

# حل تشابهی خنک کاری جریان لایه ای جوشان نانوسیال عبوری بر روی صفحه‌ی بسیار داغ با کسر حجمی متغیر

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران  
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

علی لطفی  
 اسماعیل لکزیان\*

## چکیده

در مقاله‌ی حاضر به مدلسازی و تحلیل جریان لایه ای نانوسیال از روی صفحه‌ی بسیار داغ جهت افزایش انتقال گرما پرداخته شده است. تبخیر شدن نانوسیال پس از تماس با سطح، افزایش کسر حجمی ذرات نانو در امتداد صفحه را در پی خواهد داشت. لذا خواص نانوسیال متغیر و تابعی از موقعیت روی صفحه خواهد بود. معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، ممنتوم و انرژی با حل تشابهی بلازیوس به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شدند و با ترکیب روش پرتابی و رانگ کوتای مرتبه چهار برای هر مقطع از صفحه حل شدند. نتایج نشان می‌دهد که با نانو سیال آب-مس با کسر حجمی ۰/۲، انتقال گرما و آهنگ خنک کاری در کل صفحه در حدود ۴۲٪ و پسی اصطکاکی کمتر از ۱۵٪ افزایش می‌یابد. علاوه بر این، نتایج برای سطح متحرک در راستای افزایش آهنگ خنک کاری در فرایندهایی همچون آبدهی فلزات داغ با هدف کنترل سختی فلز نشان داده شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال، حل تشابهی، انتقال گرما، خنک کاری، جوشش.

## A Similarity Solution of Laminar Boiling Flow of Nanofluids on a Superheated Surface Considering Variable Volume Fraction

A. Lotfi  
 E. Lakzian

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran  
 Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

### Abstract

Using the nanofluid instead of pure water is one of the ways for increasing the heat transfer and rate of cooling. This article studies the laminar flow of nanofluid over a superheated surface. The nanofluid evaporates after contact with the surface and as a result the volume fraction increases. The governing equation including continuity, momentum, and energy are transformed to ODE by similarity solution and solved using 4th order Rung-Kutta method with a shooting procedure. The results show that water-Cu with the volume fraction of 0.2, increases the heat transfer and rate of cooling about 42% and the drag force about 15%. Moreover, the results are demonstrated for moving surface to increase the rate of cooling of the quenching process and control the hardness of steels.

**Keywords:** Nanofluid, Similarity Solution, Heat Transfer, Cooling, Boiling.

### ۱- مقدمه

آنجایی که تزریق ذرات با ابعاد نانو در مقایسه با ذرات با ابعاد میکرو، پایداری و خواص انتقال گرمایی بیشتر و خوردگی و افت فشار کمتری داشت، لذا به سرعت توسط دانشمندان زیادی مورد استفاده قرار گرفت. به عنوان مثال وانگ و همکاران [۳] نانوذرات اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۳ را در آب تزریق کردند. مشاهدات آنها حاکی از افزایش ۱۲ درصدی رسانایی گرمایی نانوسیال نسبت به سیال خالص آب بود. همچنین می‌توان افزایش ۱۲/۴ درصدی رسانایی گرمایی سیال پس از افزودن نوعی سرامیک با کسر حجمی ۰/۱ را در مطالعه‌ی لیو و همکاران [۴] مشاهده نمود. گزارشات زیادی مبنی بر افزایش رسانایی گرمایی پس از تزریق نانوذرات به سیال ارائه شده است که خلاصه‌ای از آنها در جدول ۱ آورده شده‌اند.

یکی از روشهای صنعتی خنک کردن سطوح با دمای بیشتر از دمای محیط، گذراندن یک سیال خنک‌کننده از روی آنها است. از آنجایی که سیالات مایع ظرفیت گرمایی و توانایی خنک‌کاری بیشتری دارند، استفاده از آنها معمول‌تر است. با پیشرفت تکنولوژی نیاز به استفاده از روشهای مؤثرتری جهت خنک‌کاری بوجود آمد. به عبارتی سیالات خنک‌ساز مایع که یکی از متداول‌ترین آنها آب است، قابلیت خنک‌کاری مطلوبی متناسب با پیشرفت صنعت نداشتند. لذا ایده‌ی تزریق ذرات جامد با خواص انتقال گرمایی بالا در سیال خنک‌ساز مطرح شد. این ذرات ریز به علت دارا بودن خواص انتقال گرمایی بالا، قابلیت انتقال گرما سیال و در نتیجه قابلیت خنک‌کاری آن را افزایش می‌دهند. ماکسول [۱] به عنوان اولین کسی که این نظریه را مطرح کرد، از ذرات با ابعاد میکرو برای بهبود خواص سیال استفاده کرد. ایده‌ی استفاده از ذرات جامد با ابعاد نانو برای جلوگیری از خوردگی، ته‌نشین شدن و افت فشار برای اولین بار توسط چوی [۲] در آزمایشگاه ملی آرگون آمریکا مطرح شد و به پیشنهاد وی به این گونه سیالات، نانوسیال اطلاق شد. از

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.lakzian@hsu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۰/۲۸

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۱/۱۸

جدول ۱- مروری بر مطالعات انجام شده بر روی ضریب انتقال گرما نانوسیال‌ها

سیال	نانو ذره‌ی افزوده شده	کسر حجمی (%)	قطر نانو ذره (نانومتر)	افزایش ضریب انتقال گرما %
آب [۵]	اکسید آلومینیوم	۵	-	۲۹
آب [۵]	اکسید مس	۵	-	۶۰
اتیلن گلیکول [۶]	اکسید مس	۴	۳۵	۲۰
متانول [۷]	اکسید آلومینیوم	۰/۵	-	۱۰/۷۴
متانول [۷]	دی اکسید سیلیسیم	۰/۵	-	۱۴/۲۹
اتیلن گلیکول [۸]	اکسید آلومینیوم	۵	-	۳۰
آب [۹]	اکسید مس	۰/۴	-	۱۷
آب [۱۰]	اکسید مس	۱	۳۳	۵۰
اتیلن گلیکول [۱۰]	اکسید مس	۱	۳۳	۹۰

ارائه شده است. همچنین برای نانوسیال آب-مس در چند مقدار کسر حجمی نتایج بسط داده شده‌اند. به علاوه جهت مدلسازی و افزایش آهنگ خنک-کاری در فرایندهایی همچون آب‌دهی فلزات داغ و کنترل سختی فلز تاثیر سرعت صفحه بر تنش برشی و عدد نوسلت جریان نانوسیال نیز لحاظ شده-است.

## ۲- شرح مسئله

در این قسمت؛ هندسه و فرضیات، خواص نانوسیال و معادلات حاکم مسئله ارائه شده است.

### ۲-۱- هندسه و فرضیات

تزریق ذرات نانو با رسانندگی بالا در سیال مایع (آب)، خواص انتقال گرمایی آن را افزایش خواهد داد. لذا ایده‌ی استفاده از نانوسیال‌ها در کاربردهای مرتبط با خنک کاری مطرح شد. در برخی کاربردها مانند فرایندهای آب‌دهی و ایمنی راکتورهای هسته‌ای، دمای سطح بسیار زیاد است. در نتیجه گذراندن مایع خنک‌کننده یا نانوسیال خنک‌کننده از روی این سطوح، سبب تشکیل یک لایه‌ی نازک بخار بین مایع و سطح خواهد شد. این لایه‌ی نازک بخار به دلیل توانایی کمتر انتقال گرما نسبت به نانوسیال، میزان کل انتقال گرما را کاهش می‌دهد. از طرفی تماس بین مایع و سطح را نیز خاتمه داده که نتیجه‌ی آن کاهش پسای اصطکاکی است. به عبارتی بخار تشکیل شده همچون یک لایه عایق روغنکاری شده عمل می‌کند. در شکل ۱ نمایی ساده از هندسه‌ی مسئله نمایش داده شده است. نانو سیال به ترتیب با سرعت، دما و کسر حجمی  $U_\infty$ ،  $T_\infty$  و  $\phi_0$  در مقطع الف برای نخستین بار با سطح تماس پیدا می‌کند. دمای سطح برای تبخیر مایع در تماس با آن کافی است. فرضیات اعمال شده عبارتند از:

۱. جریان لایه ای است.
۲. سطح مشترک مایع-بخار صاف در نظر گرفته شده است.
۳. شروع لایه‌ی مرزی نانوسیال و بخار در مقطع الف و از  $x = 0$  فرض شده است.
۴. دمای سطح  $T_p$  ثابت است.
۵. سرعت صفحه  $v_p$  ثابت است.
۶. پس از تبخیر نانو سیال ذرات نانو در بخار وجود ندارند و فقط سیال مایع (آب)، بخار می‌شود.
۷. دمای جوش سیال مایع (آب) و نانوسیال تقریباً یکسان در نظر گرفته شده است [۲۰].
۸. پس از تبخیر نانوسیال در سطح مشترک مایع-بخار، نانو ذرات آن درون لایه‌ی مرزی نانوسیال ( $\delta$ ) باقی می‌مانند.
۹. به دلیل کوچک بودن ضخامت لایه مرزی نانوسیال مایع نسبت به ضخامت کل جریان نانوسیال عبوری، کسر حجمی درون لایه مرزی نانوسیال  $\phi(x)$  در هر مقطع فقط تابعی از  $x$  و مستقل از  $y$  فرض شده است.
۱۰. نیروی وزن نانوسیال در مقابل نیروهای اینرسی و لزجت ناچیز است.
۱۱. از اثرات تابش صرف نظر شده است.
۱۲. تلفات انرژی ناچیز است.
۱۳. خواص ثابت و در دمای میانگین  $(T_p + T_s)/2$ ،  $T_l = (T_\infty + T_s)/2$  محاسبه شده‌اند.
۱۴. جریان جوشش از نوع جوشش فیلمی است.

دامنه‌ی وسیع مطالعات انجام شده در زمینه نانوسیالات، حاکی از کارآمد بودن نظریه‌ی تزریق ذرات نانو با قابلیت رسانندگی گرمایی بالا است. کاربرد نانوسیالات در هندسه‌های متنوعی بررسی شده است [۱۱، ۱۲].

معمول‌ترین هندسه مورد مطالعه، عبور جریان سیال از روی یک صفحه‌ی تخت و بحث بر روی انتقال گرما آن می‌باشد. بلازیوس برای اولین بار با ارائه‌ی یک متغیر تشابهی و ساده‌سازی معادلات ناویراستوکس، توانست معادلات مشتق جزئی حاکم بر سیال را با روش تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کند [۱۳]. این روش در حل مسائل نانوسیالاتی نیز به طور گسترده به کار گرفته شده است [۱۴، ۱۵].

مقاله‌ی حاضر به بررسی انتقال گرما و تنش برشی ناشی از حرکت نانوسیال بر روی صفحه بسیار داغ می‌پردازد. وقتی جریان سیال مایع از روی یک صفحه‌ی بسیار داغ می‌گذرد، با این فرض که دمای صفحه برای تبخیر سیال کافی باشد، یک لایه‌ی بخار بین سیال مایع و صفحه تشکیل می‌شود. این لایه‌ی بخار مانند یک لایه‌ی نازک عایق روغنکاری شده رفتار می‌کند. در نتیجه انتقال گرما و همچنین تنش برشی کاهش می‌یابد. مسئله عبور جریان سیال خالص فاقد ذرات جامد از روی صفحه‌ی داغ متحرک توسط فیلیپویچ و همکارانش [۱۶] بررسی شد. آنها معادلات حاکم بر لایه‌ی مرزی سیال و لایه-ی بخار را به روش تشابهی با استفاده از تکنیک پرتابی از سمت مایع حل کردند. از آنجایی که در صنعت گاهی نیاز به خنک‌کاری سطوح بسیار داغ است لذا استفاده از جریان نانو سیال به جای سیال ایده‌ی مناسبی است. از جمله کاربردهای خنک کاری در سطوح بسیار داغ می‌توان به ایمنی راکتورهای هسته‌ای [۱۷]، خنک‌کاری در فرایندهای آب‌دهی فلزات و همچنین کنترل آهنگ سرمایش فلزات در فرایندهای آب‌دهی برای دریافت سختی خاص [۱۸، ۱۹] از فلز مورد نظر اشاره کرد. در این مقاله مسئله عبور نانو سیال در حال جوش از روی صفحه‌ی بسیار داغ متحرک برای اولین بار مدلسازی شده است. حل تشابهی نانوسیال در حال جوش و متغیر بودن کسر حجمی نانو ذرات متناسب با ضخامت بخار و لایه مرزی مایع از مهمترین نوآوری‌های مطالعه‌ی حاضر هستند. عدد نوسلت محلی و تنش برشی محلی برای نانو ذرات مس<sup>۱</sup>، اکسید مس<sup>۲</sup>، دی اکسید تیتانیوم<sup>۳</sup> و اکسید آلومینیم<sup>۴</sup>

- 1 Cu
- 2 CuO
- 3 TiO<sub>2</sub>
- 4 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

برای بدست آوردن خواص مایع (آب) و بخار تشکیل شده دمای صفحه، دمای سطح مشترک مایع-بخار و دمای جریان نانوسیال به ترتیب ۲۵۰، ۱۰۰ و ۲۵ درجه سلسیوس فرض شده‌اند.

### ۲-۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم برای مدلسازی جریان نانوسیال گذرنده از روی صفحه‌ی بسیار داغ، شامل معادله پیوستگی، ممنتم و انرژی در ناحیه‌ی بخار تشکیل شده و در لایه مرزی نانوسیال می‌باشند. معادلات حاکم به ترتیب توسط روابط (۷-۹) معرفی شده‌اند.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x} + \frac{\partial v_j}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} + v_j \frac{\partial u_j}{\partial y} = v_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial y^2} \quad (8)$$

$$u_j \frac{\partial T_j}{\partial x} + v_j \frac{\partial T_j}{\partial y} = \alpha_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial y^2} \quad (9)$$

$$\psi_v = f_v(\eta_v) \cdot \sqrt{(u_{\infty} v_v x)} \quad (12)$$

$$\psi_l = f_l(\eta_l) \cdot \sqrt{(u_{\infty} v_l x)} \quad (12)$$

$$\theta_v = (T_v - T_s) / (T_p - T_s) \quad (13)$$

$$\theta_l = (T_{nf} - T_{\infty}) / (T_s - T_{\infty}) \quad (13)$$

در معادلات (۷-۹) برای سمت بخار  $j = v$  و در لایه مرزی نانوسیال  $j = l$  است. شرایط مرزی عبارتند از:

$$y = 0: u_v = v_p, v_v = 0, T_v = T_p \quad (10)$$

$$y = \delta_v: u_v = u_l, T_v = T_l = T_s$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} u_l = u_{\infty}, \lim_{y \rightarrow \infty} T_l = T_{\infty}$$

پارامترهای تشابهی مشابه روش حل تشابهی بلازیوس مطابق رابطه‌ی (۱۱) معرفی می‌شوند.

$$\eta_v = y \sqrt{(u_{\infty} / 2v_v x)} \quad (11)$$

$$\eta_{nf} = (y - \delta_v) \sqrt{(u_{\infty} / 2v_l x)}$$

تابع بی‌بعد جریان و متغیر بی‌بعد دما به ترتیب توسط روابط (۱۲) و (۱۳) تعریف می‌شوند.

معادلات حاکم توسط پارامتر تشابهی رابطه‌ی (۱۱)، بصورت معادلات دیفرانسیل معمولی<sup>۱</sup> تبدیل می‌شوند. این معادلات برای لایه‌ی بخار در روابط (۱۴) و (۱۵) و برای لایه مرزی مایع در روابط (۱۶) آورده شده‌اند.

$$2f_j''' + f_j f_j'' = 0 \quad (14)$$

$$2\theta_j'' + Pr_j f_j \theta_j' = 0 \quad (15)$$

$$\frac{2}{(1 - \phi)^{2.5} (1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l})} f_l''' + f_l f_l'' = 0 \quad (16)$$

مطابق شکل ۱ سیال در مقطع الف با سطح تماس پیدا می‌کند و بطور آنی یک لایه‌ی نازک بخار تشکیل می‌شود. از آنجایی که در بخار تشکیل شده ذرات نانو حضور ندارند و این ذرات در لایه مرزی نانوسیال باقی می‌مانند، لذا کسر حجمی در لایه‌ی مرزی نانوسیال افزایش می‌یابد. با ادامه‌ی حرکت نانوسیال بر روی صفحه، ضخامت لایه‌ی بخار افزایش می‌یابد و مطابق شکل ۱ نانوسیال مقاطع ب، ج، د و ... را نیز تجربه خواهد کرد. این افزایش ضخامت بخار، منجر به افزایش کسر حجمی ذرات در نانوسیال می‌شود. لذا کسر حجمی نانوسیال با حرکت در راستای صفحه تغییر خواهد کرد و تابعی از موقعیت  $x$  روی صفحه خواهد بود. این کسر حجمی با نسبت ضخامت بخار و مایع متناسب است و توسط رابطه‌ی (۱) ارائه می‌شود.

$$L \cdot \phi_0 = (L - \delta - \delta_v) \cdot \phi_0 + \delta \cdot \phi(x) \quad (1)$$

که پس از ساده‌سازی تابع  $\phi(x)$  مطابق رابطه‌ی (۲) معرفی می‌شود.

$$\phi(x) = (1 + \frac{\delta_v}{\delta}) \cdot \phi_0 \quad (2)$$

### ۲-۲- خواص نانوسیال

خواص آب، بخار و نانوذرات در جدول ۲ و چگالی، گرمای ویژه و لزجت دینامیکی نانوسیال بر اساس مقادیر ثابت مستقل از دما به ترتیب در روابط (۳-۵) بصورت تابعی از کسر حجمی نانوذرات ارائه شده است [۲۱].

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_l + \phi\rho_{pa} \quad (3)$$

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_l + \phi(\rho C_p)_{pa} / \rho_{nf} \quad (4)$$

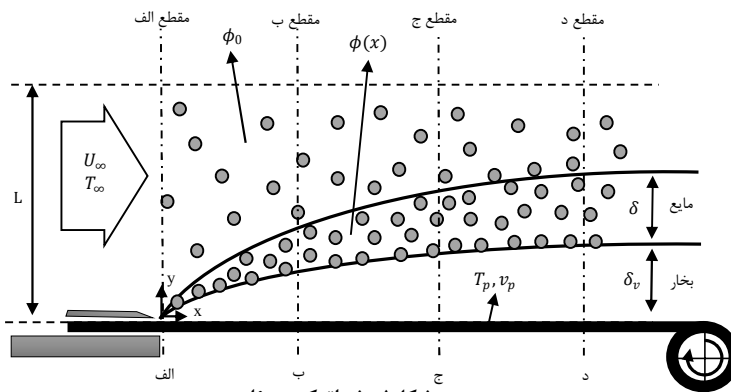
$$\mu_{nf} = \mu_l / (1 - \phi)^{2.5} \quad (5)$$

جدول ۲- خواص فیزیکی برای سیال آب و بخار [۲۲] و نانو ذرات [۲۳]

TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CuO	Cu	بخار	آب	
۶۸۶/۲	۷۶۵	۵۳۱/۸	۳۸۵	۱/۹۸۵۷	۴۱۸۴	C <sub>p</sub> (J/kg K)
۴۲۵۰	۳۹۷۰	۶۳۲۰	۸۹۳۳	۰/۵۱۶۳	۹۸۱/۹	ρ (kg/m <sup>3</sup> )
۸/۹۵۳۸	۴۰	۷۶/۵	۴۰۱	۰/۲۸۸	۰/۶۵۳	k (W/m K)

رسانایی گرمایی نانوسیال توسط مدل ماکسول محاسبه شده است [۱].

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_l + 2(k_{pa} - k_l)}{k_p + 2k_l - (k_{pa} - k_l)} \quad (6)$$



شکل ۱- شماتیک مسئله

<sup>1</sup> ordinary differential equation (ODE)

### ۳-۱- اعتبارسنجی نتایج

فیلیپویچ و همکاران [۱۶] جریان سیال مایع گذرنده از روی صفحه‌ی همدمای داغ متحرک را به روش تشابهی حل کردند. آنها روند حل را از سمت مایع آغاز کرده و برای یک سیال ساده نتایج را بررسی کردند. به منظور اعتبار سنجی روش حل و نتایج ارائه‌شده در این مقاله، مسئله فیلیپویچ و همکاران مدلسازی شد و بر خلاف آنها روند حل از سمت بخار آغاز شد. همانطور که نمودارهای ۳ و ۴ نیز نشان می‌دهند، نتایج با دقت بسیار خوبی بر هم منطبق هستند. نمودار ۳ تنش برشی محلی جریان سیال و نمودار ۴ عدد نوسلت محلی را نمایش می‌دهد. تغییرات تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی نسبت به متغیر  $\beta$  رسم شده است.  $\beta$  تابعی از اختلاف دمای صفحه، سطح مشترک و جریان نانوسیال است و باید بین صفر و یک باشد ( $0 < \beta < 1$ ). لذا می‌توان  $\beta$  را به عنوان معیاری از مکان روی صفحه برای دمای ثابت صفحه و جریان نانوسیال در نظر گرفت. به عبارتی اگر مقدار  $\beta$  برابر واحد باشد، مکان  $x = 0$  و اگر مقدار آن صفر شود، مکان  $x \rightarrow \infty$  استنتاج می‌شود. لذا با حرکت جریان نانوسیال بر روی صفحه از  $x = 0$  تا  $x \rightarrow \infty$  مقدار  $\beta$  از یک به سمت صفر میل می‌کند. وقتی  $\beta$  برابر با یک است، یعنی اولین نقطه‌ای که لایه مرزی مایع و لایه بخار تشکیل می‌شود (مقطع الف در شکل ۱)، میزان تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی سیال بیشینه است. به تدریج که در راستای کاهش  $\beta$  و افزایش  $x$  حرکت کنیم، ضخامت لایه بخار افزایش یافته و در نتیجه تنش برشی محلی و عدد نوسلت کاهش می‌یابند. در نهایت وقتی  $x \rightarrow \infty$ ، سرعت سطح مشترک مایع-بخار با سرعت جریان سیال و دمای آن با دمای صفحه برابر می‌شود. لذا شیب سرعت و شیب دما به صفر میل می‌کنند. در نتیجه تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی نیز متناسب با آنها به صفر میل می‌کنند.

$$\frac{2 \frac{k_{nf}}{k_f}}{(1 - \phi + \phi \frac{(\rho C_p)_{pa}}{(\rho C_p)_l})} \theta_l'' + Pr_l f_l \theta_l' = 0 \quad (17)$$

که شرایط مرزی آنها عبارتند از:

$$f_v'(0) = v_p/u_{\infty}, \quad f_v(0) = 0, \quad \theta_v(0) = 1 \quad (18)$$

$$f_v'(\eta_v)_s = f_l'(0) = u_s/u_{\infty}, \quad \theta_v(\eta_v)_s = 0, \quad \theta_l(0) = 1$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} f_l'(\infty) = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta_l(\infty) = 0$$

شرایط مرزی ارائه شده در رابطه‌ی (۱۸)، برای حل معادلات حاکم کافی نمی‌باشد و معادلات بقای جرم، تساوی تنش برشی و پایداری انرژی در سطح مشترک مایع-بخار (معادلات کمکی) که به ترتیب در روابط (۱۹-۲۱) معرفی شده‌اند [۱۶] حل مسئله را ممکن می‌سازند. این معادلات با بررسی دیفرانسیلی یک المان در سطح مشترک مایع-بخار و اعمال جملات ورودی و خروجی به آن بدست می‌آیند.

$$\dot{m} = \rho_v \left( u_v \frac{d\delta_v}{dx} - v_v \right) = \rho_{nf} \left( u_l \frac{d\delta_l}{dx} - v_l \right) \quad (19)$$

$$\mu_v \frac{\partial u_v}{\partial x} = \mu_{nf} \frac{\partial u_l}{\partial x} \quad (20)$$

$$\dot{m}(h_{nf} - h_g) = -k_v \frac{\partial T_v}{\partial y} + k_{nf} \frac{\partial T_l}{\partial y} \quad (21)$$

معادلات کمکی ارائه شده در روابط (۱۹-۲۱) نیز توسط متغیر تشابهی، به معادلات قابل استفاده در حل تشابهی تبدیل شدند. این معادلات در حقیقت بخار تشکیل شده را به لایه مرزی نانوسیال ربط می‌دهند.

$$(f_l)_s = \frac{1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l}}{(1 - \phi)^{2.5}} R^{-1/2} (f_v)_s \quad (22)$$

$$(f_l'')_s = \frac{1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l}}{(1 - \phi)^{2.5}} R^{-1/2} (f_v'')_s \quad (23)$$

$$\beta(\theta_l')_s \left( \frac{1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l}}{(1 - \phi)^{2.5}} R \right)^{1/2} - (\theta_v')_s = Pr_v (f_v)_s / 2Ja \quad (24)$$

تنش برشی محلی که به نانوسیال اعمال می‌شود نیز بطور مشابه بی‌بعد شده و بصورت رابطه‌ی (۲۵) ارائه می‌شود.

$$C_{f,x} = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho_{nf} U_{\infty}^2} = 2 \left( \frac{1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l}}{(1 - \phi)^{2.5}} R \right)^{-1/2} |f_v''(0)| Re_x^{-1/2} \quad (25)$$

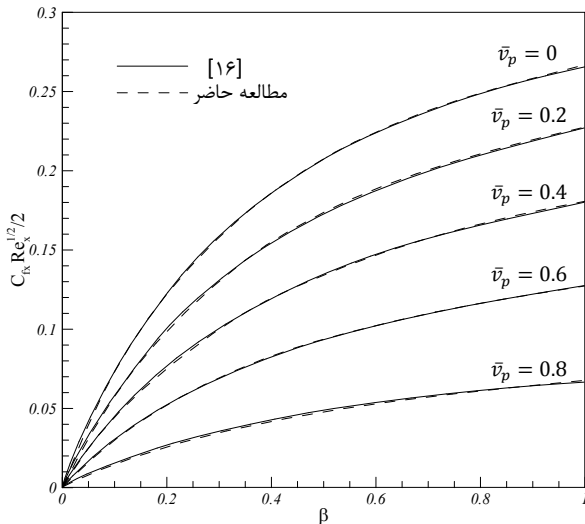
عدد نوسلت محلی بر اساس میزان انتقال گرما بین سطح صفحه‌ی بسیار داغ و سطح مشترک مایع-بخار تعریف شده و توسط متغیر تشابهی بصورت رابطه‌ی (۲۶) بی‌بعد شده است.

$$Nu_x = \frac{q_x''}{k_v(T_p - T_s)} \quad (26)$$

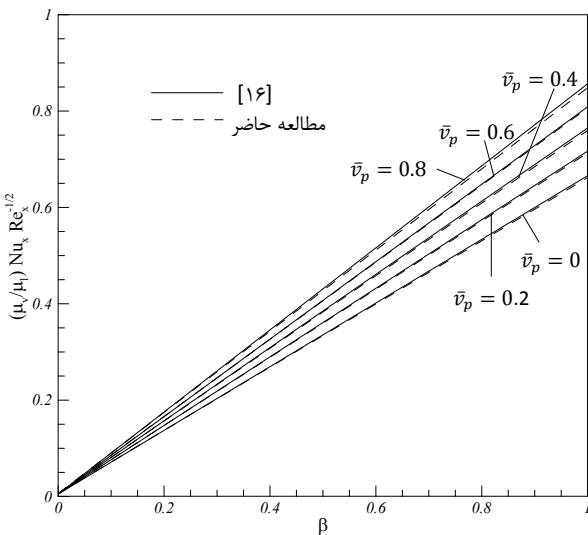
$$= \frac{1}{(1 - \phi)^{2.5}} \left( \frac{1 - \phi + \phi \frac{\rho_{pa}}{\rho_l}}{(1 - \phi)^{2.5}} R \right)^{-1/2} \frac{\mu_l}{\mu_v} (\theta_v')_0 Re_x^{1/2}$$

### ۳- تحلیل نتایج

معادلات حاکم (۱۴-۱۷) با اعمال شرایط مرزی و معادلات کمکی ارائه شده در روابط (۱۸) و (۲۲-۲۴) با استفاده‌ی همزمان از روش رانگ کوتای مرتبه-ی چهارم و روش پرتابی حل شدند. نتایج برای صفحه‌ی ۲۵۰ درجه سانتی-گراد و جریان نانوسیال ۲۵ درجه سلسیوس بسط داده شده‌اند. نتایج برای مقادیر ثابت اعداد بی‌بعد بصورت  $Pr_l = 2.8$ ،  $Pr_v = 1$ ،  $R = 60232$  و  $Ja = 0.08$  بدست آمده‌اند. مدلسازی دماهای متفاوت دیگر برای صفحه و جریان نانوسیال با اعمال خواص آب و بخار و اعداد بی‌بعد مربوطه در آن دما ممکن خواهد بود. الگوریتم حل مسئله در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۳- اعتبارسنجی مطالعه‌ی حاضر برای تنش برشی محلی سیال با نتایج مطالعه فیلیپویچ و همکارانش [۱۶]

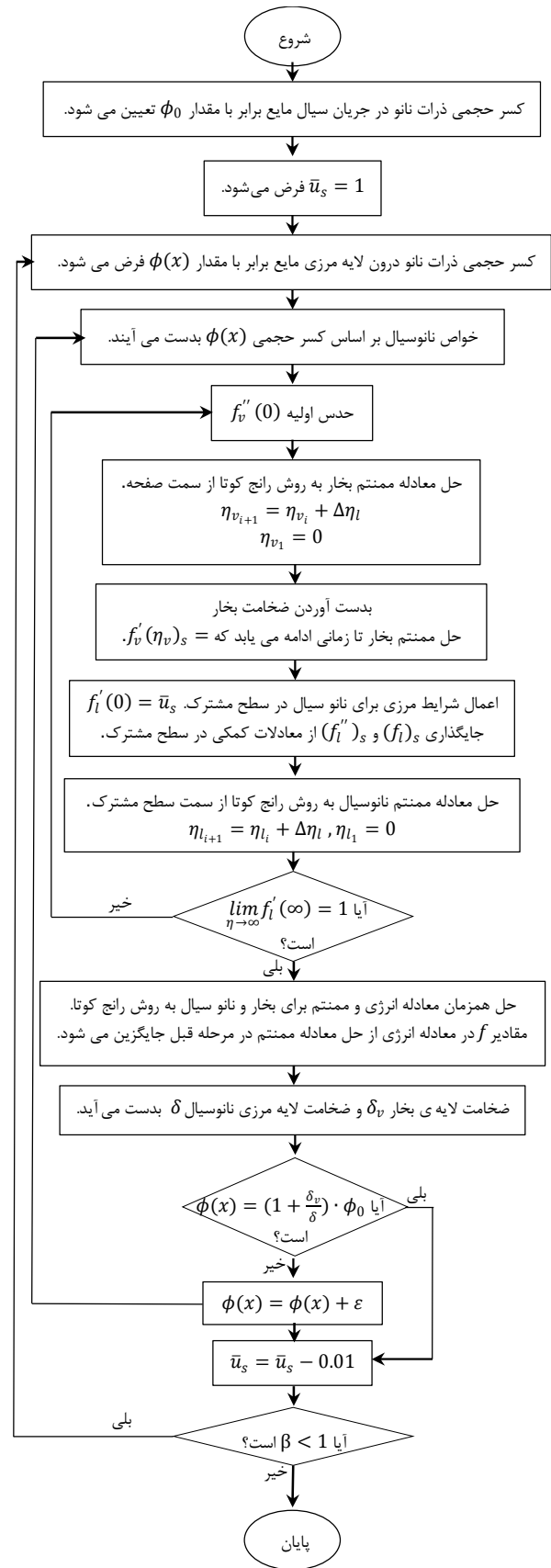


شکل ۴- اعتبارسنجی مطالعه‌ی حاضر برای عدد نوسلت محلی سیال با نتایج مطالعه فیلیپویچ و همکارانش [۱۶]

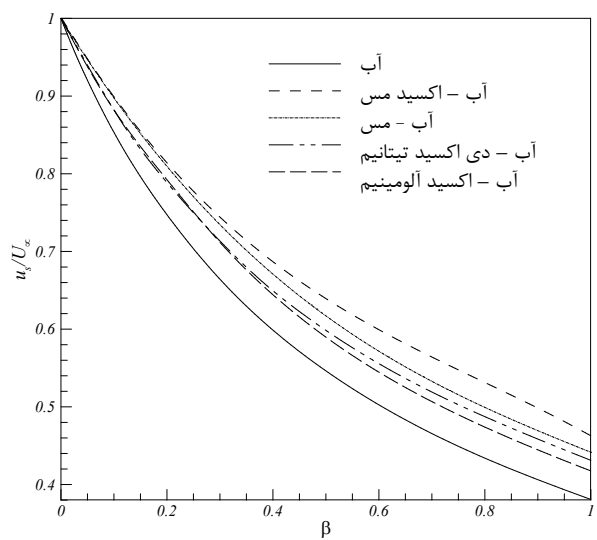
### ۲-۳- تاثیر جنس نانوذرات بر سرعت سطح مشترک، تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی

اثر افزودن نانو ذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم بر سرعت سطح مشترک، تنش برشی (پسای اصطکاکی) و عدد نوسلت (آهنگ انتقال گرما) بررسی شده است. با توجه به نمودارهای ارائه شده در شکل‌های (۵-۷) می‌توان به طور هدفمند از نانوسیال مناسب استفاده کرد.

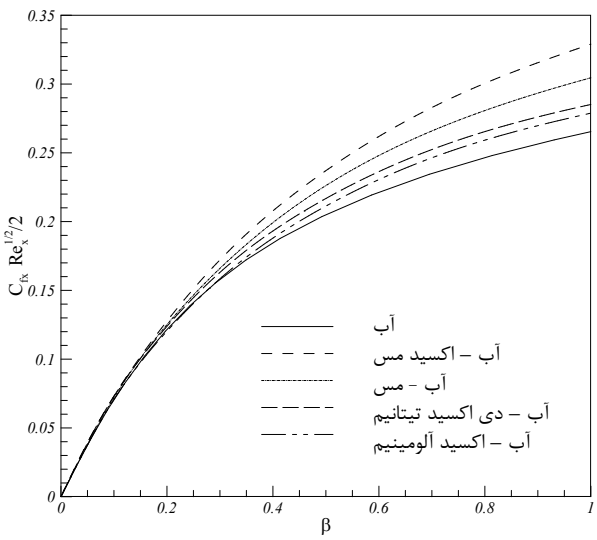
شکل ۵ اثر افزودن نانو ذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۲ بر سرعت سطح مشترک مایع-بخار را نمایش می‌دهد. همانطور که در شکل ۵ نشان داده شده است، افزودن نانوذرات، سرعت سطح مشترک مایع-بخار را افزایش می‌دهد. زیرا افزودن نانوذرات، لزجت سیال را افزایش می‌دهد که در نتیجه‌ی آن نیروی بیشتری از طرف جریان نانوسیال به نانوسیال موجود در لایه مرزی وارد می‌شود.



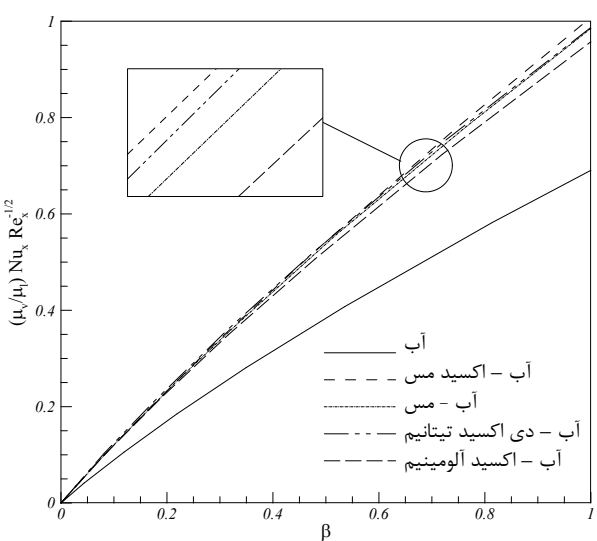
شکل ۲- الگوریتم حل مسئله



شکل ۵- سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار در اثر افزودن نانوذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۲ به آب ( $\bar{v}_p = 0$ )



شکل ۶- تنش برشی محلی در اثر افزودن نانوذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۲ به آب ( $\bar{v}_p = 0$ )



شکل ۷- عدد نوسلت محلی در اثر افزودن نانوذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۲ به آب ( $\bar{v}_p = 0$ )

در نتیجه تحریک و اثرپذیری نانوسیال در لایه مرزی توسط جریان نانوسیال بیشتر شده و سرعت آن افزایش می‌یابد. این افزایش برای نانوذرات با چگالی بالاتر بیشتر است. زیرا در یک کسر حجمی یکسان، نانوذرات چگالترا دارای جرم بیشتری هستند. در نتیجه انرژی جنبشی و اینرسی ذرات نیز سبب تحریک بیشتر می‌دهند. افزایش انرژی جنبشی و اینرسی ذرات نیز سبب تحریک بیشتر سرعت سطح مشترک مایع-بخار شده و آن را بیشتر افزایش می‌دهد. تغییرات تنش برشی محلی سیال در اثر افزودن نانوذرات مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم با کسر حجمی ۰/۲ به آب در شکل ۶ قابل مشاهده است. مطابق شکل ۶ می‌توان نتیجه گرفت که افزودن نانوذرات به سیال، تنش برشی را افزایش می‌دهد. زیرا لزجت سیال با افزودن نانوذرات افزایش می‌یابد و در اثر افزایش تنش برشی در نانوسیال سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار افزایش می‌یابد. با توجه با رابطه‌ی (۲۵) نتیجه می‌شود که تنش برشی اعمال شده بر نانوسیال در حال جوش، به شیب سرعت  $(f''_w(0))$  در لایه‌ی بخار وابسته است. از آنجایی که افزایش نانوذرات سرعت سطح مشترک مایع-بخار را افزایش می‌دهد، لذا شیب سرعت در ناحیه بخار تشکیل شده افزایش می‌یابد و در اثر آن تنش برشی محلی نانوسیال افزایش می‌یابد. به علاوه تنش برشی برای ذرات با چگالی بالاتر، بیشتر است. همانطور که برای ذرات چگالترا سرعت سطح مشترک مایع-بخار بیشتر است (شکل ۵).

اثر افزودن نانو ذرات مس، اکسید مس، اکسید مس، دی اکسید تیتانیوم و اکسید آلومینیم بر عدد نوسلت محلی در شکل ۷ به تصویر کشیده شده است. افزودن نانوذرات با کسر حجمی ۰/۲ برای جریان نانوسیال گذرنده بر روی صفحه‌ی ثابت، مقدار انتقال گرما در کل صفحه را حدود ۴۲٪ افزایش می‌دهد. زیرا نانوذرات دارای قابلیت انتقال گرما بیشتری نسبت به آب هستند. مس و اکسید آلومینیم با توجه به قابلیت رسانایی گرمایی و تغییرات لزجت سیال به ترتیب دارای بیشترین و کمترین تغییرات در آهنگ انتقال گرما هستند.

### ۳-۳- تاثیر کسر حجمی نانوذرات بر سرعت سطح مشترک، تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی

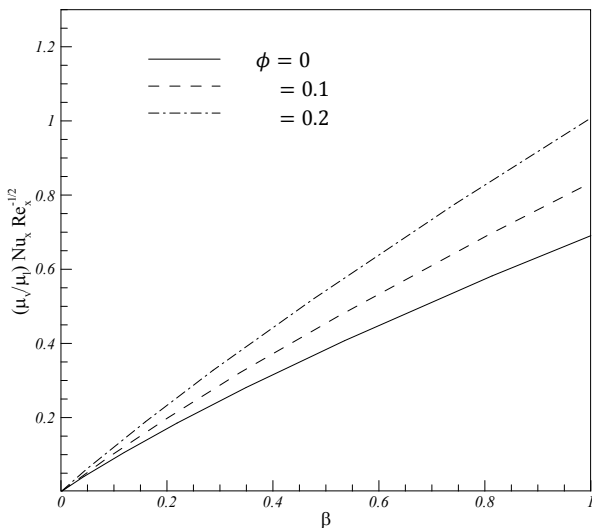
اثر افزودن نانوذره‌ی مس با کسر حجمی ۰/۱ و ۰/۲ بر سرعت سطح مشترک، تنش برشی (پسای اصطکاکی) و عدد نوسلت (آهنگ انتقال گرما) بررسی شده است. با توجه به نمودارهای ارائه شده در شکل‌های (۸-۱۰) می‌توان به طور هدفمند از کسر حجمی مناسب استفاده کرد. نمودارها برای نانوذره‌ی مس رسم شده‌اند. در حالی که روند تغییرات برای نانوذرات دیگر نیز مشابه خواهد بود.

در شکل ۸ اثر افزودن نانوذره مس با کسر حجمی ۰/۱ و ۰/۲ به آب بر سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار نمایش داده شده‌است. افزایش کسر حجمی نانوذرات، ویسکوزیته‌ی نانوسیال را بیشتر افزایش می‌دهد. لذا نیروی وارد شده از سمت جریان نانوسیال به لایه‌ی مرزی بیشتر می‌شود. در نتیجه اثرپذیری سیال درون لایه‌ی مرزی از جریان نانوسیال بیشتر می‌شود و سرعتش افزایش می‌یابد. مطابق شکل ۸، افزودن نانوذرات سرعت بی‌بعد سطح مشترک را افزایش می‌دهد و افزایش کسر حجمی آنها، این تغییرات را شدت می‌بخشد.

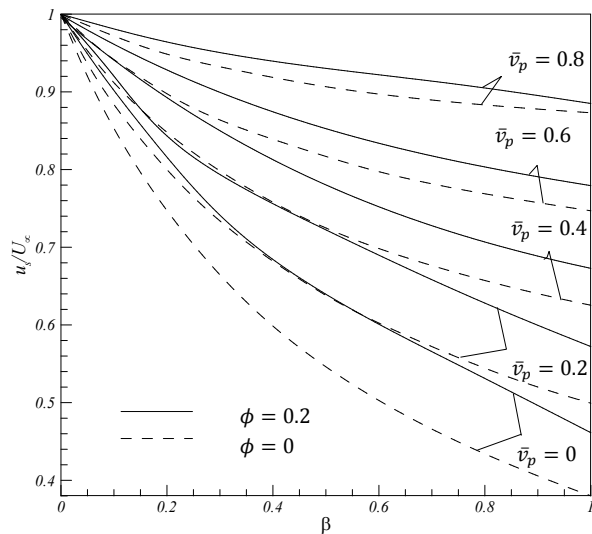
در شکل ۹ تاثیر افزودن نانوذره مس با کسر حجمی ۰/۱ و ۰/۲ به آب بر تنش برشی محلی نانوسیال در حال جوش بررسی شده است. طبق رابطه‌ی

متحرک کرد، مانند فرایندهای آب‌دهی فلزات داغ، میزان انتقال گرما و آهنگ خنک‌کاری علاوه بر جنس و کسر حجمی نانوذرات، تابعی از سرعت صفحه نیز خواهد بود. تغییرات سرعت سطح مشترک، تنش برشی (پسای اصطکاکی) و عدد نوسلت (آهنگ انتقال گرما) در حضور نانوذره‌ی مس با کسر حجمی ۰.۲ نسبت به مقادیر بی‌بعد سرعت صفحه مطالعه شده است. نمودارهای گزارش شده در شکل‌های (۱۱-۱۳) به انتخاب هدفمند سرعت صفحه متناسب با کاربرد، کمک می‌کند. نمودارها برای نانوذره‌ی مس رسم شده‌اند. در حالی که روند تغییرات برای نانوذرات دیگر نیز مشابه خواهد بود. در شکل ۱۱ سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار برای سرعت‌های متفاوت صفحه در حضور نانوذره‌ی مس با کسر حجمی ۰.۲ گزارش شده است. متناسب با افزایش سرعت صفحه، سرعت سطح مشترک مایع-بخار نیز افزایش خواهد یافت. همانطور که در شکل‌های ۵ و ۸ نیز مشاهده می‌شود، افزایش نانو ذرات ویسکوزیته و در نتیجه سرعت بی‌بعد سطح مشترک را افزایش می‌دهد. این تغییرات در سرعت‌های پایین صفحه بیشتر است.

رابطه‌ی تنش برشی محلی نانوسیال با تغییر سرعت صفحه در شکل ۱۲ ارائه شده است. نتایج برای مقادیر بی‌بعد ۰، ۰.۲، ۰.۴، ۰.۶ و ۰.۸ سرعت



شکل ۱۰- عدد نوسلت محلی در اثر افزودن نانوذره مس به آب با کسر حجمی ۰.۱ و ۰.۲ ( $\bar{v}_p = 0$ )

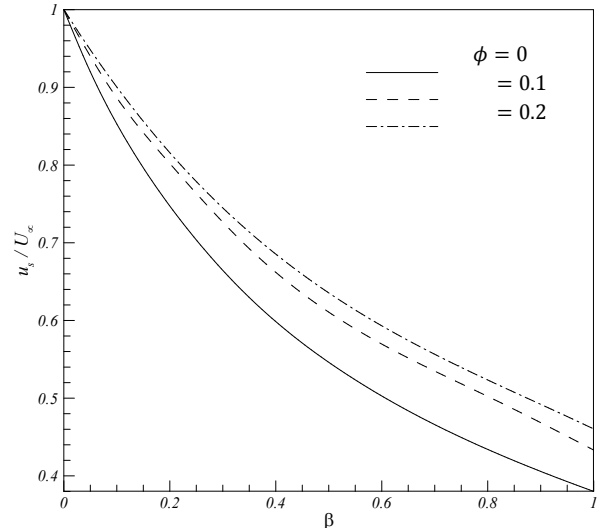


شکل ۱۱- سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار برای سرعت‌های بی‌بعد ۰، ۰.۲، ۰.۴، ۰.۶ و ۰.۸ صفحه در اثر افزودن نانوذره مس با کسر حجمی ۰.۲ به آب

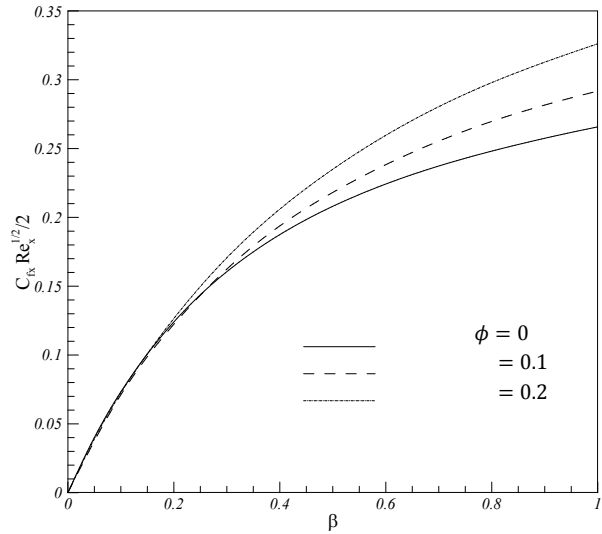
۲۵ تنش برشی نانوسیال، تابعی از شیب سرعت ( $f_p'''(0)$ ) در لایه‌ی بخار تشکیل شده است. از طرفی مطابق شکل ۸، سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار برای مقادیر کسر حجمی بزرگتر، بیشتر است. لذا افزایش کسر حجمی نانو ذرات سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار را افزایش می‌دهد. در نتیجه شیب سرعت در لایه‌ی بخار و همچنین تنش برشی محلی نانوسیال با کسر حجمی نانوذرات رابطه‌ی مستقیم دارند.

تغییرات عدد نوسلت محلی با افزایش کسر حجمی نانوذره‌ی مس در شکل ۱۰ قابل مشاهده است. مطابق شکل ۱۰، افزودن نانو ذره مس با کسر حجمی ۰.۱ و ۰.۲ میزان انتقال گرما در کل صفحه را به ترتیب حدود ۲۱٪ و ۴۲٪ افزایش می‌دهد. لذا برای انتخاب مناسب کسر حجمی نانو ذره، باید یک حالت بهینه بین میزان افزایش تنش برشی محلی و میزان افزایش عدد نوسلت محلی انتخاب گردد.

۳-۴- تاثیر سرعت صفحه برای جریان نانوسیال بر سرعت سطح مشترک، تنش برشی محلی و عدد نوسلت محلی در آب دهی فلزات علاوه بر افزودن ذرات نانو به سیال مایع، می‌توان با متحرک کردن سطح میزان انتقال گرما آن را افزایش داد. در فرایندهایی که می‌توان سطح داغ را



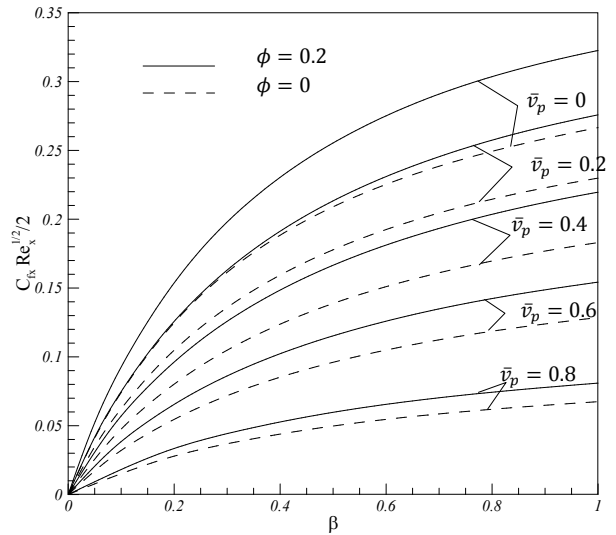
شکل ۸- سرعت بی‌بعد سطح مشترک مایع-بخار در اثر افزودن نانوذره-ی مس به آب با کسر حجمی ۰.۱ و ۰.۲ ( $\bar{v}_p = 0$ )



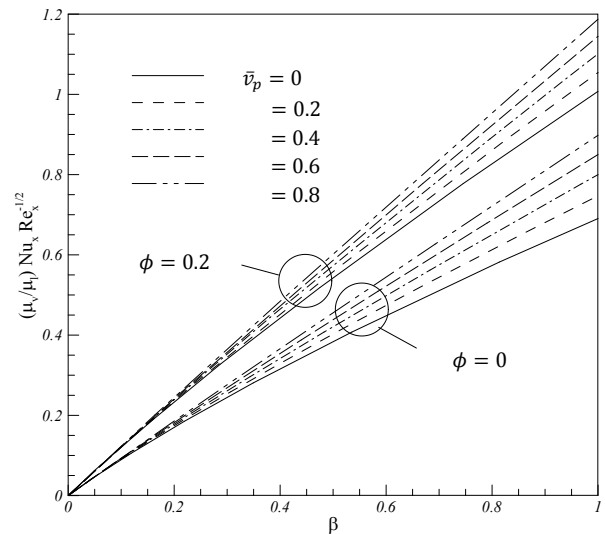
شکل ۹- تنش برشی محلی در اثر افزودن نانوذره مس به آب با کسر حجمی ۰.۱ و ۰.۲ ( $\bar{v}_p = 0$ )

صفحه نشان داده شده است. مشابه نمودار شکل‌های ۶ و ۹ تنش برشی در نانوسیالات بیشتر از سیالات می‌باشد. با توجه به شکل ۱۰ استنباط می‌شود که افزایش نانوذرات به سیال تنش برشی محلی آن را افزایش می‌دهد. به علاوه مقدار تغییرات تنش برشی محلی در حضور نانوسیال برای سرعت‌های پایین صفحه، بیشتر است. زیرا افزایش سرعت صفحه، شیب سرعت در ناحیه‌ی بخار و در نتیجه تنش برشی محلی را کاهش می‌دهد.

روند تغییرات عدد نوسلت با تغییر مقادیر سرعت بی‌بعد صفحه از ۰ تا ۰/۸ برای نانوسیال آب-مس با کسر حجمی ۰/۲ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. افزایش سرعت صفحه، ضخامت لایه‌ی بخار تشکیل شده را کاهش می‌دهد. لذا عدد نوسلت متناسب با افزایش سرعت صفحه، رشد می‌کند. پس از افزایش نانوذره‌ی مس، عدد نوسلت به شدت افزایش می‌یابد. مطابق شکل ۱۳، افزودن نانوذره‌ی مس با کسر حجمی ۰/۲ در سرعت بی‌بعد ۰ و ۰/۸ صفحه، میانگین عدد نوسلت محلی و انتقال گرما در کل صفحه را به ترتیب حدود ۴۲٪ و ۳۱٪ افزایش می‌دهد. همچنین مقدار انتقال گرما کلی جریان نانوسیال آب-مس گذرنده از روی سطح متحرک با سرعت بی‌بعد ۰/۸ نسبت



شکل ۱۲- تنش برشی محلی برای سرعت‌های بی‌بعد ۰، ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶ و ۰/۸ صفحه در اثر افزودن نانوذره مس با کسر حجمی ۰/۲ به آب



شکل ۱۳- عدد نوسلت محلی برای سرعت‌های بی‌بعد ۰، ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶ و ۰/۸ صفحه در اثر افزودن نانوذره مس با کسر حجمی ۰/۲ به آب

به سطح ساکن، حدود ۲۰٪ بیشتر است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر حل تحلیلی جریان نانوسیال در حال جوش از روی سطح بسیار داغ متحرک مطرح شده است. تشکیل لایه‌ی بخار کسر حجمی ذرات نانو را در لایه مرزی مایع افزایش می‌دهد و لذا خواص در راستای صفحه متناسب با افزایش ضخامت بخار تشکیل شده و ضخامت لایه مرزی مایع تغییر می‌کنند. مطالعه‌ی حاضر به عنوان یک تحلیل پایه برای هندسه‌ی صفحه تخت تلقی می‌شود و نتایج تحقیق می‌تواند برای هندسه‌های پیچیده‌تر گسترش یابد.

از مهمترین نتایج می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد:

۱. با افزودن نانوذره‌ی مس به جریان سیال در حال جوشش، می‌توان انتقال گرما در کل صفحه را ۲۱٪ و ۴۲٪ به ترتیب برای مقادیر کسر حجمی ۰/۱ و ۰/۲ افزایش داد.
۲. مقدار افزایش پسای اصطکاکی در کل صفحه در اثر حضور نانوذرات در حدود کمتر از ۲۰٪ افزایش انتقال گرما در همان شرایط خواهد بود.
۳. اثر افزودن نانوذرات به جریان سیال در حال جوش بر میزان انتقال گرما برای صفحه‌ی ساکن در حدود ۳۵٪ بیشتر از صفحه‌ی متحرک خواهد بود.
۴. انتخاب بهینه کسر حجمی نانوذره با توجه به مقدار قابل قبول افزایش تنش برشی (پسای اصطکاکی) و میزان مطلوب افزایش انتقال گرما (آهنگ خنک‌کاری) متناسب با هدف صورت می‌گیرد.
۵. میزان انتقال گرما جریان نانو سیال، در سطوح متحرک بیشتر از سطوح ساکن است و با سرعت صفحه رابطه‌ی مستقیم دارد. برای نانوسیال آب-مس انتقال گرما جریان بر روی سطح با سرعت بی-بعد ۰/۸ حدود ۲۰٪ بیشتر از سطح ساکن است. لذا در فرایندهایی همچون آب‌دهی فلزات که سطح می‌تواند متحرک باشد برای افزایش خنک‌کاری و کنترل سختی فلز، تزریق ذرات نانو به سیال مایع و متحرک کردن سطح پیشنهاد می‌شود.

نتایج تحقیق حاضر می‌تواند در افزایش آهنگ خنک‌کاری در فرایندهای صنعتی همانند فرایندهای آب‌دهی، ایمنی راکتورهای هسته‌ای و ... مفید باشد. همچنین با روشهایی همچون مکش و دمش بخار می‌توان پسای اصطکاکی و آهنگ خنک‌کاری را کنترل کرد که هدف تحقیق آینده‌ی نویسندگان مقاله می‌باشد.

#### ۵- فهرست علائم

تنش برشی محلی	$C_{f,x}$
گرمای ویژه ( $J kg^{-1} K^{-1}$ )	$C_p$
ضریب انتقال گرما ( $W m^{-2} K^{-1}$ )	$h$
گرمای نهان تبخیر ( $J kg^{-1}$ )	$h_{fg}$
عدد بی‌بعد ژاکوب، $C_{pv}(T_p - T_s)/h_{fg}$	$Ja$
رسانایی گرمایی ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	$k$
یک ضخامت دلخواه از جریان (m)	$L$
دبی جرمی ( $kg s^{-1} m^{-2}$ )	$\dot{m}$
عدد نوسلت محلی، $hx/k_v$	$Nu_x$



