

شبیه‌سازی عددی عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی

علی جعفریان*

استادیار، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی مکانیک

علی یوسفی

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی مکانیک

چکیده

در پژوهش پیش رو، جهت تحلیل و توجیه فیزیک سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی یک کد عددی توسعه داده شده است. جهت توسعه کد، معادلات حاکم با فرض ایده آل بودن بازیاب گرمایی، کامل بودن گاز سیال عامل و عملکرد سردساز در حالت پایا استخراج شده است؛ به گونه‌ای که امکان تجزیه و تحلیل عملکرد سردساز بر مبنای دیدگاه لاگرانژی فراهم گردیده است. به وسیله کد توسعه داده شده دما، فشار و جرم موجود در محفظه‌های متفاوت در هر زمان محاسبه شده و اثرات شرایط عملکردی سردساز شامل دمای مورد نظر برای سردسازی، فشار عملکردی بالا و پائین سردساز بر بار سرمایشی مفید ایجاد شده بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد بار سرمایشی مفید ایجاد شده بر روی محیط، حاصل از اثر سرمایشی مفید دو گروه متفاوت از المان‌های جرمی می‌باشد. گروه اول شامل المان‌هایی جرمی است که با احساس افت فشار جزئی از سردساز خارج شده و گروه دوم المان‌های جرمی می‌باشند که با فشار عملکردی پائین از سردساز خارج می‌گردند. نتایج حاصل از کد عددی بر مبنای دیدگاه لاگرانژی با نتایج حاصل از تحلیل بر مبنای مدل ترمودینامیکی مقایسه گردیده و نتایج در دمای بالاتر از ۴۰ کلوین از دقت بسیار خوبی برخوردار است.

واژه‌های کلیدی: سردساز گیفورد مک‌ماهان، دیدگاه لاگرانژی، شبیه‌سازی عددی.

Numerical simulation of Gifford McMahon Cryocooler via a Lagrangian Approach

A. Jafarian

Assistant professor, Tarbiat Modares University, Department of Mechanical Engineering

A. Yousefi

M.Sc. student, Tarbiat Modares University, Department of Mechanical Engineering

Abstract

In this research, a numerical code has been developed to investigate physics of Gifford McMahon cryocooler via a Lagrangian approach. In this respect, set of governing equations have been written in a general form. Applying the developed code, temperature, pressure and existing mass in each chamber were estimated. In addition, the influence of cryocooler operating conditions, including cooling temperature and minimum and maximum working pressures of cryocooler on effective cooling load was estimated. Results showed that two groups of elements are responsible for producing the effective cooling capacity. First group consists of mass elements which are extracted from cold head due to partial pressure drop in chamber 3 and second group are mass elements which are forced to pass over the cold head due to displacer movement. Results from Lagrangian approach were compared with that of thermodynamic model and a good agreement was observed at temperatures more than 40 K.

Keywords: Gifford McMahon Cryocooler, Lagrangian approach, Numerical simulation.

۱- مقدمه

علم کرایوجنیک در ارتباط با تولید و به‌کارگیری حداقل دماهایی است، که در روی زمین و در فضای نزدیک زمین در شرایط طبیعی نمی‌تواند به وجود آید. فناوری کرایوجنیک برای نخستین بار به منظور مایع سازی هوا توسط یک دانشمند لهستانی در سال ۱۸۸۳ به جهان معرفی گردید. در اواسط قرن بیستم تقاضا جهت رسیدن به دماهای کرایوجنیک به منظور استفاده در گستره‌ی وسیعی از کاربردها افزایش یافته است. یکی از مهم‌ترین نیازها، دستیابی به دمای ۴ کلوین جهت مایع سازی هلیوم بوده است. امروزه سیکل‌های کرایوجنیک به دو دسته اصلی سردسازهای جریان پایدار و جریان نوسانی قابل تقسیم می‌باشند.

سردساز گیفورد مک‌ماهان از جمله سردسازهای جریان نوسانی است که مدل پایه آن دارای یک منبع تغذیه (کمپرسور)، یک محیط متخلخل (بازباب) جهت حفظ گرادیان دما، یک شیر دورانی جهت کنترل فشار و یک جابه‌جاکننده^۱ جهت انتقال سیال عامل به محفظه‌های مختلف است. مکانیزم عملکرد این سردساز به‌گونه‌ای است که با ایجاد افت ناگهانی فشار سیال عامل قادر به ایجاد اثر سرمایشی و جذب گرما از محیط است.

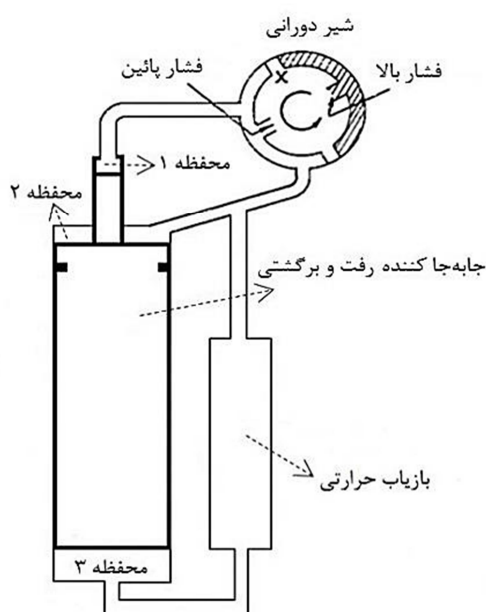
امروزه با توجه به مزایای چشمگیر سردساز گیفورد مک‌ماهان از جمله قابلیت اعتماد بالا، عمر بالا، ارتعاشات کمتر این دستگاه نسبت دستگاه‌های ساخته شده در گذشته و همچنین ساده بودن ساخت یک سیکل چند مرحله‌ای این دستگاه، این سردساز به صورت گسترده برای دستیابی به دماهای بسیار پایین (کرایوجنیک) در بسیاری از حوزه‌ها و کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از زمان ابداع آن توسط گیفورد تلاش‌های بسیار زیادی جهت بهبود عملکرد آن و همچنین تشریح عملکرد آن بر اساس مدل‌های مختلف انجام گرفته است. به‌عنوان نمونه می‌توان به مطالعات تیرومالشوار و سابرامانیام [۱] در بررسی تئوری سردساز گیفورد مک‌ماهان با فرضیه چرخه تولید سرما ایده آل و واقعی، که منجر به ارائه روابط برای محاسبه اتلافات مختلف در تمامی اجزای سردساز شده است، اشاره نمود. همچنین میناس و هالد [۲] موفق به ارائه یک مدل دینامیکی برای توجیه عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان در حالت پایا شده‌اند. مدل ارائه شده توسط آن‌ها قابلیت پیش‌بینی عملکرد فیزیکی سردساز، با دقت بسیار خوبی را داشته است. چائو شنگ و ژیانگ دونگ [۳] به بررسی ترمودینامیکی سردساز گیفورد مک‌ماهان پرداخته‌اند. آن‌ها با ارائه روابط ترمودینامیکی، عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان را مورد بررسی قرار داده و به بررسی ترمودینامیکی اجزای مختلف سردساز پرداخته‌اند. هوانگ و همکارانش [۴] به

بررسی یک مدل ریاضی سردساز گیفورد مک‌ماهان یک مرحله‌ای جهت توصیف عملکرد دینامیکی آن پرداخته‌اند. شبیه‌سازی انجام شده توسط آن‌ها در محفظه گرم تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته و در محفظه سرد با اندکی خطا مواجه بوده است. در دهه اخیر بیشتر تحقیقات و پژوهش‌های انجام گرفته بر روی سردساز گیفورد مک‌ماهان به‌صورت آزمایشگاهی بوده است. به‌عنوان نمونه وانگ و همکارانش [۵] به بررسی آزمایشگاهی سردساز یک مرحله‌ای گیفورد مک‌ماهان با توان سرمایشی ۴/۴ وات در دمای عملکردی ۲۰ کلوین پرداخته‌اند. اثرات پارامترهای عملکردی سردساز بر روی توان سرمایشی به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. ناکاگومه و همکارانش [۶] به بررسی راندمان عملکردی سردساز گیفورد مک‌ماهان پرداخته‌اند. تلاش آن‌ها مبنی بر افزایش راندمان عملکردی در مقابل کاهش نسبت فشار کمپرسور بوده است. نتایج آن‌ها حاکی از آن بوده است که در دمای ۲۰ کلوین و ۴/۲ کلوین با کاهش نسبت فشار بازده عملکردی بهبود بخشیده شده است. طبق گزارش به دست آمده از نتایج آن‌ها به‌وسیله‌ی یک کمپرسور ۱۰ کیلووات، در دمای ۲۰ کلوین، بار سرمایش ۱۰ وات حاصل شده است. ماسویاما و همکارانش [۷] به بررسی قرارگیری مواد پرکننده بازباب گرمایی، به‌صورت هم‌محور پرداخته‌اند. در این تحقیق بررسی پنج نمونه از مواد مختلف با درصد‌های ترکیب متفاوت انجام شده است. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که استفاده از ترکیب مواد، بهبود قابل‌توجه‌ای را بر قدرت سرمایشی داشته است، در بهینه‌ترین حالت افزایش ۰/۲۲ وات در دمای ۴/۲ کلوین گزارش شده است. ژو و موری [۸] با شبیه‌سازی بازباب گرمایی سردساز سعی در بهبود بازده عملکردی داشته‌اند. طبق بررسی آن‌ها راندمان عملکردی سردساز وابستگی قابل‌توجهی به بازده عملکردی بازباب دارد. آن‌ها با تغییر جنس مواد استفاده‌شده در طول بازباب و استفاده از چند جنس مختلف در آن موفق به بهبود عملکرد سردساز شده‌اند. طبق گزارش آن‌ها، این امر باعث بهبود ۹ وات در مرحله اول و ۰/۱۳ وات در مرحله دوم شده است. وانگ و گیفورد [۹] در پژوهشی دیگر به ارائه یک مدل جهت شبیه‌سازی دو نمونه از سردسازهای گیفورد مک‌ماهان ساخت شرکت Cryomech پرداخته و به بهینه‌سازی شرایط هندسی و عملکردی آن از جمله دمای مورد نظر برای ایجاد سرمایش و بار گرمایی مفید آن را بر محیط نیز پرداخته‌اند. جاکوب و لیزون [۱۰] به ارائه و بررسی یک مدل پیشرفته سردساز گیفورد مک‌ماهان با اثر سرمایشی بالا، شامل چندین محفظه انبساط و کمترین تعداد کمپرسور پرداخته‌اند. در مدل ارائه شده موفق به بهینه سازی شرایط عملکردی سردساز و بررسی و تحلیل بازده عملکردی آن شده‌اند.

¹ displacer

نشان داده شده است. اعتبار سنجی کد عددی توسعه داده شده برای توجیه عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی، به‌وسیله‌ی مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی سردساز بر مبنای لاگرانژی و روابط حاصل از پژوهش تیرومالشوار و سابرامانیام [۱] بر مبنای مدل ترمودینامیکی است. همچنین مقدار توان سرمایشی حاصل شده از این شبیه‌سازی، در مقایسه با توان سرمایشی اعلام شده توسط شرکت کرایومک [۱۲] برای این مدل، دارای خطای نسبی ۱۰ درصد است که نشان دهنده‌ی تطابق قابل قبول نتایج کد حاضر با عملکرد واقعی این دستگاه است.



شکل ۱- طرحواره سردساز گیفورد مک‌ماهان

جدول ۱- مشخصات فیزیکی و عملکردی سردساز گیفورد مک‌ماهان موردبررسی

پارامتر عملکردی	مقدار پارامتر
سیال عامل	گاز هلیوم
دمای محیط کاری	۳۰۰ کلوین
دمای سردسازی	۵۰ کلوین
فشار بالا سیستم	۲۰۰۰ کیلو پاسکال
فشار پائین سیستم	۸۰۰ کیلو پاسکال
بار سرمایشی	۴۰ وات
قطر محفظه انبساط	۵۰/۸ میلی‌متر
طول محفظه انبساط	۱۸/۱ میلی‌متر
فرکانس حرکتی جابه‌جاکننده	۱ هرتز

باوجود تحقیقات گسترده‌ای که در چند دهه اخیر درزمینه‌ی سردسازهای گیفورد مک‌ماهان صورت گرفته است، همچنان بازده این سردسازها پایین بوده و بیشتر تلاش‌ها جهت بهبود ضریب عملکرد این سیستم در راستای رسیدن به توان‌های سرمایشی مناسب در دماهای مختلف است. با توجه به ادبیات موضوع به نظر می‌رسد بسیاری از مدل‌های ارائه شده برای توجیه عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان قادر به توجیه دقیق فیزیکی عملکرد این سردساز نیست، لذا با توجه به این موضوع که بررسی رفتار سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی محوریت پژوهش هیچ یک از محققین نبوده است، برای درک بهتر فیزیک عملکرد این سردساز، یک کد بر مبنای دیدگاه لاگرانژی توسعه داده می‌شود. بیان فیزیکی عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی و بررسی اثرات شرایط عملکردی این سردساز انگیزه اصلی این تحقیق بوده است.

۲- مدل فیزیکی

طرحواره سردساز گیفورد مک‌ماهان، در شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سیستم متشکل از یک حجم بسته می‌باشد، که به‌وسیله‌ی جابه‌جاکننده به سه محفظه تقسیم شده است. حرکت جابه‌جا کننده به دلیل اختلاف فشار در دو محفظه‌ی اطراف آن می‌باشد. این اختلاف فشار ناشی از ورود و خروج گاز از یک شیر دورانی است. حجم بسته از دو سیلندر هم محور با قطرهای مختلف تشکیل شده است. حجم هر محفظه به محل جابه‌جاکننده نیز بستگی دارد. محفظه شماره دو، در قسمت تماس دو سیلندر و محفظه شماره سه نیز در انتهای سیلندر بزرگ‌تر قرار گرفته است.

محفظه شماره سه به یک بازیاب گرمایی با بازدهی بالا و افت فشار پایین متصل می‌باشد، لذا با توجه به شکل ۱ می‌توان، فشار محفظه شماره دو و سه را با تقریب خوبی برابر فرض نمود. محفظه شماره یک از محفظه شماره دو به‌وسیله‌ی یک واشر آب‌بندی مناسب جدا شده است، لذا فشار در محفظه‌ی شماره یک با محفظه‌های شماره‌ی دو و سه متفاوت است. همچنین به وسیله یک شیر چرخان می‌توان فشار سیستم را با ورود گاز از کمپرسور و خروج گاز به سمت کمپرسور افزایش یا کاهش داد.

برای درک بهتر و به دست آوردن نتایج واقعی، یک مدل تجاری سردساز گیفورد مک‌ماهان ساخت شرکت Cryomech [۱۲] مورد بررسی قرار گرفته است. سردساز مدل AL60 برای کارکرد در دمای محیطی برابر ۳۰۰ کلوین، دمای مورد نظر برای سردسازی برابر ۵۰ کلوین، فشار بالای عملکردی آن برابر ۲۰ بار و فشار پائین عملکردی آن برابر ۸ بار در نظر گرفته شده است. مشخصات فیزیکی و عملکردی سردساز انتخاب شده در جدول ۱

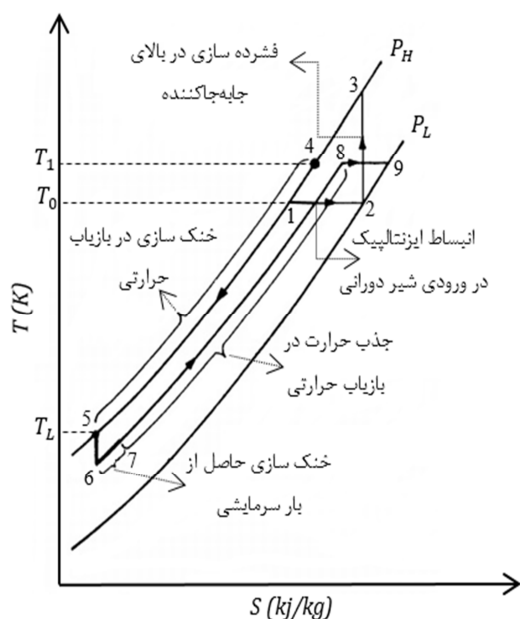
۳- بررسی مکانیزم سرمایش

در لحظه‌ی ابتدایی عملکرد سردساز، جابه‌جاکننده در بالاترین مکان ممکن خود قرار دارد. لذا حجم محفظه‌های شماره یک و دو برابر صفر و حجم محفظه‌ی شماره سه نیز در بیشترین حالت ممکن خود است. برای شروع به کار سیکل فرض می‌شود، مرجع حرکتی شیر دورانی که با علامت ضربدر در شکل ۱ نشان داده شده است، در ساعت ۱۱:۰۰ قرار گرفته باشد و فشار حاکم در کل دستگاه و هر سه محفظه نیز، برابر فشار عملکردی پایین سردساز باشد.

زمانی که شیر دورانی خلاف حرکت ساعت شروع به چرخیدن نموده و مرجع حرکتی آن از ساعت ۹:۰۰ عبور نماید، شیر دورانی اجازه ورود گاز به محفظه شماره یک و افزایش فشار این محفظه، تا فشار عملکردی بالای سردساز را می‌دهد (در حالتی که هنوز فشار محفظه‌های دو و سه فشار پایین می‌باشد). این امر باعث ایجاد اختلاف فشار در بالا و پائین جابه‌جاکننده شده و موجب حرکت آن به سمت پائین می‌گردد، لذا گاز موجود در محفظه شماره سه به محفظه شماره دو منتقل می‌شود.

هنگامی که مرجع حرکتی شیر دورانی از ساعت ۶:۰۰ عبور می‌نماید، محفظه‌های شماره دو و شماره سه به خط فشار بالا متصل شده و فشار آن‌ها از فشار پایین به فشار بالا تغییر پیدا می‌کند. این فرآیند در حالتی رخ می‌دهد که همچنان فشار محفظه‌ی شماره یک بالا می‌باشد. جابه‌جاکننده به دلیل برابر بودن فشار در دو طرف آن ثابت مانده و تغییر مکانی نخواهد داشت. با ادامه چرخش شیر دورانی، هنگامی که مرجع حرکتی آن از ساعت ۳:۰۰ عبور نماید، فشار محفظه‌ی شماره یک به دلیل متصل شدن قسمت فشار پایین شیر دورانی به این محفظه کاهش یافته و از فشار بالا به فشار پایین تغییر پیدا می‌کند، این فرایند در حالتی رخ می‌دهد که فشار محفظه‌های شماره دو و شماره سه همچنان بالا است. این امر باعث ایجاد یک اختلاف فشار در دو طرف جابه‌جاکننده شده و باعث می‌شود که جابه‌جاکننده تغییر مکان داده و به بالاترین مکان قرارگیری خود برود؛ لذا گاز موجود در محفظه‌ی شماره دو در فشار ثابت به محفظه‌ی شماره سه منتقل می‌گردد. هنگامی که مرجع حرکتی شیر دورانی از ساعت ۱۲:۰۰ عبور می‌نماید، به دلیل متصل شدن قسمت فشار پایین شیر دورانی به محفظه‌های شماره دو و سه، فشار این دو محفظه از فشار بالا به فشار پایین تغییر پیدا می‌نماید. این فرآیند در حالتی رخ می‌دهد که فشار محفظه‌ی شماره یک همچنان فشار پایین می‌باشد. لذا جابه‌جاکننده به دلیل برابر بودن فشار در دو طرف آن ثابت بوده و هیچ حرکتی نمی‌نماید. مراحل ذکر شده با چرخش دوباره شیر دورانی تکرار می‌شوند. برای درک بهتر فرآیندهای انجام‌شده در سردساز،

نمودار دما برحسب آنتروپی اولین جزء کوچک گاز وارد شده به سیستم در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- نمودار دما برحسب آنتروپی در سیکل گیفورد مک‌ماهان

همان‌طور که مشاهده می‌شود، اولین جزء از گاز با دمای محیط و با فشار عملکردی بالای سردساز به سیستم وارد می‌گردد (نقطه ۱). در ادامه با عبور از شیر دورانی به صورت آیزنتالپیک تا فشار پایین منبسط می‌شود (نقطه ۲). در گام بعدی گاز به محفظه شماره دو منتقل شده و به دلیل اضافه شدن مقدار بیشتری گاز سیال عامل به سیستم، المان موردنظر متراکم شده و به فشار بالا و دمای بیشتری نیز می‌رسد (نقطه ۳). در ابتدای خارج شدن المان گاز از محفظه شماره دو، هنگامی که جابه‌جاکننده شروع به حرکت کردن به سمت بالا می‌نماید، به دلیل فرآیند فشار ثابت و سرد بودن بازایب گرمایی تغییر چگالی در گاز موجود در سیکل به وجود می‌آید. این امر باعث می‌شود که مقداری گاز برای جبران این تغییر چگالی به سیستم اضافه گردد. المان مورد نظر با گازهای افزوده شده که دمای کمتری نیز دارند ترکیب شده و این امر باعث کاهش دمای المان مورد نظر تا دمای نقطه ۴ گردد. با عبور گاز از بازایب دمای المان گاز تا دمای مورد نظر برای سرد سازی کاهش می‌یابد (نقطه ۵).

هنگامی که محفظه شماره سه در حالتی قرار گیرد که دارای بیشترین حجم ممکن خود باشد، شیر دورانی اجازه خروج مقداری گاز از محفظه شماره سه (قسمت سرد) را به سمت کمپرسور نیز می‌دهد. این امر باعث یک افت فشار ناگهانی و انبساط آیزنتروپیک شده و در نتیجه افت دما را نیز در بر خواهد

تابعی برحسب دما بوده و به فشار وابسته نمی‌باشد؛ لذا دمای ورودی و خروجی گاز در قسمت سرد بازتاب برابر در نظر گرفته شده و همچنین رابطه (۱) به صورت رابطه (۲) ساده سازی می‌گردد [۱].

$$Q_L = W \quad (2)$$

با فرض تغییرات ناچیز انرژی جنبشی و پتانسیل، کار حاصل از انبساط برابر مساحت زیر منحنی فشار برحسب حجم محفظه انبساط، مطابق رابطه (۳) است [۱].

$$Q_L = V(P_H - P_L) \quad (3)$$

قانون اول ترمودینامیک برای حجم کنترل دوم به صورت رابطه (۴) می‌باشد [۱].

$$Q_L - W = m(H_1 - H_2) = mc_p(T_1 - T_0) \quad (4)$$

جمله اول سمت چپ (Q_L)، نشان‌دهنده اثر سرمایشی مفید بر روی محیط، جمله دوم سمت چپ (W) بیانگر کار ورودی یا خروجی به سیستم بوده، که در این حالت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. انتالی گاز ورودی و خروجی از حجم کنترل به ترتیب H_1 و H_2 می‌باشند. جریان جرمی در سیکل مطابق رابطه (۵) و برابر اختلاف جرم در دو حالت زیر می‌باشد [۱]:

الف) جرم موجود در انتهای سرد و در انتهای مرحله‌ی مکش، در فشار بالا و دمای پایین.

ب) جرم موجود در انتهای چرخه، در فشار پایین و در دمای خروجی از سیکل

$$m = \frac{P_H V}{RT_L} - \frac{P_L V}{RT_1} \quad (5)$$

با استفاده از روابط به‌دست‌آمده و فرض گاز ایده‌آل، نسبت کار ورودی به بار سرمایشی مفید مطابق رابطه (۶) قابل محاسبه است [۱].

$$\frac{W}{Q_L} = \frac{C_p \left(\frac{P_H T_R}{P_L T_L} - 1 \right) \left(\left(\frac{P_H}{P_L} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{R \left(\frac{P_H}{P_L} - 1 \right)} \quad (6)$$

نسبت کار ورودی به بار سرمایشی مفید، وابسته به نسبت فشار عملکردی بالا و پائین سیستم و همچنین نسبت دمای محیط به دمای مورد نظر برای سردسازی و خصوصیات سیال عامل نیز است.

۵- فیزیک عملکرد سیکل گیفورد مک‌ماهان بر

مبنای دیدگاه لاگرانژی

در دیدگاه لاگرانژی رفتار المان‌های گاز مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ به عبارت دیگر هدف اصلی تحلیل سیکل گیفورد مک‌ماهان از دیدگاه لاگرانژی در نگاه اول درک صحیح از فرآیندهای انجام شده بر روی هر المان گاز موجود در سیکل در نهایت یافتن اثر سرمایشی مفید هر المان گاز می‌باشد.

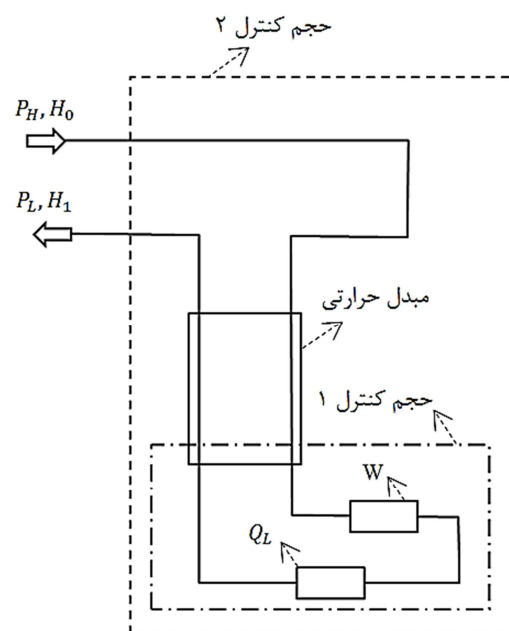
داشت (نقطه ۶). در ادامه، با جذب گرما از محیط (نقطه ۷) و عبور از بازتاب گرمایی دمای المان گاز نیز افزایش می‌یابد (نقطه ۸). عبور گاز از بازتاب گرمایی باعث دفع گرما و سرد شدن آن برای جذب گرما از المان ورودی بعدی نیز می‌گردد. نکته حائز اهمیت این است که اگر بازتاب گرمایی مورد استفاده بازدهی صد درصد داشته باشد، دمای گاز عبور کرده از بازتاب گرمایی در لحظه ورود گاز به محفظه سه (قسمت سرد) و دمای گاز خروجی از محفظه سه بعد از جذب گرما از محیط، برابر هستند. در گام آخر، المان گاز با عبور از شیر دورانی تا فشار پایین منبسط می‌گردد (نقطه ۹).

۴- فیزیک عملکرد سیکل گیفورد مک‌ماهان

برمبنای مدل ترمودینامیکی

با فرض ایده‌آل بودن سیکل، قانون اول ترمودینامیک برای حجم کنترل اول نشان داده شده در شکل ۳ به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۱].

$$Q_L = W + (H_{out} - H_{in}) \quad (1)$$



شکل ۳- حجم کنترل‌های در نظر گرفته‌شده

جمله سمت چپ (Q_L)، نشان‌دهنده اثر سرمایشی مفید بر روی محیط، جمله اول سمت راست (W)، بیانگر کار حاصل از انبساط و جملات دوم و سوم سمت راست (H_{out}, H_{in}) نشان‌دهنده انتالی گاز ورودی و خروجی به سیکل می‌باشند.

با فرض ایده‌آل بودن و ۱۰۰٪ بودن بازده گرمایی بازتاب گرمایی و همچنین ایده‌آل بودن گاز سیال عامل، آنتالپی گاز تنها

$$T_4 = T_L(1 + \frac{T_0}{T_L} - \frac{T_0}{T_3}) \quad (13)$$

$$\frac{T_0}{T_3} = (PR - 1)(\gamma PR) \left(\frac{T_0}{T_1}\right) \left(\frac{1}{PR}\right) \quad (14)$$

$$T_4 = T_L \left[1 + \frac{T_0}{T_L} - \frac{PR - 1}{\gamma PR} - \frac{T_0}{T_4 PR}\right] \quad (15)$$

رابطه (۱۵) به صورت یک معادله درجه دوم است که با استفاده از مقادیر دمای محیط (T_0)، دمای مورد نظر برای سردسازی (T_L)، نسبت فشار و γ که از خصوصیات هلیوم می باشد، قابل حل است. با استفاده از روابط به دست آمده، دمای تمام نقاط مشخص شده در نمودار برحسب آنترופی برای هر یک از المان‌های گاز قابل محاسبه است. همچنین با استفاده از فرضیه ی گاز کامل و مشخص بودن حجم محفظه‌ها، دما و فشار در هر نقطه از سیکل و جرم گاز موجود در هر لحظه و مکان مشخص در سیکل، قابل محاسبه خواهد بود.

۶- نتایج شبیه سازی و بحث

با استفاده از روابط ذکر شده، عملکرد سردساز بر مبنای لاگرانژی به وسیله ی یک کد شبیه سازی شده است. برای محاسبه ی خصوصیات ترمودینامیکی گاز سیال عامل از پایگاه اطلاعاتی نرم افزار EES استفاده شده است. پارامترهای ورودی در کد توسعه داده شده، شامل دمای محیط کاری، دمای مورد نظر برای سردسازی، فشار بالا و پایین عملکردی کمپرسور، نوع سیال عامل و مشخصات هندسی سردساز است. الگوریتم و روند حل معادلات جهت شبیه سازی سردساز گیفورد مک‌ماهان، بر مبنای دیدگاه لاگرانژی به صورت زیر است:

- ۱- تعیین شرایط عملکردی و هندسی مربوط به سردساز مورد بررسی.
- ۲- تعیین تعداد المان‌های در نظر گرفته شده در دیدگاه لاگرانژی.
- ۳- محاسبه دما با استفاده از معادلات تشریح شده، در طی یک سیکل زمانی و در طول سردساز.
- ۴- محاسبه جرم گاز موجود در سردساز، با استفاده از فرض گاز ایده ال و در طی یک سیکل زمانی.
- ۵- محاسبه پارامترهای ترمودینامیکی، شامل آنترופی و آنتالپی در طی یک سیکل زمانی و در طول سردساز.
- ۶- محاسبه بار سرمایشی حاصل از هر یک از المان‌های فرض شده در دیدگاه لاگرانژی.

شکل ۴ تغییرات بار سرمایشی محاسبه شده بر مبنای دیدگاه لاگرانژی برحسب تعداد المان‌ها را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌گردد با افزایش تعداد المان‌های در نظر گرفته شده،

اگر سیستم در حالت پایا مورد بررسی قرار گیرد، در ابتدا و شروع به کار سردساز مقداری گاز در سیکل قرار دارد و با شروع به کار نمودن سیکل و ورود المان‌های ورودی گاز اولیه، (مرحله ی اعمال فشار بالا بر محفظه دو) فشار و دمای المان‌های گاز موجود در سردساز افزایش می‌یابد. دمای المان‌های گاز در این حالت با در نظر گرفتن معادله انرژی قبل و بعد از عمل تراکم به صورت رابطه (۷) قابل محاسبه می‌باشد [۱۱].

$$m_1 c_v T_7 + m_2 c_p T_0 = (m_1 + m_2) c_v T_3 \quad (7)$$

جمله اول سمت چپ مربوط به گازهای موجود در سیکل، جمله دوم سمت چپ مربوط به گازهای ورودی به سیکل و جمله سمت راست مربوط به ترکیب گازهای موجود و ورودی به سیکل بعد از عمل تراکم می‌باشد. m_1 جرم اولیه ی موجود در سیکل در حجم V و فشار P_L بوده و m_2 مربوط به جرم ورودی به سیستم در حین عمل تراکم از فشار پایین به فشار بالا می باشد.

$m_1 + m_2$ جمع کل گازهای موجود در سیکل بعد از عمل تراکم در حجم V ، فشار P_H و دمای T_3 است. با فرض ایده آل بودن گاز، به صورت (۷) به صورت رابطه (۸) قابل بازنویسی می‌باشد [۱۱].

$$\frac{P_L V}{R} = \gamma T_0 \left[\frac{P_H V}{RT_3} - \frac{P_L V}{RT_7} \right] T_0 + \frac{P_H V}{R} \quad (8)$$

با انجام ساده سازی، دمای المان‌های گاز بعد از عمل تراکم به صورت رابطه (۹) قابل محاسبه می‌باشد [۱۱].

$$T_3 = \frac{PR}{\frac{PR-1}{\gamma T_0} + \frac{1}{T_7}} \quad (9)$$

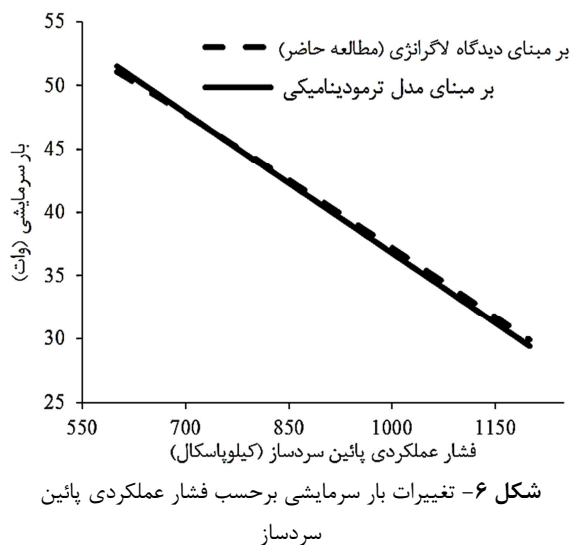
در رابطه (۹) برای ساده سازی PR به عنوان نسبت فشار عملکردی بالای سردساز به فشار عملکردی پایین سردساز در نظر گرفته شده است. در ابتدای انتقال گاز به محفظه ی سرد از میان بازیاب گرمایی مقداری گاز با دمای محیط، به دلیل ایجاد اختلاف چگالی به سیکل وارد می‌گردد. گازهای ورودی با گازهای موجود در سیکل ترکیب شده و باعث کاهش دمای گاز موجود در سیکل می‌شود. با فرض ایده آل بودن بازیاب گرمایی، دمای ترکیب شده در این حالت با دمای اولیه گاز در شروع به کار سیکل مطابق رابطه (۱۰) می‌باشد [۱۱].

$$T_4 = T_7 \quad (10)$$

معادله ی انرژی قبل و بعد از ورود گاز ناشی از تغییر چگالی به صورت رابطه (۱۱) می‌باشد. با فرض کامل بودن گاز و با استفاده از رابطه (۹) دمای المان‌های گاز بعد از ورود گاز ناشی از تغییر چگالی، به صورت رابطه (۱۵) قابل محاسبه است [۱۱].

$$(m_1 + m_2 + m_3) T_4 = m_3 T_0 + (m_1 + m_2) T_3 \quad (11)$$

$$\frac{P_H V T_4}{RT_L} = \left[\frac{P_H V}{RT_L} - \frac{P_H V}{RT_3} \right] T_0 + \frac{P_H V}{R} \quad (12)$$

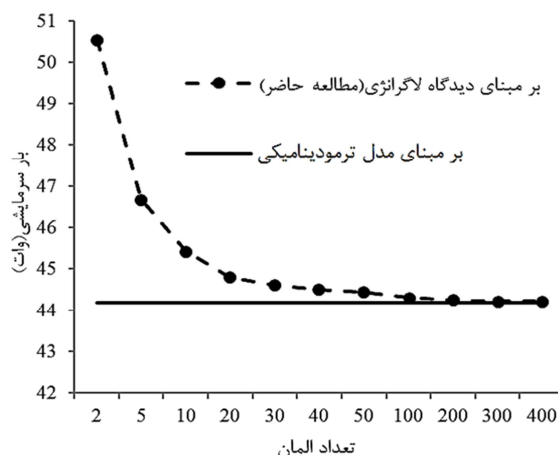


شکل ۶- تغییرات بار سرمایشی بر حسب فشار عملکردی پائین سردساز

همچنین در شکل ۷ تغییرات بار سرمایشی بر حسب فشار عملکردی بالای سردساز بر مبنای دیدگاه لاگرانژی و مدل ترمودینامیکی نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش فشار عملکردی سردساز بار سرمایشی مفید ایجاد شده در دمای سردسازی ثابت افزایش می یابد.

تغییرات دمای گاز و تغییرات جرم موجود در سیکل بر حسب زمان در شکل ۸ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، گاز با دمای محیط وارد سیکل شده و در انتهای مرحله تراکم دمای آن افزایش یافته و به دمای $40.3/4$ کلوین می رسد. بر اثر تغییر چگالی و ورود مقداری گاز با دمای محیط به سیکل، دمای جرم گاز موجود در سیکل کاهش یافته و به $312/8$ کلوین می رسد. بعد از عبور گاز از بازیاب گرمایی دمای گاز موجود در سیکل تا دمای مورد نظر برای سردسازی یا به عبارتی دیگر تا 50 کلوین کاهش پیدا کرده و در نهایت با افت فشار ناگهانی تا $34/68$ کلوین افت می نماید. جذب گرما از محیط باعث افزایش دمای گاز موجود در سیکل تا 50 کلوین شده و با عبور گاز از بازیاب گرمایی و جذب گرمای دفع شده در مرحله عبور از بازیاب گرمایی، دمای گاز تا دمای $312/8$ کلوین افزایش یافته و در نهایت با همین دما از سیکل خارج می شود.

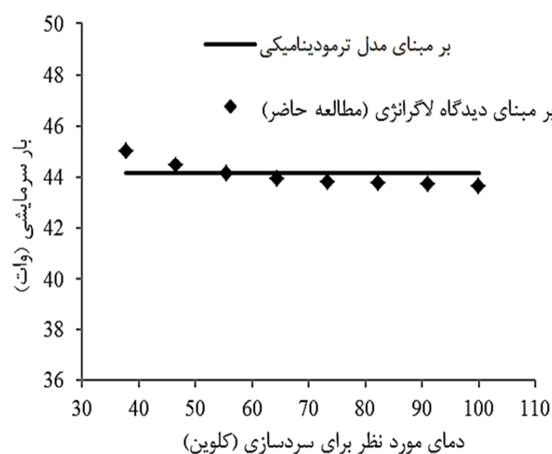
تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاصل از این مطالعه بر مبنای دیدگاه لاگرانژی و مدل ترمودینامیکی وجود دارد. همچنین تعداد المان برابر ۱۰۰ به عنوان تعداد المان بهینه انتخاب می گردد.



شکل ۴- تغییرات بار سرمایشی بر حسب تعداد المان ها

شکل ۵ تغییرات بار سرمایشی بر حسب دمای مورد نظر برای سردسازی بر مبنای دیدگاه لاگرانژی و مدل ترمودینامیکی را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می گردد در دماهای کمتر از 40 کلوین به دلیل معتبر نبودن رابطه گاز کامل، از دقت حل کاسته شده است ولی در دماهای بالاتر شبیه سازی از تطابق خوبی برخوردار می باشد.

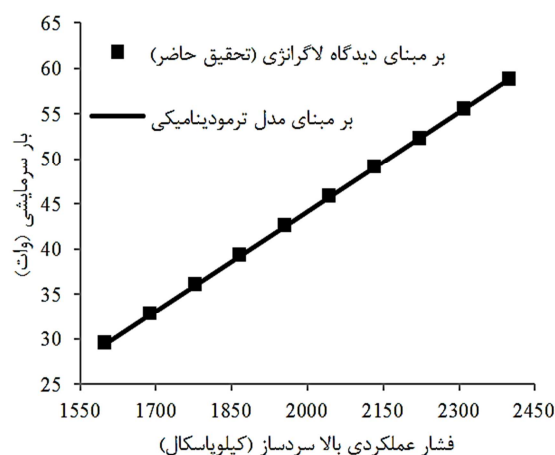
تغییرات بار سرمایشی محاسبه شده بر مبنای دیدگاه لاگرانژی در شکل ۶ نشان داده شده است. به طور کلی با کاهش فشار عملکردی سردساز بار سرمایشی مفید ایجاد شده در دمای سردسازی ثابت افزایش می یابد. همچنین همان طور که مشاهده می گردد در محدوده فشاری در نظر گرفته شده، نتایج حاصل از دیدگاه لاگرانژی تطابق بسیار خوبی با نتایج حاصل از مدل ترمودینامیکی نیز دارد.



شکل ۵- تغییرات بار سرمایشی بر حسب دمای مورد نظر برای سردسازی

جدول ۲- مقادیر لحظه‌ای، ورودی و خروجی جرم گاز در سیکل

نوع جرم گاز	مقدار (kg)
جرم گاز در شروع به کار سیکل	۰/۰۴۵۳۴
ورود گاز طی عمل تراکم	۰/۰۴۲۵۶
مقدار گاز در انتهای عمل تراکم	۰/۰۸۷۹
ورود گاز ناشی از تغییر چگالی	۰/۶۲۱۲
مقدار گاز در ابتدای عمل انبساط	۰/۷۰۹۱
خروج گاز ناشی از افت فشار	۰/۳۰۰۲
مقدار گاز در ابتدای جذب گرما	۰/۴۰۹۸
خروج گاز ناشی از جذب گرما	۰/۱۲۵۳
خروج گاز طی خروج از بازیاب	۰/۲۳۸۳
مقدار گاز در انتهای سیکل	۰/۰۴۵۳۴

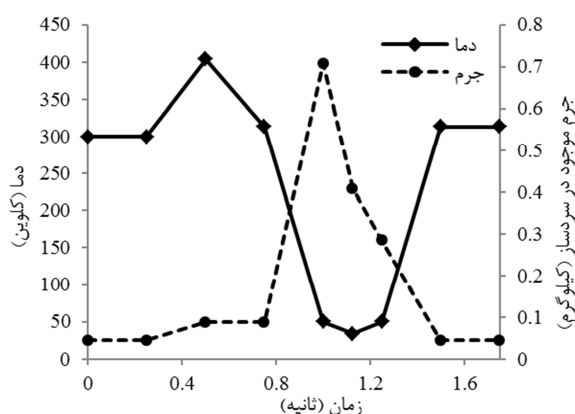


شکل ۷- تغییرات بار سرمایشی بر حسب فشار عملکردی بالا سردساز

همان‌طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، در حین افت فشار و تغییر آن از فشار عملکردی بالای سیستم به فشار عملکردی پایین سیستم، مقداری گاز در مدت‌زمان کمی از سیکل خارج شده و همچنین مقدار باقی مانده گاز، در فشاری برابر فشار عملکردی پایین سیستم با عبور از بازیاب از سیکل خارج می‌شود. اثر سرمایشی مفید سیکل بر روی محیط، ناشی از افت دمای حاصل از کاهش فشار عملکردی سیستم از فشار بالا به فشار پائین می‌باشد. نکته‌ی حائز اهمیت در دیدگاه لاگرانژی پی بردن به اثر سرمایشی هر یک از المان‌های گاز سیال عامل می‌باشد. لذا می‌بایست اثر سرمایشی هر یک از المان‌های گاز خروجی در حین مرحله‌ی افت فشار محاسبه گردد. مبنای انتخاب المان‌های جرمی گاز در دیدگاه لاگرانژی بدین‌صورت است که، مقدار کل جرم گاز موجود در محفظه سرد سردساز، که در طی عمل افت فشار از سردساز خارج می‌شوند؛ به‌صورت n المان جرمی گاز فرض می‌گردند.

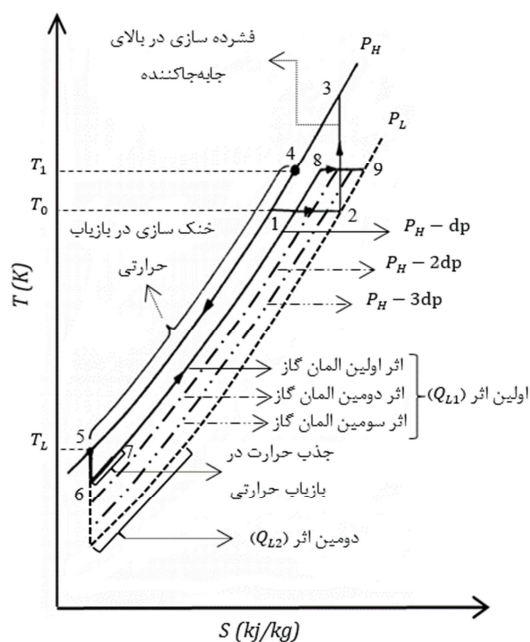
بدین منظور تغییرات جرم ناشی از افت فشار ناگهانی عملکردی سیستم در بازه زمانی بسیار کوچک انجام آن، به‌صورت تابعی خطی فرض می‌شود، به‌عبارتی دیگر با افت جزئی فشار سیستم، مقدار کمی از گاز موجود از سیکل خارج می‌شود. اگر مقدار جرم گاز خروجی در طی عمل افت فشار را به‌صورت n المان جرمی گاز، با جرم‌های برابر فرض شود، آنگاه می‌توان با فرض تغییرات خطی جرم و فشار، کاهش فشار را به تعداد n افت فشار کوچک (dp) در نظر گرفت. به بیانی دیگر هر افت فشار جزئی گاز، منجر به خروج یک المان جرمی گاز می‌گردد.

$$\frac{P_H - P_L}{n} = dp \quad (16)$$



شکل ۸- تغییرات دمای گاز و جرم موجود در سردساز بر حسب زمان

جدول ۲ مقدار جرم گاز ورودی و خروجی از سیکل را نشان می‌دهد. جرم گاز موجود در لحظه شروع به کار سیکل در حالت پایا، برابر ۰/۰۴۵۳۴ کیلوگرم می‌باشد. در طی عمل تراکم مقدار ۰/۰۴۲۵۶ کیلوگرم گاز به سیکل وارد شده و در حین عبور گاز از بازیاب گرمایی به علت تغییر چگالی مقدار ۰/۶۲۱۲ کیلوگرم گاز به سیکل وارد می‌شود. لذا در لحظه ابتدایی تغییر فشار عملکردی بالا به پایین سیستم، مقدار ۰/۷۰۹۱ کیلوگرم گاز در محفظه سرد موجود می‌باشد. مقدار جرم گاز موجود در سیکل بعد از افت فشار تا مقدار فشار پائین عملکردی سیستم برابر ۰/۴۰۸۹ کیلوگرم می‌باشد. بعد از جذب گرما از محیط جرم موجود در سیکل به ۰/۲۳۸۳ کیلوگرم کاهش یافته و در نهایت با عبور از بازیاب گرمایی، مقداری از گاز از سیکل خارج شده و مقدار جرم گاز موجود در سیکل به ۰/۰۴۵۳۴ کیلوگرم می‌رسد که برابر با جرم شروع به کار سیکل می‌باشد.



شکل ۹- اثر سرمایشی المان‌های مختلف

جدول ۳ روند تغییرات بار سرمایشی محاسبه شده بر و مبنای دیدگاه لاگرانژی و مدل ترمودینامیکی و همچنین بار سرمایشی حاصل از المان‌های خارج شده با فشارهای جزئی متفاوت و المان‌های گاز خارج شده با فشار عملکردی پائین سیستم را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد افزایش تعداد المان‌های جرمی فرض شده، باعث افزایش دقت در محاسبه‌ی بار سرمایشی در دیدگاه لاگرانژی می‌گردد.

به‌عنوان مثال، در حالتی که تعداد المان‌های جرمی گاز برابر پنج عدد می‌باشد، جرم هر المان گاز، افت فشار جزئی هر المان و اثر سرمایشی مفید هر المان جرمی گاز بر روی محیط، در جدول ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با کاهش فشار جزئی، شاهد افت دمایی بیشتر و در نتیجه ایجاد اختلاف دمایی زیاده‌تری بین المان گاز با محیط بوده و در نهایت باعث جذب گرما و ایجاد اثر سرمایشی مفید بیشتری می‌باشد.

اولین المان جرمی گاز که اولین افت فشار جزئی را حس می‌نماید، تغییر فشاری را از فشار عملکردی بالای سیستم تا فشاری برابر $P_H - dp$ درک نموده و فشار آن تا فشار ذکر شده کاهش می‌یابد. در نتیجه دمای المان گاز نیز طی یک عمل آیزنتروپیک به مقدار کمی افت می‌نماید. این عمل باعث ایجاد اختلاف دمای جزئی با محیط شده و در نهایت باعث جذب گرما از محیط می‌گردد. بعد از جذب گرما با فشار فرض شده از بازتاب گرمایی عبور کرده و از سیکل خارج می‌گردد. در واقع اثر سرمایشی مفید المان جرمی گاز خروجی اول بر روی محیط به شرح فوق می‌باشد.

دومین المان جرمی گاز که دومین افت فشار جزئی را حس می‌نماید، تغییر فشاری را از فشار عملکردی بالای سیستم تا فشاری برابر $P_H - 2dp$ درک نموده و فشار آن تا فشار ذکر شده کاهش می‌یابد. دمای این المان نیز طی یک عمل آیزنتروپیک به مقدار بیشتری از المان اول افت نموده و باعث ایجاد اختلاف دما و در نهایت جذب گرما از محیط شده و با عبور از بازتاب گرمایی از سیکل خارج شده و منجر به ایجاد اثر سرمایشی مفید خود بر محیط می‌گردد.

دیگر المان‌های جرمی گاز که تغییرات جزئی فشار را حس می‌نمایند، طی فرآیندهای مشابه ذکر شده، اثر سرمایشی خود را بر روی محیط گذاشته و از سیکل خارج می‌شوند. با خروج تمامی المان‌های جرمی گاز فرض شده، فشار عملکردی سیستم به فشار پائین تغییر پیدا می‌نماید. مقدار گاز باقی مانده در سیکل تغییر فشاری را از فشار عملکردی بالای سیستم تا فشار پائین سیستم درک نموده، لذا به‌طور مشابه طی یک فرآیند آیزنتروپیک دمای آن به مقدار مشخصی افت نموده و باعث ایجاد اختلاف دمای مشخص با محیط می‌گردد. در نهایت مقدار گاز باقیمانده با جذب گرما از محیط و ایجاد اثر سرمایشی مفید از بازتاب عبور می‌نماید.

$$Q_L = Q_{L1} + Q_{L2} \quad (17)$$

$$Q_{L1} = \sum_{i=1}^n Q_{L1i} \quad (18)$$

اثر سرمایشی مفید سیکل بر روی محیط در دیدگاه لاگرانژی از رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌گردد. جمله اول سمت راست معادله نشان دهنده‌ی اثر سرمایشی مفید المان‌های خروجی با فشارهای جزئی متفاوت از سیکل می‌باشد. جمله دوم معادله مربوط به اثر سرمایشی مفید مقدار گازی است، که با فشار عملکردی پائین سیستم از بازتاب عبور می‌نماید. شکل ۹ اثر سرمایشی دو گروه از المان‌ها را نشان می‌دهد.

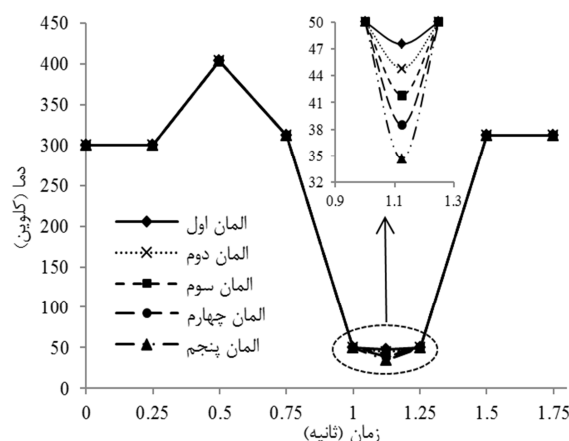
جدول ۳- روند تغییرات بار سرمایشی برحسب وات محاسبه شده با تعداد المان‌های گاز

تعداد المان	Q_{L1}	Q_{L2}	$Q_{Lagrange}$	$Q_{Thermodynamic}$
۲	۱۷٫۴۴	۳۳٫۱۱	۵۰٫۵۴	۴۴٫۱۹
۵	۱۳٫۵۶	۳۳٫۱۱	۴۶٫۶۷	۴۴٫۱۹
۱۰	۱۲٫۳۱	۳۳٫۱۱	۴۵٫۴۲	۴۴٫۱۹
۲۰	۱۱٫۷	۳۳٫۱۱	۴۴٫۸	۴۴٫۱۹
۳۰	۱۱٫۴۹	۳۳٫۱۱	۴۴٫۶	۴۴٫۱۹
۴۰	۱۱٫۳۹	۳۳٫۱۱	۴۴٫۵	۴۴٫۱۹
۵۰	۱۱٫۳۳	۳۳٫۱۱	۴۴٫۴۴	۴۴٫۱۹
۱۰۰	۱۱٫۲۱	۳۳٫۱۱	۴۴٫۳۱	۴۴٫۱۹
۲۰۰	۱۱٫۱۵	۳۳٫۱۱	۴۴٫۲۵	۴۴٫۱۹
۳۰۰	۱۱٫۱۳	۳۳٫۱۱	۴۴٫۲۳	۴۴٫۱۹
۴۰۰	۱۱٫۱۲	۳۳٫۱۱	۴۴٫۲۲	۴۴٫۱۹

جدول ۴- اطلاعات مربوط به تعداد المان گاز برابر پنج

i	m_i (kg)	T_{6i} (K)	P_{6i} (KPa)	Q_{L1i} (wat)
۱	۰٫۰۶۰۰۳	۴۷٫۵۲	۱۷۶۰	۰٫۷۹۴
۲	۰٫۰۶۰۰۳	۴۴٫۸۲	۱۵۲۰	۱٫۶۵۵
۳	۰٫۰۶۰۰۳	۴۱٫۸۵	۱۲۸۰	۲٫۵۹۹
۴	۰٫۰۶۰۰۳	۳۸٫۵۲	۱۰۴۰	۳٫۶۵۲
۵	۰٫۰۶۰۰۳	۳۴٫۶۸	۸۰۰	۴٫۸۶

شکل ۱۰ افت دمایی ناشی از افت فشار عملکردی در محفظه انبساط برای پنج المان فرض شده را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد ابتدا با افت فشار، دما کاهش یافته و در گام بعدی با جذب گرما از محیط و ایجاد اثر سرمایشی مفید، دما افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰- تغییرات دما برحسب زمان برای حالت تعداد المان برابر پنج

۷- نتیجه‌گیری

یک کد عددی جهت تجزیه و تحلیل عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان بر مبنای دیدگاه لاگرانژی توسعه داده شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای شبیه سازی شامل ایده آل بودن سیکل و بازیاب گرمایی، کامل بودن گاز سیال عامل و عملکرد سردساز در حالت پایا نیز می‌باشد. نتایج به دست آمده شامل دما، فشار و جرم موجود در محفظه‌های متفاوت در هر زمان است. کلید و راه گشای اصلی درک صحیح عملکرد سردساز گیفورد مک‌ماهان از نظر دیدگاه لاگرانژی، نخست محاسبه جرم گاز موجود در هر لحظه و مکان از سردساز و سپس بررسی و تجزیه و تحلیل مقادیر جرمی گاز محاسبه شده در نقاط مختلف از سردساز می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد بار سرمایشی مفید ایجاد شده بر روی محیط، حاصل از اثر سرمایشی مفید دو دسته متفاوت از المان‌های جرمی می‌باشد. گروه اول شامل المان‌هایی جرمی است که با احساس افت فشار جزئی از سردساز خارج شده و گروه دوم المان جرمی‌ای بوده که با فشار عملکردی پائین از سردساز خارج می‌گردند.

همچنین اثرات شرایط عملکردی سردساز شامل دمای موردنظر برای سردسازی و فشار عملکردی بالا و پائین سردساز بر بار سرمایشی مفید ایجاد شده بررسی شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی بر مبنای دیدگاه لاگرانژی نشان می‌دهد که با کاهش فشار عملکردی پائین سردساز و همچنین افزایش فشار عملکردی بالای سردساز، بار سرمایشی ایجاد شده کاهش می‌یابد. نتایج حاصل از دیدگاه لاگرانژی تطابق قابل قبولی با نتایج حاصل از مدل ترمودینامیکی نیز داشته است.

مراجع

- [1] Thirumaleshwar M., Subramanyam S. V., "Gifford-McMahon cycle a theoretical analysis, Cryogenics", vol. 26, no. 3, pp. 177-188, 1986 .
- [2] Minas C., Hualde P. M., "Dynamic modelling of a Gifford-McMahon cryorefrigerator", Cryogenics, vol. 32, no. 7, pp. 634-639, 1992 .
- [3] Chao-sheng H., Xiang-dong X., "On the thermodynamic cycle of the low temperature GM refrigerator, Cryogenics", vol. 34, Supplement 1, no. 0, pp. 183-186, 1994 .
- [4] Huang W., Wu P. Y., Hu S. L., Zhang L., Zhout Y. M., Gong L. H., Chen G. B., "Dynamic simulation of one-stage G-M refrigerator and comparison with experiment", Cryogenics, vol. 36, no. 9, pp. 643-647, 9, 1996 .
- [5] Wang L., Fang L., Lu W., Zhang L., "The Experimental Study of a Single-Stage GM Refrigerator with the Regenerator Set Outside the Cylinder", Advances in cryogenic engineering, vol. 45, no. A, pp. 245-250, 2000 .
- [6] Nakagome T. O. H., Usami T., Research on Improvement in the Efficiency of the GM

Refrigerator, in International Cryocooler Conference, 2007.

[7] Masuyama S., Fukuda Y., Imazu T., Numazawa T., "Characteristics of a 4K Gifford–McMahon cryocooler using the Gd₂O₂S regenerator material, Cryogenics", vol. 51, no. 6, pp. 337-340, 2011.

[8] Xu M., Morie T., Numerical simulation of the second stage regenerator in a 4K GM cryocooler, in Proceeding of, AIP Publishing, pp. 1143-114, 2014.

[9] Wang C., Gifford P. E., High Efficiency, Single-Stage GM Cryorefrigerators Optimized for 20 to 40K, Cryocoolers, pp. 387-392, 2002 .

[10] Jakob G., Lizon J.-L., Advanced high-cooling power 2-stage Gifford-McMahon refrigerator systems, in Proceeding of, International Society for Optics and Photonics, pp. 77393I-77393I-12, 2014

[11] Thirumaleshwar M., Subramanyam S. V., "Exergy analysis of a Gifford-McMahon cycle cryorefrigerator", Cryogenics, vol. 26, no. 4, pp. 248-251, 1986 .

[12] WWW.Cryomech.Com, visited at 2/09/2015.