

اثرات مقادیر اصلی تانسور نفوذپذیری بر انتقال گرما و جرم در یک ماده‌ی متخلخل غیر ایزوتروپیک

محمد محسن شاه‌مردان
محسن نظری*
روزبه دشتستانی

دانشیار، دانشگاه شاهرود، دانشکده مهندسی مکانیک
استادیار، دانشگاه شاهرود، دانشکده مهندسی مکانیک
دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهرود، دانشکده مهندسی مکانیک

چکیده

در مطالعه حاضر، انتقال گرمای جابجایی آزاد در یک محیط متخلخل غیر ایزوتروپ دو بعدی به صورت عددی و با روش اختلاف محدود بررسی شده است. جابجایی طبیعی با ترکیب گرما و انتقال جرم در یک حفره متخلخل غیر ایزوتروپ به وسیله مدل دارسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض بر آن است که محیط متخلخل به صورت گرمایی و هم به صورت هیدرودینامیکی غیر ایزوتروپ می‌باشد. جهت‌های اصلی تانسور نفوذپذیری با بردار گرانش زاویه (θ) می‌سازند، در حالی که برای تانسورهای دمایی و جرم این جهات با محورهای افقی و عمودی مختصات، منطبق می‌باشد. نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و غلظت ثابت به ازای پارامتر θ برای سه مقدار ۰، ۴۵ و ۹۰ مورد بررسی قرار گرفته و اثرات پارامتر نفوذپذیری بی‌بعد نیز به ازای مقادیر ۰/۱، ۱ و ۱۰ مورد ملاحظه قرار می‌گیرد. همچنین مقدار عدد نوسلت متوسط روی دیواره‌ی محفظه محاسبه می‌شود. در این پژوهش، معادلات حاکم برای جریان تراکم‌ناپذیر با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته‌سازی و حل شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: انتقال گرما جابجایی آزاد، محیط متخلخل غیر ایزوتروپیک، جهت اصلی تانسور نفوذپذیری، تابع جریان

The Effects of Principle Axis of Permeability Tensor on Heat and Mass Transfer in Anisotropic Porous Medium

M. M. Shahmardan Associate Professor, University of Shahrood, Faculty of Mechanical Engineerin
M. Nazari Assistant Professor, University of Shahrood, Faculty of Mechanical Engineerin
R. Dashtestani M.Sc. Student, University of Shahrood, Faculty of Mechanical Engineerin

Abstract

Free convection heat and mass transfer in a 2D porous cavity are studied by finite difference method. Natural convection is investigated by both heat and mass transfer inside the anisotropic porous cavity using the Darcy law. The flow is considered to be two-dimensional, Newtonian and unsteady. The porous medium is assumed anisotropic both hydrodynamically and thermally. The effects of principle axis of the permeability tensor, i.e. θ , on heat and mass transfer are studied. Moreover, different permeability values, i.e. 0.1, 1 and 10, are considered in the simulation. Streamlines, isotherms and the averaged Nusselt number are also reported. The governing equations are solved based on the finite difference discretization.

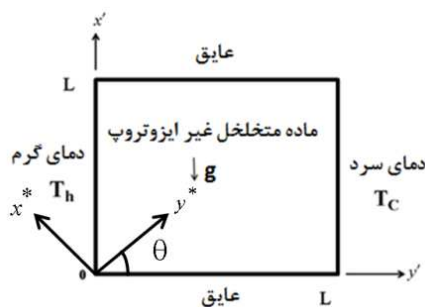
Keywords: Natural Convection Heat Transfer, Anisotropic porous media, Principle axis of permeability tensor, Stream function

۱- مقدمه

تغییر کمیت‌های مسئله جابجا می‌شود. گوبین و همکاران [۹] در یک محفظه‌ی دو لایه‌ی سیال-محیط متخلخل که دیواره‌های افقی آن عایق و دیواره‌های عمودی آن در دمای ثابت و مختلف قرار دارد، به بررسی جابجایی آزاد پرداختند. آنها در این مقاله اثر ضخامت لایه متخلخل و نفوذپذیری را بر ساختار جریان، انتقال گرما و انتقال جرم نشان دادند. نتایج بدست آمده توسط آنها با نتایج حاصل از حل تحلیلی در حالت ساده مورد تأیید قرار گرفته است. بیتاس و همکارانش [۱۰] موفق شدند جابجایی آزاد در محفظه‌ی متخلخل را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دهند. محفظه مورد بررسی شامل دو دیواره‌ی افقی با ضخامت محدود بوده و دیواره‌های عمودی آن در دمای یکنواخت ولی متفاوت قرار دارند. در این مقاله تمرکز بر روی نقش ضریب رسانایی گرمایی دیواره‌های افقی بر روی انتقال گرما و جریان سیال بود. نتایج بدست آمده توسط بیتاس نشان می‌دهد که با افزایش ضریب رسانایی گرمایی، دمای سطح مشترک سیال و دیواره افقی کاهش می‌یابد. لیاقت و بیتاس [۱۱] با روش حجم محدود، انتقال گرما جابجایی آزاد در یک محفظه‌ی با تولید گرما را بررسی کردند. این محفظه از اطراف توسط دیواره‌های با ضخامت محدود اشغال شده‌اند و همه دیواره‌های بیرونی در دمای یکنواخت قرار دارند. نتایج بدست آمده توسط آنها با نتایج حاصل از پژوهشگران دیگر هم خوانی خوبی داشتند. در این مقاله، انتقال گرمایی جابجایی آزاد در یک ماده متخلخل غیرایزوتروپ بررسی می‌شود. ضمناً، اثرات تانسور نفوذپذیری و جهات اصلی آن بر انتقال گرما، در اعداد رایلی مختلف مطالعه و مورد بحث قرار خواهد گرفت. استفاده از مواد متخلخل با نسبت‌های نفوذپذیری مختلف (در جهات مختلف) می‌تواند منجر به بهینه‌سازی انتقال گرما شود. مساله مورد بحث هم از نظر هیدرودینامیکی و هم از لحاظ گرمایی غیر ایزوتروپ است.

۲- معادلات حاکم

هندسه و شرایط مرزی معادله مورد مطالعه در شکل ۱ نمایش داده شده است:



شکل ۱- محفظه‌ی دو بعدی متخلخل

ماده‌ی متخلخل، محیط غیر همگنی است که بین ذرات تشکیل دهنده‌ی آن فضای خالی وجود دارد. در صورت وجود سیال بین ذرات جامد، محیط را اصطلاحاً محیط متخلخل اشباع می‌نامند. بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی محیط‌های متخلخل در تحقیقات اخیر کاویانی [۱]، وفایی [۲]، نیلد و بیژن [۳] بیان شده است. بیتاس و پاپ [۴] شرط عدم تعادل گرمایی را برای انتقال گرمایی جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی با استفاده از روش حجم محدود^۱ مدل‌سازی کردند. مؤلفین در این بررسی فرض کردند که محیط متخلخل از قانون دارسی پیروی کرده و بین فازهای جامد و سیال تعادل برقرار نمی‌باشد. بیتاس [۵] یک سال بعد، انتقال گرمایی جابجایی آزاد در حالت پایا را با فرض عدم تعادل گرمایی در یک محفظه متخلخل مربعی با در نظر گرفتن گرمایی تولیدی در فاز جامد بررسی کرد. در این بررسی، معادلات ناویر استوکس به همراه عبارات‌های دارسی-فورچهمیر-بریگمن^۲ در نظر گرفته شده و با روش حجم محدود، به حل معادلات پرداخته شده است. او در این پژوهش به این نتیجه رسید که با افزایش ضریب انتقال گرمایی جابجایی محلی بین فازهای سیال و جامد، این دو فاز به حالت تعادل گرمایی می‌رسند. ساتیامورتی و همکارانش [۶] جابجایی آزاد در محفظه پر شده با محیط متخلخل را که دمای دیواره‌های آن به صورت خطی تغییر می‌کنند بررسی کردند. مدل آنها از معادله‌ی دارسی - فورچهمیر پیروی کرده که با روش المان محدود^۳ تحلیل شده‌اند. آنها اثر شرایط مرزی‌هایی را بر انتقال گرما و جریان سیال، برای عدد رایلی و دارسی‌های مختلف بررسی کردند، و دریافتند که با افزایش عدد رایلی انتقال گرمایی همرفت آزاد افزایش یافته و انتقال گرمایی رسانشی کمتر می‌شود. ورال و همکاران [۷] به مطالعه جابجایی آزاد در یک محفظه‌ی نیمه متخلخل که پروفیل دمای دیواره‌ی پایینی آن به صورت سینوسی تغییر می‌کند، پرداختند. قانون دارسی حاکم بر محیط متخلخل بوده و فاز سیال و جامد در تعادل گرمایی هستند. آنها با روش اختلاف محدود به بررسی اثر پروفیل سینوسی بر انتقال گرما و جریان سیال پرداختند. کریشنا و باساک [۸] انتقال گرمایی همرفت طبیعی در یک محفظه‌ی مربعی دو بعدی متخلخل را که هم به صورت هیدرودینامیکی و هم به صورت دمایی غیر ایزوتروپ بود با حضور منبع گرمایی بوسیله‌ی مدل دارسی بررسی نمودند. دیواره‌های بالایی و پایینی حفره عایق و دیواره‌های عمودی در دمای ثابت بوده است. در این بررسی مشاهده شد که ویژگی‌های غیر ایزوتروپی تأثیر بسزایی بر روی رفتار جریان و انتقال گرما دارند. همچنین محل بیشینه دما با

¹ Finite Volume

² Darcy-Darcy-Brinkman

³ Finite Element

$$x = \frac{x'}{L}, \quad x = \frac{y'}{L}$$

$$v = \frac{Lv'}{D'_y}, \quad u = \frac{Lu'}{D'_y},$$

$$C = \frac{C' - C'_0}{C'_H - C'_C}, \quad T = \frac{T' - T'_0}{T'_H - T'_C},$$

$$P = \frac{K'_y P'}{\mu D'_y}, \quad t = \frac{D'_y t'}{L^2}$$

که

$$T'_0 = \frac{(T'_H + T'_C)}{2}, \quad C'_0 = \frac{(C'_H + C'_C)}{2}$$

مدل داری در محیط‌های متخلخل، با سرعت پایین برقرار است. در مسئله‌ی مورد بحث به دلیل پایین بودن عدد رینولدز، استفاده از مدل داری برای معادله مومنوم فرض درستی است. با تعریف تابع جریان، معادلات بی بعد به صورت زیر است:

$$e_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2f_1 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial y} + g_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -Ra_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} - N \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial y} + u \frac{\partial T}{\partial x} = Le \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

$$\phi_P \frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial y} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \left[\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right]$$

که کمیت‌های بی بعد عبارتند از:

$$Ra_T = \frac{K'_x}{\mu D'_y} g \beta_T L^2 \rho_0 (T'_H - T'_C) \quad \text{عدد داری-رایلی}$$

$$N = \frac{\beta_C (C'_H - C'_C)}{\beta_T (T'_H - T'_C)} \quad \begin{array}{l} \text{آهنگ نیروی} \\ \text{شناوری} \end{array}$$

$$Le = \frac{\alpha'_y}{D'_y} \quad \text{عدد لوئیس}$$

$$A = \frac{H}{L} \quad (H = L) \quad (10)$$

شرایط مرزی و اولیه در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\begin{array}{llll} T_H = 1 & C_H = 1 & v = 0 & : y = 0 \\ T_C = 0 & C_C = 0 & v = 0 & : y = 1 \end{array}$$

محفظه دارای طول L بوده و دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی در دمای ثابت قرار دارند. از مدل داری برای معادله مومنوم و از فرض تعادل گرمایی بین دو فاز، برای بیان معادله انرژی در محیط متخلخل استفاده شده است. مدل عدم تعادل گرمایی برای سرعت‌های بالای جریان یا برای حالت‌هایی که گرمای تولیدی داخلی در محیط داشته باشیم برقرار است، در غیر این صورت اختلاف دمای محلی سیال و جامد کوچک بوده و فرض تعادل گرمایی صادق است. در این مساله، سرعت سیال پایین بوده و گرمای تولیدی داخلی نیز به دلیل ماهیت مسئله مقدار زیادی ندارد، لذا از مدل تعادل گرمایی استفاده شده است. معادلات پایستاری جرم، مومنوم، انرژی و انتقال جرم در محیط متخلخل به قرار زیر است [۱]:

$$\nabla \cdot V' = 0 \quad (1)$$

$$V' = \frac{K}{\mu} \cdot \{-\nabla P' - g \rho_0 [1 + \beta_C (C' - C'_0)] - \beta_T (T' - T'_0) \bar{Q}\}$$

$$\sigma \frac{\partial T'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'T' - \alpha'_y \alpha \nabla T') = 0 \quad (3)$$

$$\phi_P \frac{\partial C'}{\partial t'} + \nabla \cdot (V'C' - D'_y D \nabla C') = 0 \quad (4)$$

در معادلات بالا، V' بردار دو بعدی سرعت $(y', x')^T$ ، عملگر گرادینان در سیستم مختصات (y', x') ، دما، C' غلظت، P' فشار، t' زمان، ϕ_P تخلخل، σ ظرفیت گرمایی، g شتاب گرانش و $\bar{Q} = (0, 1)$ بردار یکه عمودی است. تانسورهای مرتبه دوم نفوذپذیری K ، پخش دمایی α و پخش جرمی D در سیستم مختصات (y', x') عبارتند از:

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & D^* \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & \alpha^* \end{bmatrix}, \quad K = K'_y \begin{bmatrix} e_1 & f_1 \\ f_1 & g_1 \end{bmatrix}$$

که در معادلات فوق کمیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$e_1 = K^* \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$g_1 = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$f_1 = (1 - k^*) \sin \theta \cos \theta$$

$$K^* = \frac{K'_x}{K'_y}, \quad \alpha^* = \frac{\alpha'_x}{\alpha'_y}, \quad D^* = \frac{D'_x}{D'_y} \quad (5)$$

برای بی‌بعد کردن معادلات حاکم از کمیت‌های زیر استفاده می‌شود:

کمیت θ (زاویه چرخش) در سه مقدار ۴۵، ۹۰ و ۱۳۵ درجه تغییر می کند که در هر زاویه کمیت K^* (نسبت مؤلفه‌های تانسور نفوذ پذیری) در سه مقدار ۰، ۱ و ۱۰ قابل تعریف است. با افزایش K^* ، نفوذپذیری در جهت x نسبت به y افزایش یافته و طبق شکل ۳، خطوط تابع جریان متمایل به جهت x می‌باشند. این مورد با تعریف نسبت نفوذپذیری نیز کاملاً منطبق است.

خطوط هم‌دما و غلظت ثابت نیز با افزایش K^* انحنای کمتری پیدا کرده‌اند و به نوعی روند مشاهده شده (با افزایش K^*) مشابه انتقال گرمای رسانشی در یک ورق فلزی بین دو صفحه گرم و سرد است. با افزایش رایلی، بیشینه مقدار تابع جریان در مرکز حفره افزایش یافته و انحنای خطوط هم دما و غلظت ثابت نیز بیشتر شده است که نشان‌دهنده قوت گرفتن انتقال گرمای همرفتی در محفظه است. با مراجعه به شکل ۴، یک سلول چرخشی در تمام حالت‌ها مشاهده می‌شود و با تغییر نسبت نفوذپذیری و همچنین جهات اصلی تانسور نفوذپذیری، شکل این سلول تغییر چشمگیری کرده است.

عدد رایلی نشان دهنده‌ی میزان انتقال گرمای جابجایی بوده و با افزایش آن، آهنگ انتقال گرما جابجایی افزایش پیدا می کند. در اعداد رایلی کوچک، چرخش سیال ضعیف بوده و انتقال گرما عمدتاً از طریق رسانش صورت می‌گیرد. با افزایش عدد رایلی، قدرت جابجایی سیال افزایش یافته و آهنگ انتقال گرمای جابجایی در مقایسه با هدایت قابل ملاحظه است. شکل‌های ۶ و ۷، اثر کمیت بی بعد نفوذپذیری K^* را بر روی مقادیر سرعت افقی (v) و عمودی (u) در محفظه‌ی بسته مورد نظر در حالت $N = 0$ نشان می دهد. نسبت N بیانگر توان شناوری دمایی نسبت به شناوری ناشی از اختلاف غلظت است. در خط مرکزی حفره در جهت افقی (Y)، سرعت (u) و در خط گذرنده از مرکز محفظه در جهت عمودی (X)، سرعت (v) نمایش داده شده است. در شکل ۶، زاویه صفر و در شکل ۷ زاویه نود درجه مورد بررسی قرار گرفته است. معادله (۲) پس از باز نویسی و بدون در نظر گرفتن اثر کمیت N به صورت زیر است:

$$V = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(-e_1 \frac{\partial P'}{\partial x'} - f_1 \frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (13)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(-f_1 \frac{\partial P'}{\partial x'} - g_1 \frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0 & \quad u = 0 & \quad : x = 0, x = 1 \\ T = T_0 & \quad C = C_0 & \quad \psi = 0 & \quad : t = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

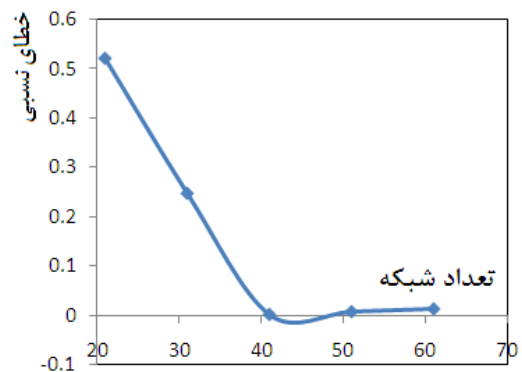
عدد نوسلت به صورت زیر تعریف می شود [۱]:

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \left(-\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0,1} dx \quad (12)$$

معادلات حاکم (۸) تا (۱۰) به همراه شرایط مرزی (۱۲) با روش اختلاف محدود، در یک شبکه‌ی یکنواخت 81×81 گسسته سازی شده‌اند.

عبارت‌های نا پایا در معادلات حاکم صریح گسسته سازی شده‌اند. برای حل معادلات جبری، از تکرار خط به خط و الگوریتم توماس بهره گرفته شده است. مقدار تکرار تا موقعی ادامه پیدا می کند که مقدار خطای نسبی در همه متغیرها به 10^{-5} برسد. حل عددی به صورت ناپایا بوده است.

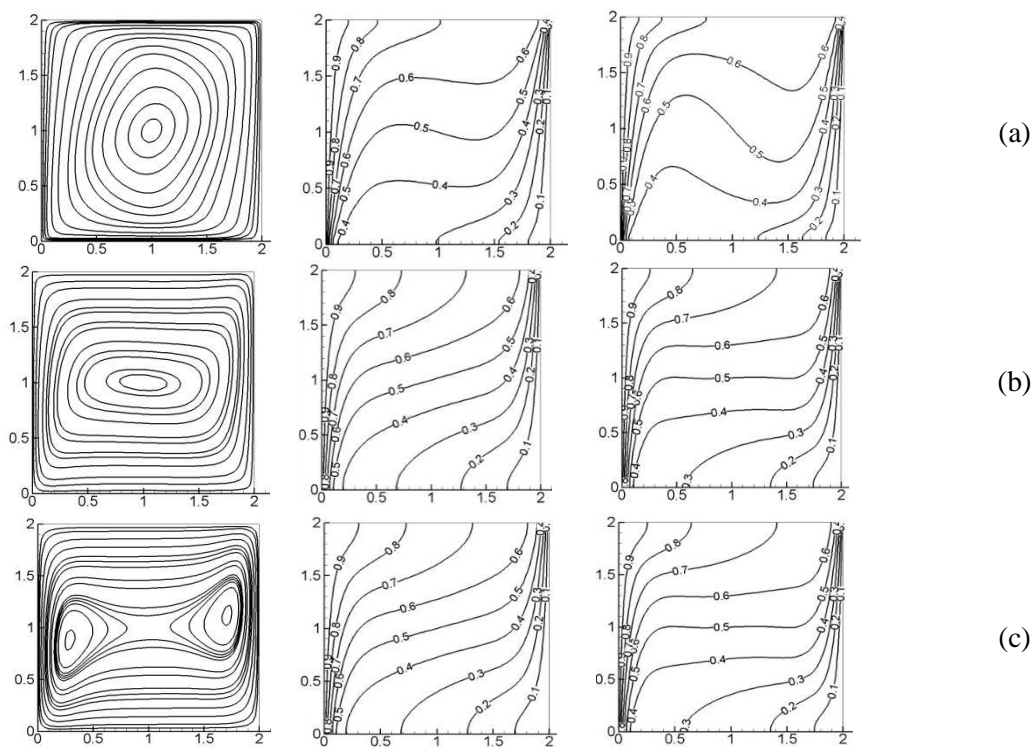
جهت استقلال حل از شبکه، مقدار عدد نوسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ در تعداد گره های 41×41 ، 61×61 و 81×81 به دست آمد و مشاهده شد که مقادیر مربوطه تا دقت 10^{-5} یکسان بوده و حل عددی از تعداد شبکه مستقل می‌باشد. خطای نسبی برای محاسبه عدد نوسلت بر حسب تعداد گره در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲- نمایش خطای نسبی بر حسب تعداد گره. قابل ذکر است تعداد گره در دو راستا یکسان انتخاب می‌شود.

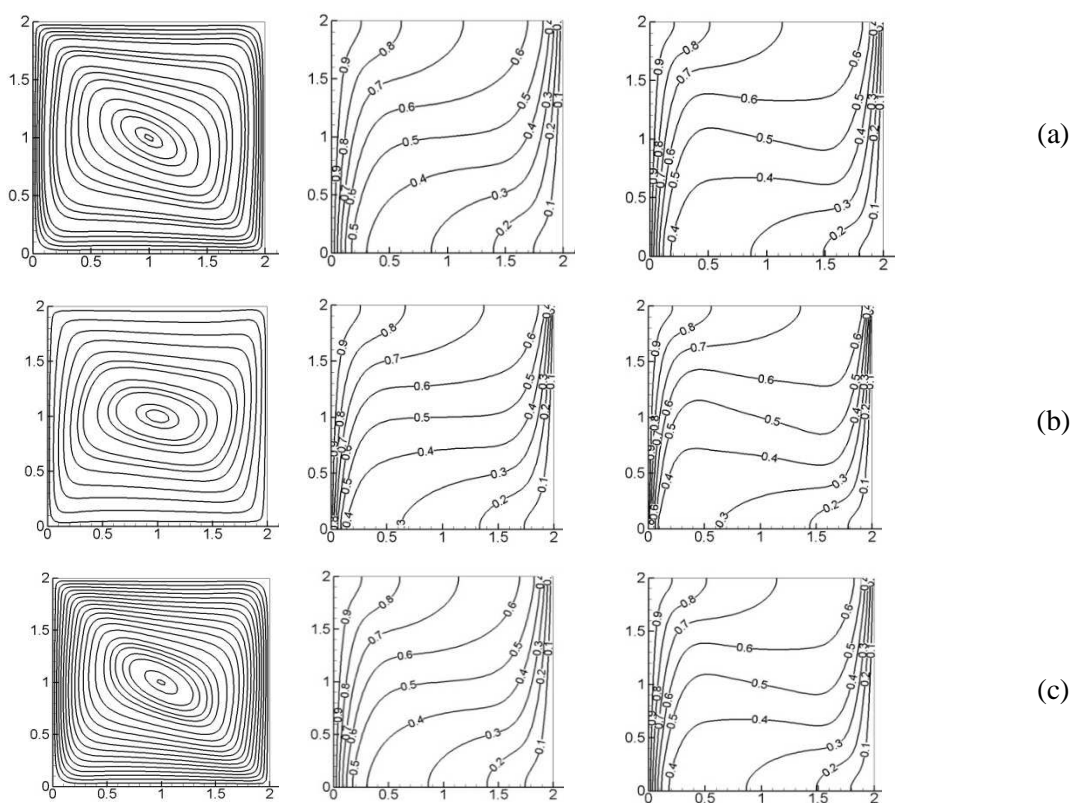
۳- بحث در نتایج

در همه‌ی بررسی‌ها فرض می‌شود که کمیت‌های (عدد لوئیس)، (نسبت نیروهای شناوری)، (نسبت ظرفیت گرمایی)، (تخلخل)، (نسبت پخش گرمایی) و (نسبت پخش حل شونده‌گی) در کل مراحل حل عددی ثابت و عدد رایلی ثابت و برابر 10000 در نظر گرفته می‌شود.



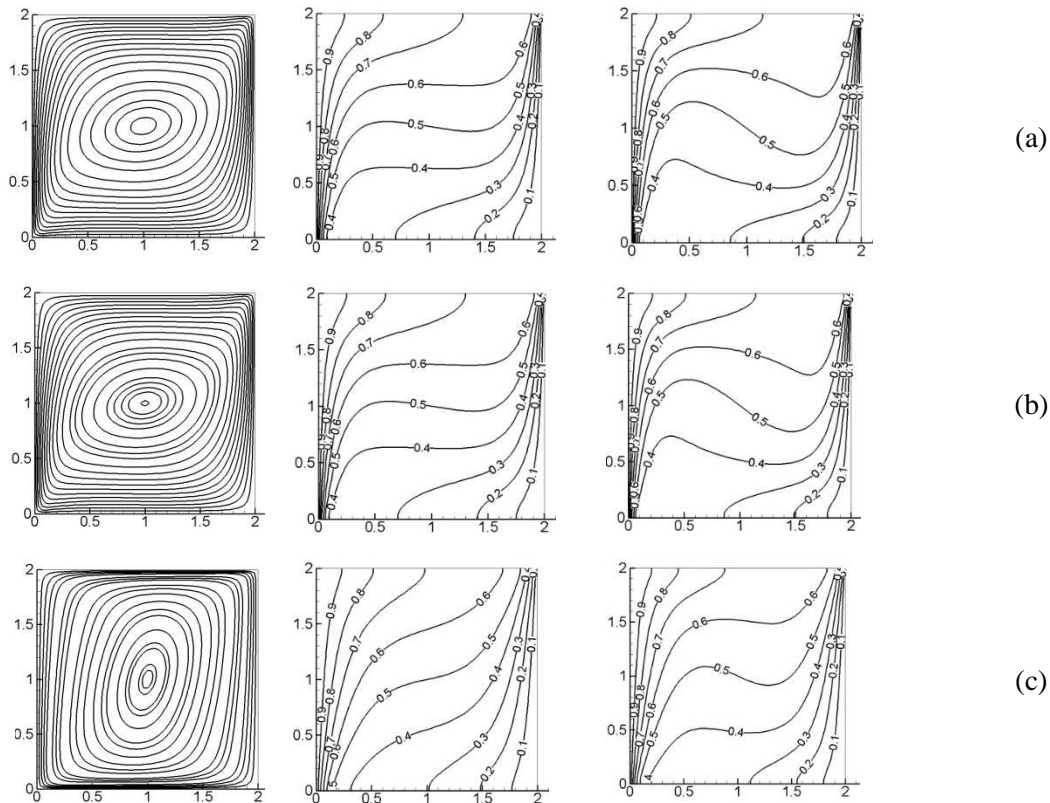
شکل ۳- نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست برای $(Ra = 10000, \theta = 0)$

$$a) K^* = .1, \quad b) K^* = 1, \quad c) K^* = 10.$$

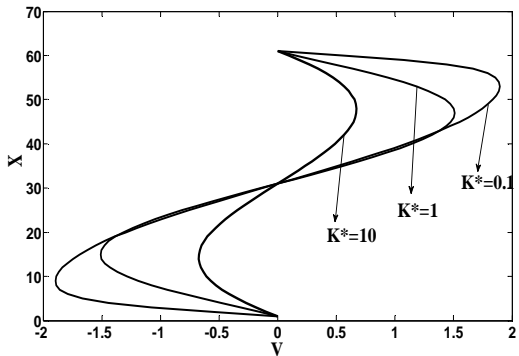
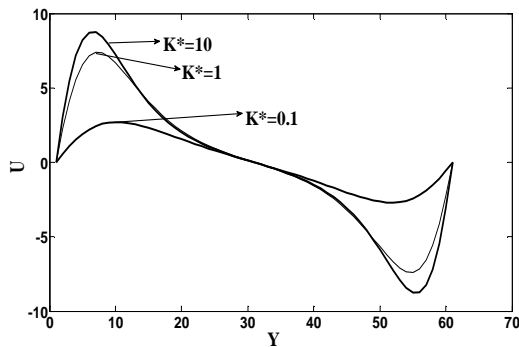


شکل ۴- نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست برای $(Ra = 10000, \theta = 45)$

$$a) K^* = .1, \quad b) K^* = 1, \quad c) K^* = 10.$$



شکل ۵- نمودارهای تابع جریان، خطوط هم دما و هم غلظت به ترتیب از سمت چپ به راست برای $(Ra = 10000, \theta = 90)$
 $a) K^* = 0.1, b) K^* = 1, c) K^* = 10$



شکل ۶- نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در حالت $(Ra = 10000, \theta = 0, Le = 1.5, N = 0)$

در دو حالت $\theta = 90$ و $\theta = 0$ مقادیر ضرایب e_1, f_1, g_1 در جدول (۲) نشان داده شده است (با توجه به معادله (۵)):

جدول ۲- مقادیر e_1, f_1, g_1 در حالت $\theta = 90$ و $\theta = 0$

g_1	f_1	e_1	θ
K^*	۰	۱	۰
۱	۰	K^*	90

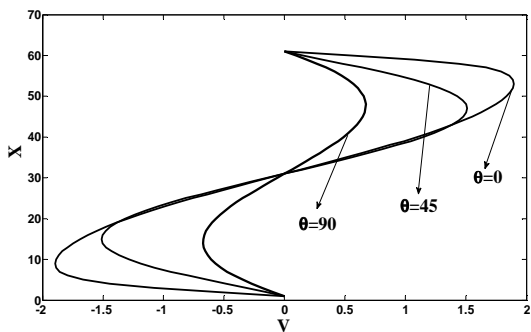
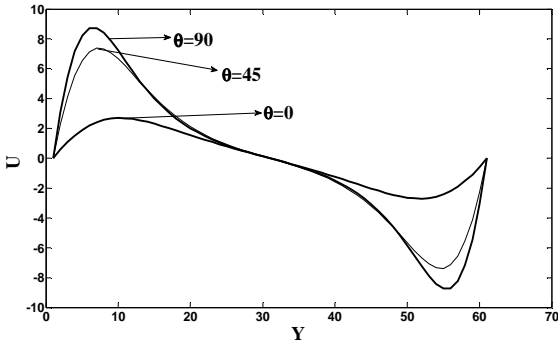
در حالتی که $\theta = 0$ است، مؤلفه های سرعت طبق رابطه ی داری بصورت زیر خواهند بود [۱]:

$$v = \frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial x} \right) \quad (15)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_x \left(\frac{\partial P'}{\partial y} \right) \quad (16)$$

که در آن K^* نسبت K'_x به K'_y است. با افزایش مقدار K^* از ۰.۱ تا ۱۰ مقدار K'_x می تواند افزایش یابد (یا مقدار K'_y متناسباً کاهش پیدا می کند)، بنابراین طبق رابطه ی (۱۵) و (۱۶)، مؤلفه ی سرعت (u) افزایش و مقدار (v) کاهش خواهد یافت. در شکل ۶ این تغییرات به وضوح نمایش داده شده است.

با توجه به مقادیر ضرایب e_1, f_1, g_1 و تأثیر آن بر مؤلفه‌های سرعت‌های افقی و عمودی در معادلات ۱۳ و ۱۴، با افزایش پارامتر θ مقادیر مؤلفه‌ی u افزایش و مقدار v کاهش می‌یابد (شکل ۸).



شکل ۸- نمودارهای سرعت‌های افقی و عمودی در مرکز حفره در حالت $(Ra=10000, k^*=0.1, Le=1.5, N=0)$

برای حالت $K^*=10$:

جدول ۴- مقادیر e_1, f_1, g_1 در حالت $K^*=10$ و $\theta=90^\circ, \theta=45^\circ, \theta=0^\circ$

e_1	f_1	g_1	θ
0.1	0	1	0
0.55	0.45	0.55	45
1	0	0.1	90

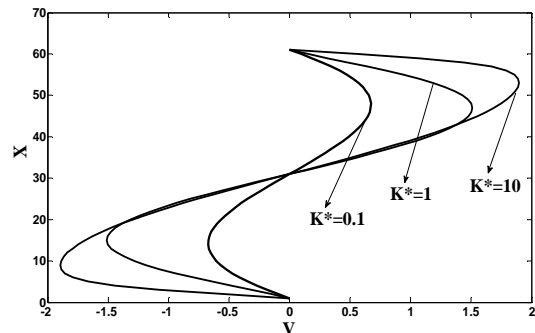
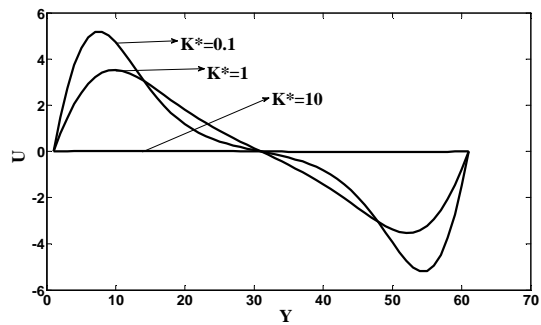
با توجه به مقادیر ضرایب e_1, f_1, g_1 و تأثیر آن بر مؤلفه‌های سرعت‌های افقی و عمودی در معادلات (۱۴) و (۱۵)، با افزایش پارامتر θ مقادیر مؤلفه‌ی u کاهش و مقدار v افزایش می‌یابد (برعکس حالت قبل، به شکل ۹ مراجعه شود).

در حالت $\theta = 90^\circ$ ، معادلات مومنوم به صورت زیر خواهند بود:

$$v = \frac{1}{\mu} K'_x \left(\frac{\partial P'}{\partial x'} \right) \quad (17)$$

$$u = -\frac{1}{\mu} K'_y \left(\frac{\partial P'}{\partial y'} \right) \quad (18)$$

با افزایش مقدار از 0.1 تا 10 طبق رابطه‌ی ۱۷ و ۱۸، مؤلفه‌ی سرعت (u) کاهش و مقدار (v) افزایش خواهد یافت (برعکس حالت). در شکل (۷) این تغییرات به وضوح نمایش داده شده است.



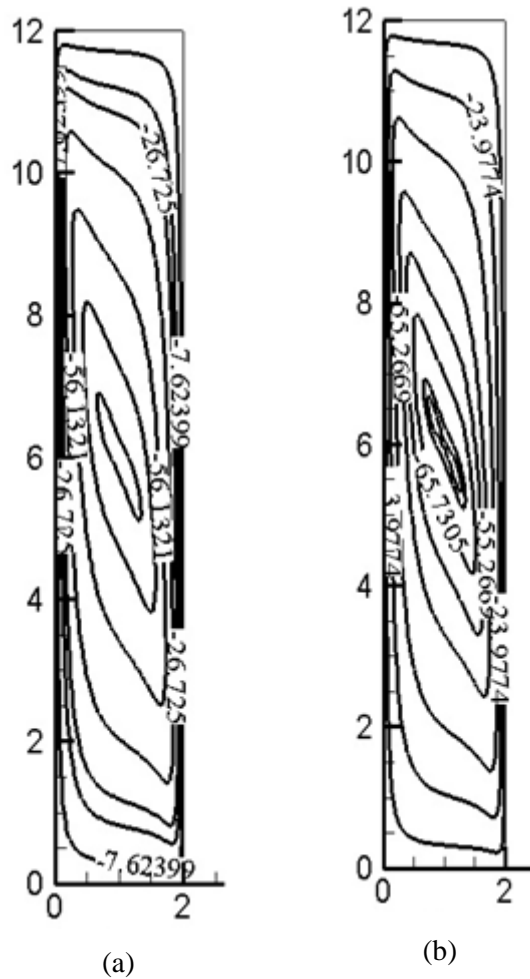
شکل ۷- نمودارهای سرعت‌های افقی و عمودی در مرکز حفره در حالت $(Ra=10000, \theta=90^\circ, Le=1.5, N=0)$

شکل‌های ۸ و ۹، اثر پارامتر زاویه چرخش (θ) بر روی مؤلفه‌های سرعت را در دو حالت $k^*=0.1$ و $k^*=10$ را نشان می‌دهند. مقادیر ضرایب e_1, f_1, g_1 در جدول ۳ نشان داده شده است:

جدول ۳- مقادیر e_1, f_1, g_1 در حالت

$K^*=0.1$ و $\theta=90^\circ, \theta=45^\circ, \theta=0^\circ$

e_1	f_1	g_1	θ
1	0	0.1	0
0.55	0.45	0.55	45
0.1	0	1	90



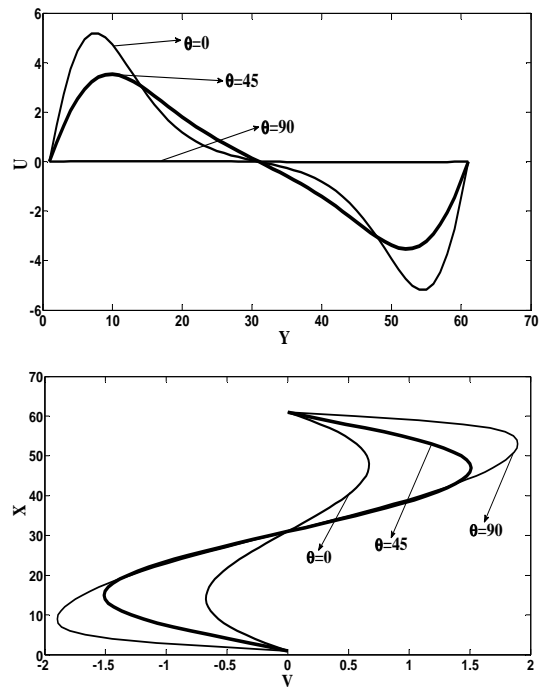
شکل ۱۰ - نمودارهای تابع جریان، (a) مربوط به پژوهش برا و خلیلی [۱۳]، (b) مربوط به پژوهش حاضر

۴- نتیجه گیری

با توجه به مسائل بررسی شده، نتایج زیر حاصل می شود:

(۱) عدد رایلی نشان دهنده‌ی میزان انتقال گرمای جابجایی بوده و با افزایش آن میزان همرفتی افزایش پیدا می کند. در رایلی‌های پایین چرخش سیال بسیار ضعیف بوده و انتقال گرما تقریباً فقط از طریق رسانش صورت می گیرد. با افزایش عدد رایلی چرخش درون محفظه افزایش یافته و انتقال گرما را به سمت جابجایی پیش می برد. مقادیر عدد نوسلت در تمامی موارد بجز یک حالت با افزایش مقدار K^* رونده کاهشی داشته است.

(۲) کمیت نفوذپذیری K^* که بیانگر نسبت نفوذپذیری در جهت x به جهت y است $(\frac{K'_x}{K'_y})$ ، در مقادیر مختلفی از زاویه چرخش اثر متفاوتی بر مقادیر



شکل ۹- نمودارهای سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره در حالت $(Ra=10000, k^*=10, Le=1.5, N=0)$

مقادیر عدد نوسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ محفظه با تغییرات اعداد بی بعد رایلی و همچنین نسبت شناوری در جدول ۵ بررسی شده است. در طی حل عددی مقدار عدد لوییس برابر ۱،۵، زاویه چرخش $\theta = 45$ و نسبت نفوذپذیری $K^* = 10$ بوده و تغییر نمی کند. عدد N بیانگر نسبت نیروی شناوری جرمی به شناوری گرمایی بوده و با تغییر آن (کمتر یا بیشتر از یک) نیروی شناوری گرمایی در داخل حفره تغییر کرده و باعث کاهش و یا افزایش عدد نوسلت متوسط می گردد.

جدول ۵- مقادیر عدد نوسلت متوسط روی دیواره‌ی سمت چپ در حالت

$N=0.6$	$N=0$	$N=1.2$	Ra
۰،۰۱۶	۰،۰۸	4.6×10^{-2}	۵۰۰
۰،۰۴۲	۰،۱۵	8.2×10^{-2}	۱۰۰۰
۰،۰۴۷	۰،۱۷	9.2×10^{-2}	۱۰۰۰۰

برای معتبر سازی نتایج بدست آمده، مقادیر خطوط جریان در پژوهش برا و خلیلی [۱۲] با شرایط مرزی شار ثابت در دیواره‌های عمودی و نسبت طول به عرض محفظه برابر با $(A=6)$ با مقادیر خطوط جریان در پژوهش حاضر مقایسه شد، که بیشینه مقدار تابع جریان در مرکز حفره در پژوهش حاضر 67.04 بوده و در پژوهش برا و خلیلی 67 گزارش شده است که خطوط جریان تطابق مناسبی بین نتایج را نشان می دهد.

پخش گرمایی در طول محور افقی (m ² /s)	α'_y
نسبت پخش گرمایی	α^*
گام زمانی بی بعد	Δt
مؤلفه های فضایی مایل (m)	y^*, x^*
مؤلفه های فضایی بی بعد	y, x

مراجع

[1] Kaviany, M. "Principle of Heat Transfer in Porous Media", New York: Second ed., Springer-Verlag, 1995.

[2] Vafai, K. "Handbook of Porous Media", Boca Raton: 2nd edn. Taylor & Francis, 2005.

[3] Nield, D.A., Bejan, A. "Convection in porous Media", New York: 3rd edn. Springer, 2006.

[4] Baytas, A.C., Pop I. "Free Convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model" J. of thermal Sciences, Vol.41, pp.861-870, 2002.

[5] Baytas, A.c. "Thermal non-equilibrium natural convection in a square enclosure filled with a heat-generating solid phase, non-darcy porous media" J. of Energy Research, Vol.27, pp.975-988, 2003.

[6] Sathiyamoorthy, M., Basak Tanmay Roy, S., Pop I. "Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s)" J. of Heat and Mass Transfer, Vol 50, pp.1892-1901, 2007.

[7] Varol, Y., Oztop, H.F., Pop I. "Numerical analysis of natural convection for a porous rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom wall" J. of Heat and Mass Transfer, Vol.35, pp.56-64, 2008.

[8] Krishna, D., Basak, T., Das, K., "Natural Convection in a heat generation hydrodynamically and thermally anisotropic non-Darcy Porous medium", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol.51, pp.4691-4703, 2011.

[9] Gobin, D., Goyeau, B., Songbe, J.P. "Double diffusive natural convection in a composite fluid porous layer" J. of Heat Transfer, Vol.120, pp.234-242, 1998.

[10] Baytas, A.C., Liaqat, A., Grosan, T., Pop I. "Conjugate natural convection in a square porous cavity" J. of Heat and Mass Transfer, Vol.37, pp.467-473, 2010.

[11] Liaqat, A., Baytas, A.C. "Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources" J. of Heat and Mass Transfer, Vol.44, pp.3273-3280, 2001.

مؤلفه های سرعت داشته، به طوری که در $\theta = 0$ با افزایش K^* از ۰٫۱ تا ۱۰ مقدار u افزایش و مقدار v کاهش می یابد. این در حالی است که در $\theta = 90$ نتیجه کاملاً بر عکس $\theta = 0$ است.

(۳) تأثیر کمیت زاویه ی چرخش (θ) بر مقادیر مؤلفه های سرعت نیز به پارامتر نفوذ پذیری وابسته بوده و در $k^* = 0.1$ با افزایش θ از مقدار صفر تا ۹۰ درجه باعث می شود مقدار u افزایش و مقدار v کاهش یابد. این در حالی است که در $K^* = 10$ نتیجه کاملاً بر عکس $k^* = 0.1$ است.

۵- نمادها

نسبت سطح	$A = \frac{H}{L}$
غلظت حل شونده	C'
غلظت حل شونده در نقطه اولیه	C'_0
غلظت حل شونده بی بعد	C
پخش حل شونده در راستای محور افقی (m ² /s)	D'_x
پخش حل شونده در راستای محور افقی (m ² /s)	D'_y
نسبت پخش حل شونده	D^*
شتاب گرانش (m/s ²)	g
تانسور نفوذ پذیری	\overline{K}
نفوذ پذیری در راستای x^* از محور مختصات مایل (m ²)	K'_x
نفوذ پذیری در راستای y^* از محور مختصات مایل (m ²)	K'_y
نسبت مؤلفه های اصلی تانسور \overline{K}	$K^* = \frac{K'_x}{K'_y}$
عرض حفره (m)	L
عدد لوئیس	Le
نسبت شناوری	$N = \frac{b\beta_c q_c}{\beta_T q_T}$
عدد نوسلت	Nu
اندازه فشار (Pa)	P'
فشار بی بعد	P
عدد رایلی	Ra_T
زمان (s)	t'
زمان بی بعد	t
دما (K)	T'
دما در لحظه شروع (K)	T_0
پخش گرمایی در طول محور عمودی (m ² /s)	α'_x

[12] Bera, P., Khalili, A. “Double-diffusive natural convection in an anisotropic porous cavity with opposing buoyancy forces: multi-solutions and oscillations”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 36, pp.4019-4032, 2002.