نشریه مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره پیاپی ۱۱۷، جلد ۵۶، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۵، صفحه ۱-۷ – پژوهشی کامل
DOI: 10.22034/jmeut.2026.70445.3631

اثر دما بر آستانه ناپایداری و فرکانس مکانی نوسانات حباب‌ها در جریان دوفازی ونتوری محوری

اسماعیل شاکری نژاد* استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران، e.shakerinejad@scu.ac.ir
حسین کردزنگنه دانشجوی کارشناسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران، hosseinkz2003@gmail.com

چکیده
در این مقاله به بررسی عددی پویایی حباب‌ها در یک ونتوری محوری تک بعدی پرداخته شده است. با حذف مشتقات زمانی (حالت پایا)، معادلات پیوستگی، مومنتوم و معادله ریلی-پلست برای حباب‌ها به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی در امتداد محور تبدیل شده و با روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم حل شده است. در این مطالعه اثر دما و کسر حجمی حباب‌ها در مخلوط دوفازی در ورودی بر میدان شعاع حباب‌ها $R(x)$، میدان سرعت $u(x)$، فرکانس مکانی نوسانات و آستانه ناپایداری مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش دما و برای کسر حجمی ورودی ثابت، حداکثر شعاع حباب‌ها افزایش می‌یابد و فرکانس مکانی نوسانات پایین می‌رود؛ به عبارتی چرخه‌های نوسانی، کشیده‌تر شده و پاسخ دینامیکی سیستم کندتر می‌گردد. همچنین با افزایش دما از ۲۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس، شعاع بحرانی حباب در حالت‌های $\beta = ۰/۹$ و $\beta = ۰/۵$ به ترتیب حدود ۱۷ درصد و ۱۲ درصد افزایش می‌یابد. این تغییرات رفتاری تقریباً خطی با دما دارد.
واژه‌های کلیدی: ونتوری، فرکانس نوسانات، حباب، دما، جریان دوفازی، آستانه ناپایداری.

Effect of temperature on instability threshold and spatial bubble oscillation frequency in axial Venturi two-phase flow

E. Shakeri Nejad Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran
H. Kordzanganeh Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

Abstract
This paper presents a numerical investigation of bubble dynamics in a one-dimensional axial Venturi. By neglecting time derivatives (steady state assumption), the continuity and momentum equations, together with the Rayleigh-Plesset equation for the bubbles, are reduced to an ordinary differential equation system along the axis and solved using a fourth-order Runge-Kutta method. The study examines the effects of temperature and inlet void fraction on the dimensionless bubble radius, the dimensionless fluid velocity, spatial oscillation frequency, and the instability threshold. Results show that, at fixed inlet void fraction, increasing temperature leads to larger maximum bubble radii and lower spatial oscillation frequencies; in other words, oscillation cycles become more stretched and the system responds more slowly. Furthermore, by increasing the temperature from 20°C to 50°C, the critical bubble radius increases by about 17% and 12% for the $\beta = 0.9$ and $\beta = 0.5$ cases, respectively. This variation is approximately linear with temperature.
Keywords: Venturi, oscillation frequency, bubble, temperature, tow-phase flow, instability threshold.

۱- مقدمه

جریان‌های دوفازی حبابی در هندسه‌های همگرا-واگرا، مانند نازل‌های ونتوری محوری، نقش مهمی در بسیاری از فرآیندهای صنعتی از جمله تبرید، پمپاژ و سیستم‌های کاویتاسیون ایفا می‌کنند. در این سیستم‌ها، رفتار دینامیکی حباب‌ها تحت تأثیر عوامل مختلفی مانند دما، فشار، خواص ترمودینامیکی سیال و پارامترهای مدل‌سازی قرار دارد. یکی از چالش‌های اصلی در تحلیل این جریان‌ها، پیش‌بینی دقیق نوسانات شعاع حباب و تعیین شرایط پایداری یا ناپایداری آن‌هاست. مدل ریلی-پلست به عنوان یکی از ابزارهای کلیدی در شبیه‌سازی رفتار حباب‌ها، امکان بررسی اثرات پارامترهای فیزیکی و عددی را فراهم می‌سازد.

وانگ و برن جریان‌های کاویتاسیونی در نازل‌های همگرا-واگرا برای کسر حجمی ورودی متغیر را بررسی کردند و نشان دادند که ویژگی‌های جریان به‌شدت به توزیع اولیه حباب‌ها وابسته است [۱]. گاستون و همکارانش با بهره‌گیری از معادله رایلی-پلست، حباب‌ها را به عنوان چشمه‌های پتانسیل در یک ونتوری مدل کرده و اثر برهم‌کنش‌های پیچیده جریان را تحلیل نمودند [۲]. موهولکار و پاندیت با ترکیب معادله حرکت سیال و مدل رایلی-پلست، یک معادله جامع دینامیکی به دست آوردند و تأثیر فشار پایین‌دست، نسبت هندسه ونتوری، اندازه اولیه حباب و کسری حجمی ورودی را بر رفتار کاویتاسیونی بررسی کردند [۳]. سوبرین و شروود نیز با تمرکز بر حرکت یک حباب منفرد در ونتوری، معادله‌ای دینامیکی بر پایه نیروهای مؤثر مختلف ارائه کردند [۴].

در مطالعات جدیدتر [۵]، توجه پژوهشگران به ونتوری‌های کاویتاسیونی با سطح مقطع متغیر معطوف شده است. با طراحی و بررسی تجربی چنین ونتوری‌ای، اثر کورس میله تنظیم کننده، فشارهای ورودی و خروجی و حرکت دینامیکی میله تنظیم کننده را مطالعه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که دبی جرمی، زمانی که نسبت

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.shakerinejad@scu.ac.ir
تاریخ دریافت: ۰۴/۰۹/۰۷
تاریخ پذیرش: ۰۵/۰۴/۰۸

فشار پایین‌دست کمتر از حدود ۰/۸ باشد، مستقل از فشار پایین‌دست است؛ در حالی که این دبی به‌طور خطی با کورس میله تنظیم‌کننده تغییر کرده و با افزایش فشار بالادست افزایش می‌یابد. در مطالعات نظری دیگری [۶-۸] نیز دینامیک یک حباب منفرد در کاویتاسیون هیدرودینامیکی بررسی شده است. در این مطالعات، خلأ بررسی اثر دما مشاهده می‌شود.

زو و همکارانش [۹،۱۰] با انجام مطالعات آزمایشگاهی، دینامیک کاویتاسیون در رژیم‌های شبه پایا و غیر پایا را در جریان‌های کاویتاسیونی نیتروژن مایع درون یک لوله ونتوری بررسی کردند؛ و نشان دادند که نسبت فشار بالادست به پایین‌دست، نرخ جریان و سرعت صوت موضعی از جمله پارامترهای مؤثر بر رفتار کاویتاسیون غیر پایا بوده و تأثیر آن‌ها را به‌طور جامع مورد ارزیابی قرار دادند.

فرانک و همکارانش [۱۱،۱۲] با استفاده از معادله ریلی-پلست به تحلیل ویژگی‌های مختلف جریان‌های کاویتاسیونی پرداختند و نشان دادند که این معادله حتی با وجود فرضیات ساده‌کننده، ابزاری مفید برای تحلیل مقدماتی مسائل واقعی کاویتاسیون است. همچنین، پارامترهای بی‌بعد دیگری از جمله عدد ژاکوب (Ja) معرفی‌شده توسط کلمبت و همکاران [۱۳] و ضریب C ارائه‌شده توسط چن و همکاران [۱۴،۱۵]، به‌منظور توصیف کمی زمان گذار حرارتی و سنجش اثرات ترمودینامیکی بر حفره‌زایی در سیالات مختلف پیشنهاد شده‌اند. کروون و همکارانش [۱۶] به صورت تجربی کاویتاسیون روی یک ایرفویل را در دماهای مختلف بررسی کردند. آن‌ها یک ایرفویل را در آب با دماهای مختلف قرار دادند و فشار روی سطح ایرفویل و نوسانات فشار در طول زمان را تعیین کردند. زانگ و همکارانش [۱۷] برای اولین بار اثر دما را بر کاویتاسیون در یک لوله ونتوری به صورت تجربی مطالعه کردند. آن‌ها آب با دماهای مختلف (تا دمای نسبتاً بالا) را از درون ونتوری عبور دادند و طول حفره کاویتاسیون را اندازه گرفتند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش دما، معمولاً طول حفره کاویتاسیون کوتاه‌تر می‌شود. کوک و همکارانش [۱۸] اثر دما، pH و غلظت سولفید را به صورت تجربی بر فرسایش کاویتاسیونی دو نوع فولاد ضدزنگ بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش دما از ۱۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس، نرخ فرسایش برای هر دو فولاد زیاد می‌شود و در ۵۰ درجه به بیشترین مقدار می‌رسد، اما با افزایش بیشتر دما تا ۷۰ درجه سلسیوس، نرخ فرسایش کم می‌شود.

در این مطالعه، اثر هم‌زمان دما و کسر حجمی حباب‌ها بر شعاع بحرانی و پویایی حباب در یک ونتوری محوری برای گلوگاه‌های باریک ($\beta=۰/۵$) و پهن ($\beta=۰/۹$) مورد تحلیل قرار گرفته است و آستانه ناپایداری برحسب دما و هندسه تعیین شده است.

۲- معادلات حاکم و هندسه مسئله

۲-۱- معادلات اساسی

یک ونتوری متقارن محوری با مساحت مقطع $A(x)$ در شکل ۱ نشان داده شده است. فرض می‌شود که مایع تراکم ناپذیر است و از حرکت نسبی بین مایع و دیواره مجرا صرف‌نظر می‌شود. همه حباب‌ها در ابتدا اندازه یکسانی دارند و شعاع اولیه آن‌ها برابر $R_S^*=100\mu m$ در نظر گرفته شده است [۱۹،۱]. در طول جریان، حباب‌ها به هم نمی‌چسبند و بزرگ‌تر نمی‌شوند. همچنین حباب‌ها نمی‌ترکند یا به چند حباب کوچک‌تر تقسیم نمی‌شوند. این مدل فقط تغییر شعاع حباب‌ها را در اثر فشار و سرعت بررسی می‌کند، نه تغییر تعداد یا توزیع آن‌ها. در این بررسی چگالی گاز و بخار آن‌قدر کم است که در مقایسه با چگالی مایع، تأثیر قابل‌توجهی بر رفتار جریان ندارد، بنابراین در مدل‌سازی عددی از آن صرف‌نظر شده است. اصطکاک بین مایع و دیواره لوله نادیده گرفته شده است. این فرض باعث ساده‌تر شدن معادله مومنتوم می‌شود، چون نیازی به در نظر گرفتن جمله‌های لزجت نیست. همچنین فرض شده که سرعت گاز (حباب‌ها) و سرعت مایع در هر نقطه از جریان برابرند یعنی در واقع، حباب‌ها با جریان مایع حرکت می‌کنند و هیچ لغزش یا اختلاف سرعتی بین آن‌ها وجود ندارد. در این صورت، چگالی مخلوط می‌تواند به‌صورت تابعی از تعداد حباب‌ها به صورت $\rho=\rho_L(1-\eta V)$ بیان شود [۳] که $V=4\pi R^3(x,t)/3$ حجم حباب، $A=A^*/A_S^*$ مساحت سطح مقطع ونتوری، A_S^* مساحت سطح مقطع ونتوری بی‌بعد در ورودی، $R=R^*/R_S^*$ شعاع بی‌بعد حباب، R_S^* شعاع حباب در بالادست، R_C شعاع بحرانی بی‌بعد حباب که در آن جریان فلشینگ (ناپایدار) رخ می‌دهد، S^* کشش سطحی مایع، k ضریب پلی‌تروپیک گاز درون حباب‌ها، p^* فشار سیال، p_S^* فشار سیال در بالادست، p_V^* فشار جزئی بخار درون حباب، $t=t^*u_S^*/R_S^*$ زمان بی‌بعد، t^* زمان، $u=u^*/u_S^*$ سرعت بی‌بعد سیال، u_S^* سرعت سیال در بالادست، $x=x^*/R_S^*$ مختصات اویلری بی‌بعد، x^* مختصات اویلری، α درصد فضای اشغال‌شده توسط حباب‌ها در مخلوط دوفازی، α_S درصد فضای اشغال‌شده توسط حباب‌ها در مخلوط دوفازی در بالادست، α_C کسر حجمی حباب‌ها در بالادست که در آن جریان فلشینگ رخ می‌دهد، β شعاع بی‌بعد گلوگاه ونتوری، $\eta=\eta^*R_S^{*3}$ تعداد حباب‌ها در واحد حجم مایع به صورت بی‌بعد، η^* تعداد حباب‌ها در واحد حجم مایع، μ_E^* لزجت دینامیکی مؤثر مایع، ρ چگالی بی‌بعد سیال، ρ_L^* چگالی مایع، $\sigma=(p_S^*-p_V^*)/0.5\rho_L^*u_S^{*2}$ عدد کاویتاسیون، $Re=\rho_L^*u_S^*R_S^*/\mu_E^*$ عدد رینولدز و $We=\rho_L^*u_S^{*2}R_S^*/S^*$ عدد وبر است [۱۹].

معادلات پیوستگی و مومنتوم جریان حبابی عبارت‌اند از [۳]:

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)A]+\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)uA]=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{1}{2(1-\alpha)}\frac{\partial C_p}{\partial x} \qquad (۲)$$

که $\alpha(x,t)=(4\pi\eta R^3/3)/(1+(4\pi\eta R^3/3))$ کسر حجمی حباب، $u(x,t)$ سرعت سیال، $p(x,t)$ فشار سیال و $C_p(x,t)=(p^*(x,t)-p_S^*)/(0.5\rho_L^*u_S^{*2})$ ضریب فشار سیال است. دینامیک حباب‌ها را می‌توان با معادله ریلی-پلست مدل‌سازی کرد [۲۱،۲۰]:

$$R\frac{D^2R}{Dt^2}+\frac{3}{2}(\frac{DR}{Dt})^2+\frac{\sigma}{2}(1-R^{-3k})+\frac{4}{Re}\frac{1}{R}\frac{DR}{Dt}+\frac{2}{We}(R^{-1}-R^{-3k})+\frac{1}{2}C_p=0 \qquad (۳)$$

که $D/Dt=\partial/\partial t+u\partial/\partial x$ مشتق لاگرانژی است.

معادلات (۱) و (۲) و (۳) یک مدل ساده از جریان حبابی دوفازی یک‌بعدی است که شامل معادله‌ای غیرخطی برای دینامیک حباب‌ها

است. برای تعیین پاسخ حالت پایا، تمام مشتق‌های جزئی زمانی در معادلات (۱) تا (۳) حذف می‌شوند. در نتیجه، دستگاه معادلات (۱) تا (۳) را می‌توان به یک مجموعه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرد که تنها به یک متغیر مستقل (x) بستگی دارد:

$$(1-\alpha)uA=(1-\alpha_s)=\text{constant} \quad (۴)$$

$$u\frac{du}{dx}=-\frac{1}{2(1-\alpha)}\frac{dC_p}{dx} \quad (۵)$$

$$R(u^2\frac{d^2R}{dx^2}+u\frac{du}{dx}\frac{dR}{dx})+\frac{3u^2}{2}(\frac{dR}{dx})^2+\frac{4}{Re}\frac{u}{R}\frac{dR}{dx}+\frac{2}{We}(\frac{1}{R}-\frac{1}{R^{3k}})+\frac{\sigma}{2}(1-\frac{1}{R^{3k}})+\frac{1}{2}C_p=0 \quad (۶)$$

شعاع اولیه حباب‌ها، یا همان شعاع حباب‌ها در ورودی ونتوری برابر است با R_S^* یعنی:

$$R(x=0)=R^*(x=0)/R_S^*=1 \quad (۷)$$

سرعت سیال در ورودی ونتوری برابر است با u_S^* یعنی:

$$u(x=0)=u^*(x=0)/u_S^*=1 \quad (۸)$$

فشار سیال در ورودی ونتوری برابر است با p_s^* یعنی:

$$C_p(x=0)=(p^*(x=0)-p_s^*)/(0.5\rho_L^*u_s^{*2})=0 \quad (۹)$$

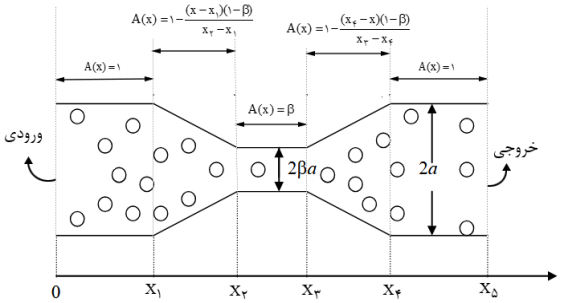
۲-۲- شرایط مرزی و هندسه

شرایط اولیه عبارت‌اند از $R(x=0)=1, u(x=0)=1, C_p(x=0)=0$ و تغییرات محوری سطح مقطع از رابطه زیر ناشی می‌شود [۱۹]:

$$A(x)=\begin{cases}1 & 0\prec x\prec x_1\\ 1-\dfrac{(x-x_1)(1-\beta)}{x_2-x_1} & x_1\prec x\prec x_2\\ \beta & x_2\prec x\prec x_3\\ 1-\dfrac{(x_4-x)(1-\beta)}{x_3-x_4} & x_3\prec x\prec x_4\\ 1 & x_4\prec x\prec x_5\end{cases} \quad (۱۰)$$

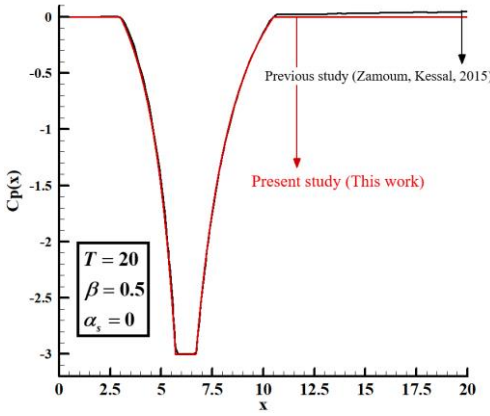
که در آن β شعاع بدون بعد گلوگاه ونتوری و x فاصله در امتداد محور است. در مطالعه حاضر فرض کردیم:

$$x_1=3, x_2=5.7, x_3=6.7, x_4=10.5 \quad (۱۱)$$



شکل ۱- هندسه مطالعه حاضر.

در این بررسی شعاع بی‌بعد گلوگاه ونتوری $\beta=0.5$ و $\beta=0.9$ در نظر گرفته شده است. این مقدار نشان‌دهنده نسبت قطر گلوگاه به قطر ورودی است. دستگاه معادلات (۴ تا ۶) با استفاده از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم حل شده است. برای صحت سنجی، مسئله در دمای ۲۰ درجه سلسیوس و در حالت $\beta=0.5$، مطابق با مقادیر جدول ۱، حل شده و با نتایج مرجع [۱۹] مقایسه شده است. نتایج، تطابق بسیار خوبی را با مطالعه [۱۹] نشان می‌دهد. در دمای ۲۰ درجه سلسیوس پارامترهای بی‌بعد دارای مقادیر $We=۱۳۷$ $Re=۳$ $\sigma=0.8$ است.



شکل ۲-ضریب فشار در مطالعه حاضر و مقادیر [۱۹] برای $\beta=0.5$.

جدول ۱- شرایط اولیه و خواص آب در دمای ۲۰ درجه سلسیوس.

پارامتر اولیه	خواص آب در دما ($20\,C^\circ$)
$R_S^*=۱۰۰(\mu m)$	$\rho_L^*=۱۰۰۰kg/m^3$
$u_S^*=۱۰m/s$	$S^*=0.۰۷۳N/m$
$k=۱/۴$	$\mu_L^*=0.۰۰۱N.s/m^2$
	$\mu_E^*=0.۰۳N.s/m^2$

۳- نتایج

شکل ۳ نشان می‌دهد که شعاع حباب‌ها پس از عبور از گلوگاه ونتوری به حداکثر مقدار خود می‌رسد. با افزایش کسر حجمی ورودی، اندازه بیشینه حباب‌ها نیز افزایش می‌یابد و فرکانس مکانی نوسانات (تعداد نوسان در واحد طول) آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. این بیشینه شعاع به سمت پایین‌دست جابه‌جا می‌شود و پس از رسیدن به شعاع بحرانی، ناپایداری رخ می‌دهد. در این حالت، رشد حباب‌ها در محاسبات بدون محدودیت ادامه می‌یابد. همچنین، افزایش کسر حجمی ورودی باعث افزایش دامنه نوسانات پارامترهای جریان می‌شود. نمودار نشان می‌دهد که با افزایش دما و برای کسر حجمی ورودی ثابت، طول موج مکانی نوسانات حباب افزایش می‌یابد و در نتیجه تعداد چرخه‌های نوسانی در طول ثابت ونتوری کاهش می‌یابد. همچنین حداکثر شعاع حباب‌ها افزایش می‌یابد. علاوه بر این، فرکانس مکانی نوسانات $R(x)$ پایین‌تر رفته، دوره تناوب مکانی (مسافتی که طول می‌کشد تا حباب یک سیکل نوسان را کامل کند) افزایش یافته و چرخه‌های نوسانی در جهت محور x کشیده‌تر می‌شوند؛ این رفتار نمایانگر پاسخ دینامیکی کندتر مایع-حباب است که علت آن به صورت زیر شرح داده می‌شود:

درون حباب، بخار آب وجود دارد. جرم بخار آب درون حباب ثابت است. وقتی حباب در ناحیه کم‌فشار (مثلاً گلوگاه ونتوری) قرار می‌گیرد، گاز درون حباب منبسط می‌شود و حجم حباب زیاد می‌شود (انبساط). وقتی حباب به ناحیه پرفشارتر می‌رود، گاز درون حباب فشرده می‌شود و حجم حباب کم می‌شود (انقباض). این فرآیند را نوسان حجمی حباب

گویند. در ونتوری، فشار یکنواخت نیست. پس حباب هنگام عبور از نواحی پرفشار و کم‌فشار متناوباً منقبض و منبسط می‌شود. با افزایش دما، سه عامل مؤثر بر دینامیک حباب ظاهر می‌شود (کاهش لزجت، کاهش کشش سطحی و افزایش فشار بخار).

عامل اول (کاهش لزجت): کاهش لزجت مایع اطراف باعث می‌شود گاز درون حباب راحت‌تر منبسط و منقبض شود؛ بنابراین این عامل هم سرعت انبساط و هم سرعت انقباض را افزایش می‌دهد. عامل دوم (کاهش کشش سطحی): کاهش کشش سطحی باعث می‌شود حباب راحت‌تر منبسط شود (چون مقاومت کمتری در برابر رشد وجود دارد)، اما سخت‌تر منقبض شود (چون نیروی برگرداننده تضعیف می‌شود)؛ بنابراین سرعت انبساط افزایش ولی سرعت انقباض کاهش می‌یابد. عامل سوم (افزایش فشار بخار): افزایش فشار بخار درون حباب نیز مشابه عامل دوم عمل می‌کند: انبساط را تسهیل و انقباض را دشوار می‌سازد؛ یعنی سرعت انبساط افزایش و سرعت انقباض کاهش می‌یابد. پس هر سه عامل سرعت انبساط را افزایش می‌دهند؛ اما در مورد سرعت انقباض، عامل اول آن را افزایش و عوامل دوم و سوم آن را کاهش می‌دهند. در محدوده دمایی مطالعه شده (۲۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس)، عوامل دوم و سوم بر عامل اول غلبه کرده و در نتیجه سرعت انقباض کاهش می‌یابد. این کاهش سرعت انقباض، کل چرخه نوسان را طولانی‌تر می‌کند. نتیجه نهایی این است که فرکانس مکانی نوسانات پایین‌تر می‌آید، دوره تناوب مکانی افزایش می‌یابد، چرخه‌های نوسانی در جهت محور کشیده‌تر می‌شوند، در یک زمان معین، تعداد دفعات بزرگ و کوچک شدن حباب کمتر می‌شود و در یک فاصله مشخص از مسیر، تعداد چرخه‌های کمتری دیده می‌شود. این رفتار نمایانگر پاسخ دینامیکی کندتر سیستم مایع–حباب با افزایش دما است.

در شکل ۴، سرعت سیال نشان داده شده است. حضور حباب‌ها در جریان ورودی باعث ایجاد نوسانات در سرعت جریان پایین‌دست می‌شود. با افزایش کسر حجمی ورودی، دامنه این نوسانات افزایش می‌یابد و فرکانس آن‌ها کاهش پیدا می‌کند؛ اما زمانی که α_s به مقدار بحرانی برسد، جریان فلشینگ رخ می‌دهد، سرعت به‌طور ناگهانی افزایش می‌یابد و جریان ناپایدار می‌شود.

بر اساس اثر برنولی، ضریب فشار سیال به‌صورت معکوس با سرعت سیال تغییر می‌کند (شکل ۵).

در این مطالعه اثر تغییرات دما از ۲۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس بررسی شده است و خلاصه نتایج در جدول ۲ و ۳ به ترتیب برای حالت‌های $\beta=0.5, 0.9$ بیان شده است. در اثر این تغییرات و برای حالت $\beta=0.5$، کشش سطحی حدود ۲۴ درصد کاهش، α_c حدود ۴۶ درصد کاهش و شعاع بحرانی حباب ۱۲ درصد افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که شعاع بحرانی حباب برحسب دما خطی تغییر می‌کند. با افزایش دما، σ و μ کمتر می‌شوند، یعنی دو نیروی بازدارنده اصلی رشد حباب ضعیف می‌شوند (کاهش σ باعث کاهش مقاومت‌های سطحی می‌شود یعنی سطح حباب ضعیف‌تر شده و حباب راحت‌تر می‌تواند بزرگ شود و کاهش μ باعث کاهش مقاومت‌های ویسکوزی می‌شود). نتیجه کاهش دو پارامتر σ و μ، به طور طبیعی کار را برای رشد حباب راحت‌تر می‌کند.

با افزایش دما، همزمان با کاهش σ و μ، فشار بخار داخل حباب افزایش یافته و میرایی (α_c) تغییر می‌کند که این دو عامل باعث تغییر در فشار محرک می‌شود؛ فشاری که تمایل به بزرگ‌تر شدن و رشد حباب را ایجاد می‌کند.

در داده‌های ما با افزایش دما، مجموعه از پارامترها همزمان بر رشد حباب اثر می‌گذارند. کاهش σ و μ از یک طرف و افزایش R_c و تغییر α_c از سوی دیگر، همگی باعث می‌شوند شعاع بحرانی بی‌بعد (R_c) افزایش یابد؛ به عبارت دیگر، افزایش R_c به این معناست که برای ورود حباب به رشد ناپایدار، به شعاع بزرگ‌تری نیاز است؛ یعنی آستانه ناپایداری به شعاع بزرگ‌تر جابه‌جا شده است.

شعاع بحرانی حباب (R_c) شعاعی است که وقتی اندازه حباب به آن برسد، تعادل بین نیروهای محرک و نیروهای بازدارنده شکست خورده و رشد ناپایدار (فلشینگ یا رشد انفجاری) آغاز می‌شود. وقتی شعاع حباب کوچک‌تر از R_c است مقاومت‌ها برتری دارند.

کاهش σ و μ به تنهایی رشد را آسان‌تر می‌کنند و انتظار می‌رود که R_c را کاهش دهند؛ اما افزایش فشار بخار و تغییرات میرایی می‌توانند فشار محرک را طوری تغییر دهند که در مجموع، برای بروز ناپایداری به شعاع بزرگ‌تری نیاز باشد. در داده‌های ما اثرات افزایش فشار بخار و تغییر میرایی قوی‌تر از اثرات کاهش σ و μ بوده است، بنابراین R_c افزایش یافته است. این افزایش بیانگر آن است که در دماهای بالاتر، حباب‌ها برای رسیدن به ناپایداری نیاز به شعاع بزرگ‌تری دارند.

در مدل دینامیک حباب‌ها، معمولاً رفتار نوسانی یا واگرای آن را با یک تابع نمایی برازش می‌کنیم، $R(x)=R_0e^{\lambda x}$، که در این رابطه R_0 دامنه اولیه و λ نرخ رشد یا افت دامنه نوسانات در امتداد محور x است. تفسیر فیزیکی λ این‌گونه است که اگر $\lambda>0$ باشد دامنه نوسانات رشد می‌کند و رفتار ناپایدار است. اگر $\lambda<0$ باشد دامنه نوسانات فروکش می‌کند و رفتار پایدار است. اگر $\lambda\approx0$ باشد نوسانات با دامنه تقریباً ثابت ادامه می‌یابند؛ بنابراین، λ یک شاخص عددی است که نشان می‌دهد حباب‌ها در طول جریان، نوساناتشان تقویت می‌شود، میرا می‌شود یا پایدار باقی می‌ماند. λ به ما کمک می‌کند بدانیم آیا سیستم به سمت ناپایداری می‌رود یا خیر و می‌توانیم مقدار بحرانی α_s (آستانه ناپایداری) که در آن λ از منفی به مثبت تغییر می‌کند را پیدا کنیم. مقایسه λ در دماهای مختلف نشان می‌دهد که دما چه اثری بر پایداری و سرعت نوسانات دارد.

با توجه به نتایج جدول ۳، در حالت $\beta=0.9$ در اثر تغییرات دما از ۲۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس، α_c حدود ۵۳ درصد کاهش و شعاع بحرانی حباب حدود ۱۷ درصد افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که در این حالت روند تغییرات (افزایش یا کاهش) مشابه حالت $\beta=0.5$ است ولی تأثیر دما در حالت $\beta=0.9$ بیشتر است.

از آنجایی که β نسبت شعاع گلوگاه به شعاع ورودی است، $\beta=0.5$ به معنی گلوگاه باریک‌تر و $\beta=0.9$ به معنی گلوگاه بزرگ‌تر است. وقتی β کوچک‌تر باشد (گلوگاه باریک‌تر) R_c بزرگ‌تر است؛ یعنی سیستم برای ورود به ناپایداری نیاز به حباب‌های بزرگ‌تری دارد، در نتیجه پایدارتر است.

در $\beta=0.5$ (گلوگاه باریک‌تر)، شتاب جریان و افت فشار موضعی شدیدتر است، اما هم‌زمان زمان اقامت کوتاه‌تر است. این شرایط، رشد کنترل نشده‌ی حباب را سخت‌تر می‌کند؛ در نتیجه برای وقوع فلشینگ

به حباب بزرگ‌تری نیاز است، بنابراین R_c بیشتر و گذار به ناپایداری دیرتر رخ می‌دهد.

در گلوگاه بزرگ‌تر، افت فشار و شتاب موضعی نسبت به $\beta=0.5$ کمتر است و جریان به صورت «ملایم‌تر» منبسط می‌شود. این باعث می‌شود حباب‌ها فرصت رشد پیوسته‌تری داشته باشند؛ بنابراین R_c کوچک‌تر است و فلشینگ زودتر آغاز می‌شود.

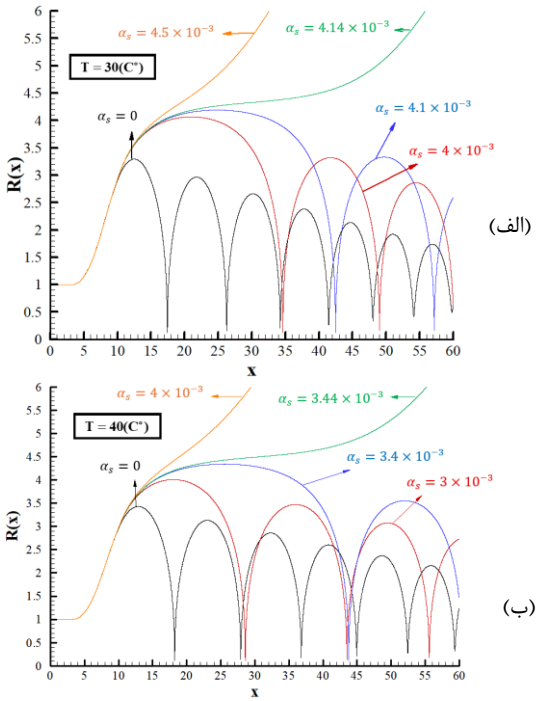
پس گلوگاه باریک‌تر ($\beta=0.5$) آستانه‌ی ناپایداری بزرگ‌تر (R_c بالاتر) دارد؛ یعنی پایداری بیشتر است. در مقابل گلوگاه بزرگ‌تر ($\beta=0.9$) آستانه‌ی ناپایداری کوچک‌تری (R_c پایین‌تر) دارد؛ یعنی ناپایداری زودتر رخ می‌دهد.

جدول ۲- اثر دما بر پارامترهای مورد بررسی در حالت $\beta=0.5$.

$T(C^\circ)$	σ	α_c	R_c	$(R_c-R_{c,20})/R_{c,20}$
۲۰	۰/۸	۰/۰۰۴۶۳۷۱	۴/۴۱۸۵	۰
۳۰	۰/۷۶۵۲	۰/۰۰۴۱۳۳۷	۴/۵۲۳۴۷	۲/۳۷%
۴۰	۰/۷۰۴۷	۰/۰۰۳۴۳۲۶	۴/۶۸۲۲	۵/۹۶%
۵۰	۰/۶۰۷۲	۰/۰۰۲۵۰۳۷	۴/۹۴۹۶	۱۲%

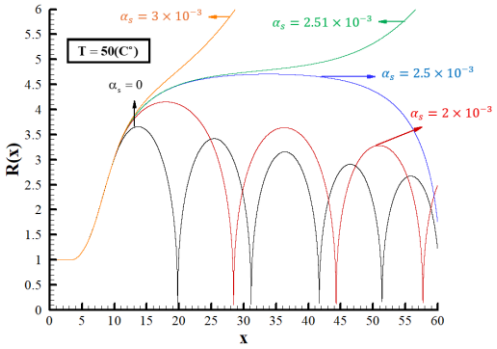
جدول ۳- اثر دما بر پارامترهای مورد بررسی در حالت $\beta=0.9$.

$T(C^\circ)$	σ	α_c	R_c	$(R_c-R_{c,20})/R_{c,20}$
۲۰	۰/۸	۰/۲۷۴۶۷۵	۱/۱۳۳۴۷۹	۰
۳۰	۰/۷۶۵۲	۰/۲۳۱۲۳۹	۱/۱۸۲۷۵۴	۴/۳۴%
۴۰	۰/۷۰۴۷	۰/۱۸۲۸۰۶	۱/۲۴۴۴۹۹	۹/۷۹%
۵۰	۰/۶۰۷۲	۰/۱۲۹۰۳۴	۱/۳۳۰۰۴۴	۱۷/۳۴%



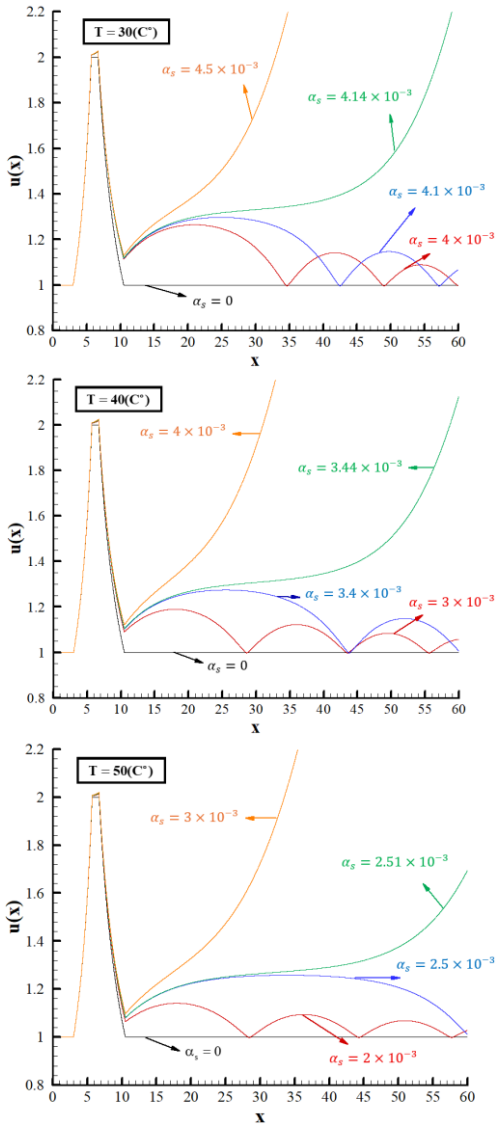
(الف)

(ب)



(ج)

شکل ۳- اثر دما بر توزیع شعاع بی‌بعد حباب در راستای محور و $\beta=0.5$.

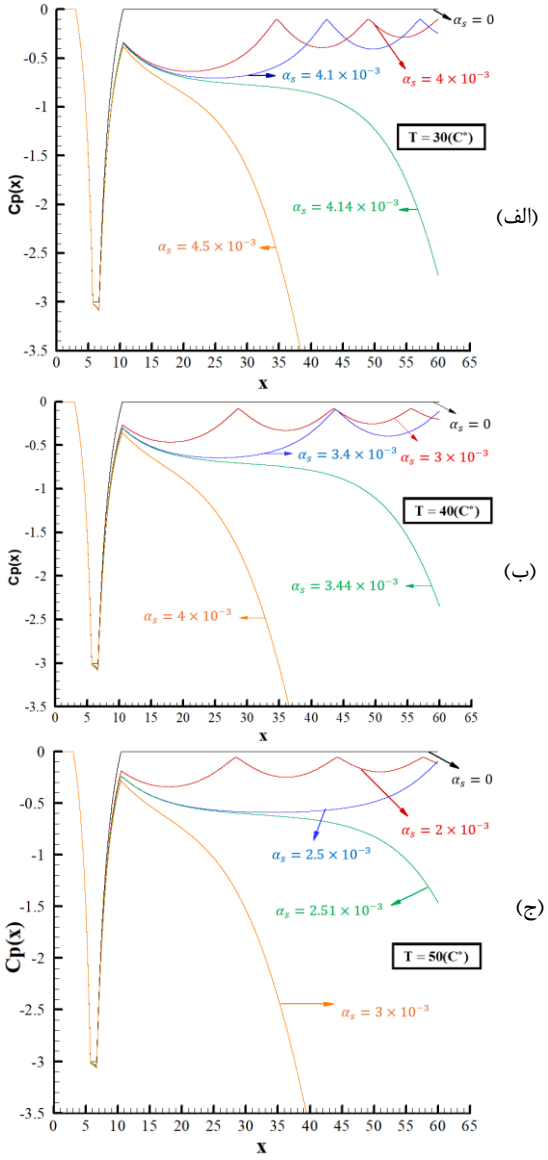


(الف)

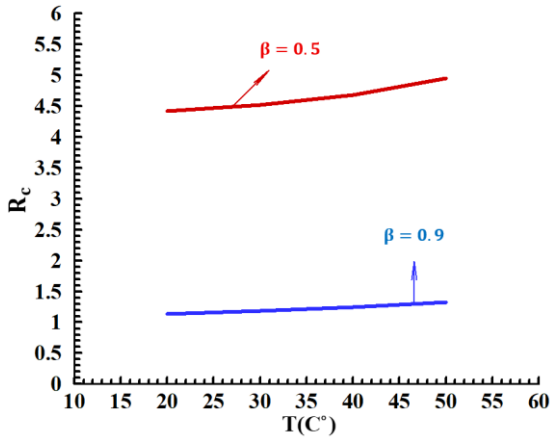
(ب)

(ج)

شکل ۴- اثر دما بر توزیع سرعت بی‌بعد سیال در راستا محور و $\beta=0.5$.



شکل ۵- اثر دما بر توزیع ضریب فشار سیال و $\beta = ۰/۵$.



شکل ۶- اثر دما بر شعاع بحرانی بی‌بعد حباب.

شکل ۶ نشان می‌دهد که شعاع بحرانی حباب برحسب دما تقریباً خطی تغییر می‌کند که در حالت‌های $\beta = ۰/۹$ و $\beta = ۰/۵$ به ترتیب تغییرات حدود ۱۷ و ۱۲ درصد است. برای تحلیل دقیق‌تر اثر دما و کسر حجمی بر رفتار دینامیکی جریان، نتایج عددی به‌صورت داده‌های کمی استخراج و سپس با روش رگرسیون آماری مورد بررسی قرار گرفتند. این فرایند امکان شناسایی وابستگی‌های اصلی و تعیین روابط تجربی میان پارامترهای بحرانی را فراهم ساخت. در ادامه، روابط ریاضی حاصل برای شعاع بحرانی (R_c) و آلفای بحرانی (α_c) به‌عنوان تابعی از دما (T) و شعاع بی‌بعد گلوگاه ونتوری(β) ارائه می‌شوند:

$$\alpha_c = 0.438 + 0.00393T - 1.723\beta - 0.00002T^2 + 1.604\beta^2 - 0.00446T \times \beta \quad (۱۲)$$

$$R_c = 11.894 + 0.0015T - 18.54\beta + 0.00035T^2 + 7.65\beta^2 - 0.0214T \times \beta \quad (۱۳)$$

۴- نتیجه‌گیری

تحلیل عددی جریان دوفازی در ونتوری محوری نشان داد که دما و عوامل مؤثر بر مقاومت دینامیکی سیستم، تأثیر قابل‌توجهی بر رفتار شعاع حباب‌ها و میدان جریان دارند. با افزایش دما، نوسانات شعاع حباب‌ها نه‌تنها با فرکانس مکانی پایین‌تری ظاهر می‌شوند، بلکه دامنه آن‌ها نیز بزرگ‌تر می‌گردد. این رفتار نشان‌دهنده کاهش میرایی مؤثر و کاهش سرعت پاسخ دینامیکی سیستم در دماهای بالاتر است. مقایسه نمودارهای $R(x)$ و $u(x)$ در دماهای مختلف نشان داد که سیستم در دمای ۵۰ درجه سلسیوس نسبت به تغییرات α_s حساس‌تر است؛ به‌طوری‌که مقدار بحرانی α_s برای گذار از رفتار پایدار به ناپایدار در این دما زودتر رخ می‌دهد. همچنین نرخ رشد نمایی λ در دمای بالاتر افزایش یافته است که تأییدکننده این حساسیت و پویایی بیشتر است.

همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش دما از ۲۰ به ۵۰ درجه سلسیوس، شعاع بحرانی حباب در گلوگاه پهن ($\beta = ۰/۹$) حدود ۱۷ درصد و در گلوگاه باریک ($\beta = ۰/۵$) حدود ۱۲ درصد افزایش می‌یابد. کاربردهای عملی پژوهش حاضر عبارت‌اند از: طراحی بهینه ونتوری برای پایداری یا ناپایداری دلخواه، پیش‌بینی و کنترل کاویتاسیون در سیستم‌های با سیال داغ (نیروگاه‌ها) و طراحی سیستم‌های فلشینگ در شیرهای انبساط. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که در طراحی و تحلیل جریان‌های حبابی، توجه به دما و پارامترهای مؤثر بر میرایی اهمیت زیادی دارد. تغییرات کوچک در α_s می‌تواند در دماهای بالا منجر به ناپایداری‌های شدیدتر شود و این موضوع باید در مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های صنعتی لحاظ گردد. همچنین برای شروع زود هنگام ناپایداری، گلوگاه پهن ($\beta = ۰/۹$) مناسب است. پژوهش حاضر را می‌توان در جهات زیر توسعه داد: توسعه مدل به حالت غیر پایا و بررسی اثر نوسانات زمانی بر شعاع بحرانی حباب، در نظر گرفتن اثرات لزجت و بررسی اثر گازهای محلول (که در مطالعه حاضر لحاظ نشده است).

۵- سپاسگزاری

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه شهید چمران اهواز تحت گرنت شماره SCU.EM1404.122888 انجام شده است. نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه منافع متعارض دیگری ندارند.

۶- نمادها

R_S^*	شعاع حباب در بالادست (μm)
V	حجم حباب ($\frac{kg}{m^3}$)
A^*	مساحت سطح مقطع ونتوری (m^2)
A	مساحت بی‌بعد سطح مقطع ونتوری
A_S^*	مساحت سطح مقطع ونتوری در ورودی (m^2)
R	شعاع بی‌بعد حباب
R_C	شعاع بحرانی بی‌بعد حباب
S^*	کشش سطحی مایع
k	ضریب پلی‌تروپیک گاز داخل حباب‌ها
p^*	فشار سیال
p_S^*	فشار سیال در بالادست
p_V^*	فشار جزئی بخار درون حباب
t^*	زمان
t	زمان بی‌بعد
u^*	سرعت سیال
u	سرعت بی‌بعد سیال
u_S^*	سرعت سیال در بالادست
x^*	مختصات اویلری
x	مختصات اویلری بی‌بعد
α	درصد فضای اشغال‌شده توسط حباب‌ها در مخلوط دوفازی
α_s	درصد فضای اشغال‌شده توسط حباب‌ها در مخلوط دوفازی در بالادست
α_C	کسری حجمی حباب‌ها در بالادست که در آن جریان فلشینگ رخ می‌دهد
β	شعاع بی‌بعد گلوگاه ونتوری
η	تعداد حباب‌ها در واحد حجم مایع به صورت بی‌بعد
η^*	تعداد حباب‌ها در واحد حجم مایع
μ_E^*	لزجت دینامیکی مؤثر مایع
ρ	چگالی بی‌بعد سیال
ρ_L^*	چگالی مایع
σ	عدد کاویتاسیون
Re	عدد رینولدز
We	عدد وبر

۷- مراجع

[1] Wang Y-C, Brennen CE. One-dimensional bubbly cavitating flows through a converging-diverging nozzle. 1998.

[2] Gaston M, Reizes J, Evans G. Modelling of bubble dynamics in a Venturi flow with a potential flow method. Chemical engineering science. 2001;56(21-22):6427–35.

[3] Moholkar V, Pandit A. Numerical investigations in the behaviour of one-dimensional bubbly flow in hydrodynamic cavitation. Chemical engineering science. 2001;56(4):1411–8.

[4] Soubiran J, Sherwood J. Bubble motion in a potential flow within a Venturi. International journal of multiphase flow. 2000;26(11):1771–96.

[5] Tian H, Zeng P, Yu N, Cai G. Application of variable area cavitating venturi as a dynamic flow controller. Flow Measurement and Instrumentation. 2014;38:21–6.

[6] Moholkar V, Kumar PS, Pandit A. Hydrodynamic cavitation for sonochemical effects. Ultrasonics sonochemistry. 1999;6(1-2):53–65.

[7] Moholkar VS, Pandit AB. Bubble behavior in hydrodynamic cavitation: effect of turbulence. AIChE Journal. 1997;43(6):1641–8.

[8] Shah YT, Pandit A, Moholkar V. Cavitation reaction engineering: Springer Science & Business Media; 1999.

[9] Zhu J, Xie H, Feng K, Zhang X, Si M. Unsteady cavitation characteristics of liquid nitrogen flows through venturi tube. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017;112:544–52.

[10] Zhu J, Wang S, Zhang X. Influences of thermal effects on cavitation dynamics in liquid nitrogen through venturi tube. Physics of Fluids. 2020;32(1).

[11] Franc J-P. The Rayleigh-Plesset equation: a simple and powerful tool to understand various aspects of cavitation. Fluid dynamics of cavitation and cavitating turbopumps: Springer; 2007. p. 1–41.

[12] Franc J-P, Rebattet C, Coulon A. An experimental investigation of thermal effects in a cavitating inducer. J Fluids Eng. 2004;126(5):716–23.

[13] Colombet D, Da Silva EG, Fortes-Patella R. On numerical simulation of cavitating flows under thermal regime. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017;105:411–28.

[14] Chen T, Chen H, Liu W, Huang B, Wang G. Unsteady characteristics of liquid nitrogen cavitating flows in different thermal cavitation mode. Applied Thermal Engineering. 2019;156:63–76.

[15] Chen T, Chen H, Liang W, Huang B, Xiang L. Experimental investigation of liquid nitrogen cavitating flows in converging-diverging nozzle with special emphasis on thermal transition. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019;132:618–30.

[16] Cervone A, Bramanti C, Rapposelli E, d'Agostino L. Thermal cavitation experiments on a NACA 0015 hydrofoil. 2006.

[17] Zhang H, Zuo Z, Mørch KA, Liu S. Thermodynamic effects on Venturi cavitation characteristics. Physics of Fluids. 2019;31(9).

[18] Kwok C, Man HC, Leung L. Effect of temperature, pH and sulphide on the cavitation erosion behaviour of super duplex stainless steel. Wear. 1997;211(1):84–93.

[19] Zamoum M, Kessal M. Analysis of cavitating flow through a venturi. 2015.

[20] d'Agostino L, Brennen CE. On the acoustical dynamics of bubble clouds. 1983.

[21] d'Agostino L, Brennen CE. Linearized dynamics of spherical bubble clouds. Journal of Fluid Mechanics. 1989;199:155–76.