

شبیه‌سازی و پیاده‌سازی آزمایشگاهی کنترلر شبه لغزشی روی سیستم پاندول معکوس برای تاب به وضعیت قائم در حین تثبیت موقعیت

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران
استادیار، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه اصفهان، اصفهان
دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک و هوا-فضا، دانشگاه ایالتی نیویورک، بوفالو، امریکا

حسین کریم‌پور
شهرام هادیان جزی*
حمید صادقیان
مصطفی قبادی شهرضا

چکیده

پاندول معکوس یکی از سیستم‌های پرچالش از نظر دینامیکی و کنترلی است و به همین دلیل جهت برآورد کارایی کنترل‌کننده‌های جدید مورد توجه است. پیچیدگی مسأله وقتی افزوده می‌شود که در مورد به‌حالت قائم درآوردن پاندول از وضعیت تعادل پایینی بحث شود. این سیستم، سیستمی غیرخطی و کم‌عملگر است و این خاصیت‌ها چالش‌های بزرگ کنترلی محسوب می‌شوند. به همین دلیل استفاده از کنترل‌کننده‌های متداول برای این سیستم مناسب نیست. البته این سیستم از حیث کنترل‌پذیری با وجود یک ورودی دارای شرایط لازم می‌باشد. در این تحقیق یک کنترل‌کننده دو مرحله‌ای بر پایه انرژی سیستم به‌منظور حرکت پاندول از تعادل پایینی به سمت تعادل ناپایدار بالایی و حفظ آن در این نقطه ارائه شده‌است. در این کنترل‌کننده، انتقال از قسمت غیرخطی به قسمت خطی توسط یک مسیر لغزشی پایدار انجام می‌شود. استفاده از این مسیر لغزشی به‌جای انتقال مستقیم، هزینه کنترلی سیستم برای پایدارسازی را کاهش داده و گذری هموار از قسمت غیرخطی به خطی ایجاد می‌کند. این گذر هموار امکان موفقیت کنترل‌کننده در شرایط مختلف را نیز فراهم می‌کند. نتایج شبیه‌سازی و تست‌های عملی نیز این موضوع را تایید می‌نمایند.

واژه‌های کلیدی: پاندول معکوس با دامنه کامل، کنترل‌کننده مبتنی بر انرژی، مسیر لغزشی.

Simulation and Implementation of Swinging-Up and Sliding Positioning Control of an Inverted Pendulum System

H. Karimpour	Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran
Sh. Hadian Jazi	Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran
Hamid Sadeghian	Department of Biomedical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran
M. Ghobadi Shahreza	Department of Mechanical and Aerospace Engineering, the State University of New York, Buffalo, USA

Abstract

The inverted pendulum system is recognized as one of the most challenging dynamic systems. The complication becomes even more involved when switching from the downside to upside configurations by reciprocating motions of the base cart is intended. Considering the large range of motion, the swinging-up control of the pendulum is not achievable through linearization and conventional nonlinear control methods do not apply due to the under-actuated character of the system. In the present research, an energy-based method with sliding control aspects is designed that assures a smoothly transition from the lower stable to upper unstable equilibrium state. This approach permits to design a proper Lyapunov candidate established on physical intuition. The controller permits to reach and stabilize to the new state while tracking a defined path with minimal effort simultaneously. The dynamics of the actuator has been included in the controller to reach a realistic model. The proposed method is implemented on an experimental apparatus that perfectly supports the simulation results.

Keywords: Inverted Swinging Pendulum, Energy-based Control, Sliding Path.

۱- مقدمه

حرکت گاری را ایجاد کند و به‌وسیله آن بتوان به‌طور همزمان زاویه پاندول و موقعیت گاری را کنترل کرد. به‌همین دلیل، سیستم دارای کمبود عملگر جهت کنترل است. همچنین معادله حرکت این سیستم دارای جملات غیرخطی از نوع سینوسی و کسینوسی بر حسب زاویه پاندول است. در فرآیند بالا آوردن پاندول از نقطه تعادل پایدار به نقطه تعادل ناپایدار در جهت معکوس (از راستای عمودی پایینی رو به بالایی)، پاندول حرکتی آونگی را باید دنبال کند. در این حرکت، بازه زاویه‌ای وسیعی طی خواهد

کنترل ربات‌هایی که دارای دو ویژگی غیرخطی و کم‌عملگر بودن هستند، بسیار مشکل است و روش‌های کنترلی که می‌توان برای آن‌ها به‌کارگرفت به‌طور جدی مورد نیاز مهندسان در صنعت می‌باشد. یک پاندول معکوس که به‌وسیله جابجایی گاری به حرکت در می‌آید، سیستمی با ساختاری ساده است که تنها دارای یک ورودی است. این ورودی از جنس ولتاژ بوده و به یک موتور الکتریکی اعمال می‌شود تا نیروی لازم جهت

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: s.hadian@eng.ui.ac.ir

شد و بنابراین تاثیر غیرخطی جملات در این حرکت غیرقابل چشم‌پوشی است.

بسیاری از محققان، حل مسئله کنترل پاندول معکوس را به عنوان ایده‌ای اولیه طراحی کنترل‌کننده برای ربات‌های غیرخطی و کم‌عملگر در نظر می‌گیرند و به‌همین دلیل تا کنون راه‌حل‌های گوناگونی توسط آن‌ها مطالعه و پیشنهاد شده است که از میان آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

ویکلاند و همکارانش در ۱۹۹۵ نشان دادند که چگونه می‌توان با ترکیب قوانین فیزیک و نظریه‌های کنترل یک سیستم پاندول معکوس را کنترل کرد [۱]. آنها به کمک انرژی پتانسیل سیستم در نقطه تعادل ناپایدار بالایی، کنترل‌کننده‌ای را برای حرکت پاندول از نقطه تعادل پایدار پایینی به نقطه تعادل بالایی طراحی کردند. چانگ و هاووزر در ۱۹۹۵ نیز یک کنترل‌کننده غیرخطی برای مسأله انتقال پاندول از نقطه تعادل پایینی به نقطه تعادل بالایی طراحی کردند [۲]. آنها نیز از نوسانات انرژی سیستم برای این منظور استفاده کردند. آسترو و فروتا در سال ۲۰۰۰ یک جمع‌بندی از استراتژی‌های مختلف کنترل پاندول معکوس بر پایه انرژی انجام دادند [۳]. در این جمع‌بندی، آنها نشان دادند که رفتار سیستم به نسبت بیشترین شتاب لولای پاندول به شتاب گرانش بستگی دارد. چاترچی و همکارانش در ۲۰۰۲ مسأله نوسان یک پاندول متصل به گاری و حرکت آن به سمت نقطه تعادل بالایی را بررسی نمودند [۴]. آنها نیز از انرژی سیستم به‌منظور بالا بردن پاندول استفاده کردند. ضمن آنکه در نقطه تعادل بالایی از یک تنظیم‌کننده خطی برای کنترل پاندول در موقعیت خود استفاده کردند. توماس هولتز در ۲۰۰۴ به بررسی یک کنترل‌کننده ثابت با زمان غیرخطی بر مبنای کنترل بهینه برای کنترل رفتار پاندول معکوس پرداخت [۵]. همچنین مانوول پرز و همکارانش در ۲۰۱۲ به بررسی رفتار و کنترل یک پاندول معکوس با گاری چرخ‌دار پرداختند [۶]. آنها با حرکت دادن چرخ‌های پایه به صوت هارمونیک پاندول را از موقعیت پایینی به موقعیت بالایی رسانده و در آن نقطه به کمک یک تثبیت‌کننده حفظ نمودند. پارک و چاو در ۲۰۰۹ به‌منظور به حالت قائم بردن پاندول، یک کنترل‌کننده مقاوم مد لغزشی جهت هر دو درجه آزادی با و بدون عملگر به‌صورت کوپل طراحی کردند [۷]. همچنین دوراند و همکارانش در ۲۰۱۳ به بررسی روشی کنترلی مبتنی بر پیشامد جهت تقلیل هزینه محاسباتی و در نتیجه اعمال بی‌درنگ آن برای پاندول معکوس پرداختند [۸].

همان‌گونه که مشاهده شد عمده روش‌های کنترلی مورد استفاده در سیستم پاندول معکوس بر پایه انرژی سیستم استوار است. ولی قوانین کنترلی بر پایه انرژی به‌طور کلی دو مشکل اصلی دارند. یکی اینکه در بیشتر حالت‌ها ممکن است انرژی جنبشی پاندول در موقعیت تعادل بالایی زیاد باشد و بنابراین پاندول این نقطه را رد کند و در آن نماند و دوم اینکه قوانین کنترلی بر پایه انرژی به‌تنهایی توانایی تنظیم و حفظ پاندول در نقطه تعادل بالایی را حتی در صورت کم بودن انرژی جنبشی، ندارند. ضمن اینکه معمولاً در این روش‌ها نوسانات زیادی در ورودی کنترلی سیستم وجود دارد. در این مقاله، کنترل‌کننده‌ای بر پایه انرژی برای تاباندن پاندول به موقعیت تعادل بالایی طراحی شده است. این کنترل‌کننده از دو بخش غیرخطی برای تاب دادن پاندول و حرکت آن از تعادل پایینی به تعادل بالایی و بخش خطی برای حفظ پاندول در نقطه تعادل بالایی تشکیل شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم با کنترل‌کننده طراحی شده با نتایج مرجع [۹] و همچنین نتایج تست‌های عملی مقایسه می‌شوند.

به‌این منظور در بخش ۲ معادلات حاکم بر سیستم پاندول و گاری ارائه و در بخش ۳ کنترل‌کننده مورد نظر معرفی و نتایج شبیه‌سازی‌ها ارائه شده‌است. در بخش ۴ نیز نتایج تست عملی کنترل‌کننده طراحی شده ارائه گردیده‌است.

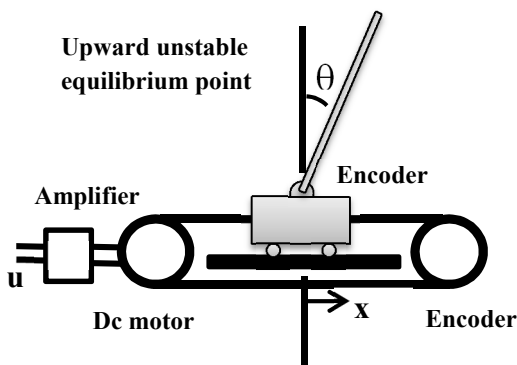
۲- مدل ریاضی سیستم گاری و پاندول

سیستم گاری و پاندول مورد بررسی در این تحقیق در شکل ۱ نشان داده شده است. این سیستم متشکل است از یک گاری که توسط یک سیستم انتقال قدرت به‌صورت خطی در راستایی مشخص جابجا می‌شود و یک پاندول که به کمک لولایی ساده به گاری متصل شده است.

همان‌گونه که از این شکل مشخص است، هدف از کنترل سیستم پاندول و گاری، حرکت دادن گاری است به‌نحوی که پاندول از موقعیت پایینی حرکت کرده و به موقعیت بالایی خود برسد و در این موقعیت بماند. همچنین گاری به‌طور همزمان در موقعیت مطلوب از پیش تعیین شده قرار گیرد. به‌این ترتیب، خروجی‌های این سیستم عبارتند از موقعیت زاویه‌ای پاندول که به کمک یک انکودر نوری متصل روی لولای آن اندازه‌گیری می‌شود و موقعیت گاری که از روی موقعیت زاویه‌ای موتور اندازه‌گیری می‌شود. زاویه موتور نیز توسط یک انکودر نوری که روی آن نصب شده‌است، اندازه‌گیری می‌شود. ورودی سیستم نیز ولتاژ موتور DC انتخاب می‌شود. معادلات حاکم بر رفتار این سیستم با صرف‌نظر کردن از اصطکاک به‌صورت زیر است

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl}{I} \sin\theta - \frac{ml}{I} \ddot{x} \cos\theta, \quad (1)$$

که در آن l و I به ترتیب جرم، فاصله مرکز جرم نسبت به مفصل و ممان اینرسی پاندول نسبت به مفصل آن است. همچنین θ زاویه پاندول نسبت به موقعیت بالایی، نشان داده‌شده در شکل ۱، و g شتاب گرانش زمین است. x نیز جابجایی گاری از نقطه میانی ریل را نشان می‌دهد.



شکل ۱- نمای از سیستم پاندول و گاری

۳- طراحی کنترل‌کننده

چون موتور استفاده‌شده برای حرکت دادن گاری در این سیستم یک موتور DC است، ولتاژ موتور به‌عنوان ورودی فیزیکی سیستم در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر با توجه به نمودارهای حرکت گاری بر حسب ولتاژ که در تست‌های عملی به‌دست آمدند، مشخص شد رابطه بین سرعت گاری و ولتاژ موتور به‌صورت یک فیلتر مرتبه اول است و می‌توان آن را به‌صورت زیر تقریب زد

سطح لغزشی مطرح شده به موقعیت $x = 0, \dot{x} = 0$ منتقل می شود که در این تحقیق به عنوان موقعیت میانی شناخته خواهد شد.

با جای گذاری رابطه های (۵) و (۶) در رابطه (۴) و مشتق گیری از آن، رابطه (۸) به دست می آید.

$$\dot{V} = -ml(|E_p| + E_c) \left(\left[\operatorname{sgn}(E_p)\theta \cos\theta - 2r \frac{\lambda(x + \lambda\dot{x})}{(1 + \lambda)^2} \right] \dot{x} - 2r \frac{(x + \lambda\dot{x})}{(1 + \lambda)^2} \dot{x} \right) \quad (8)$$

حال برای آنکه مشتق تابع لیاپانوف منفی باشد \dot{x} ، به صورت زیر انتخاب می شود

$$\ddot{x}_d = \frac{u_a |\Gamma_1| + \Gamma_2}{\Gamma_1} \quad (9)$$

که در آن

$$\Gamma_1 = \operatorname{sgn}(E_p)\theta \cos\theta - 2r \frac{\lambda(x + \lambda\dot{x})}{(1 + \lambda)^2} \quad (10)$$

$$\Gamma_2 = 2r \frac{(x + \lambda\dot{x})}{(1 + \lambda)^2} \dot{x}$$

و u_a همانند r یک پارامتر تنظیم کنترلی است.

به منظور جلوگیری از رشد بیش از حد شتاب مطلوب گاری در مواقعی که مخرج رابطه (۹) صفر می شود، این شتاب مطلوب با انتخاب عدد کوچک $\varepsilon > 0$ ، به صورت زیر اصلاح می شود

$$\ddot{x}_d = \begin{cases} \frac{u_a |\Gamma_1| + \Gamma_2}{a\Gamma_1} & |\Gamma_1| > \varepsilon \\ \frac{u_a |\Gamma_1| + \Gamma_2}{a\varepsilon \operatorname{sgn}(\Gamma_1)} & |\Gamma_1| < \varepsilon \end{cases} \quad (11)$$

و به این ترتیب سیگنال کنترلی در قسمت غیر خطی با توجه به رابطه (۱۱)، به صورت زیر تعریف می شود

$$v = \frac{T_c \ddot{x}_d + \dot{x}}{a} \quad (12)$$

پس از آنکه پاندول به اندازه کافی نزدیک نقطه تعادل بالایی شد، یعنی:

$$|\theta| \leq \theta_a \quad (13)$$

که در آن θ_a زاویه کوچکی است، سیستم وارد ناحیه خطی می شود. در این حالت کنترل کننده نیز به یک تنظیم کننده خطی فیدبک حالت سویچ می شود تا پاندول را در موقعیت تعادل بالایی حفظ کند. برای طراحی کنترل کننده قسمت خطی از معادلات خطی شده حول نقطه تعادل بالایی سیستم استفاده می شود. این معادلات عبارتند از

$$\dot{X} = AX + Bv, \quad X = [x \quad \theta \quad \dot{x} \quad \dot{\theta}]^T, \quad (14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_c} & 0 \\ 0 & \frac{mgl}{I} & \frac{ml}{IT_c} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{a}{T_c} \\ -\frac{mla}{IT_c} \end{bmatrix}$$

با استفاده از یکی از روشهای طراحی تنظیم کننده ها مانند جایابی قطبها، بردار $K = [K_x \quad K_\theta \quad K_{\dot{x}} \quad K_{\dot{\theta}}]$ به نحوی انتخاب می شود تا کنترل کننده $v = -KX$ قطبهای سیستم را در محل مورد نظر قرار دهد.

۳-۱- شبیه سازی کنترل کننده طراحی شده

برای شبیه سازی سیستم، پارامترهای نشان داده شده در جدول ۱ و جدول ۲ مورد استفاده قرار می گیرند.

$$\frac{\dot{x}}{v} = \frac{a}{T_c s + 1} \quad (2)$$

مقادیر a و T_c ثابت های موتور هستند. این ثابت ها از تست های عملی قابل محاسبه هستند. رابطه فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\ddot{x} = \frac{av - \dot{x}}{T_c} \quad (3)$$

با جایگزین کردن رابطه فوق در رابطه (۱)، معادلات حرکت پاندول به صورت مستقیم بر حسب ولتاژ موتور بازنویسی خواهد شد.

برای بالا بردن پاندول معکوس و کنترل موقعیت گاری و هدایت آن به نقطه اولیه، از یک تابع لیاپانوف به صورت زیر استفاده شده است:

$$V = \frac{1}{2} (|E_p| + E_c)^2 \quad (4)$$

همان گونه که مشاهده می شود، این تابع از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول انرژی مکانیکی پاندول، E_p ، است.

$$E_p = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mgl(\cos\theta - 1) \quad (5)$$

قدرمطلق انرژی مکانیکی پاندول دارای مقدار بیشینه $|E_p| = 2mgl$ در نقطه تعادل پایینی ($\theta = \pi, \dot{\theta} = 0$) و مقدار کمینه $|E_p| = 0$ در نقطه تعادل بالایی ($\theta = 0, \dot{\theta} = 0$) است.

بخش دوم تابع لیاپانوف نیز، E_c ، به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$E_c = rml \left(\frac{x + \lambda\dot{x}}{\lambda + 1} \right)^2 \quad (6)$$

که در آن

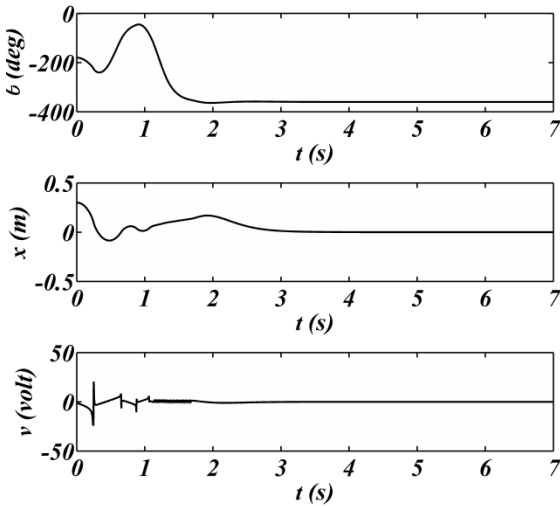
$$\lambda = \frac{K_{\dot{x}}}{K_x} \quad (7)$$

است. در رابطه فوق K_x و $K_{\dot{x}}$ به ترتیب ضریب موقعیت و سرعت گاری در کنترل کننده بخش خطی مربوط به کنترل کننده قسمت دوم حرکت است. این مقادیر همان گونه که بعدا نشان داده خواهد شد دارای مقادیر منفی خواهند بود و در نتیجه λ عددی مثبت خواهد بود. کنترل کننده خطی با استفاده از معادلات خطی شده سیستم طراحی خواهد شد. r نیز یک پارامتری کنترلی مثبت است.

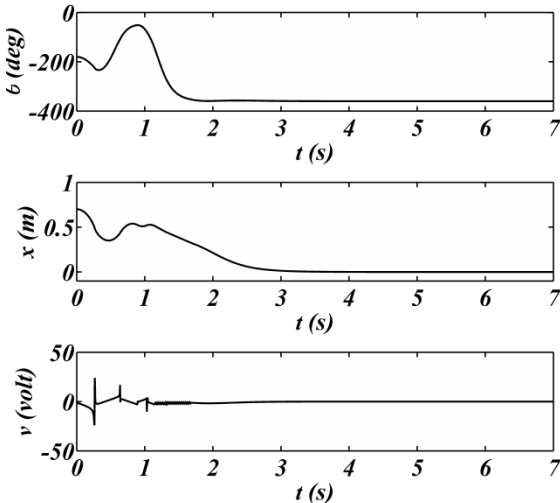
میل نمودن E_c به صفر منجر به سوق دادن حرکت گاری به سمت مسیر لغزشی $x + \lambda\dot{x} = 0$ همانند آنچه در کنترل کننده مد لغزان مطرح است، خواهد شد. همچنین با توجه به نحوه تعریف ضریب λ ، در لحظه ورود به قسمت خطی کنترل کننده، جمله مربوط به حرکت گاری نزدیک به صفر است که منجر به سازگاری در لحظه سویچ و هموار ماندن حرکت کلی سیستم خواهد شد.

با این نوع سویچ، حتما لازم نیست کنترل کننده غیر خطی سیستم را در موقعیت و سرعت صفر گاری به کنترل کننده خطی تحویل دهد و فقط منجر به سوق دادن حرکت گاری به سمت یک مسیر لغزشی پایدار به جای سوق دادن مستقیم آن به سمت موقعیت و سرعت صفر می شود.

واضح است که تابع لیاپانوف تعریف شده یک تابع مثبت معین است. حال اگر بتوان سیستم را به نحوی کنترل کرد که مشتق تابع لیاپانوف تعریف شده منفی معین باشد، در این صورت تابع لیاپانوف در طول حرکت سیستم روند کاهشی خود را حفظ می کند و بنابراین پاندول از موقعیتی که بیشترین انرژی را دارد، نقطه تعادل پایینی، به موقعیتی که کمترین انرژی را دارد، نقطه تعادل بالایی، حرکت می نماید. ضمن اینکه گاری نیز به کمک



شکل ۳- نتایج شبیه‌سازی سیستم با شرایط اولیه $X_0 = [0.3 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ و کنترل‌کننده طراحی شده



شکل ۴- نتایج شبیه‌سازی سیستم با شرایط اولیه $X_0 = [0.7 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ و کنترل‌کننده طراحی شده

برای مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم با نتایج ارائه شده در مرجع [۹]، سیستم فوق با استفاده از کنترل‌کننده ارائه شده در این مرجع نیز شبیه‌سازی شد. برای این کار از همان پارامترهای شبیه‌سازی قبلی استفاده گردید. نکته قابل ذکر آن‌که در محاسبه قانون کنترلی در این مرجع یک اشتباه محاسباتی نیز وجود دارد که آن اشتباه در شبیه‌سازی‌های این بخش اصلاح شده است.

در قسمت اول، شبیه‌سازی برای شرایط اولیه در شکل $X_0 = [0 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ انجام شده است. نتایج این شبیه‌سازی در شکل نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود پاندول با حدود ۲/۵ نوسان و طی مدت زمان ۴ ثانیه در نقطه تعادل بالایی پایدار شده و گاری نیز طی ۵ ثانیه در نقطه میانی خود قرار گرفته است.

در قسمت اول شبیه‌سازی برای شرایط اولیه در شکل $X_0 = [0 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ انجام شده است. نتایج این شبیه‌سازی در شکل نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، پاندول با حدود ۱/۵ نوسان و طی مدت زمان ۲ ثانیه در نقطه تعادل بالایی پایدار شده و گاری نیز طی ۴ ثانیه در نقطه میانی خود قرار گرفته است.

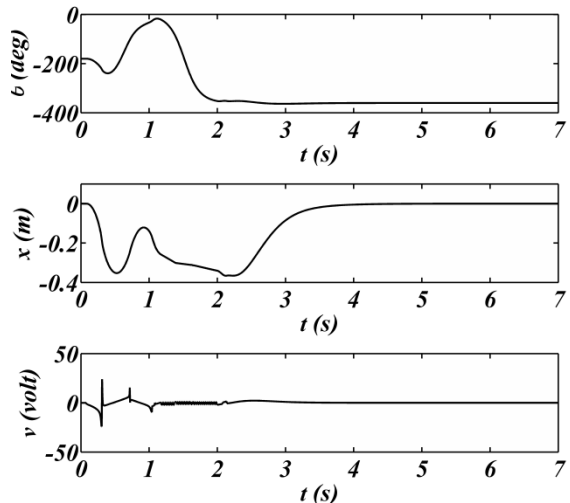
در قسمت دوم شبیه‌سازی برای شرایط اولیه در شکل $X_0 = [0.3 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ و $X_0 = [0.7 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی در شکل و شکل نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، کنترل‌کننده در حالتی که گاری در لحظه اول از نزدیکی انتهای کورس (۷۰cm) شروع می‌کند، همگرا شده است.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی سیستم

$l(m)$	$m(kg)$	$I(kgm^2)$	$a(\frac{m}{svolt})$	$T_c(s)$
۰٫۱۵	۰٫۱۵	۰٫۰۰۴۵	۰٫۲۳۲	۰٫۰۵

جدول ۲- پارامترهای انتخابی برای کنترل‌کننده

r	u_a	ϵ	قطب‌های دلخواه
۳	۱٫۵	۰٫۰۰۱	$(-۷ \ -۶ \ -۵ \ -۴)^T$



شکل ۲- نتایج شبیه‌سازی سیستم با شرایط اولیه $X_0 = [0 \ -\pi \ 0 \ 0]^T$ و کنترل‌کننده طراحی شده

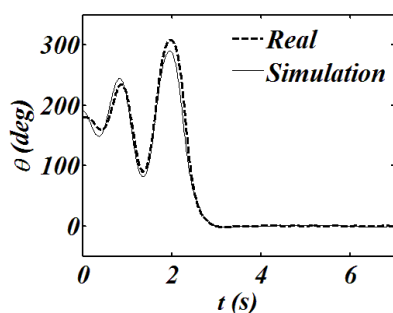
عملی قرار گرفت. در شکل ۷ نمایی از دستگاه مورد استفاده نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود این سیستم از یک پاندول که به گاری لولا شده و می‌تواند آزادانه دوران کند تشکیل شده است. گاری روی یک ریل خطی قرار دارد و به کمک یک موتور DC روی ریل حرکت می‌کند. ورودی کنترلی در این سیستم ولتاژ اعمالی به موتور DC است. این ولتاژ توسط یک کارت کنترل حرکت که از رایانه دستور می‌گیرد، به صورت سیگنال ولتاژ به درایور موتور انتقال می‌یابد و از آنجا به صورت ولتاژ بر روی موتور اعمال می‌شود. خروجی این سیستم، زاویه و سرعت زاویه‌ای پاندول (θ و $\dot{\theta}$) و موقعیت و سرعت گاری (x و \dot{x}) است که توسط دو شافت انکودر نوری اندازه‌گیری و به وسیله کارت کنترل حرکت به رایانه ارسال می‌شوند. دو سوئیچ محدودکننده حرکت گاری در دو انتهای چپ و راست ریل قرار گرفته‌اند که خارج‌نشدن گاری از محدوده کاری را تضمین می‌کنند. مشخصات تجهیزات به کار رفته در این سیستم در جدول ۳ ارائه شده است. کورس حرکتی کاری از هر طرف ۵۰ سانتیمتر است. نتایج حاصل از این تست عملی در شکل ۸ نشان داده شده است. در این شکل زاویه اندازه‌گیری شده پاندول به همراه زاویه محاسبه شده در حالت شبیه‌سازی با استفاده از پارامترهای سیستم مورد استفاده نشان داده شده‌اند.

جدول ۳- مشخصات اجزا سیستم پاندول معکوس

موتور	درایور	انکودر پاندول	انکودر موتور
Maxon 20 Watt	MD03	Autonics 3600ppr	Maxon 500ppr



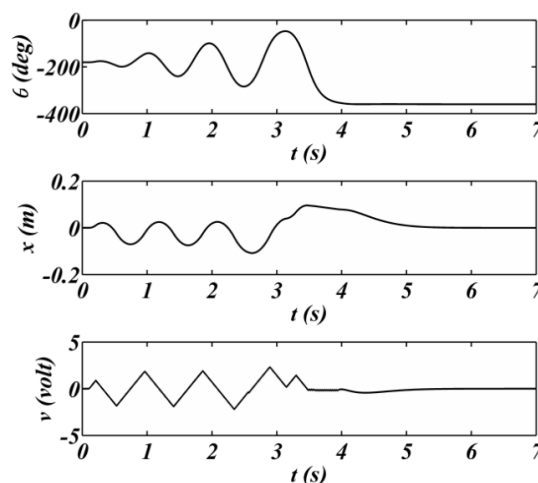
شکل ۷- نمایی از دستگاه پاندول معکوس مورد استفاده



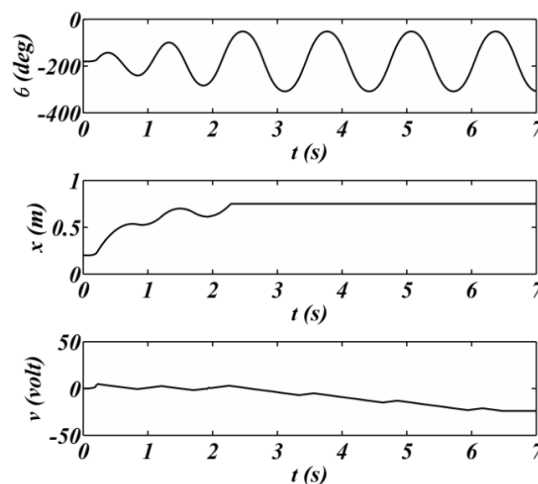
شکل ۸- زاویه پاندول حاصل از تست عملی کنترل کننده طراحی شده

همان‌گونه که از این شکل مشخص است، کنترل کننده طراحی شده در عمل نیز توانسته به خوبی از پس وظیفه خود برآید. علاوه بر آنکه نزدیکی بسیار مناسبی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج حاصل از تست عملی وجود دارد. در شکل ۹ چند برداشت متوالی از حرکت پاندول معکوس در حین حرکت تاب نشان داده شده است.

در قسمت دوم شبیه‌سازی برای شرایط اولیه در $X_0 = [0.2 - \pi \ 0 \ 0]^T$ انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی در شکل نشان داده شده است. همان‌گونه که از این شکل مشخص است این کنترل کننده در همه شرایط امکان پایدار کردن پاندول را ندارد. این موضوع به خصوص در حالتی که گاری در لحظه اول در موقعیت صفر (در میانه کورس) قرار نداشته باشد، خود را نشان می‌دهد. در چنین حالتی کنترل کننده همواره نمی‌تواند همگرا شود و گاری را در نقاط انتهایی کورس متوقف می‌سازد. در اینجا فرض شده است کورس گاری ۱۵۰ سانتیمتر باشد و بنابراین گاری می‌تواند در بازه $[-75 \ 75]$ سانتیمتر جابه‌جا شود.



شکل ۵- نتایج شبیه‌سازی سیستم با شرایط اولیه $X_0 = [0 - \pi \ 0 \ 0]^T$ و کنترل کننده ارائه شده در مرجع [۹]



شکل ۶- شبیه‌سازی با شرایط اولیه $X_0 = [0.2 - \pi \ 0 \ 0]^T$ و کنترل کننده ارائه شده در مرجع [۹]

۴- ارزیابی عملی

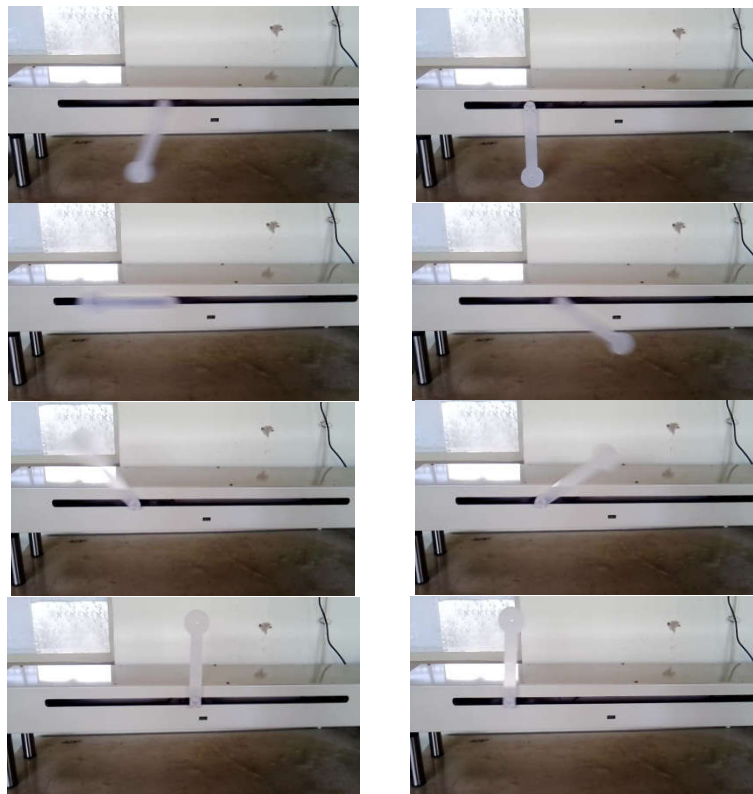
کنترل کننده طراحی شده با استفاده از پاندول معکوس موجود در آزمایشگاه کنترل دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان مورد ارزیابی

۵- نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده شد، کنترل‌کننده طراحی‌شده در این مقاله هم از لحاظ سرعت همگرایی و هم از لحاظ عدم وابستگی همگرایی به شرایط اولیه گاری، به‌صورت نسبی بسیار بهتر عمل می‌کند. به‌طوری‌که کنترل‌کننده حاضر در عرض تنها سه نیم‌سیکل در مقایسه با هفت نیم‌سیکل کنترل‌کننده مرجع [۹]، می‌تواند پاندول را بالا بیاورد. همچنین زمان همگرایی از حدود ۴ ثانیه به کمتر از ۲ ثانیه کاهش یافته‌است. مزیت

دیگر کنترل‌کننده حاضر، دور باقی ماندن گاری از نقاط انتهایی کورس است که یک مزیت فیزیکی محسوب می‌شود.

این امر به‌واسطه ارائه یک مسیر لغزش در قسمت غیرخطی کنترل‌کننده است که باعث می‌شود سیستم روی مسیر لغزشی به‌سمت نقطه مطلوب خود سوق داده‌شود. علاوه بر آن، این سطح لغزش باعث گذر هموارتر از قسمت غیرخطی به قسمت خطی می‌گردد.



شکل ۹- تصاویر متوالی از حرکت پاندول معکوس آزمایشگاهی (ترتیب از راست به چپ، بالا به پایین)

۶- مراجع

- [6] Manuel F. Pérez P., Manuel Pérez M., and Javier Gil C., Swing-up and positioning control of an inverted wheeled cart pendulum system with chaotic balancing motions, Vol. 47, No. 6, pp. 655-665, 2012.
- [7] Park M. S., and Chwa D., Swing-up and stabilization control of inverted-pendulum systems via coupled sliding-mode control method, Vol. 56, No. 9, pp. 3541-3555, 2009.
- [8] Durand S., Castellanos J. F. G., Marchand N., and Sanchez W. F. G., Event-based control of the inverted pendulum: Swing up and stabilization, Vol. 15, No. 3, pp. 96-104, 2013.
- [9] Otani Y., Kurokami T., Inoue A., and Hirashima Y., A swingup control of an inverted pendulum with cart position control, Proceedings of *IFAC Conference on New Technologies for Computer Control*. Hong Kong, 2001.
- [1] Wiklund M., Kristenson A., and Åström K. J., A new strategy for swinging up an inverted pendulum, Vol. 3, No. 1, pp. 757-760, 1995.
- [2] Chung C. C. and Hauser J., Nonlinear control of a swinging pendulum, Vol. 31, No. 6, pp. 851-862, 1995.
- [3] Åström K. J., and Furuta K., Swinging up a pendulum by energy control, Vol. 36, No. 2, pp. 287-295, 2000.
- [4] Chatterjee D., Patra A., and Joglekar H. K., Swing-up and stabilization of a cart-pendulum system under restricted cart track length, Vol. 47, No. 4, pp. 355-364, 2002.
- [5] Holzhüter T., Optimal regulator for the inverted pendulum via Euler-Lagrange backward integration, Vol. 40, No. 9, pp. 1613-1620, 2004.