

تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار دینامیکی ربات افزونه با اعمال قید محدودیت زاویه‌ای مفاصل در حرکت نقطه به نقطه

حمید رضا شافعی
 دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران
 محسن بهرامی
 استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران
 علی کمالی ایگلی
 استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران
 علی محمد شافعی*
 استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

چکیده

هدف اصلی این مقاله، تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار دینامیکی ربات افزونه می‌باشد. در اینجا از اصل کمینه پونتریاگن برای تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار دینامیکی ربات افزونه در حرکت نقطه به نقطه استفاده می‌شود. در حقیقت، شرایط بهینگی بر اساس اصول حساب تغییرات بدست می‌آید. برای تعیین ظرفیت حمل بار دینامیکی علاوه بر در نظر گرفتن حد اشباع هر یک از موتورها، قید محدوده حرکتی مفاصل نیز در نظر گرفته شده است. به این ترتیب با استفاده از تابع همیلتون و بکارگیری اصل کمینه پونتریاگن، دو دسته معادله دیفرانسیل شامل معادلات دینامیکی حرکت و معادلات شبه حالت به همراه یک رابطه جبری بدست می‌آید. شرایط مرزی به گونه‌ای تعیین شده‌اند که با حل آنها علاوه بر تعیین بار بیشینه، سینماتیک معکوس ربات نیز به صورت عددی حاصل می‌شود. در پایان به منظور نشان دادن کارایی روش ارائه شده، مقدار بیشینه بار قابل حمل ربات دست ۴ درجه آزادی که مطابق ابعاد و اندازه‌های دست انسان می‌باشد، بدست می‌آید. نشان داده می‌شود که مقدار بار بیشینه بدست آمده در محدوده بار مجاز قابل حمل که توسط وزارت بهداشت درمان و آموزش کشور ارائه شده است، قرار دارد.

واژه‌های کلیدی: ظرفیت حمل بار دینامیکی، ربات دست، افزونگی، محدودیت حرکت مفاصل، اصل کمینه پونتریاگن.

Determination of the Maximum Dynamic Load Carrying Capacity of Redundant Robotic Manipulators by Imposing Joint-Limit Avoidance in Point-to-Point Motion

M. R. Shafeei

M. Bahrami

A. Kamaliigoli

A. M. Shafeei

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Department of Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

Abstract

The main goal of this paper is to determine the maximum Dynamic Load Carrying Capacity (DLCC) of redundant robotic manipulators. Here, a methodology based on the Pontryagin's minimum principle has been employed to determine the maximum DLCC of the redundant robotic manipulators in point to point motion. In fact, the optimality conditions are achieved according to the principle of the calculus of variations. To determine the maximum DLCC of the mentioned robotic arm, the saturation limit of each motor and also the joint-limit avoidance of each joint are considered. Thus, by using the Hamiltonian function and the Pontryagin's minimum principle, two sets of differential equations as well as an algebraic equation are developed. The boundary conditions of the system are determined in such a way that by solving these equations, the maximum DLCC and also the inverse kinematic of the system are obtained, numerically. Finally, to show the efficiency of the presented method, the maximum DLCC of a robotic arm corresponding to the humanoid hand with 4 degrees of freedom is evaluated. It is shown the obtained maximum DLCC of this humanoid-like robotic arm, is in the range of the load value that reported by the Ministry of Health and the National education.

Keywords: Dynamic load carrying capacity, Arm robot, Redundancy, Joint-limit avoidance, Pontryagin's minimum principle.

۱- مقدمه

نظامی و غیره از جمله موضوعاتی است که توجه بسیاری از محققین را به خود معطوف نموده است.

ظرفیت حمل بار، بصورت "بیشترین باری که یک ربات می‌تواند حمل کند به شرط آنکه گشتاور موتورها از حد اشباع تجاوز نکند" تعریف می‌شود. ظرفیت حمل بار یکی از معیارهای سنجش و انتخاب رباتهاست. از جمله مهمترین فاکتورهای محدود کننده در بحث ظرفیت حمل بار، قید محدودیت گشتاور و محدوده حرکتی هر یک از مفاصل ربات می‌باشد.

ربات دست که بر اساس الگوی دست انسان ساخته شده است، تقریباً تمامی کارهایی را که به کمک دست می‌توان انجام داد، توسط این ربات قابل انجام است. این موضوع زمانی اهمیت پیدا می‌کند که این کارها بایستی در محیط‌هایی که به لحاظ حضور انسان غیر قابل دسترسی و یا خطرناک محسوب می‌شوند، انجام پذیرد. به همین دلیل موضوع استفاده از بازوی رباتیکی دست در صنایع هوا-فضا، پزشکی،

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: shafeei@uk.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۱/۰۳

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۲/۲۹

از دیگر عوامل مهم در بحث ظرفیت حمل بار بازوهای رباتیکی، افزونگی است. افزونگی در ربات‌ها به معنی داشتن درجه آزادی بیشتر از مقدار مورد نیاز برای انجام عملی خاص در فضای کاری ربات تعریف می‌شود. افزونگی تنها به دلیل ساختار سینماتیکی در ربات وجود نمی‌آید؛ بلکه می‌تواند تحت تأثیر عملی که ربات انجام می‌دهد نیز ایجاد گردد [۱]. افزونگی باعث افزایش مهارت و مانورپذیری بیشتر ربات برای انجام کاری خاص می‌گردد. این ویژگی ربات موجب می‌گردد تا بتوان در کنار عمل اصلی، قید اضافه دیگری از قبیل ممانعت از برخورد به مانع، قید محدودیت زاویه‌ای مفاصل و غیره را به آن اعمال نمود [۲]. اما در عوض بحث کنترل اینگونه ربات‌ها پیچیده‌تر می‌گردد.

بطور کلی دو روش مستقیم و غیرمستقیم برای حل مسئله ظرفیت حمل بار دینامیکی ربات‌ها وجود دارد. روش مستقیم بر پایه گسسته کردن متغیرهای دینامیکی سیستم می‌باشند که به یک مسئله بهینه‌سازی پارامتری منجر می‌شوند. ونگ و روانی [۳-۴] با استفاده از روش مستقیم مسئله ظرفیت حمل بار دینامیکی را در حرکت نقطه به نقطه مورد بررسی قرار دادند. آنها با استفاده از طراحی مسیر و بکارگیری برنامه‌ریزی خطی تکراری بار بیشینه را بدست آوردند. در روش مستقیم برای حل مسئله ظرفیت حمل بار، کمینه محلی بدست می‌آید [۵]. همچنین در این روش شرایط مرزی بطور کامل ارضاء نمی‌شوند. روش دیگر، استفاده از روش غیرمستقیم است. این روش بر پایه اصل مینیمم پونتریاگن بوده و اولین بار برای تعریف کنترل بهینه مورد استفاده قرار گرفت [۶]. شرایط بهینگی به صورت یک دستگاه معادلات دیفرانسیل استخراج می‌شوند که به همراه شرایط مرزی داده شده، یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای ایجاد می‌کنند. با حل معادلات دیفرانسیل بدست آمده می‌توان به یک جواب دقیق و صریح از مسئله دست یافت. کورایم و نیکوبین با استفاده از روش غیرمستقیم بیشینه ظرفیت حمل بار ربات دو لینکی را در حرکت نقطه به نقطه بدست آوردند [۷]. آنها همچنین با استفاده از این روش ظرفیت حمل بار بازوی متحرک افزونه را در مسیر از پیش تعیین شده بدست آوردند [۸]. کرمی و همکاران [۹] با استفاده از روش غیرمستقیم بیشینه ظرفیت حمل بار ربات با دو لینک انعطاف‌پذیر را در حرکت نقطه به نقطه محاسبه کردند. آنها نشان دادند که نتایج روش غیرمستقیم با نتایج تجربی نیز همخوانی خوبی دارد. در آخر می‌توان به کار صالحی و نیکوبین [۱۰] اشاره کرد. آنها نیز با استفاده از روش غیرمستقیم بیشینه ظرفیت حمل بار ربات الاستیک را با هدف کاهش ارتعاشات ناشی از انعطاف‌پذیری در حرکت نقطه به نقطه بدست آوردند. آنها متغیرهای حالت را به گونه‌ای انتخاب کردند که اصلاحی در کنترل بهینه صورت بگیرد تا از تغییرات ناگهانی کنترلر جلوگیری به عمل آید. با توجه به اینکه در این مقاله بیشینه ظرفیت حمل بار در حرکت نقطه به نقطه مد نظر است و همچنین طراحی سیستم کنترل در فضای مفصل صورت می‌گیرد، نیاز است تا موقعیت مفاصل در نقاط ابتدا و انتها معلوم باشد. با توجه به ویژگی افزونگی، ربات می‌تواند با موقعیت‌های زاویه‌ای متفاوتی به مکان نهایی دست یابد. تعیین موقعیت مفاصل ربات در نقطه انتها نیازمند حل سینماتیک معکوس است که با توجه به افزونگی ربات، حل سینماتیک معکوس بی‌نهایت جواب دارد و عملاً میسر نخواهد بود. لذا بایستی به گونه‌ای معادله سینماتیک معکوس را به عنوان یک شرط مرزی در نقطه انتها به معادلات وارد

نمود. لذا از ویژگی افزونگی ربات استفاده کرده تا بتوان قید محدوده حرکتی مفاصل را به آن اعمال کنیم. از کارهای جدیدی که در این مقاله صورت گرفته است، اعمال قید سینماتیک معکوس به عنوان یکی از شرایط مرزی در نقطه انتها می‌باشد. به این ترتیب، با استفاده از اصل کمینه پونتریاگن و حل معادله همیلتون، مسیر بهینه و معادله سینماتیک معکوس ربات نیز در نقطه انتها به صورت عددی حل می‌گردد. بنابراین در ادامه ساختار مقاله به صورت زیر خواهد بود. در بخش دوم مدل‌سازی ریاضی مسئله توضیح داده می‌شود. بخش سوم به نحوه اعمال شرایط مرزی می‌پردازد. قید محدودیت زاویه‌ای مفاصل در بخش چهارم ارائه می‌گردد. شبیه‌سازی عددی ربات دست در بخش پنجم صورت می‌گیرد. در پایان در بخش ششم نیز نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- کنترل بهینه به روش غیرمستقیم

موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی $(x \in R^m)$ در فضای کاری و متغیرهای مفصلی $(q \in R^n)$ با رابطه سینماتیک مستقیم به هم وابسته می‌باشند.

$$\dot{x}(t) = f(q(t)) \quad (1)$$

که در آن f یک تابع مشتق‌پذیر می‌باشد. با استفاده از ماتریس جاکوبی $J(q)$ رابطه بین سرعت پنجه و مفاصل به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{x}(t) = J(q)\dot{q} = \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} \quad (2)$$

مشتق‌گیری از رابطه (۲) نسبت به زمان نتیجه زیر را در پی دارد:

$$\ddot{x} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (3)$$

که \dot{q} و \ddot{q} سرعت و شتاب زاویه‌ای مفاصل ربات می‌باشد. با استفاده از مفهوم شبه‌معکوس و معادله (۳) رابطه‌ای برای شتاب زاویه‌ای مطلوب بدست می‌آید. ایده اساسی مسئله رفع افزونگی در سطح شتاب، محاسبه شتاب زاویه‌ای مفاصل ربات است [۲].

$$\ddot{q}_r = J^+(q)(\ddot{x}_r - \dot{J}(q)\dot{q}) \quad (4)$$

که در آن $J^+ = (JJ^T)^{-1}J^T$ است. \ddot{q}_r شتاب زاویه‌ای مطلوب در فضای مفصل و \ddot{x}_r شتاب زاویه‌ای مطلوب در فضای کارترین تعریف می‌گردد. حال چنانچه در کنار عمل اصلی، قید اضافه دیگری به ربات تحمیل گردد، رابطه (۴) به صورت زیر اصلاح می‌گردد [۱].

$$\ddot{q}_r = J^+(q)(\ddot{x}_r - \dot{J}\dot{q}) + (I - J^+J)(y + \phi) \quad (5)$$

که در آن

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d + K_d \dot{e} + K_p e \quad (6)$$

در رابطه (۶) K_p و K_d ماتریس مثبت معین بوده و همچنین $e = x_d - x$ و $\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x}$ است. همچنین ϕ تابع پتانسیلی است که برای اعمال قید محدودیت زاویه‌ای بکار می‌رود. از آنجا که هدف تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار در حرکت نقطه به نقطه است، عبارتهای x_d ، \dot{x}_d و \ddot{x}_d به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مطلوب ربات در موقعیت نهایی تعریف می‌شوند [۲].

معادله (۵) در دو بخش مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش اول قید محدودیت زاویه‌ای هر یک از مفاصل ربات که توسط تابع پتانسیل

به صورت $\frac{1}{2}U^T R U + \frac{1}{2}X^T W X$ در می‌آید. جمله دوم نیز با توجه به معادله دینامیکی ربات‌ها (معادله (۸)) و استفاده از تغییر تعویض گفته شده به صورت $\dot{X} = Q(X, t) + R(X)y$ در می‌آید. جمله \ddot{x}_r به صورت صریح در این معادله قرار دارد. $(Q(X, t) \equiv \begin{pmatrix} \dot{q}_r \\ J^+(\ddot{x}_r - \dot{J}\dot{q}) \end{pmatrix} \in R^{2n})$ به صورت زیر اصلاح می‌گردد.

$$H(q, \dot{q}, \psi, t) = \frac{1}{2}X^T W X + \frac{1}{2}(Z + V y)^T R(Z + V y) + \psi^T (Q + R y) \quad (18)$$

حال با استفاده از اصل کمینه پونتریاگن دو دسته معادله دیفرانسیل و یک رابطه جبری برای حل مسئله بهینه به دست می‌آید، که عبارتند از:

$$\dot{X} = \frac{\partial H}{\partial \psi} = Q(X, t) + R(X)y \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= -\frac{\partial H}{\partial X} \\ &= -\left(W X + R \left(\frac{\partial (Z(X, t) + V(X)y)}{\partial X} \right) \right. \\ &\quad \left. + \psi^T \left(\frac{\partial (Q(X, t) + R(X)y)}{\partial X} \right) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

و رابطه جبری که به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \Rightarrow y = V^+(-Z + S\psi) \quad (21)$$

که در آن

$$S \equiv (0 \quad M^{-1}) \in R^{n \times 2n} \quad (22)$$

برای حل دو دسته معادلات دیفرانسیل فوق (معادلات (۱۹) و (۲۰)) به جای \ddot{x}_r ، عبارت معادل آن که رابطه (۶) است جایگزین می‌گردد. در این عبارت با توجه به نقطه به نقطه بودن حرکت ربات، مقادیر موقعیت، سرعت و شتاب مطلوب ربات را در موقعیت نهایی آن که در فضای دکارتی قرار دارد، وارد می‌کنیم. در معادله بدست آمده تمامی جملاتی که شامل \ddot{q}_r است را به یک طرف تساوی منتقل کرده و مابقی جملات در طرف دیگر تساوی نگه داشته می‌شود (که در آنها تنها جملاتی از مرتبه اول وجود دارد). با بیان معادلات در فرم فضای حالت و استفاده از دستور BVP4C موجود در نرم‌افزار MATLAB معادلات حل می‌گردد [۱۳]. برای حل معادلات (۱۹) و (۲۰) نیاز به 4n شرط مرزی است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

۳- شرایط مرزی

در قسمت قبل معادلات دیفرانسیل جهت یافتن مسیر بهینه بار بیشینه ربات افزونه بدست آمد. همانطور که پیش از این گفته شد، هدف تعیین بیشینه بار قابل حمل از یک نقطه به نقطه دیگری در فضای کاری ربات است. با توجه به اینکه موقعیت ابتدایی پنجه ربات معلوم می‌باشد، لذا مقدار زاویه هر یک از مفاصل نیز در نقطه ابتدا مشخص است. به این ترتیب 2n شرط مرزی در نقطه ابتدا به صورت $X^*(t_0) = X_0$ وجود دارد. موقعیت نهایی پنجه ربات در فضای دکارتی معلوم است، ولی مقدار زاویه هر یک از مفاصل آن مشخص نیست. با توجه به معادله (۱)، موقعیت پنجه بر حسب متغیر مفاصل

φ اعمال می‌گردد، را در نظر نگرفته و در نتیجه معادله (۵) به صورت معادله (۷) در می‌آید.

$$\ddot{q}_r = J^+(q)(\ddot{x}_r - \dot{J}\dot{q}) + (I - J^+J)y = g(q, \dot{q}, y, t, \ddot{x}_r) \quad (7)$$

که در آن y بردار دلخواهی است که در فضای پوچی ربات افزونه قرار می‌گیرد تا بتوان از این طریق قیدهایی از قبیل ممانعت از برخورد ربات به مانع، جلوگیری از وقوع تکینگی، قید محدودیت زاویه‌ای مفاصل و غیره را در فضای پوچی ربات افزونه اعمال نماید.

معادلات دینامیکی ربات را می‌توان به روش کین بدست آورد. جزئیات استخراج معادلات در [۱۱] آورده شده است. فرم کلی مدل دینامیکی ربات بصورت زیر توصیف می‌شود.

$$M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = U \quad (8)$$

که در آن $U \in R^n$ گشتاور مفاصل، $M(q) \in R^{n \times n}$ ماتریس اینرسی، $C(q, \dot{q}) \in R^n$ نیروهای کریولیس و جانب مرکز و $G(q) \in R^n$ اثرات جاذبه را توصیف می‌کنند. حال با استفاده از رابطه (۹) معادلات بازتعریف می‌شوند.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_r \\ \dot{q}_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

معادله (۷) به کمک رابطه (۹) به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۲].

$$\dot{X} = Q(X, t) + R(X)y \quad (10)$$

که در آن X ، به عنوان بردار حالت و y به عنوان بردار ورودی معرفی می‌گردند. همچنین $Q(X, t)$ و $R(X)y$ عبارتند از:

$$Q(X, t) \equiv \begin{pmatrix} \dot{q}_r \\ J^+(\ddot{x}_r - \dot{J}\dot{q}) \end{pmatrix} \in R^{2n} \quad (11)$$

$$R(X) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ I - J^+J \end{pmatrix} \in R^{2n \times n} \quad (12)$$

از طرفی با استفاده از معادله (۷)، رابطه (۸) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد.

$$U(X, t, u) = Z(X, t) + V(X)y \quad (13)$$

که در آن:

$$Z(X, t) = M(q)J^+(\ddot{x}_r(t) - \dot{J}\dot{q}) + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (14)$$

$$V(X) = M(I - J^+J) \quad (15)$$

تابع هزینه در حالت کلی بصورت معادله (۱۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$\int_{t_0}^{t_f} L(q, \dot{q}, U) = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{1}{2}U^T R U + \frac{1}{2}q^T W_1 q + \frac{1}{2}\dot{q}^T W_2 \dot{q} \right) \quad (16)$$

که در آن R ، W_1 و W_2 ماتریس‌های جریمه‌ای هستند که با توجه به خواسته طراح مقدار می‌گیرند. با استفاده از اصل کمینه پونتریاگن، تابع همیلتون برابر می‌شود با.

$$\begin{aligned} H(q, \dot{q}, U, \psi, t, y, \ddot{x}_r) \\ = L(q, \dot{q}, U) + \psi^T g(q, \dot{q}, y, t, \ddot{x}_r) \\ = \frac{1}{2}U^T R U + \frac{1}{2}X^T W X + \psi^T (Q + R y) \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن $W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix}$ و ψ بردارهای شبه‌حالت تعریف می‌گردد. با استفاده از تغییر متغیر (رابطه (۹))، جمله اول رابطه (۱۷)

$$p_{1,i}^T = \left(\frac{q_i - (q_{i,\min} + a)}{e_i} \right)^2 \quad (27)$$

از رابطه (27) نسبت به متغیرهای مفصلی مشتق گرفته و رابطه (28) به صورت زیر بدست می‌آید [15].

$$\frac{\partial p_{1,i}}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial p_{1,i}^T}{\partial q_i} \right\} - \frac{1}{2} \text{sign}\{q_i - (q_{i,\min} + a)\} \left\{ \frac{\partial p_{1,i}^T}{\partial q_i} \right\} \quad (28)$$

در معادله (28) اگر $q_i < q_{i,\min} + a$ باشد (خارج از ناحیه امن قرار بگیرد)، آنگاه $\frac{\partial p_{1,i}}{\partial q_i} = \frac{\partial p_{1,i}^T}{\partial q_i}$ و در غیر اینصورت $\frac{\partial p_{1,i}}{\partial q_i} = 0$. به طور کلی با جمع‌بندی تمام این عبارات برای هر یک از مفاصل دست ربات داریم.

$$\frac{\partial p_1}{\partial q} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_{1,i}}{\partial q_i} \quad (29)$$

مشابه این فرآیند برای حد بالای مفاصل ربات دست نیز صورت می‌گیرد.

$$p_{2,i}^T = \left(\frac{q_i - (q_{i,\max} - a)}{e_i} \right)^2 \quad (30)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (30) معادله (31) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial p_{2,i}}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial p_{2,i}^T}{\partial q_i} \right\} + \frac{1}{2} \text{sign}\{q_i - (q_{i,\max} - a)\} \left\{ \frac{\partial p_{2,i}^T}{\partial q_i} \right\} \quad (31)$$

به این ترتیب محدوده زاویه‌ای فقط وقتی که زاویه q_i در خارج از محدوده باشد، اعمال می‌گردد. با جمع بستن رابطه (31) معادله (32) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial p_2}{\partial q} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_{2,i}}{\partial q_i} \quad (32)$$

در نهایت با جمع دو رابطه (29) و (32) و قرار دادن آن در رابطه (25) قید محدودیت زاویه‌ای به این ترتیب اعمال می‌گردد. این مقدار در کنار γ در معادله (5) قرار می‌گیرد و به این ترتیب قید محدودیت زاویه‌ای هر یک از مفاصل ربات اعمال می‌گردد.

5- شبیه‌سازی عددی

در این بخش به منظور نشان دادن کارایی روش ارائه شده، پیشینه ظرفیت حمل بار ربات دست افزوده در حرکت نقطه به نقطه مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (2) درجات آزادی موجود در دست ربات را نشان می‌دهد. همچنین یک نمونه تحقیقاتی از این سیستم رباتیکی که در دانشگاه شهید باهنر کرمان ساخته شده، در شکل (3) نشان داده شده است.

بیان می‌گردد. چون ربات دست دارای 4 درجه آزادی می‌باشد لذا درجه افزونگی دست برابر با یک می‌شود. به این ترتیب $1 \leq k \leq n-1$ معادله قیدی در نقطه انتها به صورت زیر بدست می‌آید [13].

$$m_k(t_f) = (x(t_f) - f(q_i(t_f)))_k = 0 \quad 1 \leq k \leq n-1, \quad n=4 \quad (23)$$

شرط مرزی دیگری که باید ارضاء شود به صورت زیر می‌باشد.

$$-\psi^*(t_f) = \sum_{i=1}^k d_k \left[\frac{\partial m_k}{\partial X} (X^*(t_f)) \right] \quad (24)$$

این معادله $2n$ شرط مرزی لازم را در اختیار طراح قرار می‌دهد. لازم به ذکر است در معادله فوق k مقدار مجهول d_i نیز به وجود می‌آید که باید تعیین گردد. به این ترتیب $4n+k$ شرط مرزی برای حل دو دسته معادله دیفرانسیل و k مقدار مجهول d_i به‌دست می‌آید. جزئیات مربوط به شرایط مرزی در پیوست الف آورده شده است.

4- قید محدودیت زاویه‌ای

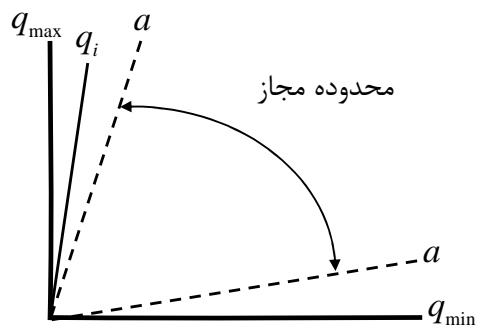
در این قسمت به بررسی جمله φ در معادله (5) پرداخته می‌شود. با توجه به اینکه هر یک از مفاصل دست ربات در محدوده مشخصی می‌توانند حرکت کنند، لذا اعمال قید محدوده حرکتی هر یک از مفاصل دست لازم و ضروری می‌باشد [14]. مقدار φ در رابطه (5) بصورت زیر تعریف می‌گردد [15].

$$\varphi = k \left(\frac{\partial p}{\partial q} \right)^T \quad (25)$$

که در آن

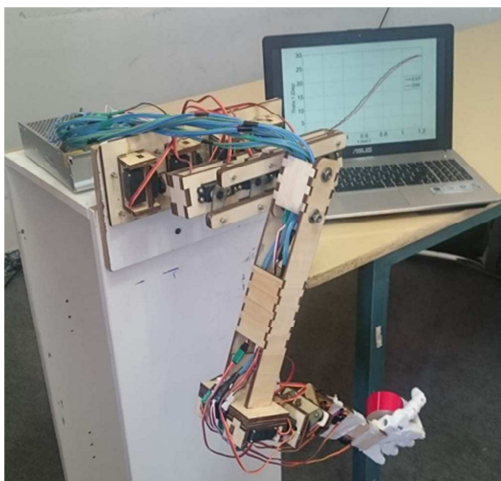
$$p = \sum_{i=1}^N \left(\frac{q_i - (q_{mi} + a)}{e_i} \right)^2 \quad (26)$$

در رابطه (26)، q_i زاویه مفصل i ام، e_i بازه قابل قبول برای تغییر زاویه مفاصل دست، q_{mi} میانگین زاویه مفصل i ام و پارامتر a حد زاویه مجاز در نزدیکی مرزها تعریف می‌شود. این پارامترها در شکل (1) آورده شده است.



شکل 1- محدوده زاویه‌ای مجاز مفصل [15]

این شکل، پارامترهای استفاده شده در معادله (26) را به خوبی نمایش می‌دهد که در آن محدوده مجاز تغییرات مفصل ربات نشان داده شده است. شاخص عملکرد در نزدیک $q_{i,\min}$ به صورت زیر تعریف می‌گردد.



شکل ۳- ربات دست ساخته شده در دانشگاه شهید باهنر کرمان

پارامترهای شبیه‌سازی از قبیل طول و جرم در جدول (۱) ارائه شده است [۱۶].

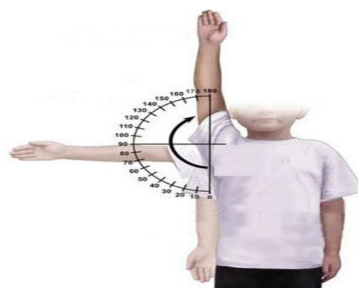
جدول ۱- پارامترهای دینامیکی دست انسان [۱۶]

عضو	طول عضو (mm)	جرم عضو (kg)
شانه	$U_L = 240 \pm 4$	$2.15 \pm (80 \text{ gr})$
آرنج	$F_L = 257 \pm 3$	$1.2 \pm (12 \text{ gr})$

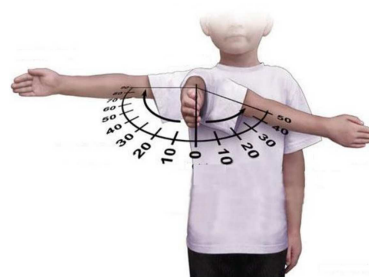
فرض می‌شود پنجه ربات در زمان $t_0 = 0s$ در موقعیت اولیه $P_0 = (0.245, -0.251, 0)$ و در زمان $t_f = 1.3s$ در موقعیت نهایی $P_f = (0.04, -0.27, -0.18)$ قرار دارد. نقطه انتها به‌گونه‌ای تعیین شده است که همه درجات آزادی در انتقال بار از نقطه ابتدا به موقعیت انتهایی درگیر شوند. سرعت پنجه در ابتدا و انتهای مسیر صفر فرض می‌شود و همچنین سرعت زاویه‌ای هر یک از لینک‌ها در محدوده $-2 \text{ Rad/s} < X_2 < 2 \text{ Rad/s}$ قرار دارد. در شبیه‌سازی ماتریس جرمه $W_1 = \text{diag}(0)$ و ماتریس جرمه $W_2 = \text{diag}(0.25)$ انتخاب شده است. ماتریس جرمه مربوط به گشتاورها هم به صورت رابطه (۳۳) انتخاب می‌گردد تا تمام مفاصل همزمان به حالت اشباع برسند [۱۷].

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{\max 1}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_{\max 2}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{\max 3}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau_{\max 4}^2} \end{bmatrix} \quad (33)$$

دقت حل در مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای $\mathcal{E} = 0.001$ انتخاب شده است. مقادیر حد بالا و پایین گشتاور موتورهای بکار رفته در مفاصل دست در جدول (۲) آورده شده است [۱۴].



(الف)



(ب)



(ج)



(د)

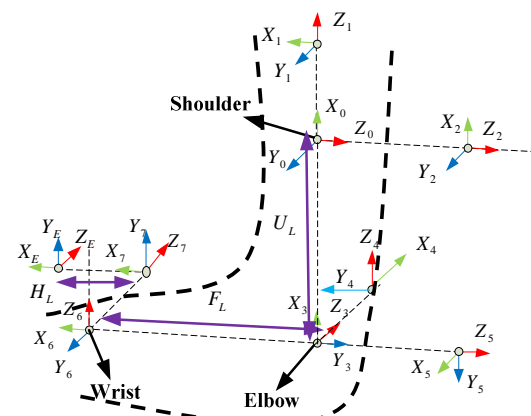
شکل ۲- درجات آزادی موجود در شانه و آرنج.

(الف) انبساط و انقباض افقی شانه، (ب) دور و نزدیک شدن شانه از محور بدن، (ج) انبساط و انقباض آرنج، (د) دور و نزدیک شدن آرنج

جدول ۲- حد بالای گشتاور موتورها [۱۴]

درجه آزادی	حد اشباع موتور (نیوتن متر)
انبساط و انقباض شانه	۱۷/۷
دور و نزدیک کردن شانه از محور بدن	۱۷/۷
انبساط و انقباض آرنج	۲/۲
دور و نزدیک شدن آرنج	۷/۱

هر یک از این درجات آزادی در شکل (۲) آورده شده است. شکل (۴) نحوه اختصاص دستگاه مختصات به هر یک از مفاصل دست را نشان می‌دهد.

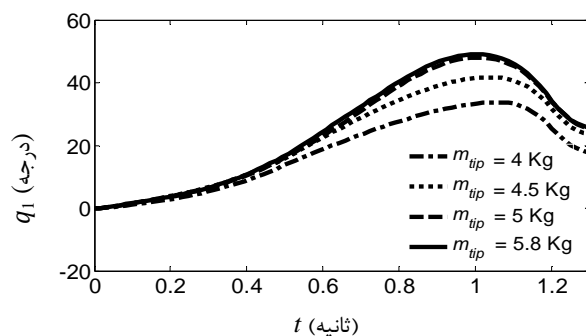


شکل ۴- نحوه اختصاص دهی محورهای مختصات [۱۸]

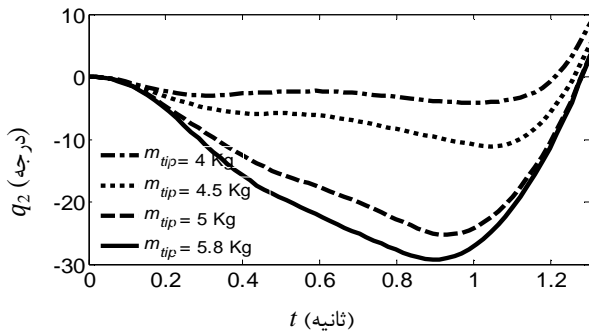
در جدول (۳) مقادیر محدوده حرکتی هر یک از درجات آزادی موجود در دست آورده شده است [۱۹]. همچنین در شکل‌های (۵) تا (۸) موقعیت زاویه‌ای هر یک از مفاصل ربات با تغییر بار مجری نهایی آورده شده است.

جدول ۳- محدوده حرکتی درجات آزادی دست [۱۹]

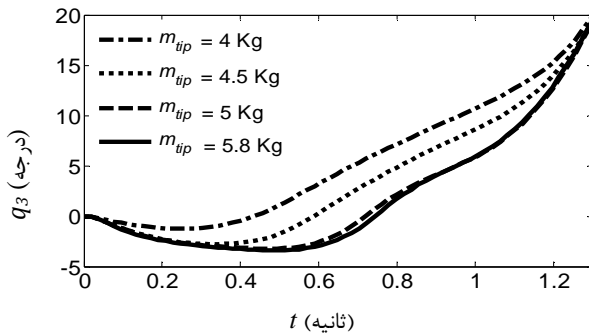
درجه آزادی	محدوده حرکتی
انبساط و انقباض شانه	$140 < q_1 < 30$
دور و نزدیک کردن شانه از محور بدن	$90 < q_2 < 90$
چرخش شانه به داخل و خارج	$80 < q_3 < 90$
انبساط و انقباض آرنج	$120 < q_4 < 0$



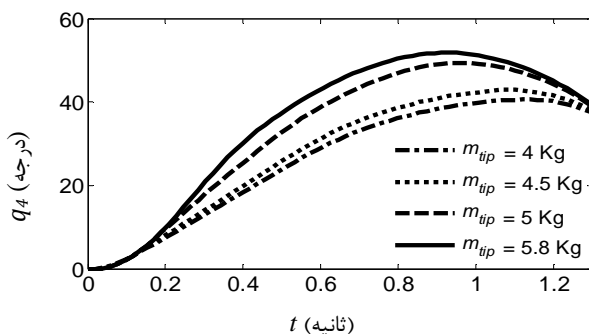
شکل ۵- موقعیت مفصل اول برای مسیرهای بار بیشینه



شکل ۶- موقعیت مفصل دوم برای مسیرهای بار بیشینه

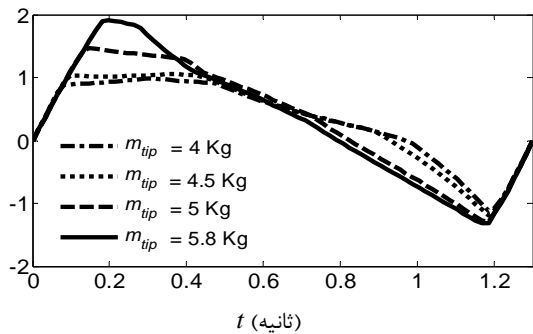


شکل ۷- موقعیت مفصل سوم برای مسیرهای بار بیشینه



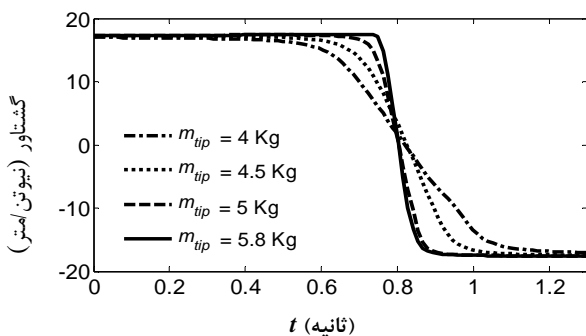
شکل ۸- موقعیت مفصل چهارم برای مسیرهای بار بیشینه

همانگونه که در شکل‌های (۵) تا (۸) مشاهده می‌شود به ازاء مقدار بارهای مختلف، مسیرهای متفاوتی برای هر یک از مفاصل ربات بدست می‌آید. افزایش بار نیز موجب افزایش تغییرات موقعیت زاویه‌ای مفاصل ربات می‌شود. نکته قابل توجه دیگر این است که علاوه بر آنکه مقدار بار بیشینه بدست آمد، سینماتیک معکوس نیز به صورت عددی حل گردید. به بیان دیگر اگر مقادیر زاویه‌ای بدست آمده در موقعیت نهایی را در سینماتیک مستقیم قرار دهیم به موقعیت نهایی ربات در فضای کارترین دست می‌یابیم. لذا با وجود آنکه مسیرهای حرکت مفاصل ربات متفاوت است ولی موقعیت نقطه ابتدا و انتها یکسان است. در اینجا بایستی به این نکته اشاره گردد که هر یک از این مسیرها، نمایانگر یک مسیر بهینه هستند که به ازاء جرمهای مختلف حاصل شده‌اند. لذا با توجه به نیاز طراح شامل اجتناب از برخورد با موانع هر یک از این مسیرها می‌تواند گزینه‌ای را پیشروی طراح به عنوان یک مسیر بهینه قرار دهند. در ادامه مسیر حرکت ربات در شکل (۹) آورده

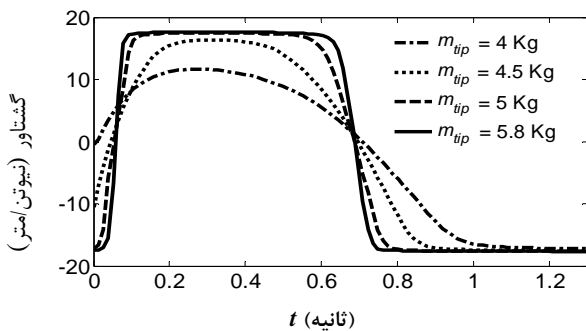


شکل ۱۳- سرعت زاویه‌ای مفصل چهارم برای مسیر بار بیشینه

همانگونه که در شکل‌های (۱۰) الی (۱۳) ملاحظه می‌گردد، با انتخاب ماتریسهای جرم به صورت $W_2 = diag(0.25)$ در ادامه نمودار زاویه‌ای مفصل ربات در بازه مورد نظر قرار می‌گیرد. در ادامه نمودار گشتاور هر یک از مفصل تشکیل دهنده ربات ارائه می‌گردد. در این نمودارها امکان مقایسه بر اساس جرمهای مختلفی که توسط مجری نهایی ربات ما بین دو نقطه جایجا می‌شود، فراهم شده است. الگوریتم مورد نظر برای تعیین گشتاور مورد نیاز مفصل نیز در قسمت پیوست ب آورده شده است.

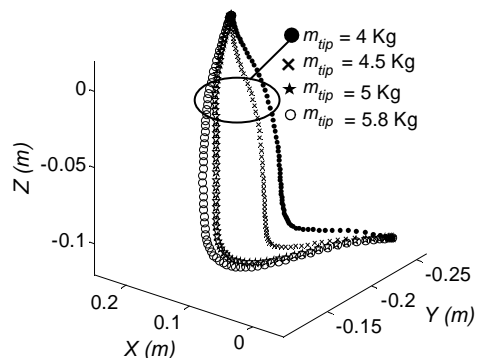


شکل ۱۴- منحنی گشتاور موتور اول

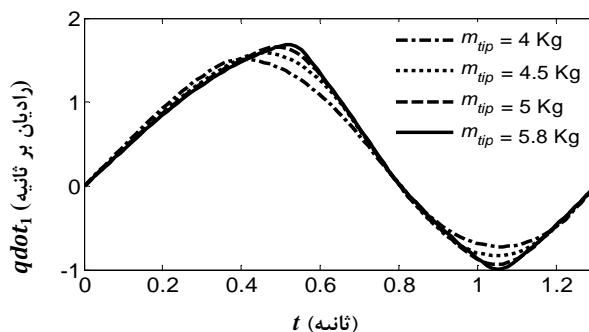


شکل ۱۵- منحنی گشتاور موتور دوم

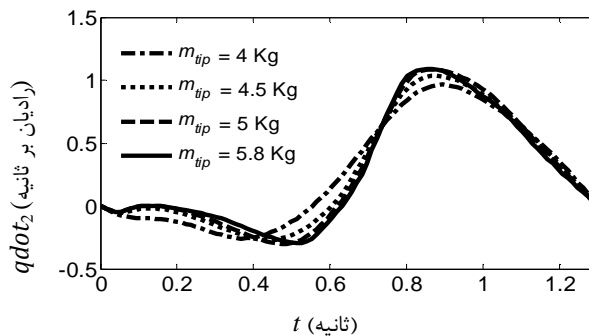
شده است. در شکل‌های (۱۰) تا (۱۳) نیز سرعت زاویه‌ای هر یک از مفصل ربات آورده شده است.



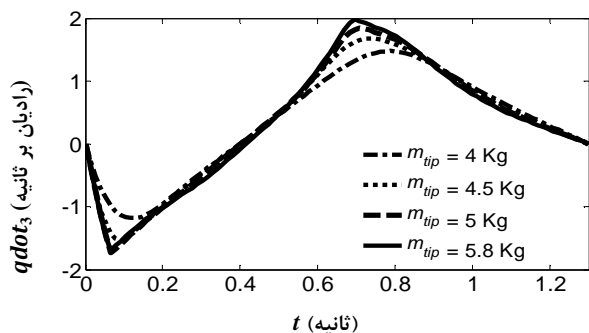
شکل ۹- مسیر حرکت ربات بین دو نقطه مورد نظر



شکل ۱۰- سرعت زاویه‌ای مفصل اول برای مسیر بار بیشینه



شکل ۱۱- سرعت زاویه‌ای مفصل دوم برای مسیر بار بیشینه



شکل ۱۲- سرعت زاویه‌ای مفصل سوم برای مسیر بار بیشینه

مسئله بهینگی، سینماتیک معکوس نیز به صورت عددی حل می‌گردد. از مزایای عمده این روش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

- حل همزمان بیشینه ظرفیت حمل بار و سینماتیک معکوس ربات.
- اعمال قید محدودیت زاویه‌ای مفاصل در فضای پوچی ربات افزونه.
- ارائه الگوریتمی برای تعیین ظرفیت حمل بار هر سیستم رباتیکی زنجیره باز.

۸- پیوستها

پیوست الف) تعیین شرایط مرزی

در روند حل دستگاه معادلات مقدار مرزی دو نقطه‌ای، نیاز به شرایط مرزی در ابتدا و انتها است. با توجه به معلوم بودن موقعیت ربات در فضای دکارتی در لحظه ابتدایی، موقعیت زاویه‌ای مفاصل ربات نیز در لحظه ابتدا معلوم هستند. در لحظه انتهایی تنها موقعیت ربات در صفحه دکارتی معلوم می‌باشد ولی موقعیت مفاصل ربات نامعلوم است. با توجه به افزونگی ربات حل سینماتیک معکوس آن برای حصول موقعیت زاویه‌ای مفاصل آن روش مناسبی نمی‌باشد. لذا می‌بایست به طریقی قید سینماتیکی را به شرایط مرزی وارد کرد. با توجه به مرجع شماره [۱۳] موجود در مقاله، شرایط مرزی ربات در لحظه انتهایی به صورت زیر اعمال شده است.

با توجه به معادله سینماتیک مستقیم ربات یعنی $x(t) = f(q(t))$ و اینکه ربات در فضا قرار دارد، سه معادله قیدی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$m_1(t_f) = x(t_f) - f_1(q_i(t_f)) = 0 \quad (الف-۱)$$

$$m_2(t_f) = y(t_f) - f_2(q_i(t_f)) = 0 \quad (الف-۲)$$

$$m_3(t_f) = z(t_f) - f_3(q_i(t_f)) = 0 \quad (الف-۳)$$

که در رابطه فوق $i = 1, 2, 3, 4$ است. شرط مرزی دیگری که باید در این خصوص اعمال شود به صورت زیر است.

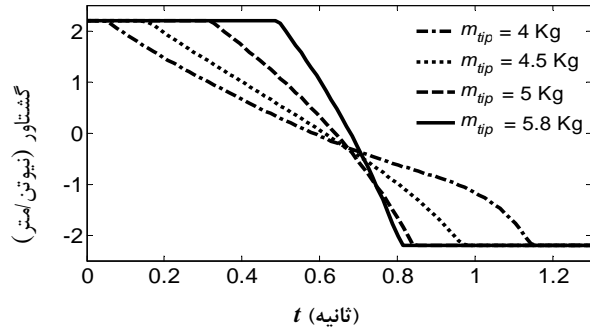
$$-\psi^*(t_f) = \sum_{i=1}^k d_k \left[\frac{\partial m_k}{\partial X} (X^*(t_f)) \right] \quad (الف-۴)$$

که در مورد ربات مذکور رابطه فوق به صورت زیر بیان می‌گردد.

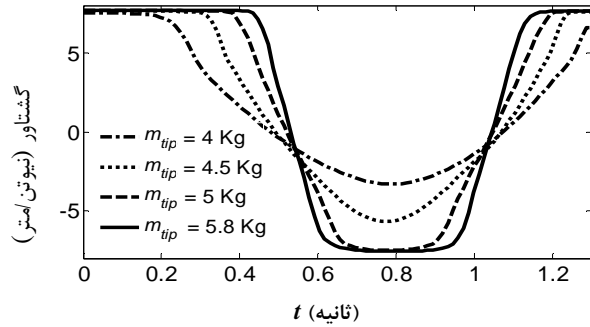
$$-\psi_1^*(t_f) = d_1 \left(\frac{\partial m_1(q_i(t_f))}{\partial q_1} \right) + d_2 \left(\frac{\partial m_1(q_i(t_f))}{\partial q_2} \right) + d_3 \left(\frac{\partial m_1(q_i(t_f))}{\partial q_3} \right) + d_4 \left(\frac{\partial m_1(q_i(t_f))}{\partial q_4} \right) \quad (الف-۵)$$

$$-\psi_2^*(t_f) = d_1 \left(\frac{\partial m_2(q_i(t_f))}{\partial q_1} \right) + d_2 \left(\frac{\partial m_2(q_i(t_f))}{\partial q_2} \right) + d_3 \left(\frac{\partial m_2(q_i(t_f))}{\partial q_3} \right) + d_4 \left(\frac{\partial m_2(q_i(t_f))}{\partial q_4} \right) \quad (الف-۶)$$

$$-\psi_3^*(t_f) = d_1 \left(\frac{\partial m_3(q_i(t_f))}{\partial q_1} \right) + d_2 \left(\frac{\partial m_3(q_i(t_f))}{\partial q_2} \right) + d_3 \left(\frac{\partial m_3(q_i(t_f))}{\partial q_3} \right) + d_4 \left(\frac{\partial m_3(q_i(t_f))}{\partial q_4} \right) \quad (الف-۷)$$



شکل ۱۶- منحنی گشتاور موتور سوم



شکل ۱۷- منحنی گشتاور موتور چهارم

نمودارهای (۱۴) تا (۱۷) مسیر بهینه بار بیشینه را نشان می‌دهد. افزایش بار، موجب افزایش گشتاور مفاصل ربات می‌شود تا اینکه منحنی گشتاور روی باندهای بیشینه و کمینه پیش‌رفته و کاملاً روی آنها قرار می‌گیرند. افزایش بار بیش از مقدار بیشینه، نیازمند اعمال گشتاور بیشتر از حدود بالا و پایین می‌باشد که باعث برآورده نشدن شرایط مرزی انتهایی می‌گردد. مقدار بار بیشینه قابل حمل توسط دست برابر با $5/8$ کیلوگرم بدست آمد. این مقدار بار با در نظر گرفتن شرایط یکسان، در بازه قابل قبول حمل بار دستی که در مرجع [۲۰] گزارش شده است، قرار دارد.

۶- سپاسگزاری

در اینجا لازم است از اعضاء شرکت آسمان شامل آقایان کریمی‌نسب، اخلاص‌پور، فتحی‌زاده، ژند و رواقی پاریزی به سبب حمایت‌های بی‌دریغشان در طراحی و ساخت ربات دست تشکر و قدردانی گردد.

۷- نتیجه‌گیری

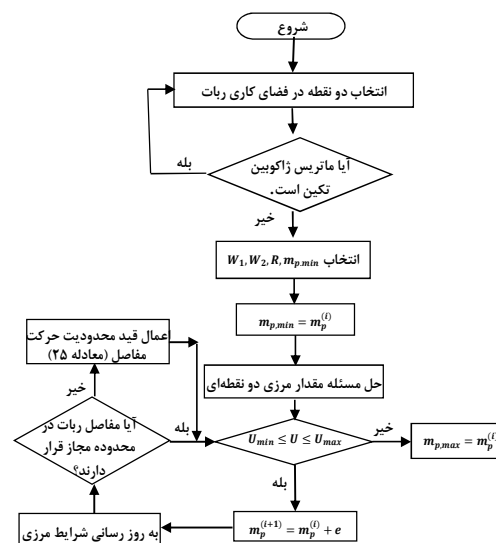
در این مقاله با استفاده از روش غیرمستقیم و بهره‌گیری از اصل کمینه پونتریاگن، مسئله تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار ربات افزونه با اعمال همزمان قید محدودیت زاویه‌ای و گشتاور مفاصل در حرکت نقطه به نقطه مورد بررسی قرار گرفت. از نوآوری‌های انجام شده می‌توان به رفع افزونگی در سطح شتاب و بکارگیری تابع پتانسیل مناسب و اعمال آن در فضای پوچی ماتریس ژاکوبین اشاره کرد. با توجه به افزونگی که در این سیستم رباتیکی وجود دارد، سینماتیک معکوس به صورت قید به نقطه انتهایی ربات اعمال شده است. به این ترتیب با حل

- solution of optimal control problem, Int. J. Adv. Manuf. Tech. Vol. 44, pp. 725-736, 2009.
- [9] Karami N., Korayem M. H., Shafei A. M., Rafee Nekoo S., Theoretical and experimental investigation of dynamic load carrying capacity of flexible-link manipulator in point- to- point motion, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 15, pp. 199-206, 2015.
- [10] Salehi M., Nikoobin A., Optimal trajectory planning of flexible joint manipulator: Maximum load carrying capacity-minimum vibration, Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 14, pp. 68-80, 2014.
- [11] Shafei H. R., Bahrami M., Kamali A., Recursive Kane formulation for deriving the equations of motion a chain of robotic arms, 2th Int. conf. on Robotics and Mechatronics (ICRoM), K.N. Toosi University of Technology, Tehran, pp. 393-398, Oct. 2014.
- [12] Nakamura Y., Advanced robotics redundancy and optimization, Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [13] Kirk D. E., Optimal control theory, An Introduction, Prentice-Hall Inc., 1970
- [14] Jeong Y., Lee Y., Kim K., Hong Y. S. and Park J. O., A 7 DOF wearable robotic arm using pneumatic actuators, 32th Int. Symp. On Robotics, Korea, pp. 388-393, Apr. 2001.
- [15] Lee H. Y., Yi B. J. and Choi Y., Joint-limit avoidance and kinetic-energy minimization in manipulators having surplus joints, J. of the Korean Physical Society, Vol. 53, No. 4, pp. 1910-1918, Oct. 2008.
- [16] Leva P. D., Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters, J. Biomechanics, Vol. 29, No. 9, p p. 1223-1230, 1996.
- [17] Anderson B. D. O., Moore J. B., Optimal control linear quadratic methods, Dover Publication, Inc. Mineola, New York, Feb. 2007.
- [18] Byoung G. L. and Jacob R., Kinematic analysis of 7 degrees of freedom upper-limb exoskeleton robot with tilted shoulder abduction, Int. Jour. of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 14, No. 1, pp. 69-76, 2013.
- [19] Gopura R. A. R. C. and Kiguchi K., Mechanical designs of active upper-limb exoskeleton robots state-of-the-art and design difficulties, 11th Int. Conf. on Rehabilitation Robotics, Kyoto, Japan, pp. 178- 187, 2009.
- [20] Ministry of Health and Medical Education, Department of Health, Occupational Health Center, Manual handling of loads, 2011, (In Persian)

$$-\psi_4^*(t_f) = d_1 \left(\frac{\partial m_4(q_i(t_f))}{\partial q_1} \right) + d_2 \left(\frac{\partial m_4(q_i(t_f))}{\partial q_2} \right) + d_3 \left(\frac{\partial m_4(q_i(t_f))}{\partial q_3} \right) + d_4 \left(\frac{\partial m_4(q_i(t_f))}{\partial q_4} \right) \quad (8-f)$$

که در روابط فوق ۴ پارامتر مجهول d_1, d_2, d_3, d_4 نیز وجود دارد. با انجام محاسبات ریاضی طولانی و حذف این پارامترها، رابطه‌ای برای $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ برحسب q_1, q_2, q_3, q_4 به دست می‌آید که به این ترتیب شرط مرزی چهارم نیز در لحظه انتهایی به دست می‌آید.

پیوست ب) الگوریتم ارائه شده برای تعیین بیشینه ظرفیت حمل بار



شکل ۱-ب- فلوچارت ماکزیمم ظرفیت حمل بار

۹- مراجع

- [1] Patel R. V., Shadpey F., Control of redundant robot manipulators, theory and experiments, Springer Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [2] Nakanishi J., Cory R., Mistry M., Peters J., and Schaal S., Comparative experiments on task space control with redundancy resolution, IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS), Alberta Canada, pp. 3901-3908, Aug. 2005.
- [3] Wang L. T., Ravani B., Dynamic load carrying capacity of mechanical manipulators-Part 1, J. of Dynamic Sys., Measurement and Control, Vol. 110, pp. 46-52, 1988.
- [4] Wang L. T., Ravani B., Dynamic load carrying capacity of mechanical manipulators-Part 2, J. of Dynamic Sys., Meas. and Control, Vol. 110, pp. 53-61, 1988.
- [5] Korayem M. H., Nazemizadeh M., Rahimi N. H., Dynamic load carrying capacity of flexible manipulators using finite element method and Pontryagin's minimum principle, Journal of Optimization in Industrial Engineering, Vol. 12, pp. 17-24, 2013.
- [6] Pontryagin L., Boltianski V., Gamkrelidze R., Michtchenko E., The mathematical theory of optimal processes, Gordon and Breach Science Publishers, 4th edition, 1962.
- [7] Korayem M. H., Nikoobin A., Formulation and numerical solution of robot manipulators in point-to-point motion with maximum load carrying capacity, Transaction B: Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Vol. 16, pp. 101- 109, 2009.
- [8] Korayem M. H., Nikoobin A., Maximum payload path planning for redundant manipulator using indirect