

## مدل‌سازی و بررسی ناپایداری‌های استاتیکی و دینامیکی غیرخطی نانوکلیدها با در نظر گرفتن نیروهای الکتروستاتیک و بین‌مولکولی مبنی بر نظریه تنش مزدوج اصلاح‌شده

امین‌رضا نقره‌آبادی

امیر حق پرست

سید سعید بحرینیان

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز، ایران

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز، ایران

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز، ایران

### چکیده

به دلیل نقض فرض پیوستگی ماده در ابعاد نانو، نظریه‌های کلاسیک مبتنی بر این فرض دقت خود را در مدل‌سازی رفتار نانوسازه‌ها از دست می‌دهند. لذا، به منظور طراحی و تحلیل دقیق‌تر سیستم‌های میکرو/نانوالکترومکانیکی، لازم است که از نظریه‌های پیوسته وابسته به اندازه بهره برد. در این پژوهش جهت تحلیل ناپایداری‌های استاتیکی و دینامیکی نانوتیرهای یکسرگردار مورد استفاده در نانوکلیدها، یک مدل جدید غیرخطی مبنی بر نظریه غیرکلاسیک تنش مزدوج اصلاح‌شده توسعه یافته است. در مدل حاضر، اثرات پارامترهای مقیاس طول، میدان لبه، نیروهای الکترواستاتیک و بین‌مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) لحاظ شده‌اند. معادله اویلر-برنولی غیرخطی حرکت تیر و شرایط مرزی آن، با استفاده از اصل همیلتون به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهند که در اثر کاهش ابعاد تیرک، سختی آن افزایش می‌یابد. افزایش اثرات میدان لبه و اندازه باعث افزایش ولتاژ درون‌کشی می‌شود. کاهش نیروهای بین‌مولکولی و طول الکتروود زیرلایه، ولتاژ درون‌کشی را نیز افزایش می‌دهند. همچنین نرخ تغییر پارامترهای درون‌کشی نیروهای بین‌مولکولی و ولتاژ، در اثر نیمه‌متأثر شدن نانوتیر یکسرگردار از سمت سر آزاد بیشتر از حالتی است که نانوتیر از سمت تکیه‌گاه آن نیمه‌متأثر شود.

**واژه‌های کلیدی:** نانوتیر، درون‌کشی، نظریه تنش مزدوج.

## Modeling and Analysis of Non-Linear Static and Dynamic Pull-in Instabilities of Nano-beams Using Modified Couple Stress Theory

A. R. Noghrehabadi

Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

A. Haghparast

Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

S. S. Bahrainian

Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

### Abstract

In the nanoscale, the continuity assumption may be violated, and hence, the classical theories, which have been introduced based on the continuity assumption, may lose their accuracy. Therefore, new size-dependent continuum theories are demanded for proper design and analysis of micro/nano-electro-mechanical systems. The aim of the present study is to develop a new non-linear theoretical model, based on the Modified couple stress theory, for analysis of static and dynamic pull-in instabilities of nanobeams, utilized in nano switches. In the present model, the size effect parameter, the fringing field effect, the electro static forces, the intermolecular forces (Casimir and Van der Walls) are taken into account. The non-linear Euler-Bernoulli governing equation of the beam motion and the corresponding boundary conditions are derived by using Hamilton's principle. The results show that the decrease in the size of the beam increases the beam stiffness. An increase in the fringing field effect, the size effect parameter or decrease in intermolecular forces as well as decrease in the substrate length would increase the ultimate pull-in voltage. Also, when a cantilever nanobeam is affected partially from the free-side end, the effect on the increase of the pull-in parameters of the intermolecular forces and the voltage is greater than that of the nanobeam is affected partially from its support side.

**Keywords:** Nano-beam, Pull-in, Couple stress theory.

الکتروود زیرلایه ساخته شده‌اند. این دو الکتروود رسانا می‌باشند و یک لایه عایق، فضای میان آن‌ها را پر کرده است. با اعمال اختلاف ولتاژ میان این دو قسمت، الکتروود دچار تغییر شکل می‌شود. زمانی که ولتاژ اعمال شده از یک مقدار خاص بیشتر شود، پدیده‌ای به نام درون‌کشی رخ می‌دهد و نانوکلید دچار ناپایداری و ارتعاش شده و الکتروود بالایی به الکتروود زیرلایه می‌چسبد [۲]. در کاربردهای مهندسی، ناپایداری درون‌کشی به بیشترین جابه‌جایی تیرک پیش از سقوط بر روی الکتروود زیرلایه گفته می‌شود. ناپایداری درون‌کشی، یک موضوع حائز اهمیت در طراحی و تست ایمنی میکرو/نانوساختارها می‌باشد [۲].

### ۱- مقدمه

امروزه، با توسعه سریع فناوری در مقیاس نانو، امکان جایگزینی این فناوری جدید با میکروتکنولوژی به سبب سرعت بالا و مصرف انرژی کمتر با وجود اندازه‌های کوچک‌تر، افزایش پیدا کرده است. این ابزارها به عنوان یک المان پیوسته به‌طور گسترده در سیستم‌های نانووالکترومکانیکی (NEMS)، به طور مثال در نانوتیرهای منحنی شکل تحریک شده توسط الکترواستاتیته [۱] به کار می‌روند. عموماً، نانوکلیدها از یک الکتروود متحرک و معلق بر بالای یک

در سال‌های اخیر، چندین مدل وابسته به‌اندازه، مبنی بر نظریه‌های وابسته به‌اندازه توسعه‌یافته است که از آن‌ها می‌توان به نظریه تنش مزدوج<sup>۱</sup> [۳] و نسخه اصلاح‌شده<sup>۲</sup> [۴] آن اشاره کرد. نظریه تنش مزدوج، تنش‌های اعمالی بر المان ماده را به‌صورت تنش‌های مزدوج مرتبه بالا در نظر می‌گیرد. در این نظریه علاوه بر ثابت‌های کلاسیک ماده (مدول الاستیک<sup>۳</sup> و ضریب پواسون<sup>۴</sup>)، ضرایب جدیدی (پارامترهای مقیاس طول) که تنش‌های مرتبه بالا را به مقادیر حرکتی مرتبط می‌سازند، معرفی گردیده است. بر مبنای این نظریه، رفتار مکانیکی وابسته به‌اندازه نانو ساختارها، با موفقیت توجیه و توصیف می‌شود [۵]. یانگ و همکاران [۶]، با به‌کارگیری یک معادله غیرکلاسیک (معادله تعادلی ممان‌های مزدوج)، نظریه تنش مزدوج را توسعه دادند. نظریه تنش مزدوج اصلاح‌شده به دلیل مزیت دارا بودن تنها یک پارامتر مقیاس طول، به‌آسانی قابل‌استفاده در انواع نانو تیرهای وابسته به‌اندازه می‌باشد. لذا این نظریه به‌طور گسترده توسط بسیاری از محققین به‌منظور توسعه معادلات حاکم نانو تیرهای وابسته به‌اندازه و بررسی رفتار استاتیکی و مکانیکی آن‌ها استفاده شده است.

در سال‌های اخیر، فاصله بین الکتروود متحرک و الکتروود زیرلایه به حدود بین ده تا صد نانومتر کاهش پیدا کرده است. اولین پدیده‌ای که به سبب این کاهش ابعاد از میکرو به نانو رخ می‌دهد، ظهور نیروهای بین‌مولکولی<sup>۵</sup> همانند نیروهای واندروالس<sup>۶</sup> و کاسیمیر<sup>۷</sup> و اهمیت آن‌ها در طراحی ساختارها با ابعاد میکرو/نانو است. در چنین ابعادی، نیروهای بین‌مولکولی به‌طور معناداری بر پایداری نانو تیرها تأثیر می‌گذارد. براساس مطالعه لاموراکس [۷]، زمانی که فاصله بین دو الکتروود از طول موج پلاسما (برای یک فلز) و یا طول موج جذب (برای دی‌الکتریک) کمتر باشد (کمتر از ۲۰ نانومتر)، نیروی واندروالس دارای اهمیت می‌شود و در فواصل بزرگ‌تر (بیشتر از ۲۰ نانومتر)، نیروی بین‌مولکولی از نوع کاسیمیر است. در سال‌های اخیر محققان زیادی اثر نیروی کاسیمیر را بر روی پایداری سیستم‌های الکترومکانیکی با روش‌های مختلفی مانند روش اجزای محدود [۸] مورد بررسی قرار دادند.

زمانی که میزان تغییرات ولتاژ در طی زمان قابل صرف‌نظر باشد، اثر اینرسی تغییراتی در رفتار نانو تیرها ایجاد نمی‌کند. لذا به ناپایداری‌هایی که در این صورت در نانو تیر ایجاد شوند، ناپایداری درون‌کشی استاتیکی<sup>۸</sup> اطلاق می‌شود. زمانی که ولتاژ به‌طور ناگهانی اعمال شود و یا نرخ تغییر ولتاژ قابل‌توجه باشد، اینرسی تأثیر مهمی بر رفتار سیستم داشته و ناپایداری متناظر با این شرایط، درون‌کشی دینامیکی<sup>۹</sup> خوانده می‌شود. بر مبنای نظریه تنش مزدوج اصلاح‌شده، رفتار دینامیکی وابسته به‌اندازه میکرو تیرهای یکسرگیردار تحت ولتاژ اعمالی ناگهانی و رفتار ناشی از این خصوصیت میکروساختارها توسط

کهروبیان و همکاران [۹] بررسی شده است. علاوه بر این رضانی و همکاران [۱۰] اثر نیروهای الکترواستاتیک و کاسیمیر بر نانو تیر یکسرگیردار را با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی، مورد مطالعه قرار دادند.

برای یک نانو تیر یکسرگیردار با طول بسیار بلند و فاصله کم میان الکتروودها، در نظر گرفتن نیروهای بین‌مولکولی بسیار حائز اهمیت است. همچنین برای ایجاد مدلی مبتنی بر واقعیت، باید اثرات دینامیکی و تغییرات دیگر پارامترها در طی زمان در معادلات حاکم حرکت نانو تیر اعمال شوند. وانگ و همکاران [۱۱] با توسعه یک مدل تیر یکسرگیردار برای حالت استاتیکی و در حضور اثرات تنش سطحی و نیروی الکترواستاتیک به بررسی اثر جابه‌جایی و تغییر طول الکتروود زیرلایه پرداختند. نقره‌آبادی و همکاران [۱۲] رفتار متقابل نیروهای الکترواستاتیک و موئینگی بر پارامترهای طراحی نانو تیر نیمه‌متأثر یکسرگیردار را برای شرایط استاتیکی و دینامیکی تحلیل کردند. در این پژوهش، سعی شده است به توسعه یک مدل جامع‌تر و مبنی بر نظریه تنش مزدوج اصلاح‌شده پرداخته شود که می‌تواند برای نمونه‌های بسیاری از نانو تیرهای یکسرگیردار در نظر گرفته شود. در این مدل توسعه‌یافته، رفتار متقابل ناشی از تغییر طول الکتروود زیرلایه با دیگر پارامترهای طراحی نانو تیرهای یکسرگیردار مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از اصل همپلتون، معادلات حاکم غیرخطی نانو تیر یکسرگیردار به دست آمده و از طریق روش المان محدود به‌صورت عددی حل شده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده با مراجع دیگر مقایسه و تطابق خوبی مشاهده شد. در پژوهش‌های پیشین، به‌طور همزمان اثرات اندازه، نیروی الکترواستاتیک، نیروهای بین‌مولکولی و طول و مکان الکتروود زیرلایه بر ناپایداری درون‌کشی استاتیکی و دینامیکی مورد تحلیل و بررسی قرار نگرفته‌اند که در این پژوهش به این موارد پرداخته شده است.

## ۲- مدل‌سازی ریاضی

در این بخش، در ابتدا مدلی جامع از نانو تیر یکسرگیردار معرفی و مشخصات آن بررسی می‌شود. با در نظر گرفتن این مدل از نانو تیر و استفاده از نظریه غیرکلاسیک تنش مزدوج اصلاح‌شده و مدل تیر اویلر-برنولی، معادلات حاکم استاتیکی و دینامیکی بر حرکت و شرایط مرزی متناظر با آن برای نانو تیر یکسرگیردار به دست آمده و سپس شکل‌های بی‌بعد آن‌ها برای مدل تیرک وابسته به‌اندازه ارائه می‌شود.

### ۲-۱- مدل جامع نانو تیر یکسرگیردار

شکل ۱، نانوکلید یکسرگیردار ارائه شده در مراجع [۱۱ و ۱۲] را با در نظر گرفتن طول  $l$ ، ضخامت یکنواخت  $h$ ، پهنای  $b$  و فاصله اولیه میان الکتروودهای متحرک و زیرلایه برابر با  $g_0$  نشان می‌دهد. نیروی الکترواستاتیک به سبب ولتاژ اعمالی  $V$  به‌مثابه نیروهای بین‌مولکولی الکتروود متحرک را به‌سوی پایه منحرف می‌کند. نانو تیر ایزوتروپیک<sup>۱۰</sup> و دارای ضریب مدول یانگ  $E$ ، چگالی<sup>۱۱</sup>  $\rho$ ، مساحت مقطع عرضی<sup>۱۲</sup>  $A$  و

<sup>1</sup> Couple Stress Theory

<sup>2</sup> Modified Couple Stress Theory

<sup>3</sup> Elastic Modulus

<sup>4</sup> Poisson Ration

<sup>5</sup> Intermolecular Forces

<sup>6</sup> Vander Waals Force

<sup>7</sup> Casimir Force

<sup>8</sup> Static Pull-in Instability

<sup>9</sup> Dynamic Pull-in Instability

<sup>10</sup> Isotropic

<sup>11</sup> Density

<sup>12</sup> Cross Section Area

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (5)$$

$$m_{ij} = 2l^2 G \chi_{ij}, \quad (6)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}), \quad (7)$$

$$\theta_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \theta_{jk}, \quad (8)$$

$$\theta_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (9)$$

که در روابط فوق [۱۳]:

$$G = E/2(1 + \nu) \quad (10)$$

$$\lambda = \nu E / (1 + \nu)(1 - 2\nu) \quad (11)$$

که  $\lambda$ ,  $G$ ,  $\nu$ ,  $\varepsilon_{kk}$ ,  $\delta_{ij}$  و  $\varepsilon_{ijk}$  به ترتیب ثابت اول لام<sup>۵</sup>، مدول برشی<sup>۶</sup>، ضریب پواسون<sup>۷</sup>، کرنش اتساعی<sup>۸</sup>، دلتای کرونگر<sup>۹</sup> و نشان تناوب<sup>۱۰</sup> می‌باشند. مؤلفه‌های جابه‌جایی و چرخش به ترتیب با  $u_i$  و  $\theta_i$  نشان داده می‌شوند.  $l$  پارامتر اندازه طول و خاصیتی از ماده می‌باشد و تأثیر آن زمانی اهمیت می‌یابد که ابعاد جسم در مقیاس میکرو و نانو باشد. زیرنویس  $(i, j)$  بیانگر مشتق جزئی و نمایه‌های تکرار شده  $i, j, k$ ، به معنای جمع عبارات مدنظر از  $x$  تا  $z$  می‌باشند.

## ۲-۳- انرژی کرنشی مکانیکی

در این قسمت از فرضیه تیر اولبر-برنولی استفاده شده است. به‌طور متناظر، توابع جابه‌جایی برای انحراف‌های بسیار کوچک به‌صورت زیر نمایش داده می‌شوند [۱۴]:

$$\bar{U}(x, y, z, t) = -z \psi(x, z, t), \quad (12)$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = 0$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, t)$$

که  $\bar{U}$ ،  $\bar{V}$  و  $\bar{W}$  به ترتیب مؤلفه‌های بردار جابجایی در راستای محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  می‌باشند.  $w$  مؤلفه جابه‌جایی میانه صفحه  $(z=0)$  در طول محور  $z$  است.  $\psi$  زاویه چرخش مرکز محور تیر<sup>۱۱</sup> می‌باشد که به‌طور تقریبی برابر است با:

$$\psi(x, z, t) = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (13)$$

با فرض جابجایی‌های کوچک و با استفاده از روابط (۵)، (۱۲) و (۱۳)، برای حالت تنش صفحه‌ای (تیرک با پهنای کم)، مؤلفه‌های تانسور کرنش به‌صورت زیر هستند:

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_{yy} = \nu z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{zz} = \nu z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0$$

و برای حالت کرنش صفحه‌ای (تیر پهن):

ممان اینرسی<sup>۱</sup> برابر با  $I$  است. نانوتیر از جنس (پلی)سیلیکون ساخته و توسط الکترودهای آلومینیومی به‌طور کامل پوشش داده شده است. از آنجایی که ضخامت الکترودها نسبت به پهنای تیر، بسیار کوچک فرض شده است، می‌توان از اثرات مکانیکی در روابط به‌دست‌آمده صرف‌نظر نمود. مرکز سیستم مختصاتی بر روی میان انتهای چپ نانوتیر قرار گرفته که  $x$  و  $z$  به ترتیب به مختصات افقی و عمودی اشاره دارند. مدل در نظر گرفته‌شده از نوع نانوتیر یکسرگیردار نیمه‌متأثر می‌باشد که در آن طول و مکان الکتروود زیرلایه با توجه به نیاز در طراحی مهندسی و بهینه‌سازی، قابلیت تغییر دارد. در این نوع تیرک، برخلاف پژوهش‌های گذشته به‌جز پژوهش‌های [۱۱ و ۱۲]، تنها بخشی از الکتروود متحرک که موازی با الکتروود زیرلایه کوتاه است، تحت نیروهای الکترواستاتیک و بین‌مولکولی و ... قرار می‌گیرد. لذا لزوم آن می‌رود تا در مدل‌سازی نظری این مورد در نظر گرفته‌شده و تنها در قسمتی از الکتروود متحرک که در ارتباط با الکتروود زیرلایه است تحت بارگذاری قرار می‌گیرند و در بقیه قسمت‌ها نیروهای اعمالی حذف می‌شوند.

بنابراین در مدل در نظر گرفته‌شده در شکل ۱، برای کنترل موقعیت و مکان الکتروود زیرلایه، از تابع پله‌ای هویساید<sup>۲</sup>  $H(x)$  استفاده می‌شود. تابع هویساید برای تیرک نیمه‌متأثر به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H(x) = H(x - D_1) - H(x - L + D_2) \quad (1)$$

که:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & D_1 \leq x < L - D_2 \\ 1, & x = L - D_2 \\ 0, & x < D_1 \\ 0, & x > L - D_2 \end{cases} \quad (2)$$

و  $D_1$  و  $D_2$  به ترتیب، فاصله بین انتهای چپ و انتهای راست الکتروود زیرلایه و کلید را نشان می‌دهند. درواقع می‌توان گفت تابع هویساید، در بازه‌ی  $(D_1 \leq x \leq L - D_2)$  برابر با یک و در بقیه فواصل برابر با صفر می‌شود. لذا می‌توان با ضرب این تابع در نیروهای الکترواستاتیک و بین‌مولکولی، اثر آن‌ها را متناسب با طول و موقعیت الکتروود زیرلایه در روابط و معادلات حاکم اعمال نمود.

## ۲-۲- مبانی نظریه تنش مزدوج اصلاح‌شده

چگالی انرژی کرنشی ذخیره‌شده  $U_m$  یک میکرونانوتیر الاستیکی اولبر-برنولی بر اساس عباراتی از تانسور کرنش کوشی  $\varepsilon_{ij}$  و تانسور انحنای متقارن<sup>۳</sup>  $\chi_{ij}$  بیان می‌شود [۶]:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dz dy dx, \quad (3)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

در رابطه فوق  $\sigma_{ij}$  و  $m_{ij}$  به ترتیب نشان‌دهنده تانسور تنش و جزء منحرف‌شده تانسور تنش مزدوج<sup>۴</sup> می‌باشند که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

<sup>5</sup> Lamé's Constant

<sup>6</sup> Shear Modulus

<sup>7</sup> Poisson Ratio

<sup>8</sup> Dilatation Strain

<sup>9</sup> Kronocker Delta

<sup>10</sup> Alternate Symbol

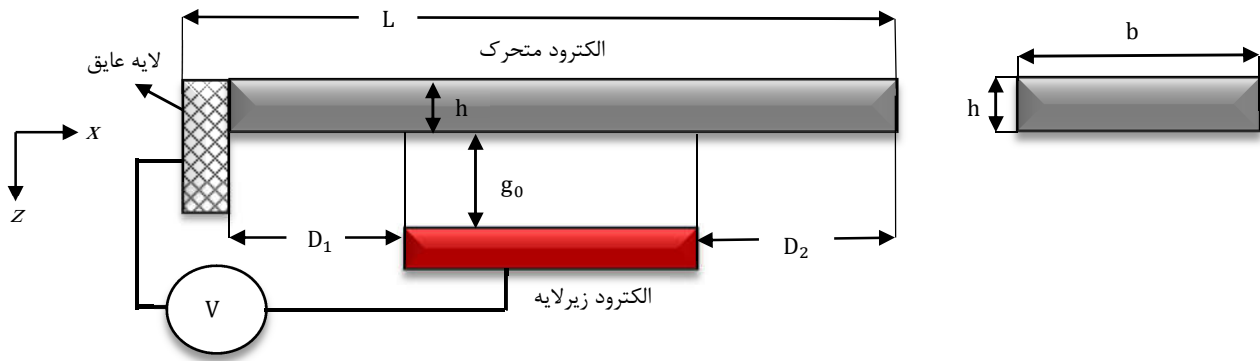
<sup>11</sup> Rotation Angle of Centroidal Axis

<sup>1</sup> Cross Section Inertia Moment

<sup>2</sup> Heaviside Function

<sup>3</sup> Curvature Tensor

<sup>4</sup> Deviatoric Part of Couple Stress Tensor



شکل ۱- طرحواره نانوتیبر یکسرگیردار نیمه متاثر

$$\delta W_{ext} = \int_0^L H(x) q_{ext}(x, t) \delta w(x, t) dx \quad (22)$$

براهای اعمالی توسط نیروهای خارجی بر نانوتیبر در نظر گرفته در این پژوهش به دو دسته نیروهای الکترواستاتیک و بین مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) تقسیم می‌شوند.

$$q_{ext} = q_{elec} + q_{vdw} + q_{cas} \quad (23)$$

#### ۲-۴-۱- نیروی الکترواستاتیک

نیروی توزیع شده بر روی نانوتیبر به واسطه حوزه الکتریکی به اختلاف پتانسیل میان دو الکتروود رسانا، ابعاد الکتروودها و فاصله بین آنها وابسته است. برای کرنش‌های کوچک، با در نظر گرفتن ضریب اثر میدان لبه، نیروی الکترواستاتیک در واحد طول برابر است با [۱۶]:

$$q_{elec} = \frac{\epsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w)} \left( 1 + 0.65 \frac{(g_0 - w)}{b} \right) \quad (24)$$

که  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$  ضریب خلأ،  $V$  ولتاژ خارجی اعمالی میان دو الکتروود،  $g_0$  فاصله اولیه بین دو الکتروود زیر لایه و متحرک و  $w$  مقدار انحراف تیبر در راستای محور  $z$  است.

#### ۲-۴-۲- نیروهای بین مولکولی

نیروی واندروالس در واحد طول نانوتیبر برابر است با [۱۷]:

$$q_{vdw} = \frac{A_n b}{6\pi(g_0 - w)^3} \quad (25)$$

که  $A_n = \pi^2 C \rho_1^2$  ثابت هاماکر<sup>۱</sup> می‌باشد که تابعی از جنس الکتروود و محیط بین آنها و در محدوده اندازه  $10^{-19} (4 - 0.4)$  است [۱۸].  $\rho_1$  چگالی حجمی گرافیت و  $C$  خصوصیت ثابتی است که نشان از میزان تعامل دو اتم می‌باشد [۱۹].

دومین نیروی بین مولکولی، نیروی کاسیمیر است که در واحد طول نانوتیبر برابر است با [۲۰]:

$$q_{Casimir} = \frac{\pi^2 \hbar c b}{24 \epsilon_0 (g_0 - w)^4} \quad (26)$$

در رابطه بالا  $\hbar$  ثابت پلانک تقسیم بر  $2\pi$  و  $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  سرعت نور می‌باشد.

#### ۲-۵- انرژی جنبشی

انرژی جنبشی نانوتیبر به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۱]:

$$T_{Knc} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dA dx \quad (27)$$

<sup>1</sup> Hamaker Constant

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{v}{1-v} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (15)$$

$$\epsilon_{yy} = 0, \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = 0$$

با قرار دادن روابط (۱۴) و (۱۵) در رابطه (۴)، مؤلفه‌های تنش برای تنش صفحه‌ای به صورت زیر می‌باشند:

$$\sigma_{xx} = -\bar{E} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (16)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$

و برای حالت کرنش صفحه‌ای:

$$\sigma_{xx} = \frac{-\bar{E}}{(1-v^2)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \sigma_{yy} = \frac{-\bar{E}}{(1-v^2)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (17)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$

که  $\bar{E}$  به ترتیب برای تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای نشان دهنده مدول الاستیسیته ( $E$ ) و مدول صفحه‌ای ( $E/(1-v^2)$ ) می‌باشد. لیکن برای تیرهای بسیار نازک با نسبت ابعادی بزرگ، ضریب پواسون بسیار کوچک است. لذا به منظور تسهیل در شکل‌گیری یک نظریه ساده‌تر برای نانوتیبر، می‌توان از ضریب پواسون صرف نظر نمود [۱۵]. با قرار دادن ( $v=0$ )، رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) به صورت زیر کاهش می‌یابند:

$$\sigma_{xx} = -E z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (18)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$

سپس با جایگذاری روابط (۸)، (۹) و (۱۲) در رابطه (۷)، می‌توان تانسورهای انحنای متقارن را به دست آورد:

$$\chi_{xy} = \chi_{yx} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (19)$$

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz} = \chi_{yz} = \chi_{zx} = 0$$

به طور مشابه، جهت به دست آوردن تانسورهای تنش مزدوج، با جایگذاری رابطه (۱۹) در رابطه (۶) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m_{xy} = -G I^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (20)$$

$$m_{xx} = m_{yy} = m_{zz} = m_{yz} = m_{zx} = 0$$

اکنون براساس قانون هوک، با جایگذاری معادلات (۱۴)، (۱۵)، (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۳)، انرژی کرنشی خمشی تیبر حاصل می‌شود.

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GAI^2) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (21)$$

که  $I = bh^3/12$  ممان دوم مقطع عرضی تیبر و  $A = bh$  مساحت مقطع عرضی تیبر است.

#### ۲-۴- کار نیروهای خارجی

با صرف نظر کردن از نیروی حجمی و مزدوج حجمی، کار انجام شده توسط نیروهای خارجی در واحد طول تیبر، که توسط  $q_{ext}(x, t)$  به نمایش در آمده است (بدون اعمال مزدوج سطح) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$H' \left( \frac{\beta}{(1-W)^2} + \frac{\gamma_{fr}\beta}{(1-W)} + \frac{\alpha_m}{(1-W)^m} \right)$$

در معادلات بالا، اندیس m برای نیروی واندروالس ۳ و برای نیروی کاسیمیر ۴ است؛ بنابراین، شرایط مرزی بی‌بعد برای نانوتیر یکسرگیردار با جایگذاری پارامترهای بی‌بعد به دست می‌آید:

$$W(0, T) = \frac{\partial W(0, T)}{\partial X} = 0 \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 W(1, T)}{\partial X^2} = \frac{\partial^3 W(1, T)}{\partial X^3} = 0$$

به‌منظور به دست آوردن معادله حاکم برای حالت استاتیکی، عبارات وابسته به زمان حذف می‌شوند.

$$(1 + \delta) \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} = H' \left( \frac{\beta}{(1-W)^2} + \frac{\gamma_{fr}\beta}{(1-W)} + \frac{\alpha_m}{(1-W)^m} \right) \quad (37)$$

### ۳- روش حل و اعتبارسنجی

#### ۳-۱- روش حل

دسته معادلات دیفرانسیل جزئی، یعنی روابط ۳۵ و ۳۷ و شرایط مرزی متناظر یعنی رابطه ۳۶ از طریق روش المان محدود حل شده‌اند. بدین منظور معادلات یادشده در شکل ضعیف فرمول‌بندی و سپس با استفاده از روش گالرکین حل شده‌اند. جزئیات روش حل در [۲۲] ذکر شده و برای اختصار از تکرار آن در اینجا صرف‌نظر می‌گردد.

#### ۳-۲- اعتبارسنجی

به‌منظور همگرایی و اعتبارسنجی روش حل در ابتدا معادله دیفرانسیل حاکم غیرخطی در دو حالت استاتیکی و دینامیکی حل و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج پژوهش‌های پیشین [۱۱و۸] مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که در ادامه مشاهده می‌شود، میان نتایج پژوهش حاضر و مراجع [۱۱و۸] تطابق خوبی مشاهده می‌شود.

#### ۳-۲-۱- حالت استاتیکی - تیر کامل

تأثیر نیروهای بین‌مولکولی واندروالس و کاسیمیر بر روی انحراف نهایی بی‌بعد برای حالت استاتیکی به ترتیب در شکل (۲-الف) و (۲-ب) نشان داده و با نتایج مقیمی‌زند و همکاران [۸] مقایسه شده است که تطابق بسیار خوبی مشاهده می‌شود. این نکته باید ذکر شود که اثرات نیروهای بین‌مولکولی بسیار حائز اهمیت هستند. لذا مشابه با اثر نیروی الکترواستاتیک ناشی از اعمال ولتاژ میان دو الکتروود، وجود نیروهای بین‌مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) می‌تواند باعث افزایش جابه‌جایی و انحراف نانوتیر شود.

#### ۳-۲-۲- حالت استاتیکی - تیر نیمه‌متأثر

شکل ۳ به مقایسه نتایج تحقیق حاضر و نتایج وانگ و همکاران [۱۱] در بررسی رابطه بین پارامتر ولتاژ و انحراف نهایی بی‌بعد می‌پردازد. در این شکل مشاهده می‌شود برای یک تیر یکسرگیردار نیمه‌متأثر، با افزایش پارامتر  $d_2$  به میزان ولتاژ بالاتری جهت ایجاد جابه‌جایی یکسان نیاز است. زمانی که نانوتیر نیمه‌متأثر شود، به نیروی بیشتری (ولتاژ بالاتری) جهت انحراف نانوتیر نیاز است زیرا که این نیرو به سطح

$$= \frac{1}{2} \rho A \int_0^L \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx$$

#### ۲-۶- اصل همپلتون و معادلات حاکم

معادلات حاکم و شرایط متناظر با آن برای نانوتیر یکسرگیردار با استفاده از اصل همپلتون به دست می‌آید:

$$\delta \int_0^L (T_{Knc} - U_m + W_{ext}) dt = 0 \quad (28)$$

که  $\delta$  تغییر را نشان می‌دهد. با جایگزین کردن انرژی کرنشی، کار ناشی از بارگذاری نیروها و انرژی جنبشی به ترتیب روابط (۲۱)، (۲۳) و (۲۷) در رابطه (۲۸) و اعمال اصل همپلتون، معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم به دست می‌آید:

$$(EI + GAJ^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = H(x) q_{ext} \quad (30)$$

که:

$$q_{ext} = \frac{\varepsilon_0 b V^2}{2(g_0 - w)} \left( 1 + 0.65 \frac{(g_0 - w)}{b} \right) + \frac{A_n b}{6\pi(g_0 - w)^3} + \frac{\pi^2 \hbar c b}{24 \rho (g_0 - w)^4} \quad (31)$$

#### ۲-۷- معادله حاکم بی‌بعد

بی‌بعدسازی با کاهش تعداد متغیرهای یک پدیده فیزیکی باعث ساده‌سازی و صرفه‌جویی در وقت شده و از طرفی ایجاد پارامترهای بی‌بعد باعث ایجاد مفاهیم جدید و توضیح بهتر پدیده‌های فیزیکی می‌شود. در این تحقیق از تغییر متغیرهای زیر جهت بی‌بعدسازی معادلات استفاده شده است:

$$W = \frac{w}{g_0} \rightarrow d^n w = g_0 W^n \quad (32)$$

$$X = \frac{x}{L} \rightarrow d^n X = L X^n \quad (33)$$

در روابط بالا  $W$  و  $X$  به ترتیب خیز و طول بی‌بعد نانوتیر می‌باشند. با استفاده از روابط (۳۲) و (۳۳)، دیگر پارامترهای بی‌بعد به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\beta = \frac{\varepsilon_0 b V^2 L^4}{2g_0^3 EI}, \quad \gamma_{fr} = 0.65 \frac{g_0}{b}, \quad T = t \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}},$$

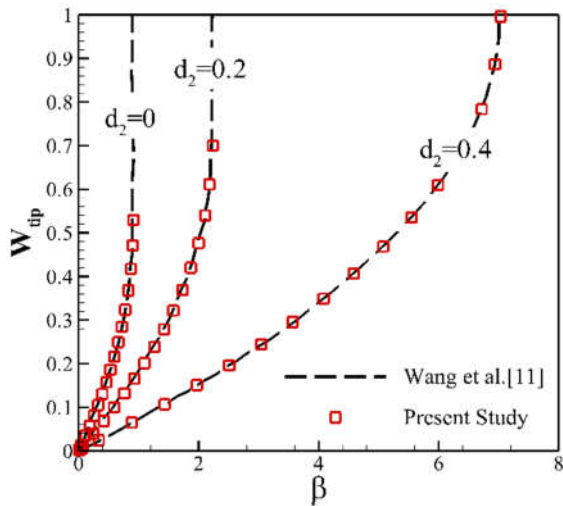
$$\alpha_m = \begin{cases} \frac{AbL^4}{6\pi g_0^3 EI} & \text{For vdW. int. (m = 3)} \\ \frac{\pi \hbar c b L^4}{24 \rho g_0^3 EI} & \text{For Cas. Int. (m = 4)} \end{cases} \quad (34)$$

$$H' = H(x/L) = H \left( \frac{x}{L} - \frac{D_1}{L} \right) - H \left( \frac{x}{L} - 1 + \frac{D_2}{L} \right),$$

$$d_1 = \frac{D_1}{L}, d_2 = \frac{D_2}{L}, \quad \delta = \frac{GAJ^2}{EI} = \frac{12G}{E \left( \frac{h}{l_2} \right)^2}$$

که پارامترهای  $\beta, \gamma_{fr}, \alpha_m, H', d_1, d_2, \delta$  و  $T$  به ترتیب متناظر با پارامترهای بی‌بعد ولتاژ، میدان لیه، نیروهای بین‌مولکولی، تابع هویساید بی‌بعد، پارامتر بی‌بعد فاصله بین انتهای چپ الکتروود زیرلایه و کلید، پارامتر بی‌بعد فاصله بین انتهای راست الکتروود زیرلایه و کلید، اثر اندازه و زمان می‌باشند. با استفاده از جایگذاری پارامترهای بی‌بعد روابط (۳۲-۳۴) در روابط (۳۰ و ۳۱)، معادله حاکم بی‌بعد نانوکلید یکسرگیردار نیمه‌متأثر به‌صورت زیر در می‌آید:

$$(1 + \delta) \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} =$$



شکل ۳- رابطه بین پارامتر ولتاژ و انحراف نهایی بی بعد نانوتیر یکسرگیردار برای مقادیر مختلف  $d_2$  ( $\alpha_m = 0, \gamma_{fr} = 0, \delta = 0, d_1 = 0$ )

همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نیروی واندروالس، نسبت کاهش می‌یابد که نشان می‌دهد، در مقادیر بزرگ‌تر نیروی واندروالس، اینرسی تیر دارای اثر بیشتری است. در مقایسه نتایج به‌دست‌آمده با نتایج [۸] سازگاری خوبی مشاهده می‌شود.

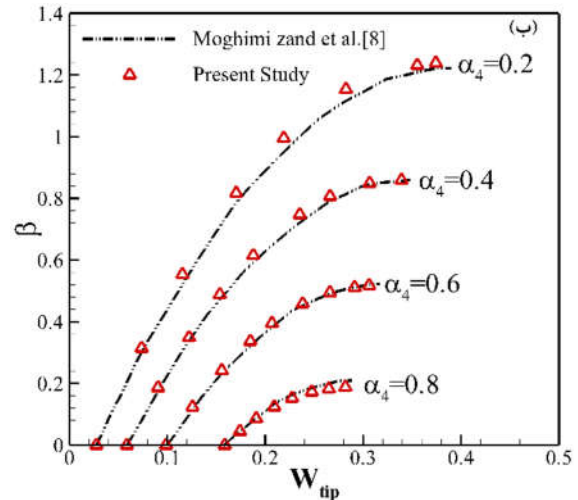
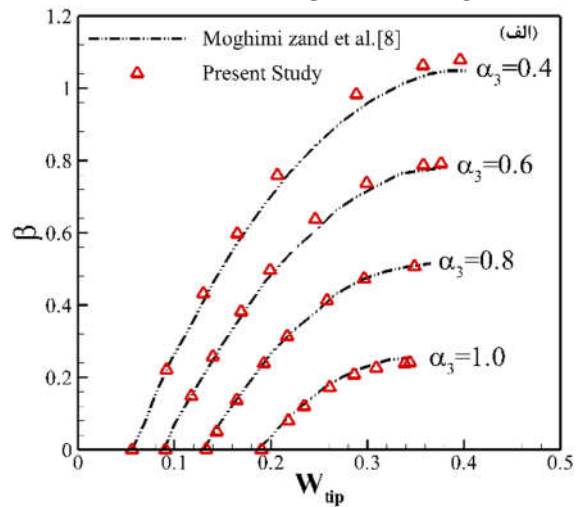
جدول ۱- خصوصیات متفاوت نانوتیرهای یکسرگیردار و نسبت‌های متناظر به‌دست‌آمده برای هر مورد

مورد ۳	مورد ۲	مورد ۱	پارامتر
۶۰	۵۰	۲۰	L( $\mu\text{m}$ )
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	b(nm)
۱	۱	۱	$g_0(\mu\text{m})$
۵۰	۵۰	۵۰	h(nm)
۰/۳۶۳۱	۰/۱۷۵۱	۰/۰۰۴۵	$\alpha_3$
۰/۷۷	۰/۸۱	۰/۸۴	$\beta_{PID}/\beta_{PI}[8]$
۰/۷۷۰۷	۰/۸۱۳۴	۰/۸۴۷۲	$\beta_{PID}/\beta_{PI}$ [تحقیق حاضر]

#### ۴- بحث و نتیجه‌گیری

به‌منظور بررسی ناپایداری نانومحرک، روابط (۳۰ و ۳۱) با روش المان محدود حل شده و اثرات پارامترهای مختلف نسبت به یکدیگر بررسی می‌شود. برای مقادیر متفاوت از پارامترهای  $\beta$ ،  $\alpha_m$  و  $\gamma_{fr}$  انحراف نهایی و درون‌کشی دینامیکی نانوتیر با حل رابطه (۳۵) و برای درون‌کشی استاتیکی با حل رابطه (۳۷) و در نظر گرفتن  $\infty \rightarrow du(1)/d\beta$  به دست می‌آید. در مدل تیر مدنظر در این پژوهش، تأثیر پارامترهای بی‌بعد میدان اثر لبه، اثر اندازه، موقعیت و طول الکتروود زیرلایه، نیروهای الکترواستاتیک و بین‌مولکولی بر ناپایداری نانوکلید مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید یکسرگیردار که از جنس سیلیکون می‌باشد، در جدول ۲ ارائه شده است.

کمتری از الکتروود متحرک وارد می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده در این پژوهش و نتایج [۱۱] تطابق خوبی دارند.



شکل ۲- رابطه بین ولتاژ و انحراف نهایی نانوتیر بدون در نظر گرفتن اثر اندازه: (الف) برای مقادیر مختلف نیروی واندروالس، (ب) برای مقادیر مختلف نیروی کاسیمیر ( $\delta = 0, \gamma_{fr} = 0, d_1 = d_2 = 0$ )

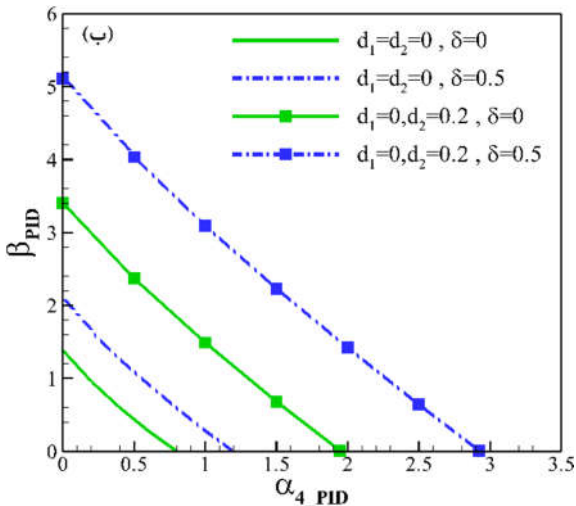
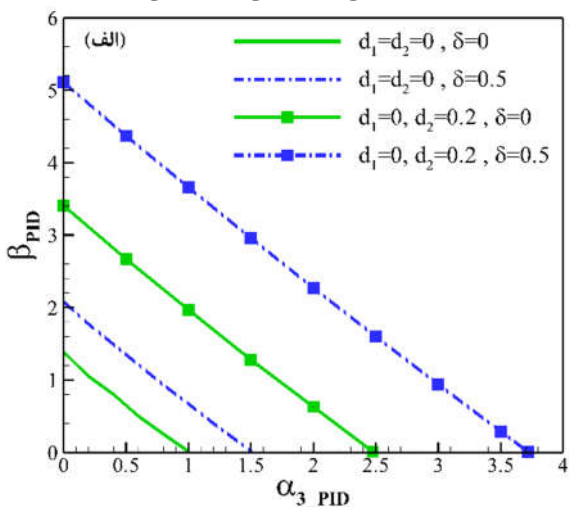
#### ۳-۲-۳- حالت دینامیکی-تیر کامل

برای بازیابی بهتر نتایج، نسبت ولتاژ بی‌بعد درون‌کشی دینامیکی به استاتیکی برای سه نمونه از نانوتیرهای یکسرگیردار ساخته‌شده از طلا با مدول یانگ 80 GPa و ثابت هاماکر برابر با  $4.4 \times 10^{-9}$  J محاسبه شده است. دیگر خصوصیات سه نمونه نانوتیر در جدول ۱ داده و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج مقیمی زند و همکاران [۸] مقایسه شده است. با توجه به جدول ۱ می‌توان نتیجه گرفت، در مورد اول (نانوتیر با طول ۲۰ میکرومتر) اثر نیروی واندروالس بر مقادیر درون‌کشی استاتیکی و دینامیکی قابل اغماض است درحالی‌که این موضوع در موارد دو و سه بدین‌سان نمی‌باشد. این موضوع بدین سبب است که نیروی واندروالس بسیار بزرگ‌تر از صفر است، لذا بررسی پارامترهای نیروهای بین‌مولکولی پیش از طراحی میکرونانوتیرها ضروری است.

همچنین برای تیر نیمه‌متأثر علاوه بر اینکه برای مقادیر یکسان اثر میدان لبه، پارامترهای ولتاژ درون‌کشی و انحراف درون‌کشی (بیشترین میزان جابه‌جایی نانوتیر در طی اعمال نیروها پیش از پدیده درون‌کشی) بزرگ‌تر از نانوکلید با الکتروود زیرلایه با طول کامل هستند، با کاهش اثر میدان لبه و نیمه‌متأثر شدن نانوتیر، میزان تغییرات دو پارامتر بی‌بعد ولتاژ و انحراف نهایی نیز بیشتر می‌شود.

#### ۲-۴- اثر اندازه

شکل ۵ تأثیر اثر اندازه بر نیروهای بین‌مولکولی و اندروالس و کاسیمیر را برای حالت دینامیکی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که مقدار نیروی و اندروالس و کاسیمیر مانند نیروی الکترواستاتیک به پارامتر اثر اندازه وابسته است و با افزایش پارامتر اثر اندازه نیروهای و اندروالس و کاسیمیر بحرانی (درون‌کشی) افزایش می‌یابند.



شکل ۵- تغییرات پارامتر ولتاژ درون‌کشی نسبت به (الف) پارامتر بی‌بعد نیروی و اندروالس درون‌کشی و (ب) پارامتر بی‌بعد نیروی کاسیمیر درون‌کشی، برای مقادیر متفاوت پارامتر اثر اندازه  $d_2$  و  $d_1$  ( $\gamma_{fr} = 0, d_1 = 0$ )

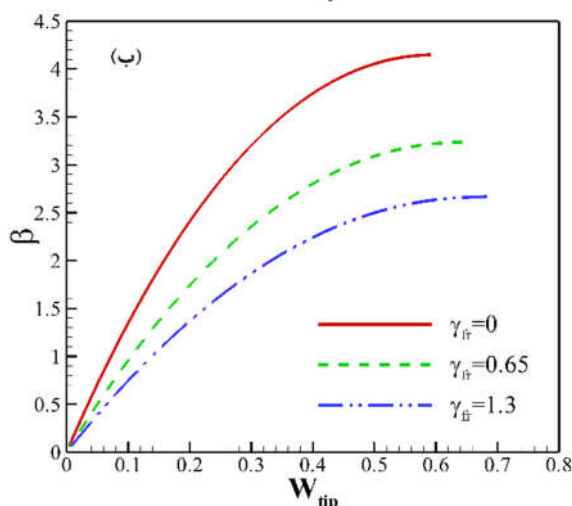
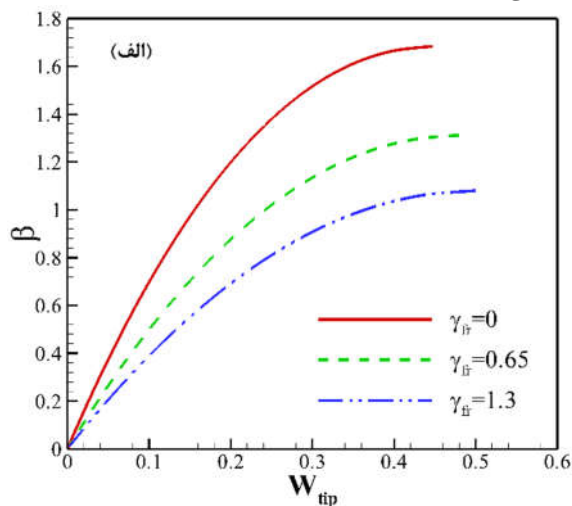
همچنین مشاهده می‌شود تأثیر پارامتر اثر اندازه بر تیر یکسرگیردار با الکتروود زیرلایه کوتاه بیشتر از تیر یکسرگیردار با الکتروود زیرلایه با طول کامل است. علاوه بر این، حتی بدون اعمال ولتاژ،

جدول ۲- ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید سیلیکونی

پارامتر	مقدار
طول (L)	۳۵۰ (μm)
فاصله اولیه دو الکتروود ( $g_0$ )	۳ (μm)
ضخامت (h)	۱ (μm)
عرض الکتروود (b)	۵۰ (μm)
مدول یانگ (E)	۱۶۹ (Gpa)
نسبت پواسون (ν)	۰٫۳۳

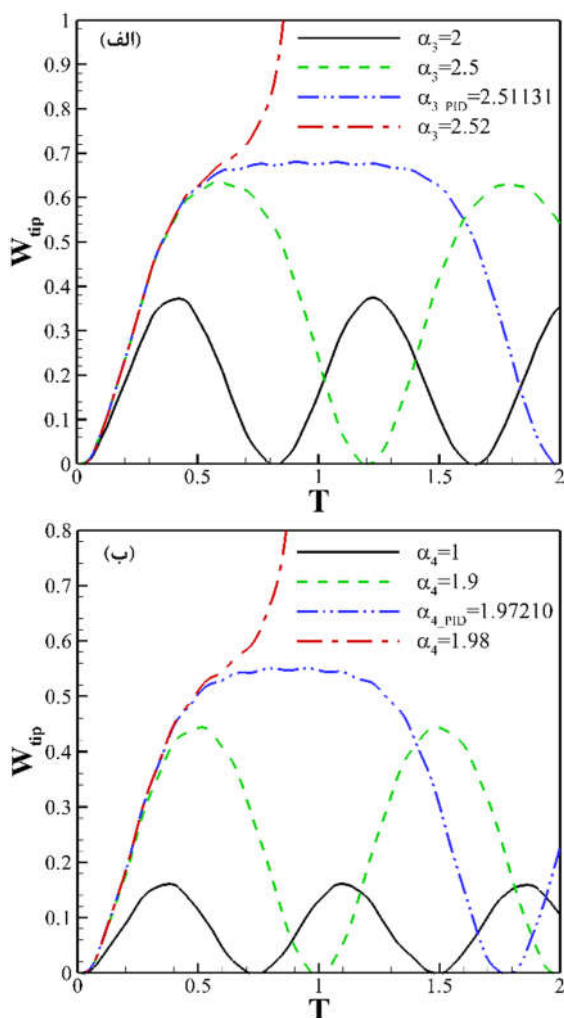
#### ۱-۴- اثر میدان لبه

شکل ۴ تأثیر اثر میدان لبه بر پارامتر بی‌بعد ولتاژ برحسب تابعی از انحراف نهایی تیر را برای حالت استاتیکی نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی از اعمال نیروی الکترواستاتیک بین دو صفحه حاصل می‌گردد و اثر میدان لبه به علت میدان مغناطیسی لبه و سطح بیرونی پدید می‌آید.



شکل ۴- اثر پارامتر میدان لبه بر پارامترهای بی‌بعد  $\beta$  و انحراف نهایی تیر برای مقادیر متفاوت  $\gamma_{fr}$  و  $(\alpha_m = 0, \delta = 0)$   
 (الف)  $d_1 = d_2 = 0$ ، (ب)  $d_1 = d_2 = 0.2$

مطابق شکل ۴ اثر میدان لبه بسیار حائز اهمیت است و افزایش آن باعث افزایش  $W_{tip}$  و کاهش  $\beta$  می‌شود. پس برای مقادیر بزرگ، اثر میدان لبه در روابط باید در نظر گرفته شود.



شکل ۶- تغییرات پارامتر انحراف حداکثر و نهایی تیر در طی زمان برای مقادیر متفاوت پارامترهای بی‌بعد: (الف) پارامتر بی‌بعد نیروی واندروالس و (ب) پارامتر بی‌بعد نیروی کاسیمیر ( $\gamma_{fr} = 0, \delta = 0, d_1 = 0.2, d_2 = 0.2$ )

#### ۴-۴- اثر پارامترهای طول و موقعیت الکتروود زیرلایه

با توجه به شکل ۱ نانو تیر یکسرگیردار مورد بررسی یک کلید یکسرگیردار نیمه متاثر است که در آن الکتروود زیرلایه کوتاه‌تر از الکتروود متحرک می‌باشد. در صورتی که مقادیر  $d_1$  و  $d_2$  صفر در نظر گرفته شوند، کلید یکسر گیردار با الکتروود زیرلایه با طول کامل (ساده) است. شکل‌های (۷-الف) و (۷-ب) تغییرات دینامیکی پارامتر بی‌بعد ولتاژ درون کشی کلید را نسبت به پارامتر نیروهای واندروالس درون کشی و کاسیمیر درون کشی برای مقادیر متفاوت از پارامتر موقعیت الکتروود زیرلایه (طول الکتروود زیرلایه،  $d_1$ ) نشان می‌دهند. نتیجه مهمی که از شکل‌های ۷ می‌توان گرفت این است که در نانوکلید یکسرگیردار با کوتاه شدن طول الکتروود زیرلایه از سمتی که سر گیردار تیر قرار دارد (غیر صفر بودن  $D_1$  در شکل ۱)، مقدار نهایی پارامترهای ولتاژ و نیروهای بین مولکولی افزایش می‌یابد؛ که این نتیجه با نتایج پژوهش وانگ و همکاران [۱۱] برای حالت استاتیکی همخوانی دارد.

الکتروود متحرک ممکن است به سمت الکتروود پایینی حرکت کند و در شرایط ناپایداری قرار بگیرد. این پدیده به علت وجود نیروهای بین مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) است زیرا که ماهیت آن‌ها کششی است و باعث انحراف الکتروود متحرک به سمت پایین می‌شوند. پس با توجه به شکل ۵ می‌توان دریافت در صورت وجود نیروهای بین مولکولی بین دو الکتروود، با افزایش این نیروها، نیروی الکترواستاتیک کاهش می‌یابد.

از شکل ۵ می‌توان نتیجه گرفت که در صورت افزایش پارامتر اثر اندازه، به نیروی بیشتری جهت انحراف تیر نیاز است و سختی کلید را افزایش می‌دهد. به عبارت دیگر نیروی جاذبه‌ای که از طرف نیروهای الکترواستاتیک و بین مولکولی باید به تیر وارد شود تا تیر حرکت کند افزایش یافته است. این بدین معنی است که نظریه تنش مزدوج اصلاح شده، نانوتیر را سخت‌تر از نظریه کلاسیک ارزیابی می‌کند. همچنین این نتیجه، لزوم استفاده از نظریه‌ها غیر کلاسیک در بررسی دقیق تر پارامترهای کلیدهای نیمه متاثر را نشان می‌دهد.

همچنین مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر تغییر طول و موقعیت الکتروود  $d_2$ ، به نیروی بیشتری جهت رسیدن به پدیده درون کشی نیاز است. توجه فیزیکی این پدیده به این صورت است که وقتی نانوتیر یکسرگیردار نیمه متاثر شود، در واقع به سطح کمتری از الکتروود متحرک نیرو وارد می‌شود و به طول مشخصی از تیر هیچ نیرویی وارد نمی‌شود، لذا جهت ناپایداری نانوتیر به نیروی بیشتری (نیروهای خارجی الکترواستاتیک و بین مولکولی) نیاز است.

#### ۴-۳- اثر نیروهای بین مولکولی

در شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) به ترتیب ناپایداری دینامیکی نانوتیر یکسرگیردار نیمه متاثر در صورت وجود تحریک ناشی از نیروهای واندروالس و کاسیمیر بررسی شده است. در هر شکل اثرات تنها یک نیرو بررسی شده و از اثرات دیگر نیروها صرف نظر شده است. شکل‌های مذکور انحراف نهایی تیر در طی زمان برای پارامترهای بی‌بعد و متفاوت نیروهای واندروالس و کاسیمیر را نشان می‌دهند.

با توجه به شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) زمانی که نیروها بین دو تیر از مقدار درون کشی بیشتری شود، روند خصوصیت پاسخ تیر به این نیروها در طی زمان تغییر می‌کند. این نمودارها نشان می‌دهند که دامنه ارتعاشات با افزایش نیروها، بیشتر می‌شود. در نتیجه بیشتر شدن هر کدام از پارامترها از مقدار درون کشی دینامیکی، معادله حرکت تیر پایداری خود را از دست می‌دهد و سیستم از نظر دینامیکی ناپایدار می‌شود. بعد از مقدار درون کشی دینامیکی، تغییری جزئی در نیروها باعث این ناپایداری می‌شود. قابل ذکر است که پیش از رسیدن به مقادیر درون کشی پارامترها، تیر رفتار حرکتی متناوبی دارد و در صورت بیشتر شدن از مقدار درون کشی، الکتروود متحرک بر روی پایه سقوط می‌کند. با توجه به شکل‌های ۶، در صورت تحریک نانوتیر یکسرگیردار نیمه متاثر مقادیر درون کشی برای پارامترهای بی‌بعد نیروهای واندروالس و کاسیمیر به ترتیب برابر با  $2,51131$  و  $1,97210$  می‌باشند.



اصل همیلتون به دست آمدند. معادلات حاکم در حالت استاتیکی و در حالت وابسته به زمان با استفاده از روش المان محدود حل گردید. نتایج پژوهش حاضر را می توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- افزایش اثر میدان لبه باعث افزایش  $W_{tip}$  و کاهش  $\beta_{PID}$  می شود. لذا لزوم در نظر گرفتن این اثر برای مقادیر بزرگ آن، دیده می شود. همچنین برای تیر نیمه متاثر علاوه بر اینکه برای مقادیر یکسان اثر میدان لبه، پارامترهای ولتاژ و ولتاژ درون کشی و انحراف درون کشی (بیشترین میزان جابه جایی نانوتیر در طی اعمال نیروها پیش از پدیده درون کشی) بزرگتر از نانوکلید با الکتروود زیرلایه با طول کامل هستند، با کاهش اثر میدان لبه و نیمه متاثر شدن نانوتیر، میزان تغییرات دو پارامتر بی بعد ولتاژ و انحراف نهایی نیز بیشتر می شود.

- از آنجایی که در صورت افزایش پارامتر اثر اندازه، به نیروی بیشتری جهت انحراف تیر نیاز است، می توان نتیجه گرفت که نظریه تنش مزدوج اصلاح شده، میکرو/نانوتیر را سخت تر از نظریه کلاسیک ارزیابی می کند. بنابراین با کوچک شدن تیرک، سختی آن افزایش می یابد.

- طول الکتروود زیرلایه در میکرو/نانوکلید یکسرگیردار اثر بسزایی در پارامترهای بی بعد ولتاژ و نیروهای بین مولکولی دارد و با کوتاه تر شدن آن از سمتی که سر آزاد تیر قرار دارد، مقدار بحرانی (درون کشی) پارامترهای بی بعد ولتاژ و نیروهای بین مولکولی افزایش می یابد.

- افزایش مقدار اثر اندازه، مقادیر بحرانی (درون کشی) پارامترهای ولتاژ و نیروهای بین مولکولی را افزایش می یابد.

- تأثیر تغییرات پارامتر اندازه بر پارامتر ولتاژ درون کشی برای کلید با الکتروود زیرلایه کوتاه بیشتر از کلید با الکتروود زیرلایه با طول کامل می باشد.

- دامنه نوسانات تیرک در حالت دینامیکی پیش از پدیده درون کشی تا حداکثر مقدار جابه جایی بوده و مقدار آن متناسب با نیروهای اعمالی بر نانوکلید می باشد. در صورت بیشتر شدن نیروهای بین دو الکتروود از مقدار درون کشی دینامیکی، معادله حرکت تیر پایداری خود را از دست می دهد و سیستم از نظر دینامیکی ناپایدار می شود.

- هرگاه نانوتیر یکسرگیردار از سمت سر آزاد نیمه متاثر شود، نرخ تغییر پارامتر درون کشی نیروهای بین مولکولی و ولتاژ به مراتب بیشتر از حالتی است که نانوتیر از سمت تکیه گاه آن نیمه متاثر شود.

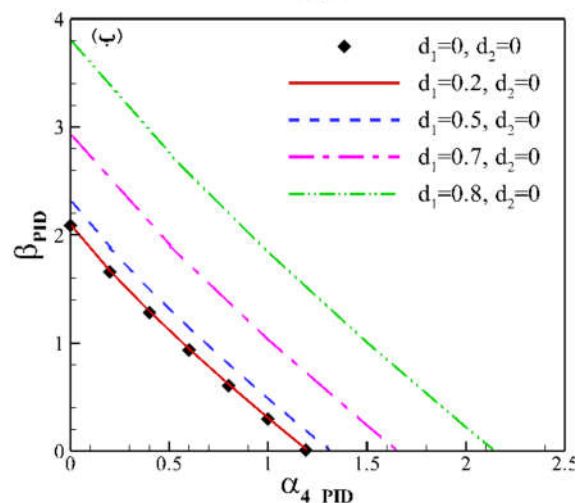
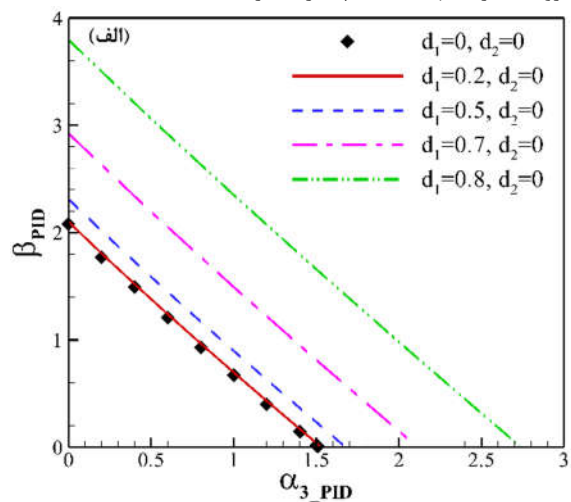
## ۵- تشکر و قدردانی

نویسندگان از حمایت های مالی و معنوی دانشگاه شهید چمران اهواز در انجام پژوهش حاضر کمال تشکر و قدردانی را دارند.

## ۶- فهرست علائم

A	سطح مقطع تیر $(\mu\text{m})^2$
$A_n$	ثابت هاماکر
b	پهنای تیر $(\mu\text{m})^2$
c	سرعت نور $(\text{m.s}^{-1})$
$D_1, D_2$	فاصله بین انتهای الکتروود زیرلایه و کلید (m)
$d_1, d_2$	فاصله بی بعد بین انتهای الکتروود زیرلایه و کلید
E	مدول الاستیسیته پانگ (Gpa)

با بررسی و مقایسه شکل های ۵ و ۷ که به ترتیب با تغییر در مقادیر  $d_1$  و  $d_2$  نانوتیرها نیمه متاثر شده اند، می توان نتیجه گرفت که هرگاه نانوتیر یکسرگیردار از سمت سر آزاد نیمه متاثر شود  $(d_1 = 0, d_2 \neq 0)$ ، نرخ تغییر پارامترهای درون کشی نیروهای بین مولکولی و ولتاژ به مراتب بیشتر از حالتی است که نانوتیر از سمت تکیه گاه آن نیمه متاثر شود  $(d_1 \neq 0, d_2 = 0)$ . لذا از آنجایی که بیشترین مقدار انحراف در سر آزاد تیر رخ می دهد و هر چه به تکیه گاه نزدیک تر باشد مقدار انحراف کمتر است، در نزدیکی سر آزاد نانوتیر به نیروی کمتری جهت ایجاد ناپایداری نیاز است.



شکل ۷- تغییرات پارامتر بی بعد ولتاژ درون کشی نسبت به (الف)

پارامتر بی بعد نیروی واندروالس درون کشی و (ب) پارامتر بی بعد نیروی کاسیمیر درون کشی، برای مقادیر متفاوت پارامتر طول و موقعیت الکتروود زیرلایه  $d_1$  و  $(\gamma_{fr} = 0, d_2 = 0, \delta = 0.5)$

## ۴- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش با ارائه یک مدل جامع و استفاده از نظریه تنش مزدوج اصلاح شده به بررسی ناپایداری های استاتیکی و دینامیکی درون کشی میکرو/نانوکلیدهای یکسرگیردار، پرداخته شده است. در این مدل اثرات نیروهای الکترواستاتیک و بین مولکولی، میدان لبه، اثر اندازه و مکان و طول الکتروود زیرلایه در نظر گرفته شدند و نتایج بر اساس رفتار آن ها نسبت به یکدیگر به دست آمده اند. معادلات حاکم غیرخطی براساس

*Transactions on Electron Devices*, Vol. 14, No. 3, pp. 117–133, 1967.

[3] Mindlin R., and Tiersten H., Effects of couple-stresses in linear elasticity, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 11, pp. 415–448, 1962.

[4] Toupin R. A., Elastic materials with couple-stresses, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 11, No. 1, pp. 385–414, 1962.

[5] Zhou S. J. and Li Z. Q., Length scales in the static and dynamic torsion of a circular cylindrical micro-bar, *Journal of Shandong University of Technology*, Vol. 31, No. 5, pp. 401–407, 2001.

[6] Yang F., Chong A., Lam D. and Tong P., Couple stress based strain gradient theory for Elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 10, pp. 2731–2743, 2002.

[7] Lamoreaux S., The Casimir force: background, experiments, and applications, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 68, No. 1, pp. 201–236, 2005.

[8] Moghimi Zand M., Ahmadian M. T. and Rashidian B., Dynamic Pull-In Instability of Electrostatically Actuated Beams Incorporating Casimir and Van Der Waals Forces, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 224, No. 9, pp. 2037–2047, 2010.

[9] Kahrobaiyan M. H., Rahaeifard M. and Ahmadian M. T., A size-dependent yield criterion, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 74, No. 11, pp. 151–161, 2014.

[10] Ramezani A., Alasty A. and Akbari J., Analytical Investigation and Numerical Verification of Casimir Effect on Electrostatic Nano-Cantilevers, *Microsystem Technologies*, Vol. 14, No. 2, pp. 145–157, 2008.

[11] Wang K. F. and Wang B. L., A general model for nano-cantilever switches with consideration of surface effect and nonlinear curvature, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 66, No. 29, pp. 197–208, 2015.

[12] Noghrehabadi A. and Haghparast A., Dynamic and static pull-in instability analysis of partially affected nanocantilevers using modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 81–91, 2016 (in Persian).

[13] Timoshenko S. P. and Goodier. J. N., *Theory of Elasticity*, 3rd edition, McGraw-Hill, New York, 1970.

[14] Park S. K. and Gao X. L., Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 2355–2359, 2006.

[15] Shames I. H., *Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics*, New-York: Hemisphere, 1985.

[16] Jackson J. D., *Classical Electrodynamics*, 3rd edition, Wiley, New York, 1998.

[17] Israelachvili J. N., *Intermolecular and Surface Forces*, Academic, London, 1992.

[18] Guo J. G. and Zhao Y. P., Influence of van der Waals and Casimir force on electrostatic tensional actuators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 13, No. 6, pp. 1027–1035, 2004.

[19] Lin W. H. and Zhao Y. P., Dynamic behavior of nanoscale electrostatic actuators, *Chinese Physics Letters*, Vol. 20, No. 11, pp. 2070–2073, 2003.

[20] Casimir H. B. G., On the attraction between two perfectly conducting plates, *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie Van Wetenschappen*, Vol. 51, No. 1, pp. 793–796, 1948.

[21] Keivani M., Mardaneh M., Koochi A., Rezaei M. and Abadyan M., On the dynamic instability of nano wire-fabricated electromechanical Actuators in the Casimir regime: Coupled effects of surface energy and size dependency, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 76, No. 8, pp. 60–69, 2016.

[22] Reddy J. N., *An Introduction to the Finite Element Method, Third edition*, pp. 233–248, McGraw-Hill, New York, 1993.

فاصله اولیه بین الکتروود و پایه $((\mu\text{m})^2)$	$g_0$
تابع پله‌ای هوبساید	$H(x)$
تابع بی‌بعد پله‌ای هوبساید	$H'$
ضخامت تیر $((\mu\text{m})^2)$	$h$
ثابت پلانک	$\hbar$
ممان اینرسی سطح $(\text{m}^4)$	$I$
طول تیر $((\mu\text{m})^2)$	$L$
پارامتر مقیاس طول	$l$
جز منحرف شده تانسور تنش مزدوج	$m_{ij}$
نیروی وارده بر تیر $(\text{Nm}^{-1})$	$q$
پارامتر بی‌بعد زمان	$T$
انرژی کرنشی	$U_m$
ولتاژ اعمالی بین پایه و الکتروود	$V$
کار نیروها	$W$
انحراف تیر $((\mu\text{m})^2)$	$w$

### علائم یونانی

مدول برشی	$G$
چگالی $(\text{kgm}^{-3})$	$\rho$
ثابت اول لام	$\lambda$
تانسور تنش	$\sigma_{ij}$
تانسور کرنش	$\epsilon_{ij}$
کرنش محوری	$\epsilon_x$
زاویه چرخش حول محور $y$	$\psi(x, t)$
تانسور انحنا	$\chi_{ij}$
تابع دلتای کرونگر	$\delta_{ij}$
اثر اندازه	$\delta$
ضریب خلاء $(\text{c}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2})$	$\epsilon_0$
ضریب پواسون	$\nu$
پارامتر بی‌بعد میدان لبه	$\gamma_{fr}$
پارامتر بی‌بعد نیروهای بین مولکولی	$\alpha_m$

### زیر نویس‌ها

کاسیمیر	cas
الکترواستاتیک	elec
خارجی	ext
جنبشی	Knc
کل	Total
بیشینه انحراف	Tip
واندروالس	vdw
ناپایداری درون کشی (استاتیکی)	PI
ناپایداری درون کشی (دینامیکی)	PID

### ۷- مراجع

- [1] Medina L., Gilat R., Ilic B. and Krylov S., Experimental investigation of the snap-through buckling of electrostatically actuated initially curved pre-stressed micro beams, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 220, No. 11, pp. 323–332, 2014.
- [2] Nathanson H. C., Newell W. E., Wickstrom R. A., and Davis J. R. J., The resonant gate transistor, *IEEE*