جمله سرعت غلتک می‌باشد. در ضمن درصد خطای به دست آمده از هر دو دسته روابط تحلیلی بیشتر مربوط به ساده‌سازی‌های صورت گرفته و همچنین ضرایب پیشنهادی برای در نظر گرفتن تأثیر کشش بین قفسه‌ای روی زاویه‌ی خنثی و لغزش جلوبی می‌باشد. بنابراین، این میزان خطا طبیعی بوده و روابط تحلیلی به دست آمده قابل قبول هستند.

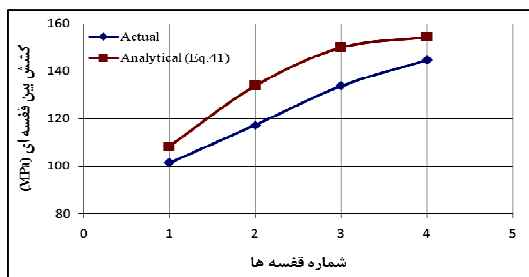
۴-۲- بررسی مثال دوم

مشخصات مربوط به خط نورد در مثال دوم در جدول ۵ ذکر شده است. در این برنامه‌ی نورد ورقی با پهنای ۸۱۵ میلی‌متر و با ضخامت اولیه‌ی ۳/۳ میلی‌متر در طی ۵ مرحله نورد سرد به ضخامت ۱/۲ میلی‌متر می‌رسد.

با جایگذاری مقادیر جدول ۵ در روابط تحلیلی ۱۵ و ۴۱، دستگاه معادلات جهت محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای به دست می‌آید که می‌توان آن را با استفاده از نرم‌افزار MATLAB حل کرد. شکل- ۵ و ۶ مقایسه‌ی بین مقادیر کشش بین قفسه‌ای به دست آمده از روابط ۱۵ و ۴۱ با مقادیر خط نورد را نشان می‌دهد.

جدول ۵- مقادیر تجربی گرفته شده از مجتمع فولاد مبارکه در مثال دوم.

شعاع غلتک (mm)	ضخامت (mm)	کشش بین قفسه‌ای (MPa)	ضریب اصطکاک	سرعت زاویه‌ای (Rad/s)	نیروی غلتک (Ton)
-	۳،۳	۴۶،۱	-	-	-
۲۶۳،۴۵	-	-	۰،۰۴۵۶	۱۷،۳	۵۲۲،۴۵
-	۲،۶۰۲	۱۰۱،۴	-	-	-
۲۷۰،۲۵	-	-	۰،۰۴۳۷۹	۲۲،۲۳	۵۷۸،۶۰۱
-	۲،۰۱۳	۱۱۷،۲۵	-	-	-
۲۸۲،۶۵	-	-	۰،۰۴۵	۲۷،۸۵۵	۶۶۶،۴۶۳
-	۱،۵۷۸	۱۳۳،۸	-	-	-
۲۹۰،۶۵	-	-	۰،۰۴۶	۳۳،۷۹	۶۱۸،۲۹
-	۱،۳۲۸	۱۴۴،۷	-	-	-
۲۹۱،۶۵	-	-	۰،۰۸۵	۳۵،۱۵۶	۴۲۰،۴۲۶
-	۱،۲	۲۱،۶	-	-	-



شکل ۶- مقایسه‌ی مقادیر خط نورد با مقادیر به دست آمده از دستگاه معادلات ۴۱ در مثال دوم

جداول ۳ و ۴ بیان‌کننده‌ی مقادیر به دست آمده برای کشش بین قفسه‌ای از طریق دستگاه معادلات ۱۵ و ۴۱ و درصد خطای آنها نسبت به مقادیر خط نورد می‌باشد.

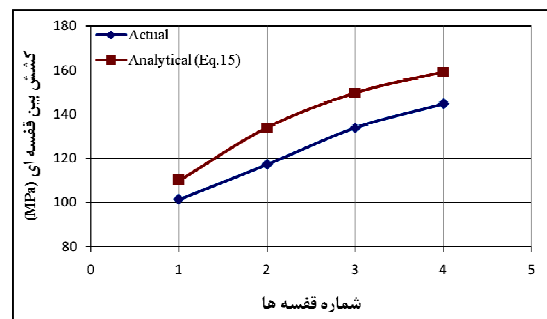
جدول ۳- مقادیر کشش بین قفسه‌ای به دست آمده از طریق دستگاه معادلات ۱۵ و مقایسه‌ی آنها با مقادیر خط نورد در مثال اول.

کشش حاصل از خط نورد (MPa)	کشش حاصل از دستگاه معادلات ۱۵ (MPa)	درصد خطا	بین قفسه ۱ و ۲
۱۰۱،۱	۸۷،۲۶۱۳	۱۳،۷٪	بین قفسه ۱ و ۲
۱۱۶،۷۱	۱۰۷،۱۴۵۱	۸،۲٪	بین قفسه ۲ و ۳
۱۳۱،۸۵	۱۲۰،۰۲۷۸	۸،۹۷٪	بین قفسه ۳ و ۴
۱۴۰،۳	۱۲۵،۹۹۲۲	۱۰،۲٪	بین قفسه ۴ و ۵

جدول ۴- مقادیر کشش بین قفسه‌ای به دست آمده از طریق دستگاه معادلات ۴۱ و مقایسه‌ی آنها با مقادیر خط نورد در مثال اول.

کشش حاصل از خط نورد (MPa)	کشش حاصل از دستگاه معادلات ۴۱ (MPa)	درصد خطا	بین قفسه ۱ و ۲
۱۰۱،۱	۹۵،۵۶۹۷	۵،۵۱٪	بین قفسه ۱ و ۲
۱۱۶،۷۱	۱۲۰،۵۱۷۳	۳،۲۶٪	بین قفسه ۲ و ۳
۱۳۱،۸۵	۱۳۶،۹۱۶۲	۴،۱٪	بین قفسه ۳ و ۴
۱۴۰،۳	۱۳۷،۷۸۴۸	۱،۸٪	بین قفسه ۴ و ۵

در این مثال، درصد خطای به دست آمده از مقایسه‌ی روابط تحلیلی با مقادیر خط نورد در جداول ۳ و ۴ نشان می‌دهد که



شکل ۵- مقایسه‌ی مقادیر خط نورد با مقادیر به دست آمده از دستگاه معادلات ۱۵ در مثال دوم.



را با درصد خطای پایین ارائه می‌کند، شامل پارامترهای مؤثر در بهینه‌سازی خط نورد، از جمله سرعت غلتک می‌باشد. در حال حاضر در خطوط نورد پیوسته، کشش بین قفسه‌ای و درصد کاهش ضخامت را ثابت فرض کرده و نیروی نورد را به‌گونه‌ای تغییر می‌دهند تا فرآیند نورد قابل انجام باشد. اما با استفاده از دستگاه معادلات ۴۱ می‌توان کشش بین قفسه‌ای و درصد کاهش ضخامت را به‌عنوان متغیر در نظر گرفت و با وارد کردن این دستگاه معادلات در یک مسأله‌ی بهینه‌سازی، مناسب‌ترین حالت را برای خط نورد به‌دست آورد، به‌گونه‌ای که خط نورد دارای سرعت تولید بیشینه و نیروی نورد و توان مصرفی کمینه گردد. در ضمن در طول مراحل این تحقیق نتایج زیر به‌دست آمد:

۱- ایجاد تنش‌های کششی عقب و جلو، تأثیر محسوسی در فشار غلتک، زاویه‌ی خنثی، لغزش‌های جلویی و عقبی خواهند داشت. این تنش‌ها باعث کاهش فشار غلتک و در نتیجه نیروی قفسه‌ی نورد می‌شوند. به‌همین دلیل به‌ویژه در نورد سرد فولادهای سخت که فشار غلتک ممکن است بیش از اندازه‌ی ظرفیت قفسه افزایش یابد، از این تنش‌ها برای کاهش فشار غلتک استفاده می‌شود. از سوی دیگر تنش کششی جلو زاویه‌ی خنثی و لغزش جلویی را افزایش و تنش کششی عقب باعث کاهش آنها می‌شود. بنابراین محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای یکی از مراحل مهم در طراحی خط نورد به‌حساب می‌آید.

۲- در قفسه‌های نورد پشت سر هم، تنش‌های کششی عقب و جلو به‌وسیله‌ی تغییر در سرعت غلتک‌های کاری ایجاد می‌شوند. برای نمونه چنانچه سرعت گیرش قفسه‌ی دوم از سرعت خروجی قفسه‌ی اول قدری بیشتر شود، در این‌صورت در نوار ورق فلزی بین دو قفسه، تنش کششی ایجاد می‌شود که برای قفسه‌ی اول حکم تنش کششی جلویی و برای قفسه‌ی دوم تنش کششی عقب خواهد بود. امروزه در قفسه‌های نوین با کنترل دقیق سرعت غلتک‌ها به‌وسیله‌ی رایانه، این تنش‌ها به‌صورت دقیق و حساب‌شده ایجاد می‌شوند.

۳- اندازه‌ی تنش‌های کششی جلو و عقب نباید به تنش تسلیم کششی ماده برسد. به بیان دیگر، همواره بایستی اندازه‌ی این تنش‌ها با یک ضریب ایمنی مطمئن کمتر از تنش تسلیم کششی ماده نگه داشته شوند، در غیر این صورت ممکن است کلاف و یا نوار ورق در فاصله‌ی بین قفسه‌های نورد، یعنی خارج از فضای بین دو غلتک دچار تغییر شکل پلاستیک شود. این کار سبب غیر یکنواختی تغییرشکل و پارگی نوار ورق می‌شود.

جداول ۶ و ۷ بیان‌کننده‌ی مقادیر به‌دست آمده برای کشش بین قفسه‌ای از طریق دستگاه معادلات ۱۵ و ۴۱ و درصد خطای آنها نسبت به مقادیر خط نورد می‌باشد.

**جدول ۶- مقادیر کشش بین قفسه‌ای به‌دست آمده از طریق دستگاه معادلات ۱۵ و مقایسه‌ی آنها با مقادیر خط نورد در مثال دوم.**

کشش حاصل از خط نورد (MPa)	کشش حاصل از دستگاه معادلات ۱۵ (MPa)	درصد خطا	بین قفسه ۱ و ۲
۱۰۱٫۴	۱۰۹٫۹۲۲۸	۸٫۴۱٪	
۱۱۷٫۲۵	۱۳۳٫۷۸۲۴	۱۴٫۱٪	
۱۳۳٫۸	۱۴۹٫۶۰۲۳	۱۱٫۸٪	
۱۴۴٫۷	۱۵۹٫۰۵۸۹	۹٫۹۸٪	

**جدول ۷- مقادیر کشش بین قفسه‌ای به‌دست آمده از طریق دستگاه معادلات ۴۱ و مقایسه‌ی آنها با مقادیر خط نورد در مثال دوم.**

کشش حاصل از خط نورد (MPa)	کشش حاصل از دستگاه معادلات ۴۱ (MPa)	درصد خطا	بین قفسه ۱ و ۲
۱۰۱٫۴	۱۰۸٫۳۵۱۵	۶٫۵۶٪	
۱۱۷٫۲۵	۱۳۳٫۷۷۸	۱۴٫۱٪	
۱۳۳٫۸	۱۴۹٫۹۴۸	۱۲٫۱٪	
۱۴۴٫۷	۱۵۴٫۳۲۵۲	۶٫۶۵٪	

این مثال، نتایج مثال قبلی را تأیید می‌کند. در این مثال، نیز، درصد خطای به‌دست آمده از مقایسه‌ی روابط تحلیلی با مقادیر خط نورد در جداول ۶ و ۷ نشان می‌دهد که دستگاه معادلات ۴۱ مقادیر نزدیک‌تری را به مقادیر خط نورد برای کشش بین قفسه-ای در بیشتر قفسه‌ها ارائه می‌دهد. همان‌طور که در مثال قبلی نیز اشاره شد، این امر به این دلیل است که دستگاه معادلات ۴۱ شامل پارامترهای مؤثرتری در ایجاد کشش بین قفسه‌ای از جمله سرعت غلتک می‌باشد. در ضمن درصد خطای به‌دست آمده از هر دو دسته روابط تحلیلی بیشتر مربوط به ساده‌سازی‌های صورت گرفته و همچنین ضرایب پیشنهادی برای در نظر گرفتن تأثیر کشش بین قفسه‌ای روی زاویه‌ی خنثی و لغزش جلویی می‌باشد. بنابراین، این میزان خطا طبیعی بوده و روابط تحلیلی به‌دست آمده قابل قبول هستند.

### ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج ارائه شده و درصد خطای پایین در دو مثال بالا، صحت نتایج به‌دست آمده از روابط تحلیلی تأیید می‌گردد. همچنین از میان روابط ارائه شده، دستگاه معادلات ۴۱ مناسب-ترین حالت برای محاسبه‌ی کشش بین قفسه‌ای می‌باشد. زیرا این دستگاه معادلات، علاوه بر اینکه مقادیر کشش بین قفسه‌ای

Wuhan University of Science and Technology, 2006, in Chinese

[15] Zheng, S., Ma, J., and Li, Z., "Study on new model of tension process in continuous rolling", Mater. Sci Forum, Vol. 654-656, pp. 226-229, 2010.

[۱۶] سلیمی، م.، تهرانی تفسیری، ا.، "مطالعه‌ی اثر تغییر سرعت و فاصله‌ی غلتکی بر روی ضخامت و کشش در نورد سرد"، سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، ۱۳۸۴.

[17] Roberts L.W., "Cold Rolling of Steel", Marcel Dekker, INC., 1978.

[۱۸] کریمی خوزانی، م.، "بررسی کشش بین قفسه‌ای در فرآیند نورد سرد پیوسته به روش تحلیلی"، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، آذر ۱۳۹۰.

## مراجع

[1] Reddy, N.V., and Suryanarayana, G., "A set-up model for tandem cold rolling mills", journal of Material Processing Technology. 116, pp.269-277, October 2001.

[2] Pires, C.T.A., Ferreira, H.C., Sales, R.M., and Silva, M.A., "Set-up optimization for tandem cold mills: A case study", Journal of Materials Processing Technology, 173, pp.368-375, April 2006.

[۳] مشکسار، م. م.، "اصول مهندسی نورد"، انتشارات دانشگاه شیراز، ۱۳۸۴.

[4] Dixit U.S., and Dixit P.M., "Application of Fuzzy Set Theory in the Scheduling of a Tandem Cold-Rolling Mill", Transactions of the ASME, Vol. 122, pp. 494-500, August 2000.

[5] Zhang, J.Z., "Mathematical treatment of tension in tandem rolling", Beijing Institute of Iron and Steel Research, J. Acta Metallurgica Sinica; 1978, in Chinese.

[6] Zhang, J.Z., "Discussion on applicability of tension equation in continuous rolling", Central Iron and Steel Research Institute, Ministry of Metallurgical Industry, Beijing, J. Acta Metallurgica Sinica, 1982, in Chinese.

[7] Zhang, J.Z., "Application Scope of Tension Differential Equation in Tandem Rolling", (Central Iron & Steel Research Institute, Beijing 100081, China), Journal of Iron and Steel Research, 2002, in Chinese.

[8] Zhang, J.Z., and Zhang X.P., "Formulas of tension of continuous rolling process", Acta Metal. Sin., vol. 20, pp. 403-416, 2007.

[9] Zhang, J.Z., Houxin, Z., Zhe, W., and Baoluo, W., "Experimental Demonstrations and Analysis for Continuous Rolling Tension Formula", (1. Central Iron and Steel Research Institute, Beijing 100081, China, 2. Hot Rolling Mill of Baoshan Iron and Steel Co Ltd, Shanghai 201900, China), Engineering Sciences, 2008, in Chinese.

[10] Xiaoguang, J., Hongde, C., and Yuliang, C., "Study on H-beam continuous rolling tension", Yanshan University, Gangtie, 1993, in Chinese.

[11] Xiaolu, S., Jiexiang, Z., Ruying, H., and Jianhua, M., "Stability of Cold Tandem Rolling Tension", Journal of university of science and technology Beijing, 2000, in Chinese.

[12] Wang, J.S., Bai J.L., Liu X.H., Wang G.D.T., and Shenyang, "Tension Differential Equation for Flying Gauge Change of Tandem Cold Rolling", Journal of northeastern university, 2003, in Chinese.

[13] Wenbo, M., Guang, X., and Yongli, Y., "Derivation and analysis of a new formula to calculate cold continuous rolling tension", Research On Iron and Steel, 2003, in Chinese.

[14] Zhang, L.J., Cheng X.R., and Yong, R., "Mathematic modeling of tension formulas and selection of tension values for tandem cold mills",