

شبیه‌سازی عددی دینامیک گلبول قرمز خون در یک میکروکانال با مانع پله‌ای با استفاده از روش شبکه بولتزمن - مرز غوطه‌ور

عبدالرحمان دادوند*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

اسعد علیزاده

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

چکیده

در مطالعه حاضر، دینامیک یک گلبول قرمز در میکروکانال دوبعدی ساده و میکروکانال دارای مانع پله‌ای، با استفاده از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور شبیه‌سازی می‌گردد. گلبول قرمز به صورت یک مرز انعطاف‌پذیر غوطه‌ور در جریان سیال در نظر گرفته می‌شود. اثرات تغییر لزجت پلاسما بر حرکت و تغییر شکل گلبول قرمز بررسی شد. در ادامه حرکت گلبول قرمز دایروی در جریان پوزیه بررسی گردید. با توجه به این که گلبول در مرکز کانال قرار دارد و جریان متقارن محوری است بین نیروهای برای عمل کننده از بالا و پایین روی گلبول، تعادل برقرار است. با عبور دادن گلبول از یک مانع پله‌ای در دو حالت گلبول طبیعی و گلبول با تغییر شکل پذیری پایین، مشاهده شد که گلبول طبیعی سرعت و تغییر شکل بیشتری دارد. به علاوه، به دلیل ضرایب کششی و خمشی پایین‌تر، گلبول طبیعی حرکت tank-treading را تجربه می‌کند در حالی که برای گلبول با تغییر شکل‌پذیری کم، حرکت tumbling اتفاق می‌افتد. نتایج حاصل با نتایج عددی موجود مقایسه گردید که تطابق نسبتاً خوبی را نشان داد.

واژه‌های کلیدی: روش شبکه بولتزمن، روش مرز غوطه‌ور، گلبول قرمز خون، اندرکنش، میکروکانال با مانع پله‌ای.

Numerical Simulation of the Dynamics of the Red Blood Cell in a Microchannel with Step Stenosis Using Lattice Boltzmann-immersed Boundary Method

A. Dadvand

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran.

A. Alizadeh

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

In the present study, the dynamics of a red blood cell (RBC) in a simple microchannel and in a microchannel with step stenosis is simulated using combined lattice Boltzmann-immersed boundary (LB-IB) method. The RBC is considered as a deformable boundary immersed in the fluid flow. The effects of plasma viscosity on the motion and deformation of the RBC was investigated. Then the motion of a circular RBC in a Poiseuille flow was analyzed. Since the RBC is put at the centerline of the channel and the flow in the channel is axisymmetric, the lift forces acting on the top and bottom part of the RBC are in equilibrium. When passing over a step stenosis in the channel the normal RBC was found to be more deformable and take higher speed as compared to the less deformable RBC. In addition, the normal RBC experienced tank-treading motion due to its low elastic and bending coefficients whereas for the less deformable RBC the tumbling motion took place. The current results showed reasonably good agreement with the available numerical results.

Keywords: Lattice Boltzmann Method (LBM), Immersed Boundary Method (IBM), Red Blood Cell, Interaction, Microchannel with step stenosis.

۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین اجزای خون گلبول‌های قرمز می‌باشند که اکسیژن را از شش‌ها به بافت‌های مختلف منتقل می‌کنند و دی اکسید کربن و گازهای زائد را از آن‌ها می‌زدایند [۱]. شکل گلبول قرمز در حالت سکون شبیه یک دیسک مقعرالطرفین می‌باشد، قطر آن در حدود ۸ میکرومتر، حداقل ضخامت آن در مرکز و برابر ۱ میکرومتر و ضخامت سلول در لبه‌های آن در حدود ۲/۵ میکرومتر می‌باشد [۲-۴]. در بسیاری از حالت‌های پاتولوژیکی مانند بیماری‌های قلبی، فشار خون، دیابت، کم خونی داسی شکل، مالاریا و ... انعطاف گلبول‌های قرمز کاهش زیادی می‌یابد [۵]. روش‌های مختلفی برای مطالعه گلبول‌های قرمز خون توسعه یافته‌اند که هر کدام دارای مزایا و معایبی هستند. روشی که به طور وسیع برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد روش انتگرال مرزی است که اساس آن استفاده از تکنیک‌های تابع گرین است. از این روش به طور موفقیت‌آمیزی در

مطالعه‌ی غشاهای استفاده شده است. این روش دقت بالایی دارد. با این حال به جز برای هندسه‌های خاص (دامنه سیال نامحدود و دامنه نیمه بی‌نهایت) تابع گرین مناسب در دسترس نیست. البته روش‌های دیگری نیز مانند روش میدان-فاز^۱ [۶-۸] و روش سطح-مجموعه^۲ وجود دارند که می‌توانند هم به رژیم‌های استوکس و هم به رژیم‌های ناویر- استوکس اعمال شوند. مزایای این روش‌ها، توانایی آنها برای شبیه‌سازی تعداد ذرات زیاد در یک سیال است. با این حال، این روش‌ها یک ضخامت محدود برای غشاء تعریف می‌کنند که تا به امروز محدودیت زیادی را برای استخراج داده‌های کمی دقیق ایجاد کرده‌اند. حل این مشکل نیازمند استفاده از روش المان محدود به همراه ریز کردن شبکه است. اخیراً با توجه به پیشرفت تکنولوژی میکروماشین-ها، در آزمایشگاه، آزمایش‌هایی بر روی گلبول‌های قرمز در داخل

^۱ Phase-field

^۲ Level-set

میکروکانالی که شامل تنگی بود، انجام شده است [۹-۱۱]. ایگلتون و پوپل [۱۲] روش مرز غوطه‌ور را با یک روش المان محدود برای غشای گلبول قرمز ترکیب نمودند و تغییر شکل سه بعدی گلبول قرمز را در یک جریان برشی شبیه‌سازی نمودند. پوزیکیدیس [۱۳] از روش انتگرال مرزی برای بررسی تغییر شکل و حرکت گلبول قرمز در جریان برشی و جریان درون کانال استفاده کرده است. زو و همکاران [۱۴] به وسیله روش انتگرال مرزی بر روی تغییرات زمانی تغییر شکل گلبول‌ها و مقاومت جریان در یک میکرو رگ دارای تنگی و با قطر کمتر از ۱۰ میکرومتر مطالعه کردند. بررسی تغییر شکل گلبول قرمز در یک کانال ۴۰-۲۰ میکرومتری توسط سان و مون [۱۵ و ۱۶] به وسیله شبکه بولتزمن انجام گرفته است که در آن گلبول قرمز به صورت ذرات جامد دوبعدی مدل‌سازی شده‌اند. بگچی [۱۷] سوپانسیون شامل تعداد زیادی گلبول قرمز را در رگ ۳۰-۲۰ میکرومتری و هماتوکریت تخلیه ۱۰٪ تا ۶۰٪ را با استفاده از روش مرز غوطه‌ور شبیه‌سازی نمود. اخیراً از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور برای شبیه‌سازی مسایل بیولوژیکی و صنعتی بسیار استفاده می‌شود [۱۸-۲۲]. جانگ و همکاران [۲۳ و ۲۴] از روش ترکیبی شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور برای بررسی رفتار گلبول قرمز در جریان برشی و جریان درون کانال و تجمع چند سلول در جریان برشی ساده استفاده نمودند. همچنین آن‌ها [۲۵] اثر مقادیر تغییر شکل پذیری و تجمع چند سلولی بر ساختار لایه عاری از سلول را مورد بررسی قرار دادند. وانگ و یونگ [۲۶] روش مرز غوطه‌ور را با یک مدل فتر برای شبیه‌سازی جریان خون در رگ‌هایی با قطر ۸-۱۱ میکرومتر و هماتوکریت ۱۰ تا ۴۱٪ استفاده نمودند. یونگ و جانگ [۲۷] روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور را در مورد تغییرات تنش برشی دیواره در اثر عبور گلبول در میکروکانال با قطر ۵-۱۱ میکرومتر را بررسی کردند. نویدبخش و رضازاده [۲۸] با استفاده از روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور به مطالعه عددی رفتار گلبول قرمز خون مبتلا به مالاریا پرداختند. دادوند و همکاران [۲۹ و ۳۰] حرکت و تغییر شکل گلبول قرمز خون در جریان لزج با ترکیب روش‌های شبکه بولتزمن و مرز غوطه‌ور شبیه‌سازی کردند.

روش مرز غوطه‌ور برای اولین بار توسط پسکین در سال ۱۹۷۲ برای مطالعه جریان اطراف دریچه‌های قلب معرفی شد [۳۱] این روش ترکیبی از یک فرمول‌بندی ریاضی و یک روش عددی است [۳۲-۳۴]. برای حل معادلات حاکم یک کد کامپیوتری به زبان C توسعه داده شده است.

تفاوت عمده کار حاضر با کار دادوند و همکاران [۲۹ و ۳۰]، علاوه بر در نظر گرفتن گرفتگی میکروکانال به صورت مانع پله‌ای، در نظر گرفتن اثرات اختلاف لزجت سیال داخل و سیال خارج و نیز مدول الاستیسیته غشاء بر رفتار گلبول می‌باشد.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن یک روش جایگزین و قابل اعتماد برای روش‌های مرسوم CFD جهت حل مسایل پیچیده جریان سیال است که تا به حال در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله حل جریان-

های غیر قابل تراکم، جریان داخل سطوح متخلخل، جریان‌های چند فاز و نیز شبیه‌سازی جریان خون با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است [۳۵]. بر خلاف روش‌های متداول که سیال را به صورت یکپارچه در نظر می‌گیرند، در این روش سیال متشکل از ذرات فرضی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین روش شبکه بولتزمن قادر به مدل‌سازی روابط بین ذرات که اساس جریان‌های چند فاز است می‌باشد. وقتی اعداد ماخ (نسبت سرعت متوسط سیال به سرعت صوت) و نادسن (نسبت مسیر آزاد میانگین به طول مشخصه جریان) به اندازه کافی کوچک باشند معادلات بولتزمن تقریب مناسبی برای معادلات ناویر-استوکس خواهند بود. معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس به صورت روابط (۱) و (۲) می‌باشند.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

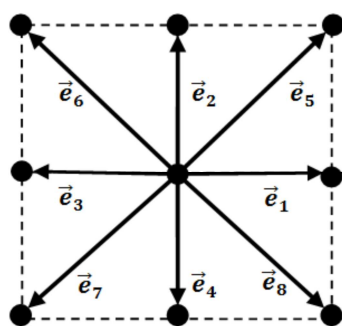
$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (2)$$

در معادله‌های بالا، ρ و η به ترتیب چگالی جرمی و لزجت دینامیکی سیال مورد مطالعه می‌باشند. همچنین $\vec{u}$ و p به ترتیب معرف میدان سرعت و فشار بوده و t زمان را نشان می‌دهد. $\vec{f}$ در سمت راست معادله (۲)، نیروهای غشاء (کششی و خمشی) ناشی از وجود اجسام ارتجاعی غوطه‌ور در سیال را نشان می‌دهد. شکل گسسته معادلات شبکه بولتزمن که با استفاده از بسط چاپمن-انسکوگ همان معادلات ناویر-استوکس (معادلات ۱ و ۲) را نتیجه می‌دهد [۳۶] به صورت رابطه (۳) نوشته می‌شود،

$$g_i(\vec{x} + \hat{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\vec{x}, t) = \frac{g_i(\vec{x}, t) - g_i^{eq}(\vec{x}, t)}{\tau} + \Delta t G_i \quad (3)$$

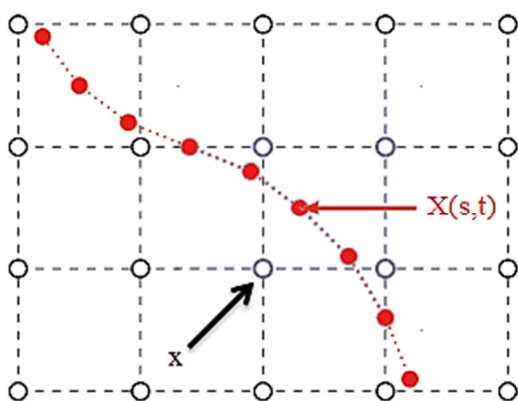
که در آن $g_i(\vec{x}, t)$ تابع توزیع ذراتی با سرعت $\hat{e}_i$ است که در زمان t در موقعیت $\vec{x}$ قرار دارند. Δt گام زمانی، $g_i^{eq}(\vec{x}, t)$ تابع توزیع تعادلی، τ زمان آرامش و G_i جمله نیروی حجمی مربوط به جسم غوطه‌ور در معادله بولتزمن است. در مطالعه حاضر از روش LBM با مدل دو بعدی D2Q9 استفاده شده است (شکل ۱). سرعت ذره در ۹ جهت مربوطه را می‌توان به صورت رابطه زیر نوشت:

$$\hat{e}_i = \begin{cases} (i, i) & ; i = 0 \\ (\cos \frac{\pi}{2}(i-1), \sin \frac{\pi}{2}(i-1))c & ; i = 1-4 \\ \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{2}(i-9/2), \sin \frac{\pi}{2}(i-9/2))c & ; i = 5-8 \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۱- سرعت‌ها در مدل شبکه D2Q9

برگرداند. شکل ۲ نشانگر بخشی از یک مرز غوطه‌ور در سیال است. ساختار منحنی به شکل پارامتری $\vec{X}(s, t)$ بیان می‌شود که در آن s مختصات لاگرانژی در امتداد منحنی (گلبول قرمز) می‌باشد.



شکل ۲- طرحواره مرز غوطه‌ور در سیال

۲-۲-۱- مدل گلبول قرمز

بدون اعمال نیروی خارجی، گلبول قرمز به شکل یک دیسک مقعرالطرفین است تا نسبت سطح به حجم آن تا حد قابل توجهی بیش از این نسبت برای کره باشد و به این ترتیب امکان عبور از مویرگ‌ها را داشته باشد [۳۸].

$$\begin{aligned} x &= \sin \theta \\ y &= \cos \theta [0.207 + 2.002 \sin \theta - 1.122 \sin^2 \theta] \\ 0 &< \theta < 2\pi \end{aligned} \quad (13)$$

۲-۲-۲- نیروی لاگرانژی مرز

آزمایش نشان داده است که غشاء گلبول قرمز یک ماده بسیار تغییر شکل‌پذیر، نئوهوکی، لزج و ارتجاعی است [۳۹]. به علاوه، این غشاء دارای مقاومت خمشی نیز می‌باشد که با افزایش انحنا غشاء افزایش پیدا می‌کند [۴۰].

چگالی نیروی لاگرانژی $\vec{F}$ از دو قسمت کششی- فشاری $\vec{F}_s$ و خمشی $\vec{F}_b$ به صورت زیر تشکیل شده است [۴۱]:

$$\vec{F}(s, t) = \vec{F}_s(s, t) + \vec{F}_b(s, t) \quad (14)$$

این نیرو با استفاده از قضیه کار مجازی با چگالی انرژی ارتجاعی ψ به صورت رابطه (۱۵) مربوط می‌شود:

$$\vec{F}(s, t) = -\frac{\partial \psi}{\partial \vec{X}} = -\frac{\partial (\psi_s + \psi_b)}{\partial \vec{X}} \quad (15)$$

چگالی انرژی پتانسیل ارتجاعی شامل یک قسمت کششی- فشاری (ψ_s) و یک قسمت خمشی (ψ_b) می‌باشد که به صورت روابط (۱۶) و (۱۷) تقریب زده می‌شوند [۴۱]:

$$\psi_s = \frac{1}{2} E_s \sum_{j=1}^{N-1} \left(\frac{|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j|}{\Delta s} - 1 \right)^2 \Delta s \quad (16)$$

$$\psi_b = \frac{1}{2} E_b \sum_{j=2}^{N-1} \left(\frac{|\vec{X}_{j+1} - 2\vec{X}_j + \vec{X}_{j-1}|^2}{(\Delta s)^4} \right) \Delta s \quad (17)$$

شکل گسسته چگالی نیروی لاگرانژی $\vec{F}$ به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) می‌باشد.

که در آن، $c = \Delta x / \Delta t$ به طوری که Δx فاصله دو گره متوالی در شبکه اولیه می‌باشد. در کار حاضر $\Delta x = \Delta t = 1$ فرض شده است. تابع توزیع تعادلی به شکل رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$g_i^{eq}(\vec{x}, t) = w_i \rho \left[1 + 3 \frac{(\hat{e}_i \cdot \vec{u})}{C^2} + \frac{9}{2} \frac{(\hat{e}_i \cdot \vec{u})^2}{C^4} - \frac{3}{2} \frac{|\vec{u}|^2}{C^2} \right] \quad (5)$$

w_i ضریب وزنی با مقادیر زیر می‌باشد:

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & ; i = 0 \\ 1/9 & ; i = 1 - 4 \\ 1/36 & ; i = 5 - 8 \end{cases} \quad (6)$$

از طرفی جمله نیروی ارتجاعی در معادله شبکه بولتزمن به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$G_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) w_i \left[\frac{3(\hat{e}_i \cdot \vec{u})}{C^2} + \frac{9(\hat{e}_i \cdot \vec{u})}{C^4} \hat{e}_i \right] \cdot \vec{f} \quad (7)$$

لزجت سینماتیکی شبکه ν در مدل D2Q9 به صورت زیر با زمان آرامش τ مرتبط است.

$$\nu = C_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

درضمن چگالی و سرعت‌های ماکروسکوپی $\vec{u}$ سیال از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (9)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{\rho} \left[\sum_{i=0}^8 g_i \hat{e}_i + \frac{1}{2} \vec{f} \Delta t \right] \quad (10)$$

همچنین فشار در واحد شبکه p از رابطه زیر محاسبه می‌گردد که در آن $C_s = c / \sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه و ρ چگالی شبکه می‌باشد:

$$p = \rho C_s^2 \quad (11)$$

در کار حاضر، پلاسمای خون و هموگلوبین گلبول قرمز به صورت سیال نیوتنی فرض شده‌اند. طبیعت نیوتنی این سیالات به خوبی تخمین زده شده است [۳۷]. رفتار غیرنیوتنی خون عمدتاً ناشی از تغییر شکل گلبول قرمز است.

پارامترهای بی‌بعد شده به کار رفته در این مطالعه، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$y^* = \frac{y}{H}, x^* = \frac{x}{H}, v_{RBC}^* = \frac{v_{RBC}}{u_{max}}, v^* = \frac{v}{u_{max}}, u^* = \frac{u}{u_{max}}$$

که در آن u_{max} حداکثر سرعت جریان، v_{RBC} سرعت قائم مرکز گلبول، u و v به ترتیب مولفه افقی و قائم سرعت جریان و H ارتفاع میکروکانال است.

همچنین ضریب پسا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_{drag}^* = \frac{f_{drag}}{(1/2)\rho u_{max}^2 A} \quad (12)$$

که در آن f_{drag} مجموع نیروهای افقی وارد بر گره‌های لاگرانژی می‌باشد.

۲-۲-۲- روش مرز غوطه‌ور

روش مرز غوطه‌ور بر این اصل استوار است که تغییر شکل و حرکت یک مرز ارتجاعی نامتعادل در داخل یک سیال نیرویی ایجاد می‌کند که تمایل دارد مرز را به شکل یا مکان اولیه‌اش (حالت تعادلی)

$$(\vec{F}_s)_k = \frac{E_s}{(\Delta s)^2} \sum_{j=1}^{N-1} \left\{ (|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j| - \Delta s) \times \frac{\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j}{|\vec{X}_{j+1} - \vec{X}_j|} (\delta_{j,k} - \delta_{j+1,k}) \right\} \quad (18)$$

$$(\vec{F}_b)_k = \frac{E_b}{(\Delta s)^4} \sum_{j=2}^{N-1} \{ (\vec{X}_{j+1} - 2\vec{X}_j + \vec{X}_{j-1}) (2\delta_{j,k} - \delta_{j+1,k} - \delta_{j-1,k}) \} \quad (19)$$

در معادلات (۱۹) - (۱۶) $k = 1, 2, \dots, N$ تعداد کل گره‌های لاگرانژی روی غشاء است، E_b و E_s به ترتیب مدول ارتجاعی (ثابت کششی/افشاری) و مدول خمشی، $(\vec{F}_b)_k$ و $(\vec{F}_s)_k$ نیروهای لاگرانژی ارتجاعی در گره k ام از غشاء هستند. همچنین $\delta_{j,k}$ تابع دلتای کرونکر است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\delta_{j,k} = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ 1 & j = k \end{cases}$$

۳-۲-۲- اندرکنش بین سیال - سلول

اندرکنش بین سیال - سلول را می‌توان از ارتباط بین کمیت‌های لاگرانژی و اوپلری به دست آورد. در این قسمت چگونگی انتقال نیروهای لاگرانژی غشاء مربوط به قسمت روش مرز غوطه‌ور به میدان سیال مربوط به قسمت روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین سرعت مرز غوطه‌ور از سرعت سیال درونیابی می‌شود.

چگالی نیروی سیال $\vec{f}(\vec{x}, t)$ از چگالی نیروی مرز غوطه‌ور $\vec{F}(s, t)$ با انتگرال‌گیری در محدوده مرز غوطه‌ور به دست می‌آید.

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Gamma} \vec{F}(s, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) ds \quad (20)$$

که در آن Γ معرف مرز غوطه‌ور است. برای ارضای شرط مرزی عدم لغزش روی سطح مشترک سیال - سلول، سرعت سلول باید برابر با سرعت سیال مجاور باشد:

$$\begin{aligned} \vec{U}(s, t) = \vec{u}(\vec{X}(s, t), t) &= \frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} \\ &= \int_{\Gamma} \vec{u}(\vec{x}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}(s, t)) d\vec{x} \end{aligned} \quad (21)$$

شایان ذکر است که در کار حاضر سرعت سیال $\vec{u}(\vec{x}, t)$ با استفاده از روش شبکه بولتزمن به دست می‌آید. در واقع در اینجا از این واقعیت استفاده شده است که مرز غوطه‌ور ارتجاعی با سرعت محلی سیال حرکت می‌کند. روش‌های مختلفی برای ساده‌سازی و هموارسازی تابع دلتای دیراک وجود دارد که معروف‌ترین آنها توسط پسکین [۴۲] پیشنهاد شده است.

$$\delta(\vec{x}) = \frac{1}{h^2} \phi\left(\frac{\vec{x}}{h}\right) \phi\left(\frac{\vec{y}}{h}\right) \quad (22)$$

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left(1 + \cos \frac{\pi r}{2}\right) & |r| \leq 2 \\ 0 & |r| > 2 \end{cases} \quad (23)$$

در رابطه (۲۲)، h فاصله گره‌های اوپلری و در رابطه (۲۳)، $r = \vec{x} - \vec{X}$ فاصله بین گره‌های اوپلری و لاگرانژی می‌باشد. لزجت داخل و خارج سلول از رابطه زیر به دست می‌آید [۴۳]:

$$(\vec{\tau}) = \mu_{out} + (\mu_{in} - \mu_{out}) H[d(\vec{x})] \quad (24)$$

که در آن $H(d)$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$H(d) = \begin{cases} 0 & d < -2h \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d}{2h} + \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi d}{2h}\right) & -2h \leq d \leq 2h \\ 1 & d > 2h \end{cases} \quad (25)$$

در رابطه (۲۵)، d کوتاه‌ترین فاصله بین گره سیال به مرز سلول است که وقتی که گلبول به موقعیت جدید می‌رود نیاز به بروز رسانی دارد.

۳-۲-۳- شرایط مرزی

در کار حاضر از شرط مرزی برگشت به عقب [۲۳] برای ارضای شرط عدم لغزش روی دیواره‌های میکروکانال و از رابطه (۲۱) برای اعمال شرط عدم لغزش روی دیواره گلبول استفاده شده است.

۴-۲- الگوریتم حل

الگوریتم حل در حالت کلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

(۱) محاسبه نیروهای لاگرانژی مرز غوطه‌ور $\vec{F}^{n+1}$ در نقاط

لاگرانژی $\vec{X}^n$ با استفاده از معادلات (۱۴) تا (۱۹)

(۲) پخش و توزیع نیروهای لاگرانژی $\vec{F}^{n+1}$ به نقاط اوپلری

شبکه $\vec{X}^n$ با استفاده از معادله (۲۰) و به دست آوردن نیروهای اوپلری $\vec{f}^n$

(۳) به روز رسانی تابع توزیع تعادلی با استفاده از معادله (۷)

(۴) محاسبه سرعت جدید اوپلری سیال $\vec{U}^{n+1}$ با استفاده از معادلات (۳)، (۹) و (۱۰)

(۵) درونیابی سرعت لاگرانژی مرز غوطه‌ور $\vec{U}^{n+1}$ از سرعت-

های اوپلری سیال $\vec{U}^{n+1}$ با استفاده از معادله (۲۱)

(۶) به روز رسانی موقعیت نقاط مرز غوطه‌ور با استفاده از

سرعت‌های لاگرانژی $\vec{U}^{n+1}$

(۷) تکرار مراحل ۱ تا ۶

۳- نتایج

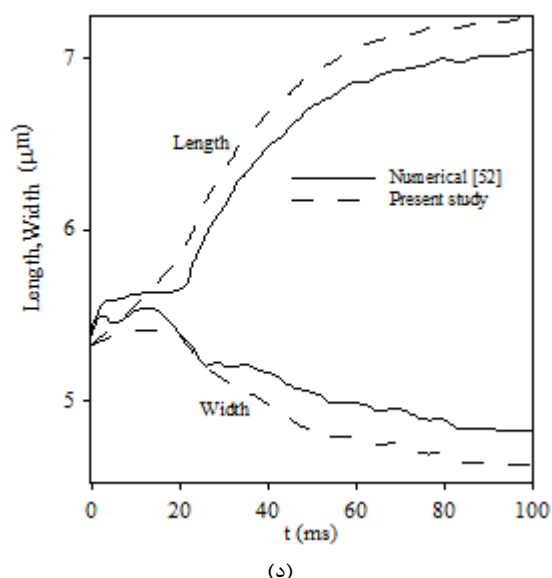
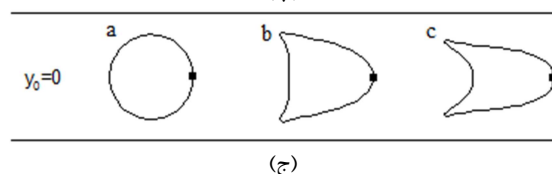
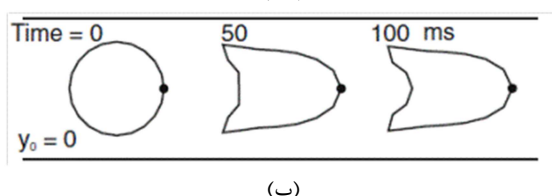
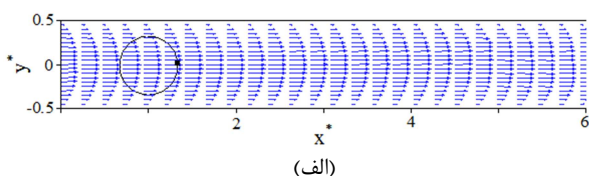
۳-۱- اثر تغییر لزجت پلاسما بر تغییر شکل گلبول قرمز

در جریان برشی خطی

اگرچه جریان برشی دقیق در بدن وجود ندارد ولی رفتار گلبول در چنین جریانی به صورت تجربی و عددی به طور گسترده‌ای بررسی شده است. جریان برشی خطی بر اثر حرکت دیواره‌های بالایی و پایینی مرزها در خلاف جهت هم، به وجود می‌آید. گلبول در مرکز میکروکانال قرار گرفته است. ضریب کششی $6 \times 10^{-6} \text{ N/m}$ و ضریب خمشی $2 \times 10^{-19} \text{ N.m}$ است [۴۴]. اثرات تغییر لزجت پلاسما بر تغییر شکل گلبول مدنظر است. لزجت سیال داخل گلبول ثابت و برابر 6 cp [۲۵] در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳ لزجت سیال خارج از گلبول برابر 4 cp و در شکل ۳ ج برابر 2 cp در نظر گرفته می‌شود. نرخ برش ثابت و برابر $8 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳، به دلیل لزجت بیشتر پلاسما، گلبول تغییر شکل بیشتری داده و حرکت

³ Bounce-back

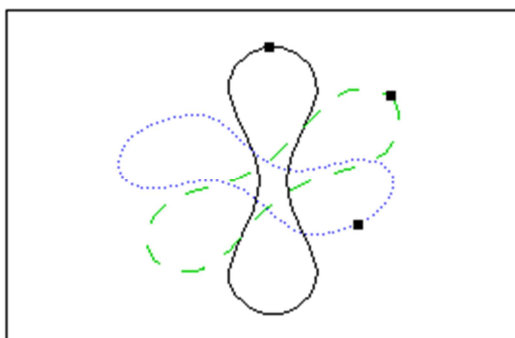
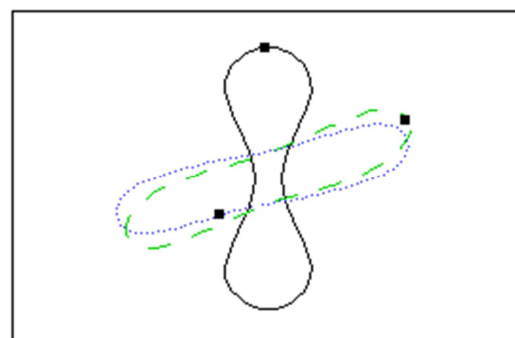
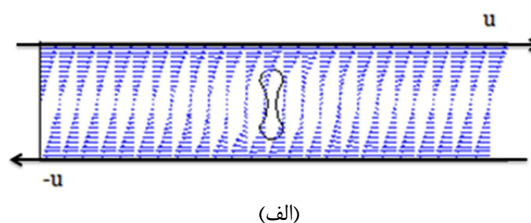
ضریب خمشی $2 \times 10^{-19} \text{ N.m}$ است. در شکل ۵۴، طول و عرض گلبول در مطالعه حاضر با نتایج عددی سکامب و همکاران [۵۲] مقایسه شده است که از تطابق نسبتاً خوبی برخوردار است.



شکل ۴- حرکت گلبول در جریان پوازیه، (الف) موقعیت اولیه، (ب) نتایج عددی سکامب و همکاران [۵۲]، (ج) نتایج مطالعه حاضر: a, b و c به ترتیب زمان‌های ۵۰، ۱۰۰ میلی ثانیه، (د) مقایسه تغییرات طول و عرض گلبول با زمان در مطالعه حاضر با نتایج سکامب و همکاران [۵۲].

با توجه به این که گلبول در مرکز کانال قرار دارد و جریان متقارن محوری است بین نیروهای برای عمل کننده از بالا و پایین روی گلبول، تعادل برقرار است و در نتیجه گلبول در جهت قائم جابجایی ندارد. اختلاف فشار ایجاد شده در پشت و جلوی گلبول باعث حرکت آن در جهت طولی میکروکانال می‌گردد. فشار بیشتر در قسمت پشت نسبت به جلوی گلبول باعث می‌شود که قسمت پشت آن فشرده شود، در حالی که قسمت جلوی آن کشیده‌تر می‌شود. شایان ذکر است که سکامب و همکاران [۵۲] از روش المان محدود استفاده نموده‌اند و

tank-treading رخ می‌دهد. در این حرکت، شکل و جهت سلول، پس از مدت زمانی، ثابت می‌ماند ولی غشاء و سیال درون آن، حرکتی پیوسته حول مرکز جرم خود انجام می‌دهد. حرکت چرخشی حول خود، برای گلبول‌های قرمز درون جریان برشی [۴۵ و ۴۶] و جریان درون لوله‌های باریک [۴۷] مشاهده شده است. در شکل ۳، به دلیل اعمال نیروی برشی کمتر از طرف سیال به گلبول، حرکت tumbling اتفاق می‌افتد. در این حرکت، گلبول قرمز تغییر شکل کمتری می‌دهد. در شکل ۳، تنش برشی برابر 0.32 Pa و در شکل ۳، برابر با 0.16 Pa است. نتایج حاصل توافق کیفی خوبی با نتایج دیگران دارد [۴۸-۵۱].



شکل ۳- تغییر شکل گلبول قرمز در جریان برشی خطی (الف) حالت اولیه (ب) لزجت پلاسمای بالا، حرکت tank-treading (ج) لزجت پلاسمای پایین، حرکت tumbling (به ترتیب زمانی: خط توپر، خط چین، نقطه چین)

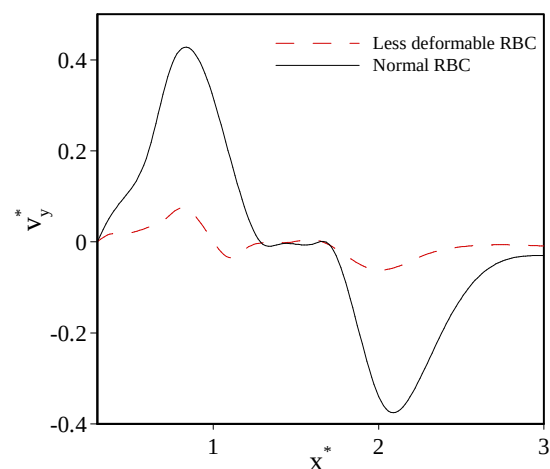
۳-۲- تغییر شکل گلبول قرمز به شکل دایره در جریان پوازیه

گلبول، در مرکز یک میکروکانال به ارتفاع $H=8 \text{ μm}$ قرار دارد. نرخ جریان طوری تنظیم شده که سرعت غشاء $1/25 \text{ mm/s}$ شود. ویسکوزیته جریان $6 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ، ضریب کششی $6 \times 10^{-6} \text{ N/m}$ و

علت اختلاف بین نتایج کار حاضر و نتایج [۵۲] بالاتر بودن دقت روش المان محدود نسبت به روش شبکه بولتزمن-مرز غوطه‌ور می‌باشد.

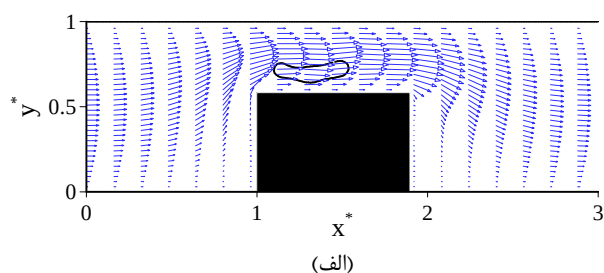
۳-۳- حرکت گلبول قرمز روی یک مانع پله‌ای

در این بخش، اثرات ضریب کششی بر رفتار یک گلبول در عبور از روی یک مانع پله‌ای در یک میکروکانال مورد بررسی قرار می‌گیرد. طول میکروکانال برابر $L=60 \mu\text{m}$ و ارتفاع آن برابر $H=20 \mu\text{m}$ و ارتفاع مانع $h=11/5 \mu\text{m}$ است. در شکل ۵ الف گلبول انعطاف‌پذیر (طبیعی) با ضرایب کششی و خمشی به ترتیب برابر با $6 \times 10^{-6} \text{N/m}$ و $2 \times 10^{-14} \text{N.m}$ و در شکل ۵ ب، گلبول با تغییر شکل پذیری کم و ضرایب کششی و خمشی به ترتیب برابر با $4 \times 10^{-6} \text{N/m}$ و $4 \times 10^{-14} \text{N.m}$ مشاهده می‌شود [۴۴]. تعداد گره‌های لاگرانژی ۱۰۰ نقطه در نظر گرفته شده است که از بررسی استقلال از شبکه به دست آمده است. در حالت اول، به دلیل مدول الاستیسیته پایین، گلبول اندرکنش بیشتری با سیال اطراف دارد. در واقع نیروی برشی بیشتری نسبت به حالت دوم به گلبول وارد می‌شود. وقتی که گلبول به تنگی می‌رسد به دلیل افزایش سرعت در این ناحیه، بیشترین تغییر شکل را دارد. در این حالت، حرکت tank-treading مشاهده می‌شود. در حالت دوم، به دلیل مدول الاستیسیته بالا، گلبول اندرکنش کمتری با سیال اطراف دارد و در نتیجه نیروی برشی کمتری به گلبول وارد می‌شود. به دلیل تغییر شکل‌پذیری پایین، گلبول برای عبور از مانع، با حرکت tumbling مواجه می‌شود. در داخل تنگی، سرعت بیشینه بوده و در نتیجه فشار جریان پایین خواهد بود. از طرفی، قبل از تنگی سرعت کمتر و فشار جریان بیشتر است. این اختلاف فشار باعث به وجود آمدن نیروی برآ شده و عامل اصلی اوج گرفتن گلبول در هر دو حالت است.

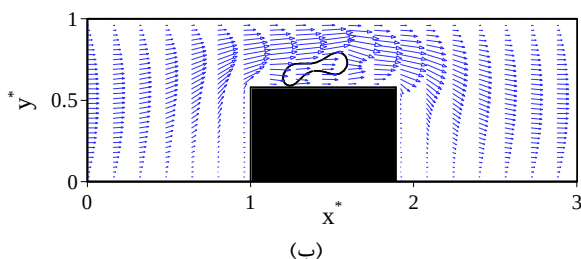


شکل ۶- تغییرات مؤلفه قائم سرعت مرکز گلبول قرمز

در بالای مانع، سرعت گلبول تقریباً ثابت است. در خروج از تنگی، به دلیل این که گلبول از ناحیه پرسرعت میکروکانال خارج می‌شود از سرعت آن کاسته خواهد شد. در واقع در روش مرز غوطه‌ور اصل بر این است که غشای ارتجاعی با سرعت محلی سیال، حرکت می‌کند. بزرگی سرعت برای گلبول طبیعی به دلیل اندرکنش بیشتر با سیال پیرامون خود، بیشتر است [۵۴ و ۵۳]. در شکل ۷ بردارهای سرعت جریان سیال مشاهده می‌شود. حضور مرز غوطه‌ور (گلبول) و دیواره مانع پله‌ای باعث می‌شود که سرعت سیال حالت نوسانی پیدا کرده و مؤلفه قائم سرعت پدیدار شود.

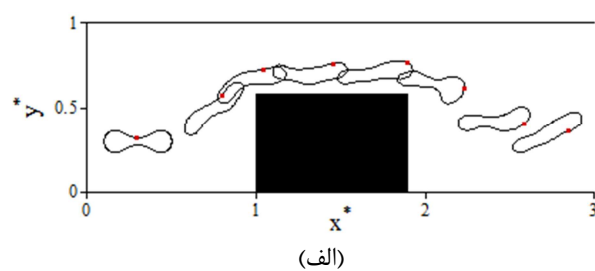


(الف)

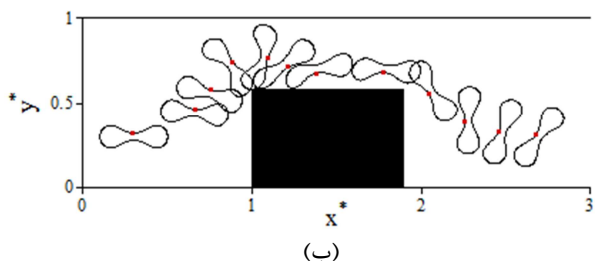


(ب)

شکل ۷- بردارهای سرعت برای (الف) گلبول طبیعی و (ب) گلبول با تغییر شکل‌پذیری پایین



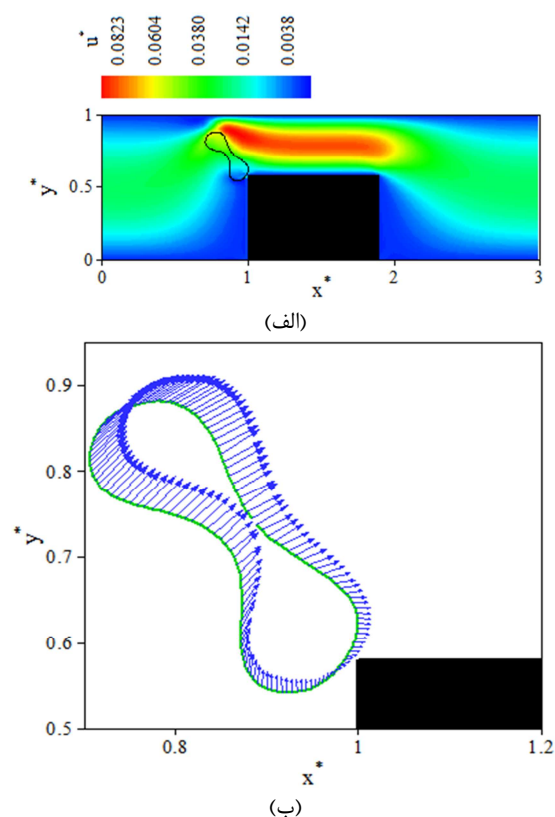
(الف)



(ب)

شکل ۸- حرکت گلبول روی یک مانع پله‌ای؛ (الف) گلبول با انعطاف‌پذیری بیشتر (گلبول طبیعی)، (ب) گلبول با تغییر شکل‌پذیری پایین

در شکل ۶، مؤلفه قائم سرعت مرکز گلبول در دو حالت گلبول طبیعی و گلبول با تغییر شکل‌پذیری پایین مقایسه شده است. در هر

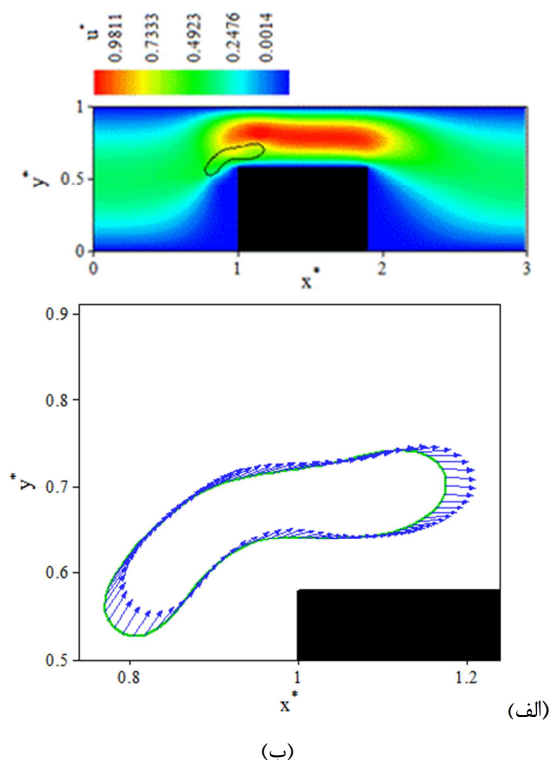


شکل ۹- موقعیت گلبول با تغییر شکل پذیری کم، در آستانه ورود به تنگی (الف) کانطور بی بعد شده مولفه افقی سرعت جریان؛ (ب) بردارهای سرعت نقاط لاگرانژی گلبول

در شکل ۱۰ ضریب پسای ناشی از نیروی پسای وارد بر گلبول در دو حالت گلبول طبیعی و گلبول با تغییر شکل پذیری پایین مشاهده می‌شود. در آستانه‌ی ورود و در طول تنگی، نیروی پسای بیشتری (از نظر اندازه) به گلبول با تغییر شکل پذیری پایین وارد می‌شود که این خود موجب کند شدن حرکت این گلبول شده و در مدت زمان بیشتری به انتهای میکروکانال می‌رسد. در حالت کلی می‌توان گفت که هرچه از انعطاف پذیری غشای گلبول کاسته شود، گلبول تغییر شکل کمتری داده و از سرعتش بیشتر کاسته شده و نیروی پسای (نیروی مقاوم در مقابل حرکت گلبول) بیشتری از طرف سیال بر آن وارد می‌شود. در واقع وقتی که سیال به گلبول سفت‌تری برخورد می‌کند در مقایسه با گلبول طبیعی، سرعتش کمتر خواهد شد و با توجه به این واقعیت که گلبول با سرعت محلی جریان حرکت می‌کند از سرعت گلبول نیز کاسته خواهد شد. در نتیجه موجب افزایش نیروی مقاوم در مقابل حرکت گلبول سفت‌تر می‌شود.

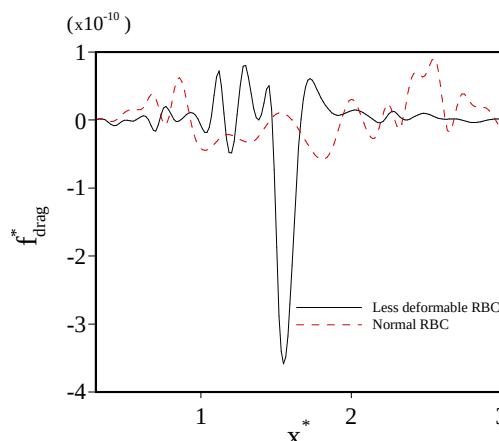
در شکل‌های ۸ و ۹ گلبول طبیعی و گلبول با تغییر شکل پذیری پایین در آستانه ورود به تنگی مشاهده می‌شود. با توجه به شکل ۸، گلبول قرمز طبیعی به دلیل انعطاف پذیری بالا و اندرکنش بیشتر با سیال اطراف، خود را با مسیر جریان منطبق کرده و به راحتی از روی مانع عبور می‌کند. در شکل ۹، مشاهده می‌شود که قسمت بالایی گلبول در ناحیه سرعت بالا و قسمت پایینی آن در ناحیه سرعت پایین جریان قرار گرفته‌اند. این اختلاف سرعت در نقاط لاگرانژی گلبول از نظر اندازه و جهت (شکل ۹ب) به دلیل سختی بالای گلبول است که نمی‌تواند خود را با مسیر جریان منطبق کند و منجر به حرکت tumbling می‌شود.

در حالت کلی، نتایج تحقیق حاضر (همه موارد نشان داده نشده است) حاکی از آن است که به ازای مدول کششی بالاتر از $1 \times 10^{-6} \text{ N/m}$ و مدول خمشی بالاتر از $1 \times 10^{-6} \text{ N.m}$ غشاء بدون تغییر شکل و در واقع صلب خواهد بود.



شکل ۸- موقعیت گلبول طبیعی در آستانه ورود به تنگی (الف) کانطور بی بعد شده مولفه افقی سرعت جریان؛ (ب) بردارهای سرعت نقاط لاگرانژی گلبول

- [5] Popel A.S., Johnson P.C., Microcirculation and hemorheology, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 43-69, 2005.
- [6] Du Q., Liu C., Wang X., Simulating the deformation of vesicle membranes under elastic bending energy in three dimensions, *J. Comput. Phys.*, Vol. 212, No. 2, pp. 757-777, 2006.
- [7] Biben T., Misbah C., Tumbling of vesicles under shear flow within an advected-field approach, *Phys. Rev. E*, Vol. 67, 031908, 2003.
- [8] Maitre E., Misbah C., Peyla P., Raoult, A., Comparison between advected-field and level-set methods in the study of vesicle dynamics, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 241, No. 13, pp. 1146-1157, 2012.
- [9] Faivre M., Abkarian M., Bickraj K., and Stone A., Geometrical focusing of cells in a microfluidic device: An approach to separate blood plasma, *Biorheology*, Vol. 43, pp. 147-159, 2006.
- [10] Kang M., Ji H.S., and Kim K.C., In-vivo investigation of RBC's flow characteristics and hemodynamics feature through a microchannel with a micro-stenosis, *International Journal of Biology and Biomedical Engineering*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-8, 2008.
- [11] Fujiwara H., Ishikawa T., Lima R., Matsuki, N., Imai Y., Kaji H., Nishizawa M., Yamaguchi T., Red blood cell motions in high-hematocrit blood flowing through a stenosed microchannel, *Journal of Biomechanics*, Vol. 42, No. 7, pp. 838-843, 2009.
- [12] Eggleton C.D., Popel A.S., Large deformation of red blood cell ghosts in a simple shear flow, *Phys. Fluids*, Vol. 10, pp. 1834-1845, 1998.
- [13] Pozrikidis C., Finite deformation of liquid capsules enclosed by elastic membranes in simple shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 297, pp. 123-152, 1995.
- [14] Zhao H., Isfahani A.H.G., Olson L.N., and Freund J. B., A spectral boundary integral method for flowing blood cells, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 3726-3744, 2010.
- [15] Sun C., Migliorini C., Munn L.L., Red blood cells initiate leukocyte rolling in postcapillary expansions: a lattice Boltzmann analysis, *J. Biophys.*, Vol. 85, pp. 208-222, 2003.
- [16] Sun C., Munn L.L., "Particulate nature of blood determines macroscopic rheology, A 2-D lattice Boltzmann analysis, *J. Biophys.*, Vol. 88, pp. 1635-1645, 2005.
- [17] Bagchi, P., Mesoscale simulation of blood flow in small vessels, *J. Biophys.*, Vol. 92, pp. 858-877, 2007.
- [18] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M.H., Succì S., Immersed boundary-thermal lattice Boltzmann methods for non-Newtonian flows over a heated cylinder: a comparative study, *Communications in Computational Physics*, Vol. 18, No. 02, pp. 489-515, 2015.
- [19] Delouei A. A., Nazari M., Kayhani M.H., Ahmadi G., A non-Newtonian direct numerical study for stationary and moving objects with various shapes: an immersed boundary-Lattice Boltzmann approach, *Journal of Aerosol Science* Vol. 93, pp. 45-62, 2016.
- [20] Shahmardan M. M., Sedaghat M. H., Norouzi M., Nazari M., Immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulation of muco-ciliary transport: effect of mucus depth at various amounts of cilia beat frequency, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 100, No. 1, IOP Publishing, 2015.
- [21] Sedaghat M.H., Shahmardan M.M., Norouzi M., Nazari M., Jayathilake P.G. "On the effect of mucus rheology on the muco-ciliary transport, *Mathematical biosciences*, vol. 272, pp. 44-53, 2016.
- [22] Delouei, A.A., Nazari M., Kayhani M.H., Kang S.K., Succid S., Non-Newtonian particulate flow simulation: A direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann approach, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 447, pp. 1-20, 2016.
- [23] Zhang J., Johnson P.C., Popel A.S., An immersed boundary lattice Boltzmann approach to simulate deformable liquid capsules and its application to microscopic blood flows, *Phys. Biol.*, Vol. 4, pp. 285-295, 2007.



شکل ۱۰- ضریب پسای وارد بر گلبول قرمز طبیعی و گلبول قرمز با تغییر شکل پذیری پایین

۴- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر از ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور برای شبیه سازی حرکت و تغییر شکل یک مرز ارتجاعی غوطه‌ور (گلبول قرمز خون) در جریان لزج غیرقابل تراکم استفاده شده است. اثرات تغییر ویسکوزیته پلاسما بر حرکت و تغییر شکل گلبول قرمز (به شکل مقعرالطرفین) بررسی شد. مشاهده شد که هرچه لزجت پلاسما بیشتر (یا کمتر) باشد حرکت tank-treading (یا tumbling) اتفاق می‌افتد. در ادامه حرکت گلبول قرمز دایروی در جریان پوازیه مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به این که گلبول در مرکز کانال قرار دارد و جریان متقارن محوری است بین نیروهای برای عمل کننده از بالا و پایین روی گلبول، تعادل برقرار است. در نتیجه گلبول در جهت قائم جابجایی ندارد. اختلاف فشار ایجاد شده در پشت و جلوی گلبول باعث حرکت آن در جهت طولی میکروکانال می‌گردد. با عبور دادن گلبول از روی یک مانع پله‌ای در دو حالت گلبول طبیعی و گلبول با تغییر شکل‌پذیری پایین مشاهده شد که گلبول طبیعی سرعت و تغییر شکل بیشتری دارد و به دلیل ضرایب کششی و خمشی پایین‌تر، حرکت tank-treading دارد در حالی که برای گلبول با تغییر شکل‌پذیری پایین حرکت tumbling اتفاق می‌افتد. در واقع، متناسب با تغییر در لزجت پلاسما و ضرایب کششی و خمشی گلبول قرمز حرکت tank-treading یا tumbling مشاهده می‌شود ولی وابستگی این دو نوع حرکت به خواص مکانیکی گلبول بیشتر است. نتایج حاصل از مطالعه حاضر با نتایج عددی موجود مقایسه گردید که توافقی نسبتاً خوبی بین نتایج مشاهده شد.

۴- مراجع

- [1] Fung Y.C., *Biomechanics: mechanical properties of living tissues*, Springer-Verlag, New York, 1981.
- [2] Fung Y.C., *Biomechanics: mechanical properties of living tissues*, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [3] Hochmuth R.M., Properties of red blood cells, In *Handbook of Bioengineering*, eds. R. Skalak & S. Chien., McGraw Hill Book Company, New York 1987.
- [4] Pries A.R., Secomb T.W., Gaetgens P., *Biophysical aspects of blood flow in the microvasculature*, Vol. 32, pp. 654-667, 1996.

- [46] Fischer T., Stohr-Lissen M., Schmid-Schonbein H., The red cell as a fluid droplet: tank tread-like motion of the human erythrocyte membrane in shear flow, *Science* 202, No. 4370, pp. 894-896, 1978.
- [47] Gaeltgens P., Schmid-Schönbein H., Mechanisms of dynamic flow adaptation of mammalian erythrocytes, *Naturwissenschaften*, Vol. 69, No. 6, pp. 294-296, 1982.
- [48] Hosseini S.M., Feng J.J., A particle-based model for the transport of erythrocytes in capillaries, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 64, pp. 4488-4497, 2009.
- [49] Pozrikidis C., Numerical simulation of the flow-induced deformation of red blood cells, *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 37, pp. 1194-1205, 2003.
- [50] Tsubota K., Wada S., Elastic force of red blood cell membrane during tank-treading motion, Consideration of the membrane's natural state, *Phys. Rev. E*, Vol. 81, 011910, 2010.
- [51] Pozrikidis C., *Computational Hydrodynamics of Capsules and Biological Cells*, CRC press, 2010.
- [52] Secomb T.W., Styp-Rekowska B., Pries A.R., Two-dimensional simulation of red blood cell deformation and lateral migration in microvessels. *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 35, pp. 755-765, 2007.
- [53] Xiong W., Zhang J., Shear stress variation induced by red blood cell motion in microvessel, *Annals of biomedical engineering*, Vol. 38, No. 8, pp. 2649-2659, 2010.
- [54] Ma G., Hua J., Li H., Numerical modeling of the behavior of an elastic capsule in a microchannel flow, The initial motion, *Physical Review E*, Vol. 79, No.4, pp. 046710-046717, 2009.
- [24] Zhang J., Johnson P.C., Popel A. S., Red blood cell aggregation and dissociation in shear flows simulated by lattice Boltzmann method, *J. Biomech.*, Vol. 41, pp. 47-55, 2008.
- [25] Zhang J., Johnson P.C., Popel A.S., Effects of erythrocyte deformability and aggregation on the cell free layer and apparent viscosity of microscopic blood flows, *Microvasc. Res.*, Vol. 77, pp. 265-272, 2009.
- [26] Wang T., Xing Z., Characterization of blood flow in capillaries by numerical simulation, *Journal of Modern Physics*, pp. 335-349, 2010.
- [27] Xiong W., Zhang J., Shear stress variation induced by red blood cell motion in microvessel, *Ann. Biomed. Eng.*, Vol. 38, pp. 2649-2659, 2010.
- [28] Navidbakhsh M., Rezazadeh M., An immersed boundary-lattice Boltzmann model for simulation of malaria-infected red blood cell in micro-channel, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 5, pp. 1329-1336, 2012.
- [29] Dadvand A., Baghalnezhad M., Mirzaee I., Khoo B.C., Ghoreishi S., An immersed boundary-lattice Boltzmann approach to study the dynamics of elastic membranes in viscous shear flows, *Journal of Computational Science*, Vol. 5, No. 5, pp. 709-718, 2014.
- [30] Alizadeh A., Dadvand A., Simulation of the dynamics of an elastic membrane in a grooved channel using a combined lattice Boltzmann-immersed boundary method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 88-98, 2015.
- [31] Peskin C.S., Flow patterns around heart valves, a digital computer method for solving the equations of motion, PhD Thesis, Physiology, Albert Einstein College of Medicine, Univ. Microfilms, Vol. 378, pp. 72-80, 1972.
- [32] Kim J., Kim D., Choi H., An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries, *J. Comput. Phys.*, Vol. 171, No. 1, pp. 132-150, 2001.
- [33] Taira K., Colonius T., The immersed boundary method, a projection approach, *J. Comput. Phys.*, Vol. 225, pp. 2118-2137, 2007.
- [34] Pinelli A., Naqavi I.Z., Piomelli U., Favier J., Immersed-boundary methods for general finite-difference and finite-volume Navier-Stokes solvers, *J. Comput. Phys.*, Vol. 229, No. 24, pp. 9073-9091, 2010.
- [35] Wu J., Shu C., An improved immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating three-dimensional incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 5022-5042, 2010.
- [36] Mohamad A.A., *Lattice Boltzmann Method, Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, New York, Springer, 2011.
- [37] Fung Y.C., *Biomechanics, Mechanical Properties of Living Tissues*, 2nd Ed. Springer, New York, 1993.
- [38] Evans E.A., Fung Y.C., Improved measurements of the erythrocyte geometry, *Microvascular Research*, Vol. 4, No. 4, pp. 335-347, 1972.
- [39] Hochmuth R.M., Waugh R.E., Erythrocyte membrane elasticity and viscosity, *Annual Review of Psychology*, Vol. 49, pp. 209-219, 1987.
- [40] Evans E.A., Bending elastic modulus of red blood cell membrane derived from buckling in micropipette aspiration tests, *Biophys. J.*, Vol. 43, No. 1, pp. 27-30, 1983.
- [41] Zhu L., He G., Wang S., Miller L., Zhang X., You Q., Fang S., An immersed boundary method based on the lattice Boltzmann approach in three dimensions with application, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 61, No. 12, pp. 3506-3518, 2011.
- [42] Peskin C.S., The immersed boundary method, *Acta Numerica*, pp. 479-517, 2002.
- [43] Zhang J., Effect of suspending viscosity on red blood cell dynamics and blood flows in microvessels, *Microcirculation*, Vol.18, No.7, pp. 562-573, 2011.
- [44] Fedosov D.A., Quantifying the biophysical characteristics of Plasmodium-falciparum-parasitized red blood cells in microcirculation, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 108, No. 1, pp. 35-39, 2011.
- [45] Fischer T., Schmid-Schonbein H., Tank treading motion of red blood cell membranes in viscometric flow, Behavior of intracellular and extracellular markers, *Blood Cells*. Vol. 3, pp. 351-365, 1977.