

تحلیل سه بعدی کمانش مکانیکی و گرمایی پوسته‌های استوانه‌ای هدفمند دو بعدی با روش میانبایی شعاعی نقطه‌ای

رضا پیل افکن*
منصور درویزه
ابوالفضل درویزه
رضا انصاری

استادیار، دانشگاه محقق اردبیلی، دانشکده مهندسی مکانیک
استاد، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک
استاد، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک
دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده مهندسی مکانیک

چکیده

در این مقاله کمانش خطی پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم تحت بار فشاری خارجی و جدار نازک تحت بار گرمایی با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته مورد بررسی قرار گرفته است. پوسته بصورت هدفمند دو بعدی در جهات شعاعی و محوری در نظر گرفته شده که خواص آن با استفاده از مدل موری-تاناکا با تغییر مختصات‌های ضخامت و طول پوسته تغییر می‌کند. جهت حل معادلات حاکم از روش بدون المان با میانبایی شعاعی نقطه‌ای استفاده شده است. از دو نوع توزیع یکنواخت و خطی اختلاف دما در جهت ضخامت برای تحلیل کمانش گرمایی استفاده شده است. تاثیر توزیع مختلف فازهای ماده هدفمند در دو جهت شعاعی و محوری و شرایط مرزی روی بار کمانش فشاری و گرمایی و همچنین تأثیر گرما روی بار کمانش فشاری بررسی شده است. نتایج حاصل شده با نتایج مقالات ارائه شده در این زمینه مقایسه شده که نشان از دقت بالای روش مورد استفاده می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: پوسته استوانه‌ای هدفمند، روش بدون المان، میانبایی شعاعی نقطه‌ای، تئوری سه بعدی الاستیسیته.

Three Dimensional Mechanical and Thermal Buckling Analysis of Bidirectional Functionally Graded Cylindrical Shells Using a Radial Point Interpolation Method

R. Pilafkan Assistant Professor, University of mohaghegh Ardabili, Faculty of Technical and Engineering
M. Darvizeh Professor, Guilan University, Faculty of Mechanical Engineering
A. Darvizeh Professor, Guilan University, Faculty of Mechanical Engineering
R. Ansari Associate Professor, Guilan University, Faculty of Mechanical Engineering

Abstract

This paper considers linear buckling analysis of thick cylindrical shells subjected to external pressure and thin cylindrical shells subjected to thermal loading using three dimensional theory of elasticity. the shell is graded in both radial and axial directions and the material properties are assumed varying as Mori-Tanaka form of thickness and axial coordinates variables. the governing equations are solved by mesh free method using radial point interpolation method. uniform and linear temperature raise in shell thickness is considered for thermal buckling. the influence of the functionally graded indexes and the boundary conditions on the buckling external pressure and the buckling temperature difference in addition the influence of thermal raising on buckling external pressure are carefully discussed. the results are validated with the known data in the literature and shows the accuracy of the mesh free method.

Keywords: Functionally graded cylindrical shell, Mesh free method, Radial point interpolation method, 3D theory of elasticity.

۱- مقدمه

کاربرد وسیع پوسته‌های استوانه‌ای شکل در سازه‌های مختلفی از جمله زیردریایی‌ها و مخازن تحت فشار موجب گردیده تا بررسی رفتار مکانیکی آنها مورد توجه مهندسين و محققين زيادي قرار بگيرد. پایداری این سازه‌ها در برابر بارگذاریهای مکانیکی و گرمایی و تعیین بار کمانش از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به ورود مواد هدفمند و جایگزینی آن با مواد رایج بعلت مقاومت در شرایط دما بالا، علاوه بر سایر خواص مطلوب آن لازم است تا رفتار مکانیکی آنها مورد بررسی قرار بگیرد که یکی از مهمترین آنها تحلیل کمانشی می‌باشد.

کارهای متعددی در این زمینه ارائه شده است که اکثراً پوسته‌های جدار نازک با استفاده از تئوریهای ساده شده پوسته‌ها را شامل می‌شوند و تعداد محدودی به تحلیل کمانش پوسته‌های جدار ضخیم پرداخته است. حل الاستیسیته برای مساله کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم تحت بارگذاری فشاری خارجی با بررسی تأثیر تغییر ضخامت روی بار در سری کارهای [۱،۲] ارائه شده است. تحلیل سه بعدی کمانش سیلندرهای کامپوزیتی توخالی و پانلهای استوانه‌ای در کار [۳] انجام شده است. در کار [۴] کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم تحت بار محوری با استفاده از تئوری کلاسیک مورد بررسی قرار گرفته است. کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم تحت بار فشاری خارجی بروش تحلیلی در کار [۵] ارائه شده است. در کار [۶] مخازن تحت فشار استوانه‌ای با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا مورد بررسی قرار گرفته است. کمانش گرمایی پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک با نقص هندسی با استفاده از معادلات بهینه شده دائل در کار [۷] ارائه شده است. در کار [۸] کمانش گرمایی پوسته‌های استوانه‌ای هدفمند با نقص هندسی با استفاده از مدل ون-دائل و تئوری کلاسیک مرتبه اول پوسته‌ها و روابط سینماتیکی غیر خطی سندرز انجام شده است.

اخیراً روش بدون المان^۱ بر اساس توابع پایه شعاعی^۲ با تخمین جابجائی با استفاده از گره‌های پخش شده در ناحیه مساله مورد نظر ارائه شده است. تخمین مورد نظر در روش المان محدود با استفاده از المانها صورت می‌گیرد. این توابع اولین بار در کار [۹،۱۰] برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی مورد استفاده قرار گرفته است. در سری کارهای [۱۱-۱۳] از این توابع در کارهای عددی مختلفی استفاده شده است. روش میانبایی نقطه‌ای^۳ بر اساس مجموعه‌ای از توابع پایه از نوع چند جمله‌ای ارائه شد [۱۴] که بعد از آن روش میانبایی شعاعی

نقطه^۴ بر اساس کاربرد توابع پایه شعاعی مطرح شده است [۱۵،۱۶]. این روش دارای پتانسیل بسیار خوبی جهت تحلیل مسائل دینامیکی [۱۷] و استاتیکی [۱۸] می‌باشد.

سازه‌های کامپوزیتی با توجه به مقاومت بالا در برابر وزن کم مورد توجه صنایع مختلفی از جمله صنعت هوا-فضا قرار گرفته است، اما در شرایط محیطی گرمایی بالا قابل استفاده نمی‌باشند. نوع جدیدی از مواد کامپوزیتی غیر همگن جهت استفاده در شرایط دما بالا تحت عنوان مواد هدفمند در سال ۱۹۸۰ ارائه شد که از دو (یا بیشتر) فاز مختلف مواد ساخته شده است. اکثر این نوع مواد از دو فاز فلز و سرامیک ساخته می‌شوند بطوریکه با استفاده از مقاومت فلز و مقاومت گرمایی سرامیک علاوه بر امکان استفاده در شرایط محیطی دما بالا دارای مزایائی نسبت به سایر مواد غیر همگن می‌باشد که می‌توان به مقاومت بالای شکست و ضریب تمرکز پائین آن اشاره کرد. مواد هدفمند در بسیاری از کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۹،۲۰] و با استفاده از تئوریهای مختلفی مانند تئوری لاو [۲۱،۲۲] تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول [۲۳،۲۴] تئوری مرتبه بالا [۲۵] و تئوری سه بعدی [۲۶] مورد تحلیل قرار گرفته است.

در این مقاله تحلیل کمانش خطی پوسته‌های استوانه‌ای هدفمند جدار ضخیم تحت بارگذاری فشاری خارجی و کمانش خطی پوسته‌های استوانه‌ای هدفمند جدار نازک تحت بارگذاری گرمایی با استفاده از تئوری سه بعدی الاستیسیته بروش بدون المان ارائه می‌شود. ماده مورد استفاده در این مقاله در دو جهت شعاعی و محوری هدفمند در نظر گرفته شده است. تأثیر تغییرات توان کسر حجمی ماده هدفمند و شرایط مختلف مرزی روی بارهای کمانش مکانیکی و گرمایی و تأثیر دما روی بارهای کمانش فشاری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- معادلات حاکم

پوسته استوانه‌ای بطول L ، شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی r_o را در نظر می‌گیریم. از مختصات استوانه‌ای جهت ارائه معادلات حاکم با مختصات شعاعی r ، مختصات محیطی θ و مختصات محوری Z استفاده می‌شود. بردار جابجائی نقطه دلخواهی مانند \mathbf{x}_Q از پوسته به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mathbf{u} = [u \ v \ w]^T \quad (1)$$

به طوریکه u ، v و w به ترتیب نشاندهنده مولفه بردار جابجایی در جهت r ، θ و Z می‌باشد. پوسته مورد نظر غیر همگن، ایزوتروپیک با ضریب الاستیسیته $E(r, \theta, Z)$ و نسبت پواسون $\nu(r, \theta, Z)$ با رفتار الاستیک خطی در نظر گرفته

¹ Mesh free methods

² Radial basis functions

³ Point interpolation method

⁴ Radial point interpolation method

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial u}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial v}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial v}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial w}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial w}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r} & 0 & \frac{\partial u}{\partial r} & 0 & \frac{\partial u}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} & 0 & \frac{\partial v}{\partial r} & 0 & \frac{\partial v}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial w}{\partial r} & 0 & \frac{\partial w}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial u}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial v}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

$$\Theta = \left\{ \frac{\partial u}{\partial r} \quad \frac{\partial v}{\partial r} \quad \frac{\partial w}{\partial r} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \right. \quad (9)$$

$$\left. \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad \frac{\partial u}{\partial z} \quad \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial w}{\partial z} \right\}^T \quad (10)$$

$$\Theta = G\mathbf{u} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} A G \mathbf{u} = \frac{1}{2} B_{NL} \hat{\mathbf{u}}$$

ماتریس G که شامل عملگرهای مشتق می‌باشد در کار [۲۷] به طور ضمنی ارائه شده است. بردار کرنش گرمایی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\varepsilon_{th} = \{\alpha_{rr} \quad \alpha_{\theta\theta} \quad \alpha_{zz} \quad \alpha_{r\theta} \quad \alpha_{\theta z} \quad \alpha_{rz}\}^T \Delta T = \boldsymbol{\alpha} \Delta T \quad (12)$$

ΔT تغییرات دمائی ایجاد شده و α_{ij} ضرایب انبساط گرمایی می‌باشند. با استفاده از معادلات (۱۲، ۷، ۵) معادله (۳) را می‌توان به فرم زیر نوشت.

$$\varepsilon = B_L \hat{\mathbf{u}} + \frac{1}{2} B_{NL} \hat{\mathbf{u}} - \boldsymbol{\alpha} \Delta T \quad (13)$$

تغییرات بردار کرنش عبارتست از:

$$d\varepsilon = (B_L + B_{NL}) d\hat{\mathbf{u}} \quad (14)$$

برای مواد الاستیک خطی با شرط کوچکتر بودن تنش‌های تمام نقاط پوسته از تنش تسلیم روابط بین تنش-کرنش را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\sigma = D\varepsilon = \left(DB_L + \frac{1}{2} DB_{NL} \right) \hat{\mathbf{u}} - D\boldsymbol{\alpha} \Delta T = \sigma_0 + \sigma_{NL} - \sigma_{th} \quad (15)$$

به طوریکه σ_0 ، σ_{NL} و σ_{th} به ترتیب نشاندهنده تنش‌های خطی، غیر خطی و گرمایی می‌باشند و D معرف ماتریس الاستیسیته می‌باشد. از جاگذاری روابط (۱۴) و (۱۵) در معادله کار مجازی (۲) شکل گسسته شده آن حاصل می‌شود.

می‌شود. معادله کار مجازی در دستگاه مختصات لاگرانژی عبارتست از:

$$\int_v d\varepsilon^T \sigma dV - dU^T F = 0 \quad (2)$$

به طوریکه $d\varepsilon^T$ تغییرات بردار کرنش گرین ε مرتبط با جابجائی مجازی dU ، σ بردار تنش و F بردار نیرو متناظر با جابجائی مجازی می‌باشد. بردار کرنش به صورت حاصل جمع کرنش خطی ε_L ، کرنش غیر خطی ε_{NL} و کرنش گرمایی ε_{th} بیان می‌شود.

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL} - \varepsilon_{th} \quad (3)$$

فرض می‌شود در ناحیه اثر^۱ [۱۸] هر نقطه دلخواهی مانند \mathbf{x}_Q از پوسته n گره قرار دارد. میدان جابجایی متناظر با آن عبارتست از:

$$\mathbf{u} = \Psi \hat{\mathbf{u}}, \quad \hat{\mathbf{u}} = \{u_1 v_1 w_1 \dots u_n v_n w_n\}^T \quad (4)$$

که بردار جابجایی $\hat{\mathbf{u}}$ متناظر با مولفه‌های جابجایی گره‌های داخل ناحیه اثر \mathbf{x}_Q و Ψ تابع شکل^۲ بکار رفته در روش بدون المان میانمایی شعاعی نقطه‌ای می‌باشد. بردار کرنش خطی عبارتست از:

$$\varepsilon_L = L\Psi \hat{\mathbf{u}} = B_L \hat{\mathbf{u}} \quad (5)$$

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

بردار کرنش غیرخطی بصورت زیر بیان می‌شود.

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} A \Theta \quad (7)$$

به طوریکه:

¹ Support domain

² Shape function

$$K_{th} = \int_v G^T \sigma_{th} G dv \quad (30)$$

$$\sigma_{th} = D \varepsilon_{th} = D \alpha \Delta T \quad (31)$$

که در نتیجه شکل مقدار ویژه کمانش خطی در غیاب بار مکانیکی با صرفنظر کردن از ماتریس سفتی غیر خطی به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$|K_0 + \lambda_T (K_G - K_{th})| = 0 \quad (32)$$

که λ_T ضریب بار کمانش گرمایی می باشد. به طریق مشابه فرم مقدار ویژه کمانش خطی تحت بار مکانیکی در محیط گرمایی با صرفنظر کردن از ماتریس سفتی غیر خطی به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$|K_0 - K_{th} + \lambda_c K_G| = 0 \quad (33)$$

۳- روش بدون المان

جهت میانمایی (تخمین) تابع میدان مانند جابجایی $u(x)$ در نقطه x_Q یا $u(x, x_Q)$ از فضای Ω که مرز و داخل آن با استفاده از توزیع دلخواه N گره بصورت $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$ مشخص می‌شود ناحیه‌ای بنام ناحیه اثر به مرکز x_Q با شکل و اندازه دلخواه در نظر گرفته می‌شود به طوریکه تعداد مشخصی از گره‌های توزیع شده در داخل آن قرار می‌گیرند. در این روش جهت تخمین تابع میدان مورد نظر در نقطه x_Q از گره‌های قرار گرفته در ناحیه اثر آن استفاده شده و سایر گره‌ها تأثیری در مقدار تابع میدان مربوط به نقطه x_Q نخواهند داشت. روش میانمایی شعاعی نقطه‌ای با استفاده از گره‌های داخل ناحیه اثر x_Q و توابع پایه شعاعی و چند جمله‌ای مقدار $u(x, x_Q)$ را به صورت زیر میانمایی می‌کند [۳۰]:
توابع شکل با استفاده از توابع پایه شعاعی و چند جمله‌ای به صورت زیر تعیین می‌شوند.

$$u(x) = \sum_{i=1}^n R_i(x) a_i + \sum_{j=1}^m p_j(x) b_j = R^T(x) a + P^T(x) b \quad (34)$$

به طوریکه $R_i(x)$ بیان کننده n تابع پایه شعاعی، $p_j(x)$ بیان کننده m تابع پایه چند جمله‌ای و a_i و b_j مقادیر ثابتی می‌باشند که تعیین خواهند شد. توجه شود که تابع پایه چند جمله‌ای جهت افزایش دقت و پایداری روش مورد نظر استفاده می‌شود و استفاده از آن با توجه به مساله مورد تحلیل در نظر گرفته می‌شود.

به طوریکه $r_i(x)$ و $p_j(x)$ معرف توابع پایه شعاعی و چند جمله‌ای، n تعداد گره‌های داخل ناحیه اثر x_Q ، m تعداد جملات تابع پایه چند جمله‌ای و a_i و b_j ضرایبی که تعیین خواهند شد و

$$R^T(x) = [r_1(x), r_2(x), \dots, r_n(x)] \quad (35)$$

$$d\hat{u} \int_v (B_L + B_{NL}) D \left(B_L + \frac{1}{2} B_{NL} - \alpha \Delta T \right) dv - d\hat{u}^T F = 0 \quad (16)$$

شکل ماتریسی معادله (۱۶) به صورت زیر می‌باشد.

$$K_S \hat{u} - F_{th} - F = 0 \quad (17)$$

K_S ماتریس سفتی سکانت و F_{th} بردار نیروی گرمایی بوده و به صورت زیر تعیین می‌شوند [۲۸]:

$$K_S = K_0 + \frac{1}{2} K_1 + \frac{1}{3} K_2 \quad (18)$$

$$K_0 = \int_v B_L^T D B_L dv \quad (19)$$

$$K_1 = \int_v (B_L^T D B_{NL} + B_{NL}^T D B_L + G^T \sigma_0 G) dv \quad (20)$$

$$K_2 = \int_v (B_{NL}^T D B_{NL} + G^T \sigma_{NL} G) dv \quad (21)$$

$$F_{th} = \int_v (B_L + B_{NL})^T D \alpha \Delta T dv \quad (22)$$

ماتریس سفتی مماسی از حاصل جمع ماتریس سفتی K_0 ، ماتریس سفتی هندسی K_G و ماتریس سفتی غیرخطی K_{NL} به صورت زیر بیان می‌شود [۲۸]:

$$K_T = K_0 + K_G + K_{NL} = K_0 + K_1 + K_2 \quad (23)$$

به طوریکه:

$$K_G = \int_v G^T (\sigma_0 + \sigma_{NL}) G dv \quad (24)$$

$$K_{NL} = \int_v (B_L^T D B_{NL} + B_{NL}^T D B_0 + B_{NL}^T D B_{NL}) dv \quad (25)$$

با استفاده از معادله (۲۳)، نمو معادله (۱۷) را در غیاب بار گرمایی می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$K_T \Delta U = \Delta F \quad (26)$$

که در نتیجه شکل مقدار ویژه کمانش خطی در غیاب بار گرمایی با صرفنظر کردن از ماتریس سفتی غیر خطی به صورت زیر ارائه می‌گردد [۲۹]:

$$|K_0 + \lambda_c K_G| = 0 \quad (27)$$

که λ_c ضریب بار کمانش فشاری می باشد. همچنین با استفاده از معادله (۲۳) معادله (۱۷) را در غیاب بار مکانیکی می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$K_{Th} U = F_{th} \quad (28)$$

به طوریکه:

$$K_{Th} = K_0 + K_G + K_{NL} - K_{th} \quad (29)$$

۳-۱- اعمال روش بدون المان

میدان جابجایی برای مساله مورد نظر با در نظر گرفتن ناهمگنی ماده به صورت مستقل از جهت Θ بصورت زیر بیان می‌شود.

$$u(r, \theta, z) = U(r, z) \cos(m\theta) \quad (47)$$

$$v(r, \theta, z) = V(r, z) \sin(m\theta)$$

$$w(r, \theta, z) = W(r, z) \cos(m\theta)$$

به طوریکه m شماره مد محیطی می‌باشد. با در نظر گرفتن جابجایی گرهبها، ماتریس توابع شکل جابجایی φ در معادله (۱۰) بصورت زیر ارائه می‌گردد.

$$\varphi = \begin{bmatrix} \psi_1 \cos(m\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \psi_1 \sin(m\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \psi_1 \cos(m\theta) \\ \dots & \psi_n \cos(m\theta) & 0 \\ \dots & 0 & \psi_n \sin(m\theta) \\ \dots & 0 & \psi_n \cos(m\theta) \end{bmatrix} \quad (48)$$

۴- مدل ریاضی ماده هدفمند

با توسعه مواد هدفمند چند بعدی امکان طراحی سازه‌های هدفمند با خواص مورد نیاز مانند مقاومت گرمایی آنها در دو بعد و یا بهینه سازی خاصیت سازه با تغییر نحوه توزیع فازها در دو بعد امکان کنترل بار کمانش وجود دارد. با در نظر گرفتن کسرهای حجمی^۳ سرامیک و فلز به ترتیب با $V_c(r, z)$ و داریم که:

$$V_m(r, z) = 1 - V_c(r, z) \quad (49)$$

$$V_c(r, z) = \left(\frac{r_0 - r}{r_0 - r_i}\right)^{p_r} \left(\frac{L - z}{L}\right)^{p_z}$$

به طوریکه اندیسهای m و C به ترتیب نشاندهنده فاز فلز و سرامیک می‌باشد. لازم به ذکر است که توابع مختلفی برای کسر حجمی می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. توانهای کسر حجمی شعاعی و محوری p_r و p_z اعداد صحیح و مثبت می‌باشند. در صورتیکه $p_r = p_z = 0$ باشد ماده مورد نظر سرامیک خالص و در صورت صفر بودن یکی از آنها ماده مورد نظر در یک بعد هدفمند می‌باشد. با توجه به معادله (۴۹) فاز سرامیک خالص در $r = r_i$ و $z = 0$ با افزایش r و z (کاهش کسر حجمی سرامیک) به تدریج کاهش و فاز فلز افزایش می‌یابد تا اینکه در $r = r_0$ و $z = L$ فاز فلز خالص قرار دارد.

روشهای مختلفی برای تعیین خواص مواد هدفمند ارائه شده است. در بین آنها روش Voigt ساده‌ترین بوده و هر خاصیت موثر مانند Q را به صورت زیر بیان می‌کند.

$$Q(r, z) = Q_m V_m(r, z) + Q_c V_c(r, z) \quad (50)$$

$$p^T(x) = [1 \quad x \quad y] \quad (36)$$

به طوریکه $r_i(x)$ فاصله بین نقطه x_Q و گره x_i می‌باشد. توابع پایه متعددی وجود داشته که از بین آنها دو نوع تریبویی چند مرتبه‌ای^۱ و گوسی^۲ بطور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است که در کار حاضر از نوع تریبویی چند مرتبه‌ای استفاده شده است. تابع پایه چند جمله‌ای (۳۶) برای حالت دو بعدی و $m = 3$ نشان داده شده است. ضرایب a_i و b_j در معادله (۳۴) برای نقطه x_Q با احراز این معادله در n گره داخل ناحیه اثر آن بصورت زیر تعیین خواهد شد.

$$\sum_{i=1}^n R_i(x_k) a_i + \sum_{j=1}^m p_j(x_k) b_j = u_k \quad (37)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

که به شکل ماتریسی زیر می‌توان بیان کرد.

$$R_Q a + P_m b = u \quad (38)$$

u_k مقدار تابع u در گره u ام می‌باشد. دستگاه معادله فوق دارای n معادله و $n + m$ مجهول می‌باشد که جهت حل آن از m معادله مکمل زیر استفاده می‌شود.

$$P_m^T a = 0 \quad (39)$$

با استفاده از معادلات (۳۸-۳۹) داریم.

$$a = S_a u, \quad b = S_b u \quad (40)$$

$$S_a = R_Q^{-1} [I - P_m S_b] \quad (41)$$

$$S_b = [P_m^T R_Q^{-1} P_m]^{-1} P_m^T R_Q^{-1} \quad (42)$$

از جاگذاری a و b در معادله (۱) تابع میانجایی (تابع شکل) Ψ بصورت زیر تعیین خواهد شد.

$$u^h(x, x_Q) = [r^T(x) S_a + P^T(x) S_b] u = \Psi u \quad (43)$$

$$\Psi(x) = r^T(x) S_a + P^T(x) S_b = \quad (44)$$

$$[\psi_1 \quad \psi_2 \quad \dots \quad \psi_n] \quad (45)$$

و مشتق تابع میانجایی نسبت به متغیرهای مستقل $l = x, y, z$ بصورت زیر بیان خواهد شد.

$$\Psi_{,l} = [r_{1,l} \quad r_{2,l} \quad \dots \quad r_{n,l}] S_a + [0 \quad x_{,l} \quad y_{,l}] S_b \quad (46)$$

که اندیس l نشاندهنده مشتق نسبت به l می‌باشد. لازم به ذکر است که جهت حل معادلات حاکم در جهت Θ از انتگرالگیری تحلیلی و در جهت r و z از روش بدون المان مذکور استفاده شده است.

¹ Multiquadrics functions

² Gaussian functions

³ Volume fraction

جدول ۱- همگرایی و مقایسه بار بحرانی کمانش فشاری خارجی

نسبت شعاع r_o/r_i	توزیع گره‌ها n_r	توزیع گره‌ها n_z	بار کمانش P_b
۱٫۰۵	۴	۳۸	۰٫۳۹۳۳
	۵	۴۰	۰٫۳۸۹۱
	۸	۴۴	۰٫۳۷۷۴
	۹	۴۶	۰٫۳۷۹۲
	۱۰	۴۰	۰٫۳۷۸۴
	۱۱	۴۲	۰٫۳۷۷۹
		مرجع [۳۲]	۰٫۳۷۵۹
۱٫۱	۴	۴۰	۰٫۳۵۰۷
	۴	۵۰	۰٫۳۴۶۳
	۵	۴۲	۰٫۳۳۳۹
	۷	۴۸	۰٫۳۳۴۶
	۸	۴۴	۰٫۳۲۹۷
	۹	۴۶	۰٫۳۳۴۶
		مرجع [۳۲]	۰٫۳۲۰۳
۱٫۱۵	۴	۳۸	۰٫۳۶۲۴
	۵	۴۰	۰٫۳۵۰۴
	۵	۴۴	۰٫۳۳۶۵
	۶	۴۶	۰٫۳۳۳۳
	۷	۴۸	۰٫۳۳۸۵
	۹	۴۴	۰٫۳۳۶۲
		مرجع [۳۲]	۰٫۳۳۰۴
۱٫۲	۳	۳۸	۰٫۳۵۳۳
	۳	۴۶	۰٫۳۳۴۷
	۴	۴۲	۰٫۳۳۳۵
	۴	۴۴	۰٫۳۳۱۰
	۴	۴۶	۰٫۳۳۷۲
	۵	۳۸	۰٫۳۳۹۳
		مرجع [۳۲]	۰٫۳۳۶۵
۱٫۳	۴	۴۰	۰٫۳۵۵۳
	۵	۴۲	۰٫۳۴۶۶
	۶	۴۸	۰٫۳۴۵۸
	۷	۴۴	۰٫۳۴۴۳
	۷	۵۰	۰٫۳۴۱۳
	۸	۵۲	۰٫۳۴۲۲
		مرجع [۳۲]	۰٫۳۵۰۸

نتایج ارائه شده برای کمانش تحت فشار خارجی مقدار بی‌بعد آن بصورت $P_b = \lambda_c r_o^3 / (Eh^3)$ می‌باشد و در مواد هدفمند از E_c بجای E در این رابطه استفاده شده است. در جدول ۱ عبارتهای n_r و n_z به ترتیب نشاندهنده تعداد گره‌های پخش شده در جهت شعاعی و محوری پوسته می‌باشد.

روش موری-تاناکا^۱ با در نظر گرفتن جنبه ریزساختاری خاصیت موثر ماده هدفمند را بیان می‌کند به طوریکه چگالی موثر $\rho(r, z)$ با استفاده از معادله (۵۰) و ضریب الاستیسیته بروش زیر تعیین می‌شود [۳۱]:

$$P_b = \frac{\lambda_c r_o^3 / (Eh^3)}{K - K_c} \quad (51)$$

$$= \frac{V_m}{1 + (1 - V_m)(3(K_m - K_c) / (3K_c + \mu_c))}$$

$$\frac{\mu - \mu_c}{\mu_m - \mu_c} = \frac{V_m}{1 + (1 - V_m)(\mu_m - \mu_c) / (\mu_c + f)} \quad (52)$$

به طوریکه:

$$f = \frac{\mu_c(9K_c + 8\mu_c)}{6(K_c + 2\mu_c)} \quad (53)$$

به طوریکه $k = \gamma + 2\mu/3$ نشاندهنده مدول بالک و ضرایب γ و μ عبارتند از:

$$\gamma = \frac{Ev}{(1 - \nu)(1 - 2\nu)} \quad (54)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (55)$$

نتایج ارائه شده در این مقاله بر اساس روش موری-تاناکا می‌باشد.

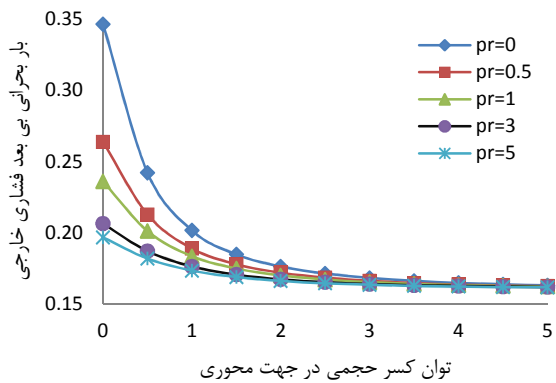
۵- نتایج

نتایج حل الاستیسیته کمانش پوسته استوانه ای دو سر گیردارو دو سر ساده (شرایط تکیه گاهی ساده با محدود کردن حرکت در امتداد محیطی و محوری در دو انتهای پوسته اعمال شده است) تحت بار فشاری خارجی و تحت بار گرمایی به طور جداگانه و تحت بار فشاری خارجی در محیط گرمایی ارائه می‌شود.

۵-۱- کمانش تحت بار فشاری خارجی

مقایسه نتایج کمانش تحت بار فشاری خارجی در مد دوم محیطی در این مقاله با نتایج ارائه شده در کار [۳۲] که نشاندهنده دقت روش بدون المان با میانمایی شعاعی نقطه‌ای می‌باشد، در جدول ۱ با ارائه همگرایی برای پوسته دو سر گیردار با نسبت $(\frac{L}{R} = 10)$ نشان داده شده است. ماده بکار رفته در این تحلیل ایزوتروپیک ($E = 14GPa, \nu = 0.3$) می‌باشد. n_r و n_z بترتیب نشاندهنده تعداد گره‌ها در جهت شعاعی و محوری پوسته می‌باشد.

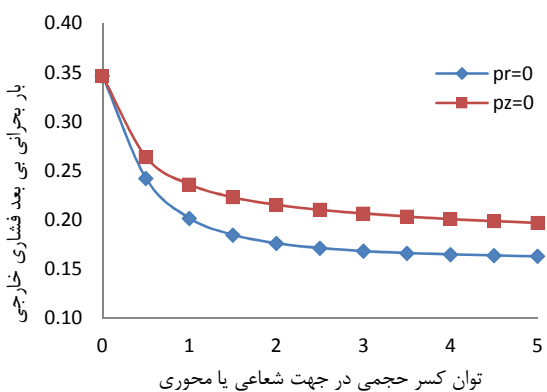
¹ Mori-Tanaka



شکل ۲- تأثیر مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار

مقدار بارفشاری خارجی در فاز خالص سرامیک تقریباً ۲٫۱ فاز خالص فلز می باشد.

شکل ۳ نتایج مربوط به تغییرات بار کمانش فشاری خارجی پوسته دو سر گیردار با تغییر توانهای کسر حجمی ماده هدفمند در دو جهت شعاعی یا محوری را نشان می دهد. با توجه به شکل مشاهده می شود که بار فشاری خارجی کمانش پوسته هدفمند در جهت شعاعی بیشتر از بار فشاری خارجی کمانش پوسته هدفمند در جهت محوری می باشد به طوریکه مقدار بار کمانش فشاری خارجی در پوسته هدفمند یک بعدی در جهت شعاعی در ناحیه p_r برابر ۲ یا بزرگتر از آن تقریباً ۱٫۲ بار کمانش فشاری خارجی در پوسته هدفمند یک بعدی در جهت محوری در ناحیه p_r برابر ۲ یا بزرگتر از آن می باشد. همچنین مشاهده می شود که با افزایش p_z (یا p_r) به مقدار ۲ و بیشتر بازای تمامی مقادیر p_r (یا p_z) تغییرات مقدار بار کمانش فشاری خارجی نامحسوس می باشد.



شکل ۳- تأثیر مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار

در شکل ۴ تغییرات بار کمانش فشاری خارجی پوسته هدفمند دو بعدی زیرکونیا/آلومینیوم با شرایط تکیه گاهی ساده در دو انتها با تغییر توانهای کسر حجمی در دو جهت شعاعی و

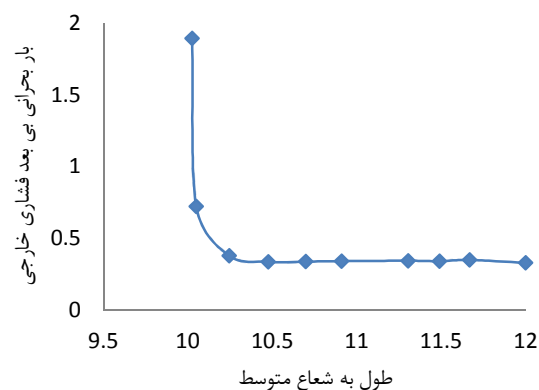
شعاع لایه میانی استوانه $R = \frac{r_i + r_o}{2}$ و ضخامت آن $h = r_o - r_i$ می باشد.

مشخصات مکانیکی ماده هدفمند مورد نظر متشکل از آلومینا/آلومینیوم و زیرکونیا/آلومینیوم در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- خواص مکانیکی ماده هدفمند

ماده	ضریب الاستیسیته (GPa)	ضریب انتقال گرما	نسبت پواسون
زیرکونیا	۱۵۱	۱۰	۰٫۳
آلومینیوم	۷۰	۲۳	۰٫۳
آلومینا	۳۸۰	۷۴	۰٫۳

شکل ۱ تغییرات بار کمانش فشاری خارجی برای پوسته ایزوتوپیک با تغییرات نسبت $\frac{L}{R}$ را برای پوسته دو سر گیردار نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش نسبت $\frac{L}{R}$ تا ۱۰٫۵ مقدار بار کمانش کاهش یافته و از آن به بعد تغییرات محسوسی در مقدار بار کمانش مشاهده نمی شود.



شکل ۱- تغییرات بار بحرانی بی بعد فشاری خارجی با تغییرات نسبت طول به شعاع متوسط

تغییرات بار کمانش فشاری خارجی با تغییرات توان کسر حجمی شعاعی و محوری پوسته هدفمند دو سر گیردار برای شرایط هندسی $(\frac{L}{r_o} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3)$ متشکل از آلومینیوم/زیرکونیا در شکل های ۲ و ۳ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۲ مشاهده می شود که بار کمانش فشاری خارجی در فاز خالص سرامیک بیشترین مقدار را داشته و با کاهش فاز سرامیک و افزایش فاز فلز مقدار آن کاهش می یابد. همچنین مشاهده می شود که با افزایش p_z به مقدار ۲ و بیشتر بازای تمامی مقادیر p_r تغییرات مقدار بارفشاری نامحسوس می باشد.

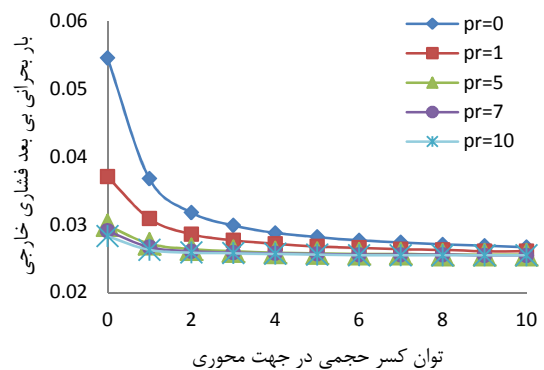
جدول ۳- همگرایی و مقایسه اختلاف دمای کمانش

نسبت h/R	توزیع گره ها n_r	توزیع گره ها n_z	اختلاف دما $\Delta T(^{\circ}C)$
۰٫۰۰۱	۳	۳۲	۲۳٫۸۶۳
	۳	۴۰	۲۳٫۷۰۲
	۴	۳۴	۲۳٫۸۶۹
	۵	۴۰	۲۳٫۸۸۸
	مرجع [۳۳]	۲۴	۲۴
۰٫۰۰۲	۳	۲۴	۴۵٫۷۹۵
	۳	۳۰	۴۴٫۵۲۵
	۳	۴۰	۴۴٫۲۰۶
	۴	۲۸	۴۴٫۱۴۱
	مرجع [۳۳]	۴۷٫۹۳۲	۴۷٫۹۳۲
۰٫۰۰۳	۳	۲۴	۶۶٫۵۵۰
	۳	۴۰	۶۶٫۳۴۶
	۴	۲۰	۶۶٫۹۰۱
	۴	۲۲	۶۵٫۲۱۸
	مرجع [۳۳]	۷۱٫۸۶۶	۷۱٫۸۶۶
۰٫۰۰۵	۴	۲۲	۱۱۰٫۲۱۲
	۳	۳۲	۱۰۹٫۸۷۴
	۴	۳۰	۱۰۹٫۵۸۰
	مرجع [۳۳]	۱۹۹٫۴۶۷	۱۹۹٫۴۶۷

در جدول ۴ همگرایی نتایج اختلاف دمای کمانش برای توزیع خطی برای ماده هدفمند یک بعدی متشکل از آلومینیوم/آلومینا در جهت شعاعی با مقادیر $p_r = 1, p_z = 0$ با شرایط مرزی ساده در دو انتها برای شرایط هندسی $(\frac{L}{R} = 1)$ را با مقایسه با کار [۳۴] نشان می‌دهد. نتایج ارائه شده در کار [۳۴] بر اساس تئوری پوسته دائل می‌باشد که مشاهده می‌شود با استفاده از آن مقادیر بار پیش بینی شده از مقدار متناظر با تئوری سه بعدی بیشتر است. همچنین می‌توان دریافت که اختلاف دمای کمانش با افزایش نسبت ضخامت به شعاع متوسط پوسته بطور خطی افزایش می‌یابد.

در شکل ۵ تأثیر تغییرات توانهای کسر حجمی در جهت شعاعی و محوری روی اختلاف دمای کمانش پوسته با شرایط تکیه گاهی ساده متشکل از آلومینیوم/آلومینا برای شرایط هندسی $(\frac{h}{R} = 0.03, \frac{L}{R} = 1)$ نشان داده شده است. توزیع بار گرمایی در جهت ضخامت پوسته بصورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. برای پوسته هدفمند یک بعدی در جهت شعاعی $(p_z = 0)$ مشاهده می‌شود که مقدار اختلاف دمای کمانش با افزایش فاز فلز در جهت شعاعی تا $p_r = 1$ کاهش شدید و بعد از آن تغییرات مقدار آن محسوس نمی‌باشد. برای پوسته هدفمند دوبعدی با افزایش فاز فلز در جهت محوری تا مقدار $p_z = 2$ مقدار اختلاف دمای کمانش کاهش یافته و بعد از آن تغییرات محسوسی در مقدار آن مشاهده نمی‌شود. همچنین با افزایش فاز فلز در جهت شعاعی بازی p_r بزرگتر از ۱ تغییرات محسوسی در مقدار اختلاف دمای کمانش مشاهده نمی‌شود.

محوری برای شرایط هندسی $(\frac{L}{R} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3)$ نشان داده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌گردد که تغییرات مقدار بار کمانش با افزایش p_z به مقدار ۴ و بیشتر بازای تمامی مقادیر p_r نامحسوس می‌باشد. مقدار بار کمانش فشاری خارجی در فاز خالص سرامیک تقریباً ۲٫۱ فاز خالص فلز می‌باشد که با نسبت متناظر در شرایط تکیه گاهی دو انتها ثابت برابر می‌باشد. از مقایسه بار کمانش در فاز خاص سرامیک و فلز نتیجه گرفته می‌شود که بار کمانش در پوسته استوانه‌ای دو سر گیردار تقریباً ۶٫۳ برابر بار کمانش در پوسته استوانه‌ای با شرایط تکیه گاهی دو سر ساده می‌باشد.



شکل ۴- تأثیر مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر ساده

۵-۲- کمانش تحت بار گرمایی

توزیع بار گرمایی به دو صورت یکنواخت و خطی در جهت ضخامت پوسته در نظر گرفته شده است. توزیع بار گرمایی در جهت ضخامت پوسته طبق رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\Delta T(r) = \Delta T(a + br) \quad (56)$$

به طوریکه در توزیع یکنواخت بار گرمایی $a = 1$ و $b = 0$ و در توزیع خطی بار گرمایی $a = \frac{1}{2}$ و $b = \frac{1}{h}$ می‌باشد.

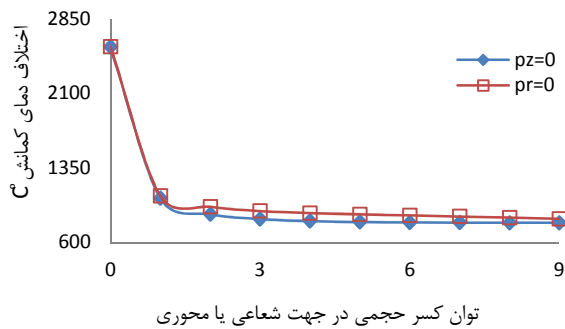
مقایسه نتایج حاصل شده از کمانش گرمایی پوسته استوانه‌ای هدفمند متشکل از آلومینیوم/زیرکونیا با کار [۳۳] در جدول ۳ نشان داده شده است. نتایج حاصل شده برای شرایط هندسی $(\frac{L}{R} = 1)$ ارائه شده است. نتایج ارائه شده در کار [۳۳] با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ارائه شده است. با توجه به نتایج حاصل شده مشاهده می‌شود که دمای کمانش با افزایش نسبت ضخامت به شعاع متوسط پوسته به صورت خطی افزایش می‌یابد. اختلاف نتایج کار حاضر با مرجع [۳۳] با افزایش ضخامت در دقت کم تئوریهای تغییر شکل برشی با افزایش ضخامت می‌باشد.

جدول ۴- همگرایی و مقایسه اختلاف دمای کمانش

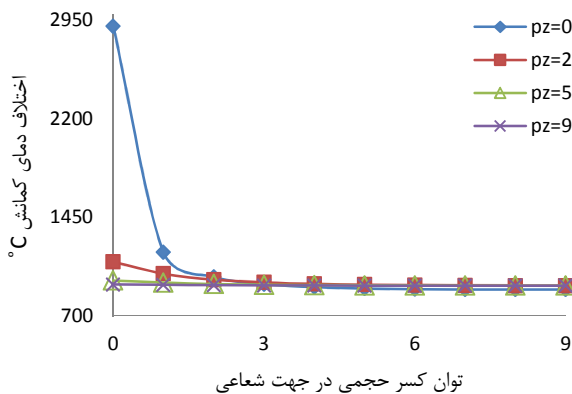
نسبت h/R	توزیع گره ها n_r	توزیع گره ها n_z	اختلاف دما $\Delta T (^{\circ}C)$
۰٫۰۱	۳	۲۴	۸۴۹٫۴۶
	۴	۲۸	۸۴۳٫۸۸
	۵	۲۲	۸۴۵٫۴۶
۰٫۰۲	۳	مرجع [۳۴]	۸۸۱٫۰۳
	۴	۲۲	۱۶۸۱٫۱۱
	۵	۲۸	۱۶۹۶٫۷۸
۰٫۰۳	۳	۲۶	۱۶۶۹٫۶۴
	۴	مرجع [۳۴]	۱۷۳۷٫۳۵
	۵	۲۴	۱۶۹۶٫۷۸
۰٫۰۴	۳	۲۰	۲۵۳۵٫۵۳
	۴	۲۶	۲۵۰۱٫۰۶
	۵	مرجع [۳۴]	۲۶۲۵٫۴۸
۰٫۰۵	۳	۲۲	۳۴۹۷٫۰۷
	۴	۲۸	۳۴۶۰٫۹۱
	۵	۲۶	۳۴۶۶٫۳۷
۰٫۰۶	۳	مرجع [۳۴]	۳۵۱۳٫۵۱
	۴	۲۰	۴۲۷۷٫۰۱
	۵	۲۴	۴۲۴۵٫۶۹
		۲۶	۴۲۱۳٫۸۷
		مرجع [۳۴]	۴۴۰۱٫۵۴
		۳	۵۰۶۹٫۵۳
		۴	۵۰۳۶٫۶۹
		۵	۵۰۱۳٫۸۸
		مرجع [۳۴]	۵۲۸۹٫۵۸

۰) بیشترین مقدار را دارد. مقدار اختلاف دمای کمانش در پوسته هدفمند یک بعدی در جهت شعاعی با افزایش p_r تا مقدار ۱ کاهش شدید و بعد از آن دارای تغییرات نامحسوسی می‌باشد. در مورد پوسته هدفمند یک بعدی در جهت محوری نیز مقدار اختلاف دمای کمانش با افزایش p_z تا مقدار ۱ کاهش شدید و بعد از آن دارای تغییرات نامحسوسی می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که مقدار اختلاف دمای کمانش در پوسته هدفمند یک بعدی در جهت محوری بیشتر از مقدار اختلاف دمای کمانش در پوسته هدفمند یک بعدی در جهت شعاعی می‌باشد.

شکل ۷ مقدار اختلاف دمای کمانش با توزیع یکنواخت در جهت ضخامت با تغییر توان‌های کسر حجمی برای پوسته هدفمند یک بعدی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار برای شرایط هندسی ($\frac{h}{R} = 0.03, \frac{L}{R} = 1$) را نشان می‌دهد. دمای کمانش در فاز سرامیک خالص ($p_r = 0, p_z = 0$) بیشترین مقدار را دارد.

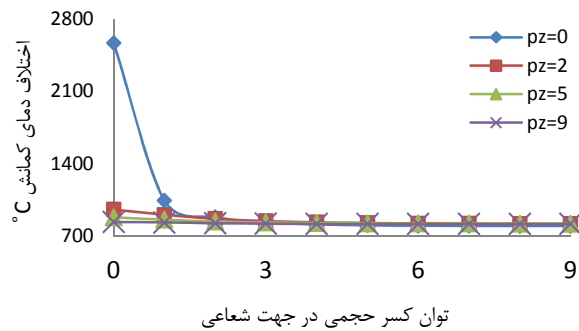


شکل ۶- اختلاف دمای کمانش با تغییرات توان‌های کسر حجمی با شرایط مرزی دو سر ساده



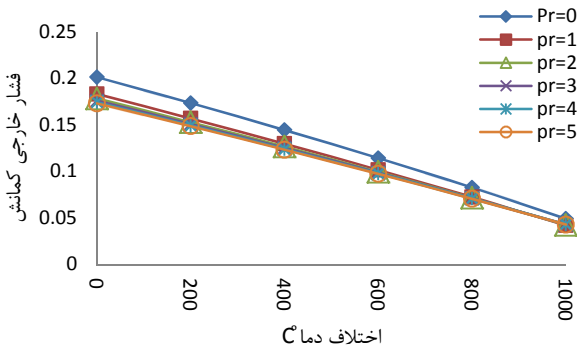
شکل ۷- اختلاف دمای کمانش با تغییرات توان‌های کسر حجمی با شرایط مرزی دو سر گیردار

با توجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت که مقدار اختلاف دمای کمانش در فاز خالص سرامیک تقریباً ۳٫۱ برابر فاز خالص فلز می‌باشد.



شکل ۸- اختلاف دمای کمانش با تغییرات توان‌های کسر حجمی با شرایط مرزی دو سر ساده

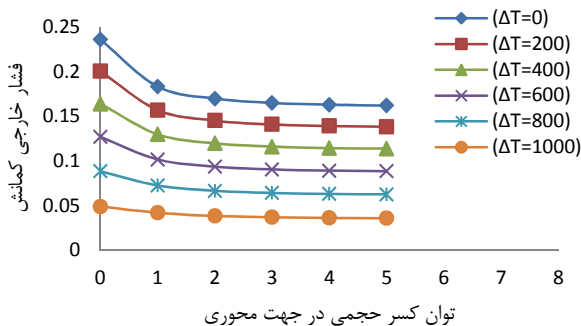
شکل ۶ مقدار اختلاف دمای کمانش با توزیع یکنواخت در جهت ضخامت با تغییر توان‌های کسر حجمی برای پوسته هدفمند آلومینیوم/آلومینا یک بعدی با شرایط تکیه گاهی ساده در دو انتها برای شرایط هندسی ($\frac{h}{R} = 0.03, \frac{L}{R} = 1$) را نشان می‌دهد. دمای کمانش در فاز سرامیک خالص ($p_r = 0, p_z = 0$)



شکل ۹- تأثیر دما و مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار

از مقایسه شکل‌های ۸ و ۹ در می‌یابیم که کاهش بار کمانش فشاری خارجی با افزایش اختلاف دما در شکل ۸ شدیدتر از شکل ۹ می‌باشد و از طرفی دیگر مقدار بار کمانش فشاری خارجی در پوسته هدفمند دو بعدی بازای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی شعاعی و $p_z = 1$ (شکل ۹) در دماهای بالاتر بزرگتر از پوسته هدفمند دو بعدی بازای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی محوری و $p_r = 1$ (شکل ۸) می‌باشد.

شکل ۱۰ تأثیر دما روی تغییرات بار کمانش فشاری خارجی پوسته هدفمند دو بعدی با شرایط مرزی دو سر گیردار برای شرایط هندسی $(\frac{L}{r_o} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3)$ و $p_r = 1$ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که با افزایش دما مقدار بار فشاری کمانش کاهش می‌یابد. توجه گردد که کاهش مقدار بار کمانش فشاری خارجی در اختلاف دمای کم شدیدتر از اختلاف دمای بالا می‌باشد به طوریکه در اختلاف دمای ۱۰۰۰ درجه سانتیگراد تغییرات بار کمانش فشاری خارجی با افزایش توان کسر حجمی محوری نسبت به اختلاف دمای صفر درجه سانتیگراد بسیار کم است.

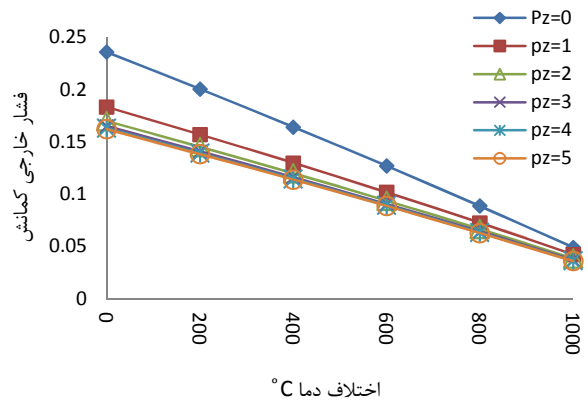


شکل ۱۰- تأثیر دما و مقادیر مختلف توان کسر حجمی محوری روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار

نتایج ارائه شده در شکل ۵ در مورد شکل ۷ نیز صادق می‌باشد. لازم به ذکر است که مقدار اختلاف دمای کمانش در پوسته دو سر گیردار بیشتر از مقدار متناظر آن برای پوسته با شرایط تکیه گاهی ساده در دو انتها می‌باشد به طوریکه مقدار اختلاف دمای کمانش در پوسته دو سر گیردار در سرامیک خالص تقریباً ۳۱٪ پوسته با شرایط تکیه گاهی ساده در دو انتها می‌باشد.

۵-۳- کمانش تحت بار فشاری خارجی در محیط گرمایی

شکل ۸ تأثیر دما روی بار کمانش فشاری خارجی پوسته هدفمند دو بعدی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار برای شرایط هندسی $(\frac{L}{r_o} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3)$ را برای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی محوری و $p_r = 1$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که یک ارتباط خطی بین افزایش دما و کاهش بار کمانش فشاری خارجی وجود دارد. همچنین مقدار بار کمانش فشاری خارجی بازای $p_z = 2$ و بزرگتر از آن مشابه هم می‌باشند. در ضمن مقدار بار کمانش فشاری خارجی در اختلاف دماهای بالاتر برای توانهای مختلفی از کسر حجمی محوری تفاوت زیادی با یکدیگر نداشته در صورتیکه این تفاوت در اختلاف دماهای پائین تر مخصوصاً برای توانهای کوچکتر کسر حجمی محوری قابل توجه می‌باشد.



شکل ۸- تأثیر دما و مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی

شکل ۹ تأثیر دما روی بار کمانش فشاری خارجی پوسته هدفمند دو بعدی با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار برای شرایط هندسی $(\frac{L}{r_o} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3)$ را برای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی شعاعی و $p_z = 1$ نشان می‌دهد. ارتباط خطی کاهش بار فشاری کمانش با افزایش اختلاف دما بازای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی شعاعی مشاهده می‌شود.

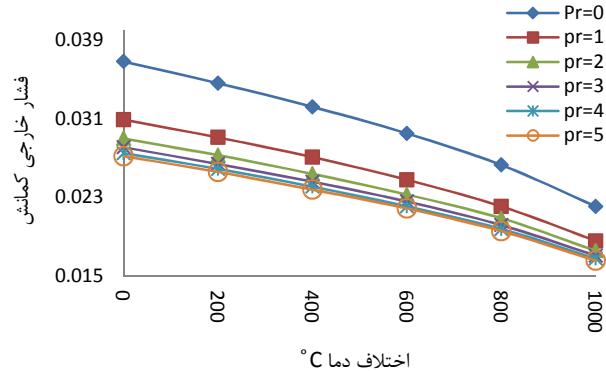
بار بحرانی نسبت به شرایط افزایش کسر حجمی شعاعی سریعتر است.

با تغییر شرایط مرزی در دو انتهای پوسته از گیردار به ساده مشاهده می شود که بار بحرانی در پوسته دو سر گیردار حدود ۶۳ برابر پوسته دو سر ساده می باشد. در هر دو نوع شرط مرزی، بار کمانش فشاری برای پوسته با جنس خالص سرامیک حدود ۲۱ برابر پوسته با جنس خالص فلز می باشد.

مراجع

- [1] Kardomateas, G.A. "Elasticity Solutions for the Buckling of Thick Composite and Sandwich Cylindrical Shells Under External Pressure", Major Accomplishments in Composite Materials and Sandwich Structures, pp. 339-363, 2010.
- [2] Kardomateas, G.A. "Benchmark three-dimensional elasticity solutions for the buckling of thick orthotropic cylindrical shells", composite parts B 27B, pp.569-580, 1996.
- [3] Ye, J. "Three dimensional buckling analysis of laminated composite hollow cylinders and cylindrical panels", solids and structures, vol. 32, No 13, pp. 1949-1962, 1994.
- [4] Mandal, P., Calladine, C.R. "Buckling of thin cylindrical shells under axial compression", Solids and Structures, vol. 37, pp. 4509-4525, 2000
- [5] Papadakis, G. "Buckling of thick cylindrical shells under external pressure :A new analytical expression for the critical load and comparison with elasticity solutions", Solids and Structures, vol. 45, pp. 5308-5321, 2008.
- [6] Dennis, S.T., Palazotto, A.N. "Transverse shear deformation in orthotropic cylindrical pressure vessels using a higher-order shear theory", AIAA, vol. 27, No 10, pp. 1441, 1996.
- [7] Eslami, M. R., Shahsiah, R. "Thermal buckling of imperfect cylindrical shells", Thermal Stresses, vol. 24, pp. 71-89, 2001.
- [8] Mirzavand, B., Eslami, M.R. "thermal buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells based on the wan—Donnell Model", Thermal Stresses, vol. 29, pp. 37-55, 2006.
- [9] Kansa, E.J. "Multiquadrics-a scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics. I: Surface approximations and partial derivative estimates", Computers and Mathematics with Applications, vol. 19, pp. 127-145, 1990.
- [10] Kansa, E.J. "Multiquadrics-a scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics. II: Solutions to parabolic, hyperbolic and elliptic partial differential equations", Computers and Mathematics with Applications, vol. 19, pp. 147-161, 1990.
- [11] Hon, Y.C., Wu, Z.M. "A quasi-interpolation method for solving stiff ordinary differential

تأثیر دما روی بار کمانش فشاری خارجی پوسته هدفمند دو بعدی با شرایط تکیه گاهی ساده در دو انتها برای شرایط هندسی $\left(\frac{L}{r_o} = 10, \frac{r_o}{r_i} = 1.3\right)$ را برای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی شعاعی و $p_z = 1$ در شکل ۱۱ نشان داده شده است. ارتباط خطی کاهش بار کمانش فشاری خارجی با افزایش اختلاف دما در دماهای پائین بازای مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی شعاعی مشاهده می شود که در اختلاف دماهای بالاتر این ارتباط به صورت غیر خطی برقرار می باشد.



شکل ۱۱- تأثیر دما و مقادیر مختلف توانهای کسر حجمی روی بار کمانش فشاری خارجی با شرایط تکیه گاهی دو سر ساده

۶- نتیجه گیری

بررسی تأثیر کسرهای حجمی شعاعی و محوری روی بار بحرانی فشاری خارجی پوسته اف.جی.ام با سطح داخلی سرامیک و سطح خارجی فلز نشان می دهد که با افزایش کسر حجمی محوری بازا مقادیر مختلف کسر حجمی شعاعی، کاهش می یابد. لازم به ذکر است که در پوسته اف.جی.ام محوری (کسر حجمی شعاعی برابر صفر باشد) با افزایش کسر حجمی محوری نرخ کاهش بار بحرانی زیاد بوده به طوری که با افزایش کسر حجمی شعاعی به مقدار بزرگتر از صفر این نرخ کاهش می یابد. بعبارت دیگر در پوسته اف.جی.ام دوبعدی، اثر کسر حجمی شعاعی روی بار بحرانی بیشتر از اثر کسر حجمی محوری است.

کمانش پوسته های اف.جی.ام یک بعدی در جهت شعاعی و محوری تحت بار فشاری خارجی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل شده نشان می دهد که بار بحرانی کمانش پوسته اف.جی.ام شعاعی بیشتر از بار بحرانی کمانش پوسته اف.جی.ام محوری می باشد.

اثر توزیع یکنواخت دما در جهت محیطی و محوری روی بار بحرانی فشاری خارجی بررسی شده است. نتایج حاصل شده نشان می دهد که با افزایش توان کسر حجمی محوری، کاهش

- elliptical cylindrical shells using higher-order theory", *Compos. Struct*, vol. 69, pp. 259-270, 2005.
- [26] Vel, S.S. "Exact elasticity solution for the vibration of functionally graded anisotropic cylindrical shells", *Compos. Struct*, vol. 92, pp. 2712-2727, 2010.
- [27] Xu, M., Nowinski, W.L. "Talairach-Tournoux brain atlas registration using a metal forming principle-based finite element method, mechanical image analysis, vol. 5, pp. 271-279, 2001.
- [28] Wood, R.D., Schrefler, R. "Geometrically Non-linear Analysis - A Correlation Of Finite Element Notations", *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, vol. 12, pp. 635-642, 1978.
- [29] Wriggers, P. "Nonlinear finite element methods", Springer-verlag, Berlin Heidelberg, 2008
- [30] Liu, G.R., Gu, Y.T. "An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming", Springer, 2005.
- [31] Shen, H.S. "Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells", CRC Press, 2009.
- [32] Kardomateas, G.A., Chung, C.B. "Buckling of thick orthotropic cylindrical shells under external pressure based on non-planar equilibrium modes", *solids and structures*, vol. 31, no 16, pp. 2195-2210, 1994.
- [33] Mirzavand, B., Eslami, M.R. "Thermal Buckling of Simply Supported Piezoelectric FGM Cylindrical Shells", *Thermal Stresses*, vol. 30, no. 11, pp. 1117-1135, 2007.
- [34] Lanhe, W., Zhiqing, J., Jun, L. "Thermoelastic stability of functionally graded cylindrical shells", *Composite Structures*, vol. 70, pp. 60-68, 2005.
- equations", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, pp. 1187-1197, 2000.
- [12] Hon, Y., Lu, M., Xue, W., Zhu, Y. "Multiquadric method for the numerical solution of a biphasic model", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 88, pp. 153-175, 1997.
- [13] Hon, Y., Lu, M., Xue, W., Zhou, X. "Numerical algorithm for triphasic model of charged and hydrated soft tissues", *Computational Mechanics*, vol. 29, pp.1-15, 2002.
- [14] Liu, G., Gu, Y. "A point interpolation method for two-dimensional solids", *Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, pp. 937-951, 2001.
- [15] Wang, G., Liu, G. "A point interpolation meshless method based on radial basis functions", *Numerical Methods in Engineering*, vol. 54, pp. 1623-1648, 2002.
- [16] Wang, J., Liu, G. "On the optimal shape parameters of radial basis functions used for 2-D meshless methods", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, pp. 2611-2630, 2002.
- [17] Pilafkan, R., Folkow, P.D., Darvizeh, M., Darvizeh, A. "Three dimensional frequency analysis of bidirectional functionally graded thick cylindrical shells using a radial point interpolation method(RPIM)", *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 39, pp. 26-34, 2013.
- [18] Liew, K.M., Chen, X.L. "Mesh-free radial point interpolation method for the buckling analysis of Mindlin plates subjected to in-plane point loads", *Numerical Methods in Engineering*, vol. 60, pp. 1861-1877, 2004.
- [19] Birman, V., Byrd, L.W. "Modeling and analysis of functionally graded materials and structures", *Appl. Mech*, vol. 60, pp. 195-216, 2007.
- [20] Shen, H.S. "Functionally Graded Materials: Nonlinear Analysis of Plates and Shells", CRC Press, 2009.
- [21] Loy, C.T., Lam, K.Y., Reddy, J.N. "Vibration of functionally graded cylindrical shells", *Int. J. Mech. Sci*, vol. 41, pp. 309-324, 1999.
- [22] Pradhan, S.C., Loy, C.T., Lam, K.Y., Reddy, J.N. "Vibration characteristic offunctionally graded cylindrical shells under various boundary conditions", *Appl. Acoust*, vol. 61, pp. 111-129, 2000.
- [23] Kadoli, R., Ganesan, N. "Buckling and free vibration analysis of functionally graded cylindrical shells subjected to a temperature specified boundary condition", *Sound Vib*, vol. 289, pp. 450-480, 2006.
- [24] Ansari, R., Darvizeh, M. "Prediction of dynamic behaviour of FGM shells under arbitrary boundary conditions", *Compos. Struct*, vol. 85, pp. 284-292, 2008.
- [25] Patel, B.P., Gupta, S.S., Loknath, M.S., Kadu, C.P. "Free vibration analysis of functionally graded