

بررسی تأثیر توزیع ماده و شرایط مرزی گرمایی مختلف بر میدان تنش دیسک دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند

احمد یآوری
محمدحسین ابوالبشری*
دانشجوی دکترا، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
استاد، گروه مکانیک، مرکز پژوهشی مهندسی تولید ناب، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده

هدف این مطالعه بررسی تأثیر توزیع ماده و شرایط مرزی گرمایی مختلف بر میدان تنش دیسک دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند است. برای این منظور سه مسئله با چهار تابع توزیع خواص ماده و سه شرط مرزی گرمایی، به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته است. توزیع مدول یانگ، چگالی و ضریب انبساط حرارتی به صورت تابعی از شعاع و ضریب پواسون به دلیل داشتن مقداری برابر در دو ماده‌ی در نظر گرفته شده، به صورت یکنواخت بیان می‌شود. ابتدا با فرض رفتار الاستیک-پلاستیک کامل برای ماده، میزان پلاستیک شدگی دیسک با توزیع خواص ماده‌ی خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی در سه شرط مرزی گرمایی مختلف مورد بررسی قرار گرفته، توزیع مناسب‌تر برای مینیمم کردن ناحیه‌ی پلاستیک شدگی مشخص می‌شود. در ادامه با فرض ثابت بودن سرعت دورانی، شرایط مرزی گرمایی و شعاع داخلی و خارجی دیسک، با استفاده از معیار تنش فن میزز و روش تاگوچی، توزیع خواص ماده‌ی مناسب برای کمینه کردن تنش فن میزز بیشینه، در هر کدام از شرایط مرزی گرمایی معرفی می‌شود. در پایان با بهره‌گیری از روش تاگوچی حساسیت تنش فن میزز نسبت به سرعت دورانی، شرایط مرزی گرمایی و نوع خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی بررسی می‌شود. دیده می‌شود که بیشینه‌ی تنش فن میزز به فاکتور توزیع دما نسبت به فاکتورهای توزیع ماده و سرعت دورانی، حساسیت بیشتری از خود نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: مواد هدفمند، دیسک دوار، ترموالاستیک، تنش، کرنش.

Investigation of Different Material Distributions and Thermal Boundary Conditions on Stress Field of FGM Rotating Hollow Disk

A. Yavari PhD Student, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
M.H. Abolbashari Professor, Department of Mechanical Engineering, Lean Production Engineering Research Center, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract

This study aims at investigation the effects of material distribution and thermal boundary condition on stress field of FGM rotating hollow disk. For this purpose, three different problems with four distribution functions for material properties and three different thermal boundary conditions have been applied. Young's modulus, density, and coefficient of thermal expansion distributions are defined as functions of the radius, and Poisson's ratio is assumed uniformly because it has equal value in two considered materials. The first, with assumption of elastic perfectly plastic behavior for material, disk plastic area rate with linear, power, exponential, and logarithmic material property distributions at three different temperature boundary conditions is studied and the best distribution for minimizing plastic area is detected. In the following with the assumption of constant rotational speed, thermal boundary conditions and external and internal radius of the disc, by utilizing criterion Von-Mises stress and the Taguchi method, the distribution of material properties for minimizing the maximum Von-Mises stress in each of the thermal boundary conditions is introduced. Finally, the sensitivity of Von Mises stress subject to the rotational speed, thermal boundary conditions, and material properties of the inner and outer radii is investigated by utilizing the Taguchi method. It's concluded that the sensitivity of maximum Von-Mises stress to temperature distribution is more than to material distribution and rotating speed.

Keywords: FGM, Rotating Disk, Thermo Elastic, Stress, Strain.

۱- مقدمه

مطالعات اخیر بر روی مواد هدفمند نشان می‌دهد که این مواد قابلیت مقاومت در دماهای بسیار بالا و تحمل تغییرات دمای زیاد بین دو سطح خود را دارا می‌باشند. مطالعه در مورد این گونه مواد در سال ۱۹۸۴ به وسیله دانشمندان سنندای ژاپن آغاز گردید. این تحقیقات به منظور مهیا کردن موادی صورت گرفت که در سازه‌های فضایی، بدنه هواپیماها یا جت‌ها و همچنین در رآکتورهای گداخت هسته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. مواد هدفمند ترکیبی از مواد مختلفی مانند مواد سرامیکی و یا فلزات می‌باشند که از لحاظ میکروسکوپی خواص مواد هموزن و یا همگن را ندارند. معمولاً از سرامیک در سطحی استفاده می‌شود که باید در برابر تأثیرات شدید محیطی مثل دمای زیاد، خوردگی و فرسایش از خود مقاومت نشان دهد و در سطح دیگر یک فلز به کار می‌رود تا استحکام و انتقال گرمای مطلوب را تضمین کند [۲]. تغییرات پیوسته در خواص میکروسکوپی این مواد عاملی است که باعث تفاوت آن‌ها با مواد دیگر کامپوزیتی می‌شود. معمولاً تغییرات مربوط به پارامترهای ماده به صورت تابعی توانی یا نمایی در جهت ضخامت و یا شعاع دیسک در نظر گرفته می‌شود.

دیسک‌های دوار یکی از مهم‌ترین اجزای سازه‌ای در توربوماشین‌ها و سیستم‌های دارای فلاپویل در انواع خودروها می‌باشند. در تحقیقات مختلف برای تحلیل دیسک دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند از فرض‌های تنش یا کرنش صفحه‌ای استفاده شده است. از جمله کاربردهای مواد هدفمند استفاده آن‌ها در پوسته‌های استوانه‌ای است که حسینی هاشمی و همکارش [۳] ارتعاشات آزاد این پوسته‌ها را با روش مربعات دیفرانسیلی تحلیل کرده‌اند. شریعتی و همکارش [۴] با استفاده از تعبیر فیزیکی ضرایب لاگرانژ در روش گالرکین بدون المان، ضریب شدت تنش در صفحات مستطیل شکل ساخته شده از مواد FG ایزوتروپیک را با ترک‌های لبه‌ای و مرکزی مورد بررسی قرار داده‌اند. همچنین لیزا و همکارش [۵] و جین و همکارانش [۶ و ۷] توزیع تنش در دیسک دوار را بر اساس تغییرات ضرایب الاستیسیته در جهت شعاعی بهینه کرده‌اند. ژو و همکارش [۸] یک روش تحلیلی برای دیسک دوار ارائه کرده‌اند. آن‌ها ضرایب الاستیسیته را تابعی از مختصات محیطی در نظر گرفته‌اند. رامو و همکارانش [۹] تأثیر تنش طولی روی تنش‌های درون صفحه‌ای را مطالعه و میدان تنش‌های الاستیسیته‌ی شبه سه‌بعدی را ارائه کرده‌اند. چن و همکارش [۱۰] مسئله پیوسته استوانه‌ای دوار را با در نظر گرفتن نیروی گریز از مرکز و تأثیر شتاب کریولیس حل نموده‌اند. مین و همکارش [۱۱] تغییر شکل‌های یک دیسک ساخته شده از مواد هدفمند متقارن را بررسی کرده‌اند. در مقاله آن‌ها، از نیروی کالبدی صرف‌نظر شده

و پارامترهای الاستیسیته در جهت ضخامت متغیر در نظر گرفته شده است. دینگ و همکارانش [۱۲] یک روش تحلیلی برای دیسک دوار ساخته شده از مواد هدفمند ارائه داده‌اند. در تحقیق آن‌ها پارامترهای مربوط به مواد در جهت ضخامت تغییر می‌کند. در نهایت بهینه‌سازی بر اساس توزیع تنش‌های شعاعی و محیطی انجام پذیرفته است. حسینی کردخیلی و همکارش [۱۳] با روشی شبه تحلیلی، تنش‌های ترموالاستیک دیسک‌های دوار کامپوزیتی را بررسی نموده‌اند. زنکور [۱۴] توزیع تنش‌ها در دیسک‌های کامپوزیتی ساخته شده از مواد هدفمند را به روش تحلیلی به دست آورده است. بیات و همکارانش [۱۵] تنش‌های ترموالاستیک دیسک‌های دوار هدفمند را مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها از نظریه تغییر شکل مرتبه اول برشی استفاده کرده‌اند. شهزمانیان و همکارانش [۱۶] مسئله‌ی تماس ترموالاستیک دیسک ترمز دوار ساخته شده از مواد هدفمند با منبع گرمایی از نوع اصطکاک تماسی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. بیات و همکارانش [۱۷] یک دیسک دوار ساخته شده از مواد هدفمند با خمش متقارن و بار گرمایی پایا را مورد مطالعه قرار داده‌اند. سینگ و همکارش [۱۸] رفتار خزشی دیسک دوار ساخته شده از مواد هدفمند ایزوتروپیک را مورد مطالعه قرار داده‌اند. دیسک مورد مطالعه آنان از ذرات سیلیکن کاربید که در یک هسته‌ی آلومینیوم‌دار توزیع شده، ساخته شده است. زمانی نژاد و همکارش [۱۹] به بررسی تنش‌های مخزن تحت فشار، با دیواره‌های نازک که از مواد هدفمند با تغییرات خواص در راستای شعاعی ساخته شده پرداخته‌اند. چالی اوغلو [۲۰] یک حل ترموالاستیک تحلیلی برای یک دیسک که از مواد هدفمند ساخته شده ارائه داده‌اند.

در کارهای مشابه، میدان تنش با در نظر گرفتن یک نوع تابع توزیع خواص ماده بررسی و همچنین برای خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی یک حالت تعریف شده است. در این مطالعه، با توجه به تقارن مسئله، چهار تابع خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی برای توزیع خواص دیسک در راستای شعاع در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده است که برای هر توزیع، خواص ماده بین چهار نوع کسر حجمی متفاوت در شعاع داخلی و خارجی قابل تغییر باشد. این مسئله به صورت دو بعدی با فرض حالت تنش صفحه‌ای با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پای‌تون در محیط نرم‌افزار MATLAB و نرم‌افزار ABAQUS حل شده است. برای بررسی جامع‌تر تأثیر توزیع ماده و شرایط مرزی گرمایی مختلف بر میدان تنش دیسک دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند، تنش فن میزز (موثر) در سه مسئله‌ی متفاوت به صورت عددی محاسبه و بررسی می‌شود. ابتدا میزان پلاستیک شدگی دیسک تحت نیروی گریز از مرکز برای چهار تابع توزیع خواص ماده در سه شرط مرزی گرمایی مورد مطالعه قرار گرفته،

۲-۲- نحوه‌ی مدل سازی مسئله

جهت معرفی خواص مواد هدفمند در نرم‌افزار ABAQUS از لایه بندی آن در راستای تغییرات خواص ماده، استفاده شده است. بدیهی است که هر چه تقسیم‌بندی‌ها بیشتر شود توزیع خواص ماده به شکل پیوسته نزدیک‌تر خواهد شد. برای اعمال خواص ماده، ابتدا دیسک مورد مطالعه (که دارای شعاع داخلی ۱٫۵ و شعاع خارجی ۱۵ سانتی‌متر است) به ۲۰، ۴۰، ۹۰ و ۱۳۵ لایه تقسیم می‌شود. در بررسی‌های به عمل آمده مشخص شد با در نظر گرفتن ۹۰ لایه برای حل مسئله، نتایج از همگرایی کافی برخوردار خواهند شد. با این همه برای اطمینان بیشتر تعداد لایه‌ها با در نظر گرفتن زمان بهینه‌ی حل، ۱۳۵ لایه در نظر گرفته می‌شود.

در این روش خواص ماده در هر لایه همگن فرض شده است بنابراین بعد از تقسیم‌بندی باید خواص مواد با توجه به تابع توزیع خواص ماده برای هر لایه محاسبه و در کد پای‌تون تعریف شود. این کار توسط کدهای متلب انجام و اعمال می‌شود. در واقع نرم‌افزار متلب رابط بین کد پای‌تون و نرم‌افزار ABAQUS است. برای روش ارائه شده در نرم‌افزار ABAQUS دو گام^۱ در نظر گرفته شده، مسئله به صورت کوپل شده، حل می‌شود. وقتی ماده‌ای در گرادیان میدان حرارتی قرار می‌گیرد به خاطر تولید کرنش‌های ناسازگار، تنش تولید یا آزاد می‌شود. این کرنش‌ها، کرنش‌های غیر الاستیک یا کرنش‌های انبساط آزاد هستند که در داخل جسم به دلایل مختلف مانند تغییر فاز، رسوب، تغییرات دما و موارد دیگر ایجاد می‌شود. در این مطالعه به خاطر انبساط حرارتی دیسک، کرنش ویژه^۲ ایجاد می‌شود. با توجه به این که ماده‌ی دیسک ایزوتروپیک است کرنش‌های حرارتی (ϵ^*) ایجاد شده به صورت معادله‌ی (۱) بیان می‌شوند [۲].

$$\epsilon^* = \alpha(r)T(r) \quad (1)$$

در معادله‌ی (۱)، $T(r)$ دما در هر r است. کرنش کل، مجموع کرنش الاستیک و کرنش ویژه است. بنابراین مجموع کرنش به صورت (۲) به دست می‌آید [۲].

$$\epsilon_r = e_r + \epsilon^* \quad (2)$$

$$\epsilon_\theta = e_\theta + \epsilon^*$$

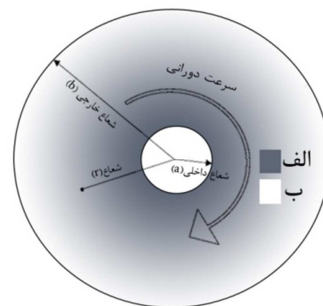
در معادله‌ی (۲)، ϵ_r و ϵ_θ به ترتیب نشان دهنده‌ی کرنش کل شعاعی و محیطی است. همچنین e_r و e_θ کرنش الاستیک حاصل بارگذاری مکانیکی در راستای شعاعی و محیطی را نشان می‌دهد.

بر اساس آن توزیع ایمن‌تر مشخص می‌شود. در ادامه با فرض ثابت بودن سرعت دورانی، شرایط مرزی گرمایی و شعاع داخلی و خارجی دیسک، تأثیر ترکیب چهار تابع توزیع خواص ماده در راستای شعاع دیسک و چهار حالت مختلف خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی بر تنش فن میزب بیشینه بررسی و حالت بهینه با استفاده از روش تاگوچی معرفی می‌شود. در پایان، حساسیت بیشینه‌ی تنش فن میزب بر سرعت دورانی، دما و نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی با در نظر گرفتن توزیع لگاریتمی برای خواص ماده تحقیق می‌شود. برای این منظور نیز از روش تاگوچی بهره برده شده است.

۲- مبانی و روش‌ها

۲-۱- مدل هندسی مسئله

همان طور که در شکل (۱) دیده می‌شود یک دیسک دوار با سوراخ میانی که از مواد هدفمند ساخته شده است مورد بررسی قرار می‌گیرد. مبدأ دستگاه مختصات قطبی در مرکز دیسک فرض شده است. دیسک مورد نظر شامل دو فاز مختلف از ماده‌های (الف) و (ب) است که به ترتیب با رنگ تیره‌تر و سفید در شکل (۱) مشخص شده است. توزیع‌های ماده‌ی مورد نظر در راستای شعاع به صورت پیوسته در نظر گرفته شده، به نحوی که مسئله را یک مسئله‌ی متقارن محوری می‌سازد. شعاع داخلی و خارجی دیسک به ترتیب مقادیر a و b در نظر گرفته شده است. سرعت زاویه‌ای (ω) و همه‌ی خواص دیسک بجز ضریب پواسون (ν)، به صورت تابعی از شعاع تعریف می‌شوند.



شکل ۱- نحوه‌ی توزیع ماده در دیسک؛

ضریب پواسون به دلیل داشتن مقداری برابر در دو ماده‌ی مورد نظر، به صورت یکنواخت بیان می‌شود. در جدول ۱ به ترتیب مدول یانگ (E)، ضریب انبساط گرمایی (α)، چگالی (ρ)، رسانندگی گرمایی (K)، ضریب پواسون (ν) و تنش تسلیم (σ_p) برای مواد (الف) و (ب) که به ترتیب متعلق به آلومینیوم و زیرکونیوم می‌باشند نشان داده شده است [۱۵]. ماده ایزوتروپیک [۲] و ضخامت دیسک مورد نظر ثابت در نظر گرفته می‌شود.

1. Step

2. Eigenstrains

جدول ۱- خواص ترمومکانیکی آلومینیوم و اکسید زیرکونیوم

خواص ترمومکانیکی						نام ماده
σ_y (MPa)	ν	K (W/m ⁰ C)	ρ (Kg/m ³)	α (10 ⁻⁶ / ⁰ C)	E (GPa)	
۹۷	۰٫۳	۲۰۹	۲۷۰۰	۲۳	۷۰	الف) Al
۲۵۰	۰٫۳	۲	۵۷۰۰	۱۰	۱۵۱	ب) ZrO ₂

گرفت که در داخل سیالی با دمای ثابت و معلوم در حال گردش است.

۲-۳- شرایط مرزی

با توجه به اینکه شعاع داخلی دیسک متصل به محور است، تغییر مکان آن در صفحه‌ی دیسک (X-Y) صفر در نظر گرفته شده است. سطح خارجی دیسک فاقد بار مکانیکی و سطحی آزاد است، بنابراین برای آن تنش شعاعی صفر در نظر گرفته می‌شود. بار مکانیکی مسئله از نوع نیروی گریز از مرکز است که به خاطر دوران دیسک حول محور Z اتفاق می‌افتد. بنابراین شرایط مرزی مسئله به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$u_r = 0 \quad \text{در } r=a \quad \text{داریم} \quad \text{(i)}$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{در } r=b \quad \text{داریم} \quad \text{(ii)}$$

یادآور می‌شود که با توجه به تقارن تغییر شکل دیسک، کرنش برشی در مسئله اتفاق نمی‌افتد.

شرایط مرزی گرمایی مطابق شکل ۲ برای سه حالت مختلف در نظر گرفته می‌شود. شرایط مرزی گرمایی گرفته شده مصادیقی همچون تیغه‌های برش در چوبکاری، فرزکاری، تراشکاری، آهنگری، سنگ‌بری بعلاوه توربین‌ها، ژنراتورها، فلاپویل‌ها، ژيروسکوپ‌ها، چرخ‌های طیار و دیگر صنعت‌های مشابه دارند. در شرط مرزی گرمایی (الف) فرض می‌شود دمای شعاع داخلی به صورت ثابت ۷۰⁰C، دمای محیط بیرونی ۳۵۰⁰C و ضریب جابجایی بین سطح خارجی دیسک و محیط اطراف ۲۰ W/m²⁰C باشد. دمای شعاع خارجی برای این شرط مرزی گرمایی بعد از رسیدن به حالت پایا توسط حل انتقال گرما مسئله محاسبه خواهد شد. این شرط مرزی برای حالتی است که دیسک به محوری با دمای مشخص و ثابتی متصل و در محیطی با دمای معلوم و یکسانی قرار گرفته است. با صرف نظر کردن از انتقال گرمای تابشی شرط مرزی گرمایی (ب) مدلی مناسب برای دیسک دوار متصل به محوری با دمای معین و ثابت و در حال گردش در محیطی خلاء است. این محیط می‌تواند داخل یک سانتیفریوژ یا فضای خارج از جو زمین باشد. در این شرط مرزی گرمایی فرض شده که دیسک در شعاع خارجی عایق و دما در شعاع داخلی ۱۵۰⁰C است. در شرط مرزی گرمایی (ج) فرض شده که دمای دیسک در شعاع داخلی ۷۰⁰C و در شعاع خارجی ۲۵۰⁰C است. با صرف نظر کردن از انتقال گرمای همرفتی در شعاع خارجی این شرط مرزی گرمایی را می‌توان مدلی برای دیسک متصل شده به محوری با دمای ثابت و مشخصی در نظر

۲-۴- توزیع‌های خواص ماده

برای توزیع خواص ماده، توزیع‌های خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی به ترتیب به صورت روابط (۳)، (۴)، (۵) و (۶) می‌شوند.

$$F(r) = F_0 r + \beta \quad \text{(۳)}$$

$$F_0 = F_{in} a^{(\ln(F_{in}/F_{out}))/\ln(b/a)} \quad \text{که در آن:}$$

$$\beta = \ln(F_{out}/F_{in})/\ln(b/a)$$

$$F(r) = F_0 (r)^{n\beta} \quad \text{(۴)}$$

$$F_0 = (F_{in} - F_{out})/(a - b) \quad \text{که در آن:}$$

$$\beta = (aF_{out} - bF_{in})/(a - b)$$

$$F(r) = F_0 e^{\beta r} \quad \text{(۵)}$$

$$F_0 = F_{in} e^{-\beta a} \quad \text{که در آن:}$$

$$\beta = \frac{1}{a - b} \ln(F_{in}/F_{out})$$

$$F(r) = F_0 \ln(\beta r) \quad \text{(۶)}$$

$$F_0 = F_{in}/\ln(\beta a) \quad \text{که در آن:}$$

$$\beta = \exp((F_{out} \ln a - F_{in} \ln b)/(F_{in} - F_{out}))$$

F_{in} ، F_{out} ، a و b به ترتیب نشان دهنده‌ی خواص ماده در شعاع داخلی، خواص ماده در شعاع خارجی، شعاع داخلی و شعاع خارجی دیسک می‌باشند. توابع (۳) تا (۶) به صورتی تعریف شده است که دیسک در شعاع داخلی خواص F_{in} و در شعاع خارجی خواص F_{out} را شامل باشد.

۲-۵- روش طراحی آزمایشات تاگوچی

مهندسان همواره به دنبال کیفیت بهتر هستند و یکی از روش‌های بهبود کیفیت روش تاگوچی است. تاگوچی از طرح عامل‌های جزئی یا آرایه‌های متعامد که سبب کاهش تعداد آزمایش‌ها می‌شوند، استفاده می‌کند. مهم‌ترین بخش تکنیک تاگوچی طراحی پارامترهاست که در آن پارامترهای تأثیرگذار بر یک پدیده شناسایی شده و بهینه‌سازی به کمک تنظیم مقادیر

شکل‌های ۴، ۵ و ۶ دمای حالت پایا در راستای شعاع نرمال شده را با در نظر گرفتن چهار توزیع خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی خواص ماده، به ترتیب برای شرط مرزی گرمایی (الف) ، (ب) و (ج) نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌های ۴، ۵ و ۶ در هر شرط مرزی گرمایی می‌توان تأثیر توزیع ماده بر دمای حالت پایا را مشاهده کرد.

محدوده‌ی تغییرات دما در شکل ۴ بین ۷۰ تا ۱۸۸ درجه سلسیوس، در شکل ۵ بین ۱۵۰ تا ۱۴۹ درجه سانتی‌گراد و در شکل ۶ بین ۷۰ تا ۲۵۰ است؛ لذا توزیع دمای حالت پایا برای هر چهار تابع توزیع خواص ماده در شرط مرزی گرمایی (ب) نسبت به دو شرط مرزی گرمایی دیگر از دامنه تغییرات کمتری برخوردار است.

برای بررسی جامع‌تر تأثیر توزیع ماده و شرایط مرزی گرمایی مختلف بر میدان تنش دیسک دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند، تنش فن میزز (موثر) در سه مسئله‌ی متفاوت به صورت عددی محاسبه و بررسی می‌شود.

۱- میزان پلاستیک شدگی دیسک تحت نیروی گریز از مرکز برای چهار تابع توزیع خواص ماده در سه شرط مرزی گرمایی مورد مطالعه قرار گرفته، بر اساس آن توزیع ایمن‌تر مشخص می‌شود. حالت خاص الاستیک-پلاستیک کامل برای رفتار تنش-کرنشی ماده در نظر گرفته می‌شود. همچنین توزیع خواص ماده به گونه‌ای تعریف می‌شود که دیسک دوار مورد نظر در $r = a$ شامل ۱۰۰٪ ماده‌ی (الف) و در $r = b$ شامل ۱۰۰٪ ماده‌ی (ب) باشد. بنابراین با توجه به جدول ۱ در روابط (۳) تا (۶)، F_{in} برابر خواص ماده‌ی (الف) و F_{out} برابر خواص ماده‌ی (ب) است. همچنین شعاع داخلی و خارجی دیسک به ترتیب ۱/۵ و ۱۵ سانتی‌متر، سرعت دورانی ۱۰۰ رادیان بر ثانیه و دمای اولیه دیسک ۲۵ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته می‌شود.

توزیع تنش فن میزز (تنش موثر) که به صورت رابطه‌ی (۷) تعریف می‌شود در راستای شعاع نرمال شده‌ی دیسک، برای هر کدام از سه شرط مرزی گرمایی، با در نظر گرفتن چهار توزیع خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی برای خواص ماده، رسم و بررسی می‌شود. همچنین شعاع دیسک برای مشاهده‌ی بهتر نتایج به صورت رابطه‌ی (۸) نرمال می‌شود.

آن پارامترها انجام می‌شود. به این پارامترها فاکتور و به مقادیر در نظر گرفته شده برای آن، سطح گفته می‌شود. این تکنیک را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

۱. ابتدا هدف مشخص می‌شود. مثلاً هدف می‌تواند کمینه کردن میزان تنش فن میزز در یک قطعه‌ی کامپوزیتی باشد.

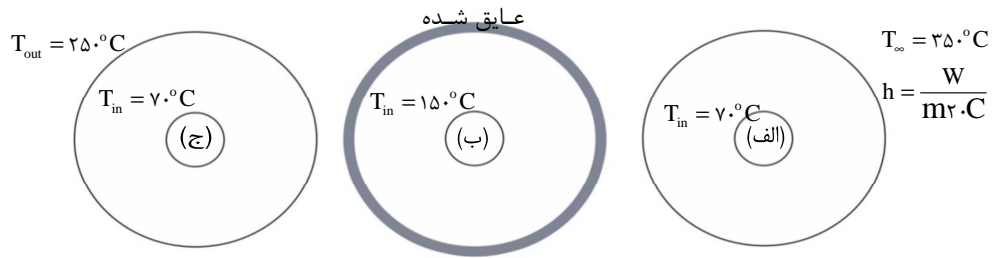
۲. تعداد فاکتورهای تأثیرگذار بر هدف تعیین شده در قسمت قبل شناسایی و مشخص می‌شوند و برای هر فاکتور، سطوح مناسبی تعیین می‌شوند. در این تحقیق سطوح تمام فاکتورها چهار در نظر گرفته شده است.

۳. در مرحله بعد با توجه به تئوری‌ها و جداول موجود در روش طراحی آزمایشات تاگوچی، آرایه متعامد (طراحی آزمایشات) مناسب انتخاب می‌شود. در این مسیر با توجه به درجه آزادی هر کدام از فاکتورها و در نظر داشتن تعداد فاکتورهایی که اثر متقابل بر یکدیگر و بر نتیجه موجود دارند، تعداد و ترکیب آزمایش‌های لازم برای رسیدن به هدف مورد نظر انتخاب می‌شود. در تحقیق مورد نظر با توجه به تعداد فاکتورها و سطوح مربوط به هر کدام، از طراحی L_{16} استفاده شده است که در آن ۱۶ ترکیب آزمایش متفاوت در نظر گرفته شده است. در این پژوهش با استفاده از روش ارائه شده برای محاسبه‌ی تنش فن میزز، به انجام آزمایشات طراحی شده پرداخته خواهد شد.

برای پردازش نتایج به دست آمده از یکی از فورمول‌های تاگوچی که متناسب با هدف نهایی ماست، استفاده می‌شود. چون در این تحقیق هر چه میزان بیشینه‌ی تنش فن میزز کمتر باشد، بهینه‌ترین حالت از نظر ماست، پس از رابطه‌ی "کوچکترین که بهتر است" استفاده می‌شود. برای این منظور یک شاخص کیفیت تعیین می‌شود که نسبت سیگنال به نویز نامیده می‌شود می‌باشد. برای مطالعه‌ی بیشتر روش تاگوچی می‌توان به مراجع [۲۱-۲۳] مراجعه کرد.

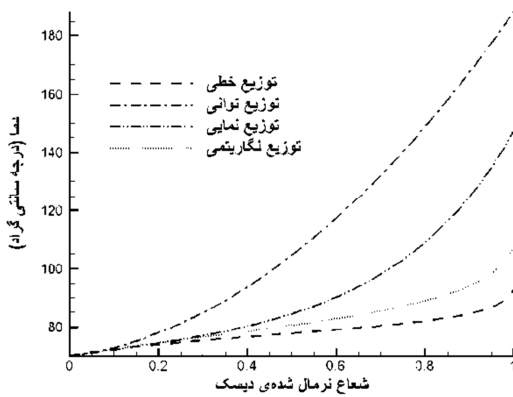
۳- بحث نتایج

ابتدا نتایج تحلیل اجزای محدود با حل دقیق مرجع [۲۴] مقایسه و راستی آزمایی می‌گردد. برای این منظور توزیع خواص ماده به صورت یکنواخت آلومینیوم، سرعت زاویه‌ای ۱۰۰ رادیان بر ثانیه و دما در دیسک به صورت یکنواخت $100^{\circ}C$ در نظر گرفته می‌شود. برای رسیدن به این توزیع دما، شرط مرزی گرمایی (ج) را در نظر گرفته، دمای شعاع داخلی و خارجی $100^{\circ}C$ قرار داده می‌شود. توزیع تنش شعاعی بر حسب شعاع نرمال شده با استفاده از روش اجزاء محدود و حل دقیق در شکل (۳) نشان داده شده است. همان گونه که در شکل (۳) دیده می‌شود منحنی‌ها بر هم منطبق است که صحت روش به کار گرفته شده را نشان می‌دهد.

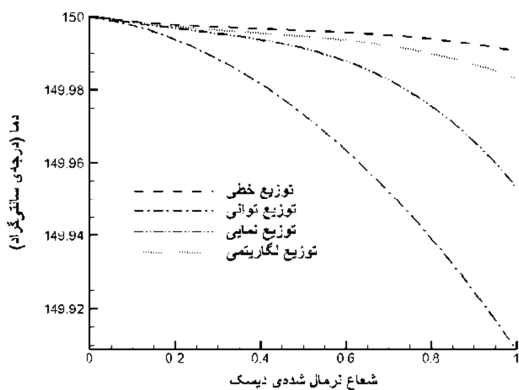


شکل ۲- شرایط مرزی گرمایی مختلف در نظر گرفته شده

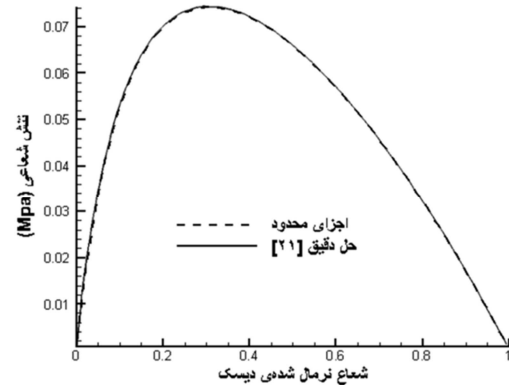
شکل ۷-ب توزیع تنش فن میزز و ناحیه پلاستیک شدگی در راستای شعاع نرمال شده دیسک با توزیع خواص ماده‌ی توانی را برای سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) نشان می‌دهد. دیده می‌شود که دیسک در شرط مرزی گرمایی (الف) و (ب) به ترتیب ۴ و ۴۶٫۵ درصد در شعاع داخلی دچار پلاستیک شدگی می‌شود. همچنین دیسک در شرط مرزی گرمایی (ج) به ترتیب ۷ و ۳۲ درصد در شعاع داخلی و خارجی پلاستیک شده است.



شکل ۴- توزیع دمای حالت پایا در راستای شعاع نرمال شده برای شرط مرزی گرمایی (الف)



شکل ۵- توزیع دمای حالت پایا در راستای شعاع نرمال شده برای شرط مرزی گرمایی (ب)



شکل ۳- توزیع تنش شعاعی بر حسب شعاع نرمال شده با استفاده از روش اجزای محدود و حل دقیق مرجع [۲۱]

$$\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t \sigma_\theta + \sigma_\theta^2} \quad (7)$$

$$\Gamma_{\text{normal}} = \frac{r - r_i}{r_o - r_i} \quad (8)$$

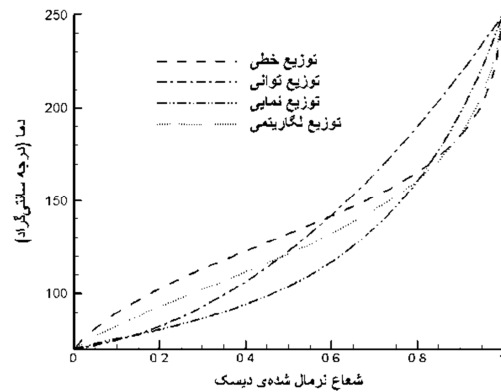
میزان پلاستیک شدگی دیسک با توزیع خواص ماده‌ی خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی برای شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) در شکل‌های ۷-الف تا ۷-د با رنگ تیره‌تر نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل‌های ۷-الف تا ۷-د دیده می‌شود، با تغییر توزیع خواص ماده در هر شرط مرزی گرمایی، علاوه بر تغییر توزیع دمای حالت پایا، میزان پلاستیک شدگی دیسک نیز تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

شکل ۷-الف توزیع تنش فن میزز و ناحیه پلاستیک شدگی در راستای شعاع نرمال شده دیسک با توزیع خواص ماده‌ی خطی را برای سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) نشان می‌دهد. در شرط مرزی گرمایی (الف) دیسک تنها ۳ درصد پلاستیک شدگی را در شعاع داخلی خود تجربه می‌کند. برای شرط مرزی گرمایی (ب) این ناحیه به حدود ۸۹ درصد می‌رسد. در شرط مرزی گرمایی (ج) کل دیسک وارد ناحیه پلاستیک می‌شود. بنابراین دیسک در شرط مرزی گرمایی (الف) وضعیت مناسب‌تر و در شرط مرزی گرمایی (ج) وضعیت نامناسب‌تری را داراست، که مطابق شکل‌های ۴ تا ۶ متاثر از اختلاف در نحوه توزیع دما در راستای شعاع است.

خواص دیسک در شعاع داخلی و خارجی بین حالت‌های F_2 ، F_1 ، F_3 و F_4 که در روابط (۹) معرفی شده‌اند و توزیع خواص ماده از شعاع داخلی تا شعاع خارجی بین توابع خطی، توانی، نمایی و لگاریتمی، مطابق روابط (۳) تا (۶) قابل انتخاب باشند. همچنین شعاع داخلی و خارجی به ترتیب ۱٫۵ و ۱۵ سانتی‌متر، سرعت دورانی ۱۰۰ رادیان بر ثانیه و دمای اولیه ۲۵ درجه سلسیوس در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن ۳ فاکتور خواص ماده در شعاع داخلی، خواص ماده در شعاع خارجی و تابع توزیع خواص ماده در راستای شعاع دیسک، که برای هر کدام چهار سطح مطابق جدول (۲) در نظر گرفته شده است، مجموعاً $64 (4^3)$ ترکیب مختلف، برای محاسبه‌ی تنش فن میزب بیشینه‌ی دیسک و معرفی ایمن‌ترین توزیع خواص ماده باید بررسی شود.

با استفاده از روش تاگوچی و در نظر گرفتن طراحی پیشنهاد شده‌ی L_{16} ، این تعداد به ۱۶ آزمایش کاهش می‌یابد. در این پژوهش از نرم‌افزار Minitab برای اعمال روش تاگوچی استفاده می‌شود. در جداول (۳) تا (۵) به ترتیب برای شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) ۱۶ ترکیب مختلف از سطوح، بر اساس طراحی L_{16} ارائه و تنش فن میزب بیشینه برای هر حالت محاسبه شده است.

با توجه به اینکه تنش فن میزب کمتر، در سیکل‌های کاری دیسک احتمال خرابی را کاهش و باعث افزایش طول عمر قطعه می‌شود، ما به دنبال کاهش آن هستیم. بنابراین در روش تاگوچی از نسبت سیگنال به نویز کوچک‌ترین بهتر است^۱ استفاده می‌شود. در شکل ۹ حل تاگوچی با توجه به جدول ۳ برای شرط مرزی گرمایی (الف) نشان داده شده است. دیده می‌شود که خواص ماده در شعاع داخلی برای F_1 نسبت به سطوح دیگر به طور شاخص‌گزینه‌ی بهتر است. در شعاع خارجی F_1 با اختلاف کمی از F_7 نشان دهنده‌ی بهترین انتخاب برای کمینه کردن بیشینه‌ی تنش فن میزب است. همچنین دیده می‌شود که برای توزیع خواص ماده در راستای شعاع دیسک، تابع توزیع لگاریتمی نسبت به تابع توزیع خطی، توانی و نمایی رفتار بهتری را از خود نشان می‌دهد.



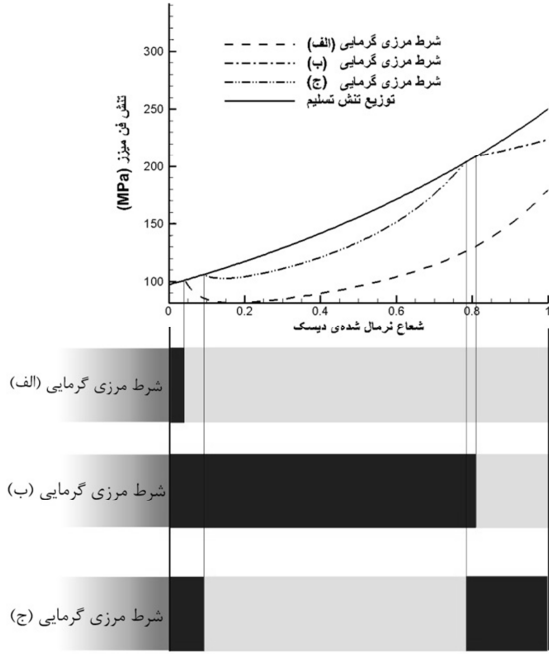
شکل ۶- توزیع دمای حالت پایا در راستای شعاع نرمال شده برای شرط مرزی گرمایی (ج)

شکل ۷-ج توزیع تنش فن میزب و ناحیه پلاستیک شدگی در راستای شعاع نرمال شده با توزیع خواص ماده‌ی نمایی را برای سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) نشان می‌دهد. دیسک در شرط مرزی گرمایی (الف) حدود ۳٫۵ درصد پلاستیک شدگی را در شعاع داخلی خود تجربه می‌کند. همچنین حدود ۸۱ درصد از شعاع داخلی دیسک در شرط مرزی گرمایی (ب) وارد ناحیه پلاستیک شده است. دیسک با توجه به شرط مرزی گرمایی (ج) و توزیع نمایی خواص ماده مطابق شکل ۷-ج به ترتیب ۹ و ۲۲ درصد در شعاع داخلی و خارجی، پلاستیک شدگی را تجربه می‌کند.

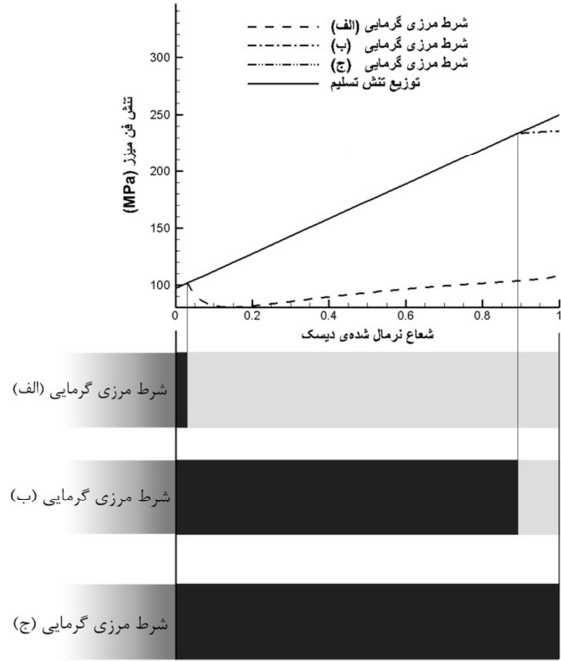
شکل ۷-د توزیع تنش فن میزب و ناحیه پلاستیک شدگی در راستای شعاع نرمال شده‌ی دیسک با توزیع خواص ماده‌ی لگاریتمی را برای سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) نشان می‌دهد. دیده می‌شود که برای شرط مرزی گرمایی (الف) دیسک حدود ۲٫۴ درصد پلاستیک شدگی را در شعاع داخلی خود تجربه می‌کند در حالی که این مقدار برای شرط مرزی گرمایی (ب) ۵۴ درصد محاسبه می‌شود. همچنین دیسک در شرط مرزی گرمایی (ج) به ترتیب ۷٫۵ و ۱۲ درصد در شعاع داخلی و خارجی پلاستیک شده است. از شکل‌های ۷-الف تا ۷-د مشاهده می‌شود که توزیع خواص ماده‌ی توانی برای شرط مرزی گرمایی (ب) و توزیع خواص ماده‌ی لگاریتمی برای شرط مرزی گرمایی (الف) و (ج) کمترین پلاستیک شدگی را نتیجه می‌دهند. ۲- با فرض ثابت بودن سرعت دورانی، شرایط مرزی گرمایی و شعاع داخلی و خارجی دیسک، تأثیر تابع توزیع خواص ماده در راستای شعاع دیسک، خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی دیسک بر تنش فن میزب بیشینه برای سه شرط مرزی گرمایی بررسی می‌شود. برای این منظور برای هر کدام از سه فاکتور تابع توزیع خواص ماده، شعاع داخلی و خارجی دیسک، مطابق جدول ۲ چهار سطح تعریف می‌شود.

برای رسیدن به این خواسته فرض می‌شود که مطابق شکل ۸ برای هر کدام از شرایط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج)

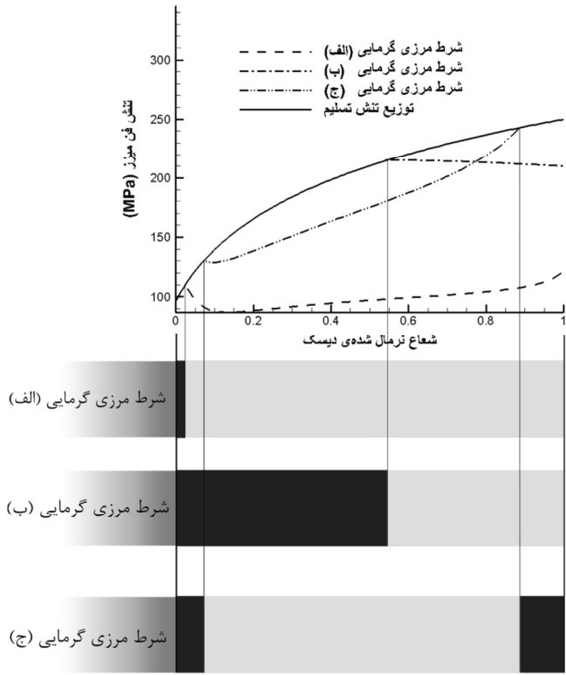
1. Smaller is better



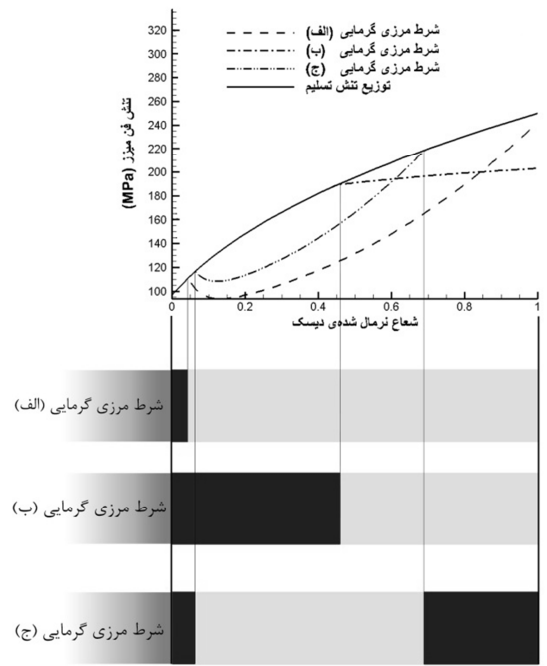
(ج)



(الف)



(د)

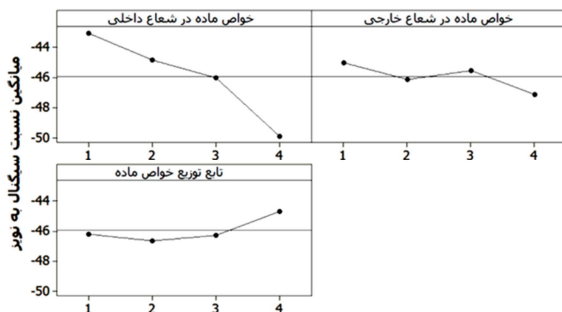


(ب)

شکل ۷- توزیع تنش فن میوز و ناحیه پلاستیک شدگی در راستای شعاع نرمال شده برای سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) به ترتیب با توزیع خواص ماده‌ی شکل (الف) خطی، شکل (ب) توانی، شکل (ج) نمایی و شکل (د) لگاریتمی

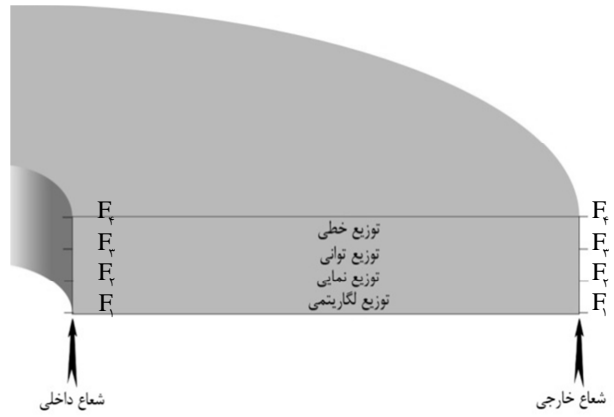
جدول ۳- مقادیر تنش فن میزز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (الف)

نوع توزیع خواص ماده بین شعاع داخلی و خارجی	خواص ماده در شعاع خارجی	خواص ماده در شعاع داخلی	بیشینه تنش فن میزز (MPa)
۱ خطی	F_1	F_1	۱۴۸٫۳
۲ توانی	F_1	F_1	۱۴۵٫۳
۳ نمایی	F_1	F_1	۱۳۸٫۵
۴ لگاریتمی	F_1	F_1	۱۳۶٫۱
۵ توانی	F_1	F_1	۱۷۲٫۷
۶ خطی	F_1	F_1	۱۷۰٫۳
۷ لگاریتمی	F_1	F_1	۱۶۵٫۳
۸ نمایی	F_1	F_1	۱۸۹٫۷
۹ نمایی	F_1	F_1	۱۸۵٫۴
۱۰ لگاریتمی	F_1	F_1	۱۸۱٫۲
۱۱ خطی	F_1	F_1	۱۷۶٫۷
۱۲ توانی	F_1	F_1	۲۶۸٫۰
۱۳ لگاریتمی	F_1	F_1	۲۱۱٫۷
۱۴ نمایی	F_1	F_1	۳۷۰٫۳
۱۵ توانی	F_1	F_1	۳۱۳٫۰
۱۶ خطی	F_1	F_1	۳۸۵٫۰



شکل ۹- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی و تابع توزیع خواص ماده با شرط مرزی گرمایی (الف)

در حالی که برای خواص ماده در شعاع خارجی به صورت مشخص F_1 تعیین می‌شود. همچنین تاگوچی در این حالت توزیع خطی را برای توزیع خواص ماده پیشنهاد داده است.



شکل ۸- نمایشی از انواع خواص ماده قابل انتخاب در شعاع داخلی و خارجی و توابع توزیع آن در راستای شعاع دیسک دوار توخالی

حالت اول $F_1 = F_A = \% 100 Al$

حالت دوم $F_1 = \frac{2}{3} F_A + \frac{1}{3} F_B = \% \frac{200}{3} Al + \% \frac{100}{3} ZrO_2$ (۹)

حالت سوم $F_1 = \frac{1}{3} F_A + \frac{2}{3} F_B = \% \frac{100}{3} Al + \% \frac{200}{3} ZrO_2$

حالت چهارم $F_1 = F_B = \% 100 ZrO_2$

جدول ۲- سه فاکتور خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی و نوع توزیع خواص ماده و سطوح مربوط به هر کدام

سطح‌ها	فاکتورها	خواص ماده در شعاع داخلی	خواص ماده در شعاع خارجی
سطح ۱	F_1	F_1	F_1
سطح ۲	F_1	F_1	F_1
سطح ۳	F_1	F_1	F_1
سطح ۴	F_1	F_1	F_1

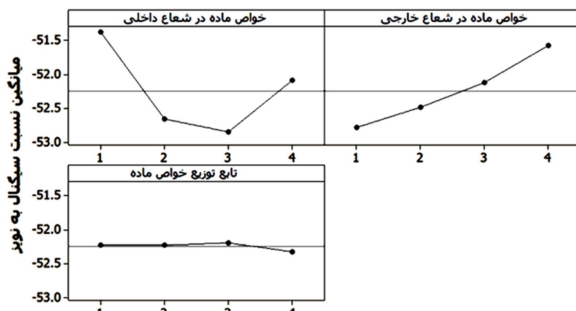
شکل ۱۰ مطابق جدول ۴ حل تاگوچی برای شرط مرزی گرمایی (ب) را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که برای شعاع داخلی و خارجی و گزینه‌های انتخاب شده‌ی تاگوچی برای کاهش تنش فن میزز بیشینه هستند. علاوه بر این دیده می‌شود که برای تابع توزیع خواص ماده تابع نمایی با اختلاف کمی به عنوان گزینه‌ی مورد نظر انتخاب می‌شود. بر اساس جدول ۵ حل تاگوچی برای شرط مرزی گرمایی (ج) را می‌توان در شکل ۱۱ مشاهده کرد. دیده می‌شود که تاگوچی با اختلاف بسیار ناچیز از را به عنوان خواص ماده‌ی شعاع داخلی دیسک معرفی می‌کند.

جدول ۴- مقادیر تنش فن میزز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف

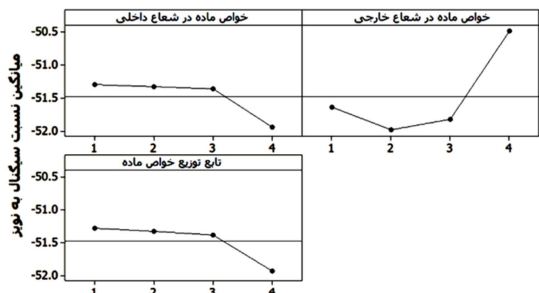
طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (ب)			
نوع توزیع خواص	خواص ماده در	خواص ماده در	بیشینه تنش فن میزز (MPa)
ماده بین شعاع داخلی و خارجی	شعاع داخلی	شعاع خارجی	
۱	خطی	F _۱	۳۹۳٫۳
۲	توانی	F _۱	۳۸۲٫۰
۳	نمایی	F _۲	۳۶۳٫۸
۴	لگاریتمی	F _۲	۳۴۵٫۳
۵	توانی	F _۲	۴۵۲٫۹
۶	خطی	F _۲	۴۴۲٫۴
۷	لگاریتمی	F _۲	۴۲۳٫۷
۸	نمایی	F _۲	۳۹۹٫۷
۹	نمایی	F _۱	۴۶۲٫۳
۱۰	لگاریتمی	F _۱	۴۵۵٫۳
۱۱	خطی	F _۱	۴۳۴٫۳
۱۲	توانی	F _۱	۴۰۵٫۵
۱۳	لگاریتمی	F _۱	۴۳۷٫۷
۱۴	نمایی	F _۱	۴۰۸٫۲
۱۵	توانی	F _۲	۳۹۷٫۰
۱۶	خطی	F _۲	۳۶۸٫۸

جدول ۵- مقادیر تنش فن میزز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف

طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (ج)			
نوع توزیع خواص ماده بین شعاع داخلی و خارجی	خواص ماده در	خواص ماده در	بیشینه تنش فن میزز (MPa)
شعاع داخلی و خارجی	شعاع داخلی	شعاع خارجی	
۱	خطی	F _۱	۳۵۲٫۸
۲	توانی	F _۲	۳۹۶٫۶
۳	نمایی	F _۲	۳۹۰٫۰
۴	لگاریتمی	F _۲	۳۳۲٫۳
۵	توانی	F _۱	۳۵۳٫۰
۶	خطی	F _۱	۳۹۶٫۷
۷	لگاریتمی	F _۱	۳۸۹٫۳
۸	نمایی	F _۲	۳۳۷٫۸
۹	نمایی	F _۱	۳۶۰٫۰
۱۰	لگاریتمی	F _۲	۳۹۶٫۹
۱۱	خطی	F _۲	۳۸۹٫۴
۱۲	توانی	F _۲	۳۳۶٫۴
۱۳	لگاریتمی	F _۱	۴۷۴٫۵
۱۴	نمایی	F _۲	۳۹۸٫۲
۱۵	توانی	F _۲	۳۹۰٫۶
۱۶	خطی	F _۲	۳۳۰٫۸



شکل ۱۰- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی و تابع توزیع خواص ماده با شرط مرزی گرمایی (ب)



شکل ۱۱- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی و تابع توزیع خواص ماده با شرط مرزی گرمایی (ج)

۳- در پایان حساسیت بیشینه‌ی تنش فن میزز بر سرعت دورانی، دما و نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی با در نظر گرفتن توزیع خواص ماده‌ی لگاریتمی بر اساس روابط (۶) تحقیق می‌شود. برای این بررسی فرض می‌شود که علاوه بر نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی، دمای شعاع داخلی و خارجی، محیط و سرعت دورانی (فاکتورها) نیز با توجه به کاربرد آن‌ها بین ۴ انتخاب (سطح) برای بررسی میزان حساسیت تنش فن میزز، قابل تغییر باشند که در جداول ۶ و ۷ مشخص شده‌اند. همچنین شعاع داخلی و خارجی به ترتیب ۱/۵ و ۱۵ سانتی‌متر و دمای اولیه دیسک ۲۵ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته می‌شود. برای پیدا کردن ترکیب بهینه‌ی سطوح مورد نظر بدون استفاده از روش تاگوچی لازم است برای هر کدام از شرایط مرزی گرمایی (الف) و (ج) ۱۰۲۴ (۴^۵) مرتبه و برای شرط مرزی گرمایی (ب) و (د) ۲۵۶ (۴^۴) مرتبه تنش فن میزز محاسبه شده، ترکیبی از سطوح مورد نظر، برای کمینه کردن تنش فن میزز بیشینه، مشخص شوند. این در حالی است که با استفاده از روش تاگوچی برای هر کدام از شرایط مرزی گرمایی با انجام ۱۶ آزمایش این امر محقق می‌شود.

جدول ۸- مقادیر تنش فن میزز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (الف)

دمای شعاع خارجی	دمای شعاع داخلی	سرعت دورانی	خواص ماده در شعاع خارجی	خواص ماده در شعاع داخلی	بیشینه تنش فن میزز (MPa)
۴۰۰	۱۰۰	۱۰۰	F _۱	F _۱	۲۴۳٫۱
۷۰۰	۲۰۰	۲۰۰	F _۲	F _۲	۵۵۰٫۸
۱۰۰۰	۳۰۰	۳۰۰	F _۳	F _۳	۸۳۱٫۵
۱۳۰۰	۴۰۰	۴۰۰	F _۴	F _۴	۱۰۷۷٫۵
۱۳۰۰	۳۰۰	۲۰۰	F _۵	F _۱	۱۰۳۴٫۵
۱۰۰۰	۴۰۰	۱۰۰	F _۶	F _۲	۱۳۵۰٫۰
۷۰۰	۱۰۰	۴۰۰	F _۷	F _۳	۲۸۶٫۱
۴۰۰	۲۰۰	۳۰۰	F _۸	F _۴	۵۷۳٫۷
۷۰۰	۴۰۰	۳۰۰	F _۹	F _۵	۱۴۲۵٫۷
۴۰۰	۳۰۰	۴۰۰	F _{۱۰}	F _۶	۱۰۱۱٫۹
۱۳۰۰	۲۰۰	۱۰۰	F _{۱۱}	F _۷	۶۱۵٫۱
۱۰۰۰	۱۰۰	۲۰۰	F _{۱۲}	F _۸	۴۶۳٫۲
۱۰۰۰	۲۰۰	۴۰۰	F _{۱۳}	F _۹	۷۷۱٫۰
۱۳۰۰	۱۰۰	۳۰۰	F _{۱۴}	F _{۱۰}	۵۷۲٫۸
۴۰۰	۴۰۰	۲۰۰	F _{۱۵}	F _{۱۱}	۱۳۰۰٫۱
۷۰۰	۳۰۰	۱۰۰	F _{۱۶}	F _{۱۲}	۱۰۲۶٫۳

جدول ۹- مقادیر تنش فن میزز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (ب)

دمای شعاع داخلی	دمای شعاع خارجی	سرعت دورانی	خواص ماده در شعاع خارجی	خواص ماده در شعاع داخلی	بیشینه تنش فن میزز (MPa)
۲۰۰	۱۰۰	۱۰۰	F _۱	F _۱	۵۵۰٫۶
۴۰۰	۲۰۰	۲۰۰	F _۲	F _۲	۱۱۵۰٫۲
۶۰۰	۳۰۰	۳۰۰	F _۳	F _۳	۱۶۹۰٫۳
۸۰۰	۴۰۰	۴۰۰	F _۴	F _۴	۲۱۴۴٫۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۰۰	F _۵	F _۱	۲۰۹۱٫۰
۸۰۰	۱۰۰	۱۰۰	F _۶	F _۲	۲۷۴۱٫۶
۲۰۰	۴۰۰	۴۰۰	F _۷	F _۳	۵۹۷٫۹
۴۰۰	۳۰۰	۳۰۰	F _۸	F _۴	۱۱۹۹٫۰
۸۰۰	۳۰۰	۳۰۰	F _۹	F _۵	۲۹۱۱٫۰
۶۰۰	۴۰۰	۴۰۰	F _{۱۰}	F _۶	۲۰۹۷٫۸
۴۰۰	۱۰۰	۱۰۰	F _{۱۱}	F _۷	۱۳۰۲٫۳
۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	F _{۱۲}	F _۸	۵۷۰٫۷
۴۰۰	۴۰۰	۴۰۰	F _{۱۳}	F _۹	۱۳۱۶٫۷
۲۰۰	۲۰۰	۳۰۰	F _{۱۴}	F _{۱۰}	۵۹۳٫۰
۸۰۰	۲۰۰	۲۰۰	F _{۱۵}	F _{۱۱}	۲۶۸۴٫۸
۶۰۰	۱۰۰	۱۰۰	F _{۱۶}	F _{۱۲}	۱۶۹۵٫۲

جدول ۶- سه فاکتور خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی و سرعت دورانی و سطوح مربوط به هر کدام

سطح‌ها	خواص ماده در شعاع خارجی	خواص ماده در شعاع داخلی	سرعت دورانی
سطح ۱	F _۱	F _۱	۱۰۰
سطح ۲	F _۲	F _۲	۲۰۰
سطح ۳	F _۳	F _۳	۳۰۰
سطح ۴	F _۴	F _۴	۴۰۰

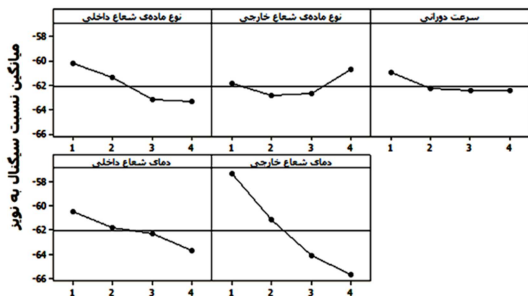
بر اساس طراحی L۱۶ مسئله برای ۱۶ ترکیب مختلف از سطوح، حل و تنش فن میزز بیشینه محاسبه می‌گردد. این عمل در جداول ۸، ۹ و ۱۰ به ترتیب برای شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) انجام شده است. با توجه به اینکه کوچک‌ترین تنش فن میزز بیشینه مورد نظر است، در این حالت نیز نسبت سیگنال به نویز برای حالت "کوچک‌ترین بهتر است" در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۷- فاکتورهای دمای داخلی و خارجی سه شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) و سطوح مربوط به هر کدام

سطح	شرط مرزی گرمایی		
	(الف)	(ب)	(ج)
۱	دمای شعاع داخلی: ۴۰۰	دمای شعاع داخلی: ۲۰۰	دمای شعاع داخلی: ۱۰۰
۲	دمای شعاع داخلی: ۷۰۰	دمای شعاع داخلی: ۴۰۰	دمای شعاع خارجی: ۳۰۰
۳	دمای شعاع داخلی: ۱۰۰۰	دمای شعاع داخلی: ۶۰۰	دمای شعاع خارجی: ۹۰۰
۴	دمای شعاع داخلی: ۱۳۰۰	دمای شعاع داخلی: ۸۰۰	دمای شعاع خارجی: ۱۲۰۰

حل تاگوچی برای شرط مرزی گرمایی (الف)، (ب) و (ج) به ترتیب در شکل‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. شکل ۱۲ نشان می‌دهد که با توجه به دامنه‌ی تغییرات نسبت سیگنال به نویز در چهار سطح مورد نظر، بیشینه‌ی تنش فن میزز در شرط مرزی گرمایی (الف) بیش‌ترین تأثیرپذیری را به ترتیب از دما و نوع ماده در شعاع داخلی دارد.

همانطور که در شکل ۱۳ دیده می‌شود شرط مرزی گرمایی (ب) بیشینه‌ی تنش فن میز به نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی و سرعت دورانی حساسیت بسیار کمی را نشان می‌دهد و بیش‌ترین تأثیرپذیری را از دمای شعاع داخلی دیسک دارد. همچنین مطابق شکل ۱۴ بیشینه‌ی تنش فن میز در شرط مرزی گرمایی (ج)، بیش‌ترین تأثیرپذیری را به ترتیب از دمای شعاع خارجی و نوع ماده در شعاع داخلی دارد. دیده می‌شود که دما بیش‌ترین اثر گذاری را بر بیشینه‌ی تنش فن میز به عنوان یک فاکتور طراحی می‌گذارد. بنابراین در طراحی دیسک دوار ساخته شده از مواد هدفمند تحت گرادیان حرارتی، در نظر گرفتن شرایط گرمایی نسبت به توزیع خواص ماده از اهمیت بیشتری برخوردار است. این تأثیرپذیری هنگامی که خواص ماده وابسته به دما باشد بیشتر می‌شود.



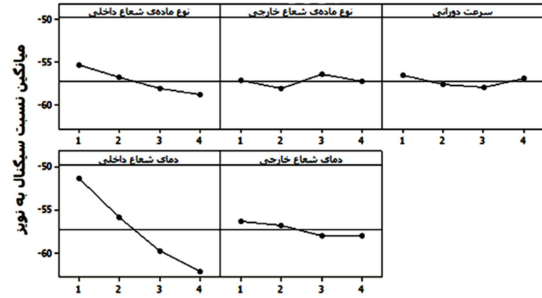
شکل ۱۴- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی، سرعت دورانی و دمای شعاع داخلی و خارجی در شرط مرزی گرمایی (ج)

۴- نتیجه‌گیری

با استفاده از روش‌های اجزای محدود و تاگوچی، تنش فن میز دیسک‌های دوار توخالی ساخته شده از مواد هدفمند در سه حالت متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج، میزان تأثیرپذیری بیشینه‌ی تنش فن میز از سرعت دورانی، نحوه‌ی توزیع ماده و بار حرارتی دیسک را نشان می‌دهند.

۱- با در نظر گرفتن میزان پلاستیک شدگی دیسک تحت نیروی گریز از مرکز برای چهار تابع توزیع خواص ماده در سه شرط مرزی گرمایی با ثابت فرض کردن شرایط گرمایی، ابعادی، سرعت دورانی و خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی، توزیع خواص ماده‌ی توانی برای شرط مرزی گرمایی (ب) و توزیع خواص ماده‌ی لگاریتمی برای شرط مرزی گرمایی (الف) و (ج) کمترین پلاستیک شدگی را نتیجه می‌دهند.

۲- با فرض ثابت بودن سرعت دورانی، شرایط مرزی گرمایی و شعاع داخلی و خارجی دیسک، تابع توزیع خواص ماده در راستای شعاع دیسک، خواص ماده در شعاع داخلی و خارجی برای کمینه کردن بیشینه‌ی تنش فن میز در سه شرط مرزی گرمایی به صورت جدول ۱۱ معرفی می‌شوند.



شکل ۱۲- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی، سرعت دورانی و دمای شعاع داخلی و خارجی در شرط مرزی گرمایی (الف)



شکل ۱۳- نسبت سیگنال به نویز برای سطوح نوع ماده در شعاع داخلی و خارجی، سرعت دورانی و دمای شعاع داخلی در شرط مرزی گرمایی (ب)

جدول ۱۰- مقادیر تنش فن میز بیشینه برای ترکیب‌های مختلف طراحی L۱۶ در شرط مرزی گرمایی (ج)

میزان تنش فن (MPa)	خواص ماده در شعاع داخلی	خواص ماده در شعاع خارجی	سرعت دورانی	دمای شعاع داخلی	دمای شعاع خارجی	بیشینه تنش فن
۴۳۱٫۲	F _۱	F _۱	۱۰۰	۱۰۰	۳۰۰	۱
۱۰۱۴٫۹	F _۱	F _۲	۲۰۰	۲۰۰	۶۰۰	۲
۱۵۱۷٫۶	F _۱	F _۲	۳۰۰	۳۰۰	۹۰۰	۳
۱۷۰۸٫۳	F _۱	F _۲	۴۰۰	۴۰۰	۱۲۰۰	۴
۱۸۴۲٫۳	F _۲	F _۱	۲۰۰	۳۰۰	۱۲۰۰	۵
۱۷۴۲٫۳	F _۲	F _۲	۱۰۰	۴۰۰	۹۰۰	۶
۹۹۴٫۹	F _۲	F _۲	۴۰۰	۱۰۰	۶۰۰	۷
۵۹۷٫۱	F _۲	F _۲	۳۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۸
۱۶۱۸٫۶	F _۲	F _۱	۳۰۰	۴۰۰	۶۰۰	۹
۱۰۰۵٫۸	F _۲	F _۲	۴۰۰	۳۰۰	۳۰۰	۱۰
۲۰۳۳٫۸	F _۲	F _۲	۱۰۰	۲۰۰	۱۲۰۰	۱۱
۱۳۳۸٫۸	F _۲	F _۲	۲۰۰	۱۰۰	۹۰۰	۱۲
۱۸۴۸٫۲	F _۲	F _۱	۴۰۰	۲۰۰	۹۰۰	۱۳
۲۱۴۰٫۰	F _۲	F _۲	۳۰۰	۱۰۰	۱۲۰۰	۱۴
۱۱۵۸٫۹	F _۲	F _۲	۲۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۱۵
۱۰۱۹٫۶	F _۲	F _۲	۱۰۰	۳۰۰	۶۰۰	۱۶

[10] Chen W. Q., Lee K. Y., "Stresses in rotating cross-ply laminated hollow cylinders with arbitrary axial", *Strain Analysis*, vol.39, pp. 437-445, 2004.

[11] Mian M. A., Spencer A. J. M., "Exact solutions for functionally graded and laminated elastic materials", *Solid Mechanics*, vol. 46, pp. 2283-95, 1998.

[12] Chen J., Ding H., Chen W., "Three-dimensional analytical solution for a rotating disc of functionally graded materials with transverse isotropy", *Applied Mechanics*, vol. 77, pp. 241-251, 2007.

[13] Hosseini Kordkheili S. A., Naghdabadi R., "Thermoelastic analysis of a functionally graded rotating disk", *Composite Structures*, vol. 79, pp. 508-516, 2007.

[14] Zenkour A. M., "Stress distribution in rotating composite structures of functionally graded solid disks", *Materials Processing Technology*, vol. 209(7), pp. 3511-3517, 2009.

[15] Bayat M., Sahari B. B., Saleem M., Aidy Ali., Wong S. V., "Thermoelastic solution of a functionally graded variable thickness rotating disk with bending based on the first-order shear deformation theory", *Thin-walled Structure*, vol. 47, Issue 5, pp. 568-582, 2009.

[16] Shahzamanian M. M., Sahari B. B., Bayat M., Mustapha F., Ismarrubie Z.N., Finite element analysis of thermo elastic contact problem in functionally graded axisymmetric brake disks, *Composite Structures*, vol. 92, Issue 7, pp. 1591-1602, 2010.

[17] Bayat M., Saleem M., Sahari B. B., Hamouda A. M. S., Mahdi E., "Thermo elastic analysis of functionally graded rotating disk with small and large deflections", *Thin-Walled Structures*, vol. 45, Issues 7-8, pp. 677-691, 2007.

[18] Singh S. B., Ray S., "Creep analysis in an isotropic FGM rotating disc of Al-SiC composite", *Materials Processing Technology*, vol. 143-144, pp. 616-622, 2003.

[19] Z. Nejad M., Rahimi G. H., Elastic analysis of FGM rotating cylindrical pressure vessels, the Chinese Institute of Engineers, Vol. 33, No. 4, pp. 525-530, 2010.

[20] ÇAllioĞLu H., "Stress analysis in a functionally graded disc under mechanical loads and a steady state temperature distribution", *Sadhana* vol. 36, pp. 53-64, 2011.

[21] Roy Ranjit K., "A Primer on the Taguchi Method (Competitive Manufacturing Series)", Society of Manufacturing Engineers., New York, 1990.

[22] Taguci G., Chowdhury S., Wu Y., "Taguchi's Quality Engineering Handbook", John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, New York, 2005.

[23] Taguci G., Jugulum R., "The Mahalanobis-Taguchi Strategy (A Pattern Technology System)", John Wily & Sons, Inc., New York, 2002.

جدول ۱۱- مقادیر پیشنهادی حل تاگوچی برای خواص ماده در

شعاع داخلی، خارجی و تابع توزیع خواص ماده در سه شرط مرزی

گرمایی (الف)، (ب) و (ج)

شرط مرزی گرمایی	خواص ماده در شعاع خارجی	تابع توزیع خواص ماده	خواص ماده در شعاع خارجی
(الف)	F_1	لگاریتمی	F_1
(ب)	F_2	نمایی	F_2
(ج)	F_3	خطی	F_3

دیده می‌شود حالتی که ۱۰۰٪ ماده در شعاع داخلی آلومینیوم و ۱۰۰٪ ماده در شعاع خارجی سرامیک است همواره کاندید مناسب‌ترین شرایط از لحاظ تنش نیست.

۳- در طراحی دیسک دوار ساخته شده از مواد هدفمند تحت گرادیان دمایی، به دلیل داشتن حساسیت بیشتر مسئله به شرایط گرمایی، در نظر گرفتن شرایط گرمایی نسبت به توزیع خواص ماده از اهمیت بیشتری برخوردار است.

مراجع

[۱] احمدی نوخندان مصطفی، جبارزاده مهرداد، "تحلیل غیر خطی ترمو الاستیک دیسک‌های دوار توخالی FGM با استفاده از تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه اول و سوم"، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۴، شماره ۱، صفحه ۱۷۵، فروردین ۱۳۹۳.

[2] Afsar A. M., Go J., "Finite element analysis of thermoelastic field in a rotating FGM circular disk", *Applied Mathematical Modeling*, vol. 34, pp. 3309-3320, 2010.

[۳] حسینی هاشمی شاهرخ، خرمی کمیل، "تحلیل ارتعاش آزاد پوسته‌ای استوانه‌ای نسبتاً ضخیم ساخته شده از مواد هدفمند (FGM) با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی (DQM)", *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۱، شماره ۲، صفحه ۹۳، تابستان ۱۳۹۰.

[۴] شریعتی محمود، مجیدزاده محمد، نظری محمدباقر، "تعیین ضرایب شدت تنش در صفحات مستطیل شکل FGM حاوی ترک با استفاده از روش بدون المان گالرکین"، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، جلد ۴۰، شماره ۱، صفحه ۵۹، سال بهار و تابستان ۱۳۸۹.

[5] Leissa A. W., Milton V., "The design of orthotropic materials for stress optimization", *Solids Structures*, vol. 14, pp. 517-526, 1978.

[6] Jain R., Ramachandra K., Simha K. R. Y., "Rotating anisotropic disc of uniform strength", *Mechanical Science*, vol. 41, pp. 639-648, 1999.

[7] Jain R., Ramachandra K., Simha K. R. Y., "Singularity in rotating orthotropic discs and shell", *Solids Structures*, vol. 37, pp. 2035-58, 2000.

[8] Zhou F., Ogawa A., "Elastic solutions for a solid rotating disk with cubic anisotropy", *Applied Mechanics*, vol. 69, pp. 81-83, 2002.

[9] Ramu S. A., Iyengar K. J., "Quasi-three dimensional elastic stresses in rotating disks", *Mechanical Science*, vol. 16, pp. 473-477, 1974.

[24] Boresi P., Schmidt R. J., "Advanced Mechanics of Materials", John Wiley & Sons, Inc., New York, 2003.