

تحلیل کماتش سازه مخروط ناقص ساندویچی با رویه های مواد تابعی هدفمند با تئوری مرتبه بالا

جمال صیدی*

مربی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ایلام، ایلام، ایران

چکیده

در این تحقیق از تئوری بهبود یافته مرتبه بالا برای کماتش سازه مخروطی ناقص ساندویچی، با هسته نرم و رویه های نازک از جنس مواد هدفمند استفاده شده است. در این مساله طبق حل هایی که برای آنالیز وجود دارد، مثل تئوری های تنش برشی و تئوریهای مرتبه بالا، از یک تئوری مرتبه بالای بهبود یافته استفاده شده است. لذا به جهت اهمیت تنشهای عرضی درون صفحه ای، برای رویه ها از تئوری تنش برشی مرتبه اول و برای هسته از معادلات جابجایی مرتبه سوم، استفاده شده است. با توجه به اهمیت مواد تابعی و پیوستگی تغییرات خواص آنها از این مواد استفاده شده است. بنابر این معادلات و روابط کرنش از روابط ون کارمن غیر خطی بدست می آیند و بعد معادلات تعادل از اصل مینیمم انرژی محاسبه می شوند. حل تحلیلی مخروط ناقص با فرض تکیه گاه ساده و تحت نیروی فشاری محوری در راستای یال مخروط، با استفاده از روش حل گلیکین، انجام می شود. نتایج این تحقیق با نتایج محققین دیگر مقایسه، ضمن داشتن دقت بالای نتایج، همخوانی بسیار خوبی با نتایج دیگران مشاهده شده است.

واژه های کلیدی: مخروط ناقص ساندویچی، مواد نانو هدفمند، کماتش.

Buckling analysis of Truncated conical Sandwich Shells with FGM Face sheets using Improved Higher-order Theory

J.Seidi

Department of Mechanical Engineering, Ilam Branch, Islamic Azad University, Ilam, Iran

Abstract

In this study, an improved high-order theory is presented for buckling analysis of sandwich conical shell with thin FGM face sheets and homogenous soft core. First shear deformation theory (FSDT) used for the face sheets and cubic functions are assumed for the transverse and in-plane displacements of the core. The nonlinear Von-Karman type relations are used to obtain the strain components. The equilibrium equations are derived via principle of minimum potential energy. Analytical solution for static analysis of simply supported sandwich conical shells under axial in-plane compressive loads is performed by using Galerkin's solution. The comparisons show that the present results are in the good and better agreement with the results in the literature results.

Keywords: Truncated conical sandwich shell, buckling analysis, Nano- FGM.

۱-مقدمه

یکی از ساختارهایی که به طور معمول در سازه های مکانیکی به خصوص در صنایع هوایی کاربرد فراوان دارد سازه های ساندویچی هستند. سازه های ساندویچی معمولاً دارای ساختار چند ماده ای است که شامل دو لایه یا صفحه بوده که یک هسته مرکزی را احاطه کرده اند و اصطلاحاً به صورت ساندویچ در آمده است. این مواد به واسطه سفتی و مقاومت ویژه بالا، عایق بودن نسبی در برابر حرارت و صدا، قابلیت ساخت و پایداری مناسب، مقبولیت ویژه ای یافته اند و به طور وسیعی در صنایع، هوا فضا، دریایی، خودرو سازی و ... به کار گرفته می شوند. به طور کلی سازه های ساندویچی معمول جزو سازه های لایه ای محسوب می شوند. استفاده از سازه های چندلایه خود دارای یک مشکل بسیار اساسی می باشد و آن اینکه احتمال جدایی بین لایه ها در اثر بارگذاری اعمالی به خصوص در هنگام ضربه وجود دارد، لذا امروزه در صنایع پیشرفته، از ایده مواد هدفمند بهره گرفته می شود که این مشکل را رفع می کند. مواد هدفمند به علت داشتن نسبت استحکام به وزن، خواص مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و مقاومت در برابر شکست راه خود را در صنایع هوایی نیز باز کرده اند و این دسته از مواد بیشترین تأثیر در کاهش وزن سازه های هوایی را بر عهده خواهند گرفت. صرفه جویی در سوخت نقش مهمی را در اقتصاد صنایع هواپیمایی ایفا می -

کند که با افزایش قیمت سوخت این موضوع اهمیت بیشتری نیز یافته است و نهایتاً موجب پذیرش مواد سبک تر و در عین حال مستحکم تر با سرعت بیشتری خواهد گشت. اگرچه ساخت مواد هدفمند ممکن است تا حدی گران باشد اما برگشت سرمایه سریعی خواهند داشت و این مواد بزودی علاوه بر بدنه راه خود را در قسمتهای دیگر مانند تجهیزات داخلی نیز خواهند گشود. آشناترین مواد هدفمند را می توان نمونه ای از سرامیک و فلز نام برد که این دو جنس وظایف ناسازگار با یکدیگر مثل مقاومت در مقابل حرارت، خوردگی و زنگ زدن در معرض محیط های با درجه حرارت بالا و همچنین خواص مکانیکی بالا مانند چقرمگی و قابلیت ماشین کاری را به صورت یکجا دارد. در سال ۲۰۰۵، زنکور [۱] به منظور تحلیل خمش صفحات ساندویچی با مواد مرکب هدفمند و با تکیه گاه ساده از یک حل دو بعدی استفاده کرد. رویه های صفحه ساندویچی از جنس مواد مرکب هدفمند بوده و فرض شده که مدول الاستیسیته و ضریب پواسون رویه ها مطابق با توزیع توانی در ضخامت آن تغییر می کند. سپس در همین سال، زنکور [۲] کماتش و ارتعاشات آزاد صفحه ساندویچی با مواد مرکب هدفمند تحت تکیه گاه ساده را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی صفحه مورد بررسی قرار داد. اثرات اینرسی دورانی در محاسبات لحاظ شده، و بار کماتش بحرانی و فرکانس طبیعی ارتعاشات بدست آمده است. در نهایت نیز، اثر ضخامت هسته و ضخامت کل صفحه بر روی بار کماتش

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: jamal_mm@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۸/۲۵

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۲/۲۴

بحرانی و فرکانس های ویژه تخمین زده شده است. آیدقدو [۳] در سال ۲۰۰۸، شرایط کماتش هدفمند توسط تئوری کلاسیک صفحه را بررسی کردند. به دلیل آنکه صفحات هدفمند به طور کلی نسبت به صفحه میانی در یک شکل نامتقارن می باشند، بنابراین همواره این صفحات قبل از کماتش باید مانند صفحات کامپوزیت لمینیتی نامتقارن در نظر گرفته شود. حدادپور [۴] در سال ۲۰۰۷ به مطالعه ارتعاش پوسته استوانه‌ای به همراه بررسی اثرات دما پرداخته است. احمدی و صدیقی [۵] در سال ۲۰۰۹ مسأله ضربه سرعت پایین توسط یک ضربه زننده صلب نیم کروی بر روی یک پوسته استوانه‌ای FGM را انجام دادند. آنها با استفاده از یک مدل المان محدود، ماتریس جرم، سفتی و میرایی سازه را استخراج کردند. نجاتی و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۷ پوسته مخروطی از مواد هدفمند که توسط نانو لوله های کربن تقویت شده است، تحت بار استاتیکی و ارتعاشات آزاد، بررسی شده است. در این تحقیق اثر کسر حجمی و هندسه لوله های کربنی روی خواص مکانیکی پوسته مخروطی بررسی شده است. ضمناً اثر ضخامت و زاویه راس روی خواص مکانیکی مخروط توسط تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سه بررسی شده است. تغییر شکل برشی پوسته ساندویچی از مواد هدفمند، تحت اثر نیروهای محوری، توسط سافو [۷] در سال ۲۰۱۷ مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق، از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای پایداری مساله استفاده شده است و با استفاده از روش گلرکین مقدار بار بحرانی محوری برای پایداری سازه و اثر لایه های مواد هدفمند روی آن بررسی شده است. انصاری و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۶، ارتعاشات و کماتش پوسته های مخروطی از مواد هدفمند که بوسیله لوله های کربنی تقویت شده اند، به صورت عددی مورد تحلیل قرار داده اند. در این تحقیق با استفاده از اصل همپلتون و تئوری تنش برشی مرتبه اول معادلات حاکم بر مساله را بدست آورده اند و اثر کسر حجمی و انواع توزیع مواد هدفمند روی ارتعاشات و کماتش مخروط تحت بار محوری بررسی شده است. بنابراین با توجه به کاربرد سازه های مخروطی ناقص، مثلاً دماغه هواپیما، راکت و موشک ها و ... که تحت نیروهای فشاری خارجی قرار می گیرند، تحقیقات و مقالات کمی در این زمینه انجام گرفته است. خصوصاً در سازه های مخروطی ساندویچی با رویه های هدفمند و استفاده از معادلات مرتبه بالا که به حل دقیق تر نزدیک می باشند. در این تحقیق رفتار کماتشی مخروط ساندویچی ناقص با رویه های مواد هدفمند، تحت نیروی محوری، مورد بررسی قرار می گیرد. در این تحقیق، از یک روش جدید تیوری اصلاح شده مرتبه بالا استفاده شده است. همچنین انعطاف پذیری عرضی هسته و کرنش ها و تنش های عمودی سطح مقطع در جهت عرضی برای هسته، که در تئوری های دیگر صرف نظر شده اند، در این معادلات لحاظ شده اند. در نهایت معادلات شرایط مرزی با استفاده از اصل مینیمم انرژی استخراج شده و با استفاده از حل روش گلرکین مساله مخروط ناقص تحت بار استاتیکی محوری تحلیل شده است.

۲- خواص مواد و هندسه مساله

پانل ساندویچی مورد مطالعه در این تحقیق، مطابق شکل (۱) و ۲ مخروط ناقص متشکل از دو رویه از جنس مواد هدفمند که از دو ماده

ساختاری فلز (m) و سرامیک (ce) و هسته میانی از جنس مواد فلزی با فوم فلزی در نظر گرفته می شود. فرمول بندی در مختصات منحنی الخط (s, θ, z) که در آن محور S راستای مولد و محور θ در جهت محیطی روی سطح مرجع مخروط و محور Z عمود بر صفحه گذرنده از دو محور دیگر و به سمت داخل مخروط می باشد، انجام می شود. همچنین R₁ شعاع کوچک و R₂ شعاع بزرگ و β زاویه رأس مخروط و L طول مولد می باشد. h_o و h_i و h₁ و h₂ به ترتیب ضخامت هسته میانی، رویه خارجی، رویه داخلی و کل مخروط، S₁ و S₂ فاصله رأس مخروط تا کوچکترین و بزرگترین مقطع مخروط ناقص می باشد و در شکل ۱، W, V, U جابجایی یک نقطه در صفحه میانی در هر لایه هنگام بارگذاری است که U جابجایی در جهت مولد V در جهت محیطی و W جابجایی قائم به سمت داخل مخروط تعریف می شود. شرایط مرزی برای این پانل ساندویچی به شکل مخروط ناقص تکیه گاه ساده در نظر گرفته می شود. آنالیز در محدوده الاستیک با شرایط مرزی به صورت تکیه گاه ساده صورت می پذیرد. وجه مشترک هسته با رویه ها کاملاً به هم چسبیده و توابع کرنش در سطوح اتصال لایه ها پیوسته می باشند. این پانل ساندویچی، تحت بار محوری فشاری یکنواخت قرار می گیرد و مقدار بار بحرانی کماتش، محاسبه می شود. در رابطه (۱) تغییرات شعاع مخروط از R₁ تا R₂ را نشان می دهد:

$$R(s) = R_1 + S \cdot \sin(\beta) \quad (1)$$

رابطه (۲)، نحوه تغییر خواص مواد هدفمند، مانند ضریب پواسون،

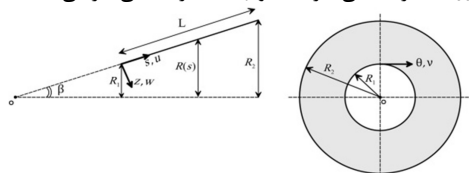
چگالی، مدول یانگ و ضریب انتقال حرارت با تغییر کسر حجمی

(نسبت حجم یکی از مواد به حجم کل ماده مرکب) آنها را نشان می-

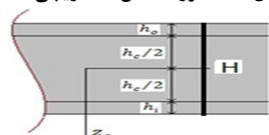
دهد:

$$C_{FGM} = C_{ce}V_{ce} + C_mV_m \quad (2)$$

که V_{ce} کسر حجمی سرامیک و V_m کسر حجمی فلز می باشد.



شکل ۱- مخروط ناقص ساندویچی مساله



شکل ۲- ضخامتهای مخروط ناقص ساندویچی

۳- فرمولهای ریاضی

۳-۱- روابط سینماتیکی

در این تحقیق برای آنالیز رویه های مخروط ساندویچی ناقص از تیوری تنش برشی مرتبه اول استفاده شده است:

$$\begin{aligned} u_j(s, \theta, z_j) &= u_{0j}(s, \theta) + z_j \varphi'_j(s, \theta) \\ v_j(s, \theta, z_j) &= v_{0j}(s, \theta) + z_j \varphi'_\theta(s, \theta) \quad , j = (o, i) \\ w_j(s, \theta, z_j) &= w_{0j}(s, \theta) \end{aligned} \quad (3)$$

اندیسهای i و o به ترتیب مخفف رویه داخلی و خارجی می باشند و

u₀, v₀ و w₀ جابجایی صفحه میانی در راستای s, θ و z و ϕ₀ و ϕ_θ

که در آن، ماتریس های [A] و [D] به ترتیب ماتریس های سفتی کشش، خمشی، [B] ماتریس کوپلینگ کششی-خمشی، Q منتهجه نیروهای عرضی، بردارهای $\{e^{(0)}\}$ و $\{e^{(1)}\}$ به ترتیب معرف بردار کرنش های صفحه میانی و بردار انحناء می باشد.

۷-معادلات حاکم

معادلات حاکم بر رویه ها و هسته از اصل مینیمم انرژی پتانسیل بدست می آیند:

$$\delta U + \delta V = 0 \quad (۸)$$

که در آن U کل انرژی کرنشی، V انرژی پتانسیل و δ عملگر تغییرات می باشد. تغییرات انرژی پتانسیل برابر است با:

$$\delta V = - \int_0^{L/2\pi} (n_i^o \delta u_{oi} + n_i^i \delta u_{oi}) r d\theta ds \quad (۹)$$

که u_{oi} جابجایی صفحه میانی رویه داخلی و بیرونی در جهت طولی می باشند و n_i^o, n_i^i بارهای خارجی درون صفحه ای برای رویه داخلی و بیرونی می باشند.

بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل داخلی به صورت زیر، داریم:

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_V (\sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e) dV \\ & + \int_V (\sigma_{ss}^i \delta e_{ss}^i + \sigma_{ss}^i \delta e_{ss}^i + \tau_{s\theta}^i \delta \gamma_{s\theta}^i + \tau_{s\theta}^i \delta \gamma_{s\theta}^i + \tau_{s\theta}^i \delta \gamma_{s\theta}^i + \tau_{s\theta}^i \delta \gamma_{s\theta}^i) dV \\ & + \int_{V_{ms}} (\tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \sigma_{ss}^e \delta e_{ss}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e + \tau_{s\theta}^e \delta \gamma_{s\theta}^e) dV \\ & + \delta \int_0^{L/2\pi} [\lambda_{ss} (u_o(z_o = h_o/2) - u_i(z_o = -h_o/2)) + \lambda_{ss} (v_o(z_o = h_o/2) - v_i(z_o = -h_o/2)) \\ & + \lambda_{ss} (w_o(z_o = h_o/2) - w_i(z_o = -h_o/2)) + \lambda_{ss} (u_i(z_i = h_i/2) - u_i(z_i = -h_i/2)) \\ & + \lambda_{ss} (v_i(z_i = h_i/2) - v_i(z_i = -h_i/2)) + \lambda_{ss} (w_i(z_i = h_i/2) - w_i(z_i = -h_i/2))] r d\theta ds \end{aligned} \quad (10)$$

با استفاده از روابط (۸) و (۹) و (۱۰) و بعد از عملیات جبری، بیست و هشت معادله تعادل بدست می آیند.

۸-آنالیز حل مساله

در این مساله تکیه گاههای رویه بالا و پایین مخروط ساندویچی ساده فرض شده است و جابجایی عمودی هسته در راستای طول مخروط و کنار رویه ها وجود ندارد. بنابراین با استفاده از روش حل گلرکین بطوریکه شرایط مرزی ارضا شود، بیست و هشت معادله بر حسب مجهولات مساله حل می شود. که نهایتاً این معادلات در قالب ماتریس زیر حل می شود:

$$[L][C] = \{F\} \quad (۱۱)$$

بطوریکه بردار شامل بیست و هشت مجهول مساله می باشد. با استفاده از نرم افزار مطلب این معادله حل می شود.

۹-بحث و بررسی

۹-۱ مقایسه نتایج

نتایج بدست از این تحقیق با محققین گذشته مقایسه شده است. در این زمینه گلزن و شوکتی [۹] مخروط ناقص با مشخصات جدول ۱ مورد بررسی قرار داده اند و در جدول ۲ نتایج باهم مقایسه شده اند.

بترتیب زاویه چرخش راستای عمود بر صفحه میانی در راستای S و θ می باشند. به دلیل اینکه هسته نسبت به رویه ها نرم تر و ضخیم تر می باشد، بنابراین مولفه های میدان جابجایی درون صفحه ای و عمود بر صفحه، از درجه سوم انتخاب می شود:

$$\begin{aligned} u_e(s, \theta, z_e) &= u_0(s, \theta) + u_1(s, \theta)z_e + u_2(s, \theta)z_e^2 + u_3(s, \theta)z_e^3 \\ v_e(s, \theta, z_e) &= v_0(s, \theta) + v_1(s, \theta)z_e + v_2(s, \theta)z_e^2 + v_3(s, \theta)z_e^3 \\ w_e(s, \theta, z_e) &= w_0(s, \theta) + w_1(s, \theta)z_e + w_2(s, \theta)z_e^2 + w_3(s, \theta)z_e^3 \end{aligned} \quad (۴)$$

که در آن u_k و v_k مولفه های جابجایی درون صفحه هسته و w_k (k=0, 1, 2, 3) مولفه جابجایی عمود بر صفحه میانی هسته می باشد. در این مدل بیست و هشت معادله همراه با ده مجهول برای رویه ها و دوازده مجهول برای هسته و شش ضریب لاگرانژ بدست می آید.

۴-شرایط سازگاری

در این تئوری هسته مخروط ساندویچی توسط رویه ها کاملاً احاطه شده است، بنابراین در فصل مشترک هسته با رویه ها برای هر ناحیه سه شرط مرزی به صورت زیر بوجود می آید:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}^j &= -\alpha_j \Delta T_j \quad j = (o, i) \\ u_o(z_o = h_o/2) &= u_i(z_i = -h_i/2) \\ v_o(z_o = h_o/2) &= v_i(z_i = -h_i/2) \\ w_o(z_o = h_o/2) &= w_i(z_i = -h_i/2) \\ u_e(z_e = h_e/2) &= u_i(z_i = -h_i/2) \\ v_e(z_e = h_e/2) &= v_i(z_i = -h_i/2) \\ w_e(z_e = h_e/2) &= w_i \end{aligned} \quad (۵)$$

۵-مولفه های کرنش

روابط غیر خطی کرنش-جابجایی ون کارمن برای رویه ها به صورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ss}^j &= u_{0j,s} + z_j \varphi_{s,s}^j + \frac{1}{2} w_{j,s}^2 - \alpha_j \Delta T_j \\ \varepsilon_{\theta\theta}^j &= \frac{1}{r} (v_{0j,\theta} + z_j \varphi_{\theta,\theta}^j + u_{0j} \sin \beta + z_j \varphi_{s,\theta}^j \sin \beta + w_{j,\theta} \cos \beta) \\ &+ \frac{1}{2r^2} w_{j,\theta}^2 - \alpha_j \Delta T_j \end{aligned} \quad (۶)$$

به همین طریق شش معادله کرنش جابجایی برای هسته بدست می آید.

۶-منتجه های تنش

منتجه های تنش برای رویه ها نیز به صورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{ss}^j \\ N_{\theta\theta}^j \\ N_{s\theta}^j \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \\ \varepsilon_{s\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \\ \varepsilon_{s\theta}^{(1)} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} M_{ss}^j \\ M_{\theta\theta}^j \\ M_{s\theta}^j \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(0)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} \\ \varepsilon_{s\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \\ \varepsilon_{s\theta}^{(1)} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} Q_{s\theta}^{(0)} \\ Q_{\theta\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} &= \frac{\pi^2}{12} \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{s\theta}^{(0)} \\ \gamma_{\theta\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} + \frac{\pi^2}{12} \begin{bmatrix} B_{44} & 0 \\ 0 & B_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{s\theta}^{(1)} \\ \gamma_{\theta\theta}^{(1)} \end{Bmatrix}, \quad j = (o, i) \\ Q_{\theta\theta}^{(1)} &= \frac{\pi^2}{12} B_{55} \gamma_{\theta\theta}^{(0)} + \frac{\pi^2}{12} D_{55} \gamma_{\theta\theta}^{(1)}, \quad j = (o, i) \end{aligned} \quad (۷)$$

جدول ۱- ابعاد نمونه مورد تحلیل گلزن و شوکتی [۹]

Specimen code	Thickness $h(mm)$	$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	β	L/R_2
SC1	0.6	100	300	41.81	1
SC2	0.6	100	300	26.36	1.5
SC3	0.6	100	300	19.47	2
SC4	0.6	50	300	56.44	1
SC5	0.6	50	300	33.75	1.5
SC6	0.6	50	300	24.62	2

که در آن SC1, SC2, SC3, SC4, SC5, SC6 شش نمونه مورد

استفاده در تحلیل می باشد.

- ۱- با افزایش نسبت شعاع بزرگ مخروط به ضخامت مخروط، مقدار باراستاتیکی محوری بحرانی کاهش می یابد.
- ۲- با افزایش زاویه راس مخروط (نیم زاویه) به ضخامت مخروط، مقدار باراستاتیکی محوری بحرانی کاهش می یابد.
- ۳- برای همه جنس رویه و هسته، وقتی که تغییرات توزیع خواص مواد تابع هدفمند به صورت خطی و یا مکعبی تغییر می کند، تغییرات باراستاتیکی محوری بحرانی نزدیک هم هستند.

۱۱-مراجع

- [1] Zenkour A.M., A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 1-Deflection and stresses. Int. J. of Solids and Struct, Vol. 42, pp. 5224-5242, 2005.
- [2] Zenkour A.M., A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 2-Buckling and free vibration. Int. J. of Solids and Struct, Vol.42, pp. 5243-5258, 2005.
- [3] Metin Aydogdu., Conditions for functionally graded plates to remain flat under in-plane loads by classical plate theory. Comp. Struc, Vol. 82, pp. 155-157, 2008.
- [4] Haddadpour., H, Mahmoudkhani., S. Navazi HM., Free vibration analysis of functionally graded cylindrical shells including thermal effects. Thin Walled Struct. 2011.
- [5] Ahmadi I., Sadighi M., Finite element analysis of low-velocity impact on functionally graded cylindrical shell. In 17th Annual (International) Conference on Mech Eng, Tehran University, Tehran, Iran, Paper code: ISME2520, May19-21, 2009.
- [6] Nejati M., Dimitri R., Static and free vibration analysis of functionally graded conical shells reinforced by carbon nanotubes. Int. J. Mech. Vol.130, pp, 383-398, 2017.
- [7] Sofiyev A.H., The stability analysis of shear deformable FGM sandwich conical shells under the axial load". Comp. Struct. Vol.176, pp, 803-811, 2017.
- [8] R. Ansari and J. Torabi., Numerical study on the buckling and vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite conical shells under axial loading. Comp Part B: Eng. Vol 95, pp, 196-208, 2016 .
- [9] Golzan B.S., Showkati H., Buckling of thin-walled conical shells under uniform external pressure. Thin-Wall Structs, Vol. 46, pp, 516-529, 2008.
- [۱۰] Javad Faraji, M.H. Hajmohammadi., Study Effect of Geometrical Parameters on the Buckling of Cylindrical Shells under Hydrostatic Pressure. J of Science Technology, Vol. 6, pp, 5527-5532, 2013.

جدول ۲- مقدار فشار کمانش در نمونه ها

Specimen	Experiment [9]	FEA [9]	Equation [10]	Present	Discrepancy * %
SC1	25	28	35.4	34.24	4.2%
SC2	20	25	32.3	31.13	3.7%
SC3	14	22	24.68	23.75	3.8%
SC4	20	27	24.1	26.31	14.5%
SC5	25	40	31.35	38.07	20.2%
SC6	21	35	27.27	31.42	17.5%

[۱۰] اختلاف بین نتایج این تحلیل با نتایج فرجی *

در این تحلیل دو نوع ساختار مواد تشکیل دهنده برای مخروط ناقص با هسته فلزی و رویه های سرامیکی-فلزی به صورت مواد هدفمند استفاده شده است. نوع اول، که در آن هسته از فولاد و رویه ها از سیلیکون نیتراید نیکل تشکیل شده است و نوع دوم، هسته کامل از تیتانیوم و رویه ها از زیرکونیا تیتانیوم تشکیل شده اند. نتایج جداول ۳ و ۴ مقدار بار کمانش مخروط نسبت به ابعاد بحرانی بدون بعد نشان می دهند.

جدول ۳- مقدار بار بحرانی استاتیکی مخروط ساندویچی نوع یک و دو

$$\frac{R_2}{H} = 300, \beta = 15^\circ, \frac{L}{R_2} \cos \beta = 2$$

h_c/h_0	$\bar{N}_{cr} \times 10^3$					
	Type I			Type II		
	N=1	N=2	N=3	N=1	N=2	N=3
5	2.203	1.841	2.025	1.765	1.393	1.562
10	1.957	1.725	1.854	1.626	1.378	1.611
15	1.774	1.703	1.782	1.487	1.413	1.386

جدول ۴- مقدار بار بحرانی استاتیکی مخروط ساندویچی نوع یک و دو

$$\frac{R_2}{H} = 400, h_c/h_0 = 10, \frac{R_2}{L} \sin \beta = 4$$

β°	$\bar{N}_{cr} \times 10^3$					
	Type I			Type II		
	N=1	N=2	N=3	N=1	N=2	N=3
30	1.109	1.216	1.346	0.835	0.920	0.923
45	0.952	0.870	0.895	0.722	0.661	0.634
60	0.717	0.657	0.777	0.638	0.549	0.524

۱۰-نتیجه گیری

کمانش مخروط ناقص ساندویچی با رویه های نازک از جنس مواد تابعی هدفمند تحت بارگذاری محوری و فشاری مورد تحلیل قرار گرفته است. خواص مواد هدفمند طبق قانون توانی در راستای ضخامت تغییر می کند. نتایج نشان می دهد که مقدار بار استاتیکی محوری بحرانی، متأثر از ابعاد هندسی نمونه مورد بررسی، نوع ساختار و کسر حجمی مواد تشکیل دهنده رویه های مخروط ساندویچی می باشد. نتایج بدست آمده همخوانی مناسبی با تحقیقات گذشته داشته است. در پایان نتایج زیر را به صورت خلاصه می توان بیان کرد: