

حل تشابهی تولید انتروپی جریان روی یک صفحه متخلخل تحت اعمال شار گرمایی متغیر

اسماعیل لکزیان*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

سجاد کوچکی نیا

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

چکیده

در این مقاله، آنتروپی تولید شده در جریان لایه مرزی دوبعدی دائمی بر روی یک صفحه تخت متخلخل، در محیطی با شار گرمایی متغیر به روش حل تشابهی مورد مطالعه قرار گرفته است. این تحقیق به جهت مدل‌سازی، خنک‌کاری سطوح فلزی با پوشش متخلخل که در صنعت کاربرد فراوان دارد، ارائه شده است. معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی به وسیله متغیرهای تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی تبدیل می‌شوند. برای اعتبارسنجی حل حاضر، مقایسه با تحقیقات منتشر شده انجام شده است. تأثیرات پارامترهای مختلفی از جریان مانند شار گرمایی حرارتی (q_w)، پارامتر مکش (S)، عدد پرناتل (Pr)، پارامتر کشش بر روی مؤلفه سرعت صفحه (U)، توزیع دما (T) و آنتروپی بی‌بعد (Ns) نشان داده شده است و به‌طور دقیق مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. عدد بیژن به عنوان یک پارامتر مهم برای مطالعه کیفی در خنک‌کاری بر روی سطوح متخلخل مورد استفاده قرار می‌گیرد. افزایش عدد بیژن معیار افزایش آهنگ خنک‌کاری معرفی می‌گردد. نتایج حاصل از مقاله نشان می‌دهد که هرگاه عدد پرناتل افزایش یابد، آنگاه آنتروپی گرمایی کاهش یافته که باعث کاهش عدد بیژن می‌شود. ولی با افزایش ضریب نفوذپذیری و پارامتر مکش آنتروپی گرمایی افزایش یافته در نتیجه عدد بیژن افزایش می‌یابد. **واژه‌های کلیدی:** حل تشابهی، شار گرمایی، انتقال گرما، صفحه متخلخل، تحلیل آنتروپی.

A Similarity Solution on Entropy Generation for a Porous Media with Variable Heat Flux

E. Lakzian
S. Koochakinia

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran
Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Abstract

In this paper, entropy generated during a continuous two-dimensional boundary layer flow on a porous flat plate surrounded by a variable heat flux is studied through a similarity solution. This study is presented for modeling of the cooling process of metal surfaces with porous coating that is widely used in industry. Using similarity variables, the continuity, momentum and energy equations are transformed into ordinary differential equations. To validate the proposed solution, results are compared to the existing studies. The effects of various parameters such as heat flux (q_w), suction parameter (S), Prandtl number (Pr), Stretch parameter on the plate velocity (U), temperature distribution (T) and dimensionless entropy (Ns) are shown and discussed in detail. Bijan number is used as an important parameter for qualitative study in cooling process on porous surfaces. The increase of Bijan number is introduced as a measure for the increase of cooling rate. The results of the study show that when Prandtl number increases, the entropy will decrease which leads to a decrease in Bijan number. However, an increase in permeability of surface causes to increasing suction parameter and Bijan number.

Keywords: Similarity solution, Heat Flux, The heat transfer, Porous plate, Entropy Analysis.

سطح ثابت [۵]، شار گرمایی متغیر در صفحه [۶]، تغییرات مختلف شار گرمایی و یا دمای سطح [۸،۷] و غیره توسط بسیاری از محققان در نظر گرفته شده است.

بیژن [۷] روشی برای بهینه‌سازی آنتروپی تحت عنوان حداقل رساندن آنتروپی تولیدی ارائه نمود. آنتروپی تولیدی به منظور بهینه سازی فرایندهای ترمودینامیکی جریان سیال و انتقال گرما بر صفحه تخت متحرک انجام گردید و از عدد بیژن به عنوان معیار بهینه‌سازی استفاده نمودند.

بررسی سیال در خروج و یا تزریق به دیواره متخلخل در بسیاری مسائل مربوط به لایه‌مرزی از جمله پوشش لیاف‌ها و پلیمرها، سیم‌ها و غیره کاربرد فراوانی دارد. همچنین در فرایندهای مهندسی مکش برای اضافه نمودن سطح سرد و جلوگیری از خوردگی و پوسته پوسته شدن مساله حائز اهمیت می‌باشد. در بسیاری از فرایندها همچون نورد گرم، تولید فیبر شیشه‌ای و غیره بررسی انتقال گرما از لایه‌مرزی بسیار مورد توجه است. وجود مکش سبب افزایش میزان انتقال گرما می‌گردد.

۱- مقدمه

یکی از روش‌های صنعتی خنک کردن سطوح استفاده از صفحه تخت متخلخل همراه با شار گرمایی متغیر می‌باشد. از آنجایی که سیالات مایع، ظرفیت گرمایی و توانایی خنک‌کاری بیشتری دارند، استفاده از آنها معمول تر است. با پیشرفت تکنولوژی نیاز به استفاده از روش‌های مؤثرتری جهت خنک‌کاری به وجود آمد. به عبارتی سیالات خنک‌ساز مایع که یکی از متداول‌ترین آنها آب است، قابلیت خنک‌کاری مطلوبی متناسب با پیشرفت صنعت نداشتند. لذا ایده‌ی صفحه تخت متخلخل و اعمال شار گرمایی متغیر برای خنک‌کاری مطرح شده است. جریان‌های بلازیوس [۱،۲] و ساکیادیس [۳،۴] به‌طور گسترده در حل‌های تشابهی لایه‌مرزی جریان بر روی یک صفحه تخت معرفی شده است. راه‌حل تشابهی بلازیوس توزیع سرعت در لایه‌مرزی هیدرودینامیکی را به‌وسیله‌ی تبدیل معادله ممنتوم به یک معادله دیفرانسیل معمولی نشان می‌دهد. شرایط مرزی مختلف مانند دمای

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.lakzian@hsu.ac.ir

k_1 , Pr و S با استفاده از روش پرتابی حل شدند. به منظور اعتبارسنجی دقت حل حاضر، نتایج به دست آمده برای $\theta'(0)$ با نتایج منتشر شده قبلی برای مقادیر مختلف عدد پراتل که در جدول ۱ ارائه شده، مقایسه گردیده است. نتایج حاصله همانطور که مشاهده می شود با نتایج منتشر شده یکسان می باشد و درصد خطا مطالعه حاضر با مراجع [۲۸،۳۰،۳۱] همانطور که مشاهده می شود صفر می باشد و با مرجع [۱۰] ۰.۰۰۰۱ می باشد.

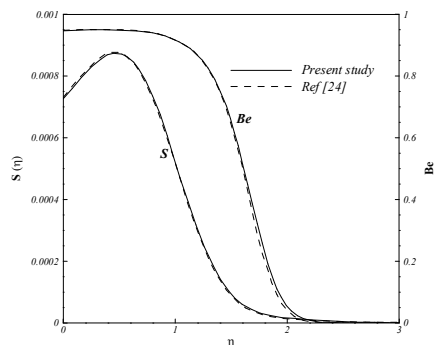
جدول ۱- نتایج کارهای قبلی و مطالعه حاضر
(در شرایط $S=0$, $k_1=0$, $N=1$) [۱۲]

Pr	Magyari and Keller [28]	Bidin and nazar [10]	El -aziz [30]	Ishak [31]	Present study
۱	۰/۹۵۴۸	۰/۹۵۴۷	۰/۹۵۴۸	۰/۹۵۴۸	۰/۹۵۴۸
۳	۱/۸۶۹۱	۱/۸۶۹۱	۱/۸۶۹۱	۱/۸۶۹۱	۱/۸۶۹۱
۵	۲/۵۰۰۱	—	۲/۵۰۰۱	۲/۵۰۰۱	۲/۵۰۰۱

۲-۲- اعتبار سنجی قانون دوم

نتایج آنتروپی طبق شکل با نتایج ملوندی [۲۴] مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است.

عدد بیژن^۱ آهنگ انتقال گرما برگشتناپذیر را به کل بازگشتناپذیری ناشی از انتقال گرما، اصطکاک و شار گرمایی^۲ برای جریان لایه مرزی آرام بیان می کند. بازه ی عدد بیژن از ۰ تا ۱ است. در شکل ۲ پروفیل عدد بیژن گرمایی نشان داده شده است. نزدیک شدن عدد بیژن به سمت $Be=1$ نشان می دهد که بازگشتناپذیری عمدتاً ناشی از انتقال گرماست [۲۲].



شکل ۲- اعتبار سنجی برای آنتروپی از یک صفحه تخت در داخل لایه مرزی

۴- بحث و نتیجه گیری

در شکل ۳ تأثیر پارامتر نفوذپذیری سطح بر روی پروفیل سرعت را برای مقادیر $N=1$ و $S=0$ نشان می دهد. واضح است که حضور یک

به منظور بی بعد سازی در حل تشابهی از تعویض متغیر بلازیوس به صورت زیر استفاده می گردد:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

در فرآیند بی بعد سازی از متغیر مستقل $\eta = y \sqrt{\frac{U_0}{2vL}} e^{\frac{Nx}{L}}$ استفاده می شود. سپس به کمک آن سرعت بی بعد به صورت زیر تبدیل می شوند:

$$u = U_0 e^{\frac{Nx}{L}} f'(\eta) \quad (6)$$

$$v = -N \sqrt{\frac{U_0}{2L}} e^{\frac{Nx}{L}} \{ \eta f'(\eta) + f(\eta) \} \quad (7)$$

$$T = \frac{q_{w0}}{k} T_0 e^{\frac{Nx}{L}} \theta(\eta) \quad (8)$$

بنابراین با جایگذاری در معادلات (۱-۳) خواهیم داشت:

$$f''' + N f f'' - 2N (f')^2 - k_1 f' = 0 \quad (9)$$

$$\theta'' + Pr N f \theta' - N Pr f' \theta = 0 \quad (10)$$

شرایط مرزی (۴-۵) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\theta(\infty) = 0, f'(\infty) = 0 \quad (11)$$

$$f(0) = s, f'(0) = 1, \theta'(0) = -1 \quad (12)$$

که در آن $S = \frac{v_0}{\sqrt{2L}} e^{\frac{Nx}{L}}$ و $k_1 = \frac{2v}{k_0 U_0}$ می باشد.

۲-۲- آنالیز تولید آنتروپی

طبق بیژن [۲۹] و با در نظر گرفتن تقریبات لایه مرزی، آهنگ تولید آنتروپی به صورت زیر بیان می شود:

$$s_{gen}''' = \frac{k}{T^2} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (13)$$

در معادله (۱۴) اولین عبارت سمت راست معادله برگشتناپذیری گرمایی و دومین جمله برگشتناپذیری اصطکاک را نشان می دهد. معادله آنتروپی بی بعد طبق رابطه زیر به دست می آید:

$$Ns = \left(\frac{N^2}{EC * 4Re^2 * Pr} + \frac{N^2 \eta^2}{EC * Re^2 * Pr} + \frac{N^2 \eta}{EC * 2Re^2 * Pr} \left(\frac{\theta'}{\theta} \right) + \frac{1}{(\theta + \theta_{\infty}) * 2Re} (f'')^2 \right) \quad (14)$$

که در آن θ_{∞} تغییرات دمایی بی بعد، EC عدد اکرت، Re عدد رینولدز و Pr عدد پراتل به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\theta_{\infty} = \frac{T_{\infty}}{\Delta T}, EC = \frac{U_{\infty}^2}{Cp (T_w - T_{\infty})} \quad (15)$$

$$Pr = \frac{\mu (Cp)}{k}, Re = \frac{U_{\infty} L}{v}$$

۳- اعتبار سنجی

جهت اعتبارسنجی، تحقیق حاضر با نتایج منتشر شده در خصوص قانون اول [۱۱،۱۰،۲۸،۳۰،۳۱] و قانون دوم ترمودینامیک [۲۵] مقایسه شده است.

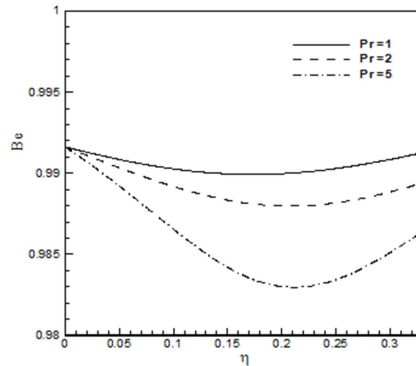
۱-۳- اعتبار سنجی قانون اول

سیستم تبدیل شده معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی کوپل شده (۱۰) و (۱۱) با شرایط مرزی (۱۲) و (۱۳) برای پارامترهای N

¹ Bejan number

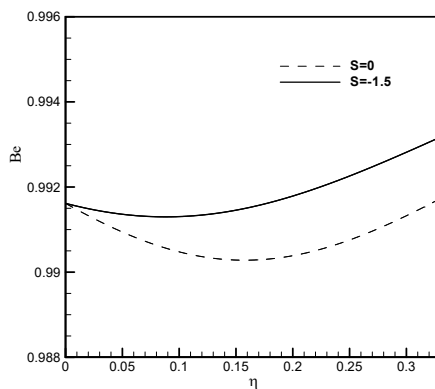
² heat flux

محیط متخلخل باعث محدودیت بیشتر جریان سیال شده و حرکت آن را کند می‌کند. در نتیجه تنش برشی در سطح افزایش می‌یابد.



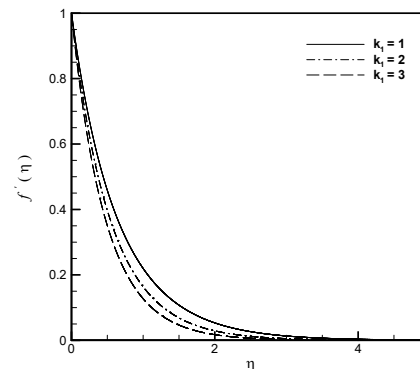
شکل ۵- تأثیر عدد پراتنل بر روی عدد بیژن

شکل ۶ آنتروپی بی‌بعد را به ازای تغییر پارامتر مکش^۱ نشان می‌دهد. همانطور که می‌دانیم اعمال مکش سیال در سطح، تمایل به کاهش ضخامت لایه مرزی حرارتی هیدرودینامیکی دارد. دمای سیال با افزایش مکش کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش عدد بیژن، مقدار انتقال گرما از سطوح افزایش می‌یابد که در نتیجه باعث افزایش آهنگ خنک-کاری^۲ سطح می‌شود.



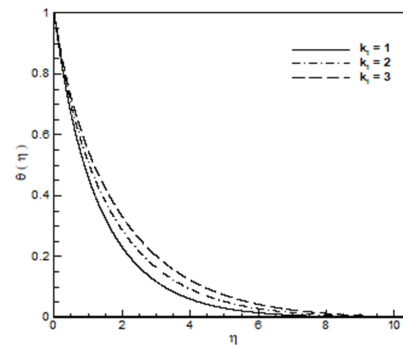
شکل ۶- تأثیر پارامتر مکش بر روی عدد بیژن

در شکل ۷ عدد بیژن تا $\eta = 0.15$ کاهش می‌یابد. بعد از $\eta = 0.15$ به دلیل وجود شار گرمایی طبق رابطه $q_w(x) = q_{w0} T_0 \sqrt{\frac{U_0}{2\nu L}} e^{\frac{Nx}{L}}$ مقدار عدد بیژن افزایش می‌یابد. همچنین عدد بیژن با افزایش ضریب نفوذپذیری افزایش یافته است.



شکل ۳- تغییرات پارامتر k_1 و اثرات آن بر روی پروفیل سرعت

در شکل ۴ مشاهده می‌شود که به دلیل وجود نیروهای داری [۳۳] قانون داری یک معادله ساختاری که جریان مایع را از طریق یک محیط متخلخل توصیف کرده است. آهنگ انتقال گرما بهبود یافته است. به این ترتیب می‌توان استنباط نمود که افزایش در پارامتر نفوذپذیری ضخامت لایه مرزی را کاهش می‌دهد و به دنبال آن آهنگ انتقال گرما کاهش می‌یابد.



شکل ۴- تغییرات پارامتر k_1 بر روی دمای بی‌بعد

با توجه به رابطه $\eta = y \sqrt{\frac{U_0}{2\nu}} e^{\frac{Nx}{L}}$ همانطور که مشاهده می‌شود η رابطه مستقیم با x و y دارد. طبق شکل ۵ مشاهده می‌گردد با افزایش η مقدار Q کاهش می‌یابد. در نتیجه عدد بیژن نیز تا $\eta = 0.2$ کاهش می‌یابد. بعد از $\eta = 0.2$ به دلیل وجود شار گرمایی طبق رابطه $q_w(x) = q_{w0} T_0 \sqrt{\frac{U_0}{2\nu L}} e^{\frac{Nx}{L}}$ مقدار عدد بیژن افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد پراتنل مقدار عدد بیژن کاهش یافته است.

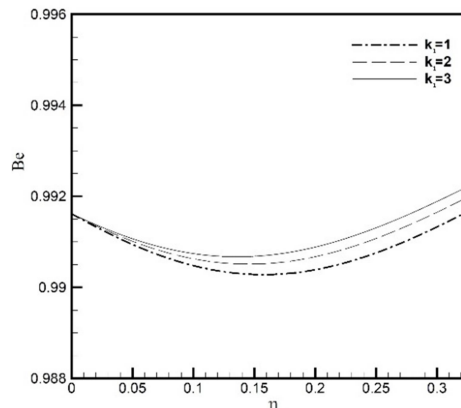
³ suction parameter

⁴ cooling rate

ρ	چگالی
زیر نویس ها	
0	حالت اولیه
gen	تولیدی
w	دیواره
∞	آزاد سیال

۷- مراجع

- [1] Weyl H., On the differential equations of the simplest boundary-layer problems, Ann. Math, Vol.43, pp.381-407, 1942.
- [2] Blasius H., Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung, Z. Math. Phys, Vol.56, pp.1-37, 1908.
- [3] Sakiadis B.C., Boundary-layer behaviour on continuous solid surfaces. Boundary-layer equations for 2-dimensional and axisymmetric flow, AIChE J, Vol.7, pp.26-28, 1961.
- [4] Sakiadis B.C., Boundary-layer behaviour on continuous solid surfaces. The boundary-layer on a continuous flat plate, AIChE J, Vol.7, pp.221-225, 1961.
- [5] Blasius H., Grenzschichten in lussigkeiten mit kleiner Reibung, Z Math Phys, Vol.56, pp.1-37,1908.
- [6] Kays W., Crawford M., Convective heat and mass transfer, 3rd ed, New York:McGraw Hill, pp.51-4, 1980.
- [7] Bejan A., Convective heat transfer, 3rd ed, New York:John Wiley, pp.84, 2004.
- [8] Rogers DF., Laminar flow analysis, New York:Cambridge University Press, pp. 13-139,1992.
- [9] Mohamed E. A., On thermal boundary layer on a power law stretched surface with suction or injection, Int J Heat Fluid Flow, Vol.16, pp.280-290, 1995.
- [10] Bidin B., Nazar R., Numerical solution of the boundary layer flow over an exponentially stretching sheet with thermal radiation, Euro J Sci Res, Vol.33, pp.4-14, 2009.
- [11] Sajid M., Javed T., Hayat T., MHD rotating flow of a viscous fluid over a shrinking surface, Nonlinear Dynamics, Vol.51, pp.259-265, 2008.
- [12] Chandra Mandal I., Mukhopadhyay S., Heat transfer analysis for fluid flow over an exponentially, Ain Shams Engineering Journal, Vol.4, pp.103-110, 2012.
- [13] Ergun S., Fluid flow through packed columns, Chem.Eng. Prog, Vol.48, pp.89-94, 1952.
- [14] Nield D.A., Bejan A., Convection in Porous Media, Second Edition, Springer New York Inc, 1991.
- [15] Kaviany M., Principle of Heat Transfer in Porous Media, Second Edition, Springer-verlag, Berlin, 1995.
- [16] Jiang P. X., Si G., Li M., Ren Z., Experimental and numerical investigation of forced convection heat transfer of air in non-sintered porous media, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.28, pp.545-555, 2004.
- [17] Jamial Ahmadi M., Izadpanah M. R., Pressure drop gas hold-up and heat transfer during single and two-phase flow through porous media, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.26, pp. 156-172, 2005.
- [18] Yang J., Wang J., Bu S., Zeng M., Wang Q., Nakayama A., Experimental analysis of forced convective heat transfer in novel structured packed beds of particles, Chemical Engineering Science, Vol.71, pp.126-137, 2012.
- [19] Tohidhossein M.M., Mandal B., arif hossain M., Similarity Solution of Unsteady Combined Free and Force Convective Laminar Boundary Layer Flow about a Vertical Porous Surface with Suction and Blowing, Procedia Engineering, Vol.56, pp.134 - 140, 2013.
- [20] Guedda M., Ouahsine A., Similarity solutions of MHD flows in a saturated porous medium, European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol.33, pp.87-94, 2012.
- [21] Liao Sh .J., A new branch of solutions of boundary-layer flows over a permeable stretching plate, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol.42, pp.819-830, 2007.



شکل ۷- تاثیر پارامتر k_1 بر روی عدد بیژن

۵- نتیجه گیری

عدد بیژن به عنوان یک پارامتر مهم برای مطالعه کیفی در خنک-کاری بر روی سطوح متخلخل در حال حرکت مورد استفاده قرار می گیرد. در مطالعه‌ی حاضر تولید آنتروپی به وسیله حل تشابهی بر روی یک صفحه تخت متخلخل در حال کشش همراه با شار گرمایی متغیر مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از این پژوهش، معرفی عدد بیژن به عنوان معیار خنک کاری کیفی سطوح متخلخل می باشد. از مهمترین نتایج به دست آمده می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱- با افزایش مقدار عدد پرانتل، عدد بیژن کاهش یافته در پی کاهش عدد بیژن که باعث کاهش انتقال گرما از سطح شده، نرخ خنک کاری کیفی سطح کاهش می یابد.
- ۲- با افزایش مکش، عدد بیژن افزایش یافته که در نتیجه باعث افزایش آهنگ خنک کاری کیفی سطح می شود.
- ۳- عدد بیژن با افزایش ضریب نفوذ پذیری افزایش یافته است.

۶- نمادها

Be	عدد بیژن
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت
EC	عدد اکرت
k_0	عدد ثابت برای ضریب نفوذ پذیری
k_1	ضریب نفوذ پذیری محیط متخلخل
k	رسانایی گرمایی
N	پارامتر نمایی
Pr	عدد پرانتل
q_w	شار گرمایی
Re	عدد رینولدز
S	پارامتر مکش
T	توزیع دما
U	سرعت صفحه

علائم یونانی

η	متغیر مستقل تشابهی
θ_∞	تغییرات دمای بی بعد
μ	لزجت دینامیکی
ν	لزجت سینماتیکی

- [22] Gilding B. H., Peletier L. A., On a Class of Similarity Solutions of the Porous Media Equation, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol.55, pp.351-364, 1976.
- [23] Chen C. K., Char M. I., Heat transfer of a continuous stretching surface with suction or blowing, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 135, pp. 568-580, 1988.
- [24] Malvandi A., Ganji D. D., Hedayati F., Rad E. Y., An analytical study on entropy generation of nanofluids over a flat plate, *Alexandria Engineering Journal*, Vol.52, pp.595-604, 2013.
- [25] Cortell R., Effects of viscous dissipation and radiation on the thermal boundary layer over a nonlinearly stretching sheet, *Phys. Lett. A*, Vol.372, pp.631-636, 2008.
- [26] Cortell R., Similarity solutions for boundary layer flow and heat transfer of a FENE-P fluid with thermal radiation, *Physics Letters A*, Vol.372, pp.2431-2439, 2008.
- [27] Nadeem S., Zaheer S., Fang T., Effects of thermal radiation on the boundary layer flow of a Jeffrey fluid over an exponentially stretching surface, *Numer Algorithms*, Vol.57, pp.187-205, 2011.
- [28] Magyari E., Keller B., Heat and mass transfer in the boundary layers on an exponentially stretching continuous surface, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol.32, pp.5, 1999.
- [29] Bejan A., *Entropy generation through heat and fluid flow*, John Wiley & Sons Inc, 1982.
- [30] El-Aziz M., Viscous dissipation effect on mixed convection flow of a micropolar fluid over an exponentially stretching sheet, *Canadian Journal of Physics*, Vol. 87(4), pp. 359-368, 2009.
- [31] Ishak A., MHD boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet with radiation effect, *Sains Malaysiana*, Vol. 40(4), pp. 391-395, 2011.
- [32] Lakzian E., Lotfi A., Entropy generation analysis for film boiling: a simple model of quenching, *The European Physical Journal Plus*, Vol. 131, 2016.
- [33] Elbashareshy E.M.A., Bazid M.A.A., Heat transfer over a continuously moving plate embedded in a non-Darcian porous medium, *Int J Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3087-92, 2000.