

اثرات ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز بر الگوهای انگشتی دو سیال مخلوط نشدنی در محیط متخلخل تصادفی

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران،
e.shakerinejad@scu.ac.ir, esmaeilshakeri@gmail.com

اسماعیل شاکری نژاد*

چکیده

در این مقاله الگوی حرکت دو سیال مخلوط نشدنی در یک محیط متخلخل تصادفی با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای جریان‌های چند فازی با چند مؤلفه مورد مطالعه قرار گرفته است. برای بررسی جریان در محیط متخلخل، اجسام جامد با خیسی سطح آب‌گریز، آب‌دوست، خنثی و ترکیب آب‌دوست و آب‌گریز در نظر گرفته شده‌اند. همچنین اثرات قرارگیری لایه آب‌دوست در محیط متخلخل آب‌گریز بر زمان رسوخ و مقدار اشباع سیال جابجا کننده مورد مطالعه قرار گرفته است. در مطالعه حاضر، اثرات عدد موینگی و نسبت لزجت نیز بر الگوی جریان بررسی شده است. نتایج، دیدگاهی در مورد اثرات خیسی سطح بر انتقال آب مایع در محیط متخلخل و چگونگی تنظیم آن با کنترل حوزه‌های آب‌دوست و آب‌گریز در محیط متخلخل ارائه می‌کند. همچنین بر اساس نتایج این مطالعه اگر نسبت لزجت برابر یک، عدد موینگی برابر $0/102$ و لایه آب‌دوست در ورودی محیط متخلخل قرار گیرد به ترتیب باعث کاهش $11/8$ و 9 درصدی زمان رسوخ و اشباع می‌شود.

واژه‌های کلیدی: جریان دوفازی، ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز، اشباع، زمان رسوخ، محیط متخلخل، الگوی انگشتی.

Mixed-Wettability Effects on Fingering Patterns of Two Immiscible Fluids in Porous Media

E. Shakeri Nejad

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

Abstract

In this paper, the displacement pattern of two immiscible fluids in a random porous medium is studied using the lattice Boltzmann method for multi-component multiphase flows. To investigate the flow in the porous medium, solid obstacles with hydrophobic, hydrophilic, neutral, and mixed hydrophilic-hydrophobic wettability are considered. Furthermore, the effects of placing a hydrophilic layer within a hydrophobic porous medium on the breakthrough time and the saturation of the displacing fluid are studied. In the present study, the effects of the capillary number and viscosity ratio on the displacement pattern are also investigated. The results provide insights into the effects of surface wettability on liquid water transport in porous media and how it can be modulated by controlling hydrophilic and hydrophobic domains within the porous medium. Moreover, based on the results of this study, when the viscosity ratio is equal to one, the capillary number is 0.0102, and the hydrophilic layer is placed at the inlet of the porous medium, the breakthrough time and saturation are reduced by 11.8% and 9%, respectively.

Keywords: Two Phase Flow; Mixed Wettability; Saturation; Breakthrough Time; Porous Media; Fingering Pattern.

۱- مقدمه

جابجایی سیال‌های مخلوط نشدنی در محیط متخلخل از موضوعات جالب علمی و مهندسی است که در بسیاری از زمینه‌های فنی و صنعتی کاربرد دارد [۱]. فهم حرکتی این فرایند، مخصوصاً از دیدگاه مقیاس حفره، دارای اهمیت فراوانی است ولی به دلیل تعداد زیاد پارامترهای مؤثر در جریان مانند چگالی سیال، لزجت، کشش سطح، سرعت جریان سیال، خیسی سطح، هندسه حفره‌ها و ناهمگنی محیط بسیار پیچیده است [۱]. جابجایی دو سیال در مدل‌های میکرو توسط چندین پارامتر بی‌بعد توصیف می‌شود: عدد موینگی (Ca)، نسبت لزجت (M) و عدد باند (Bo) [۱]. عدد باند مربوط به حالتی است که نیروی گرانش در نظر گرفته شود. به طور کلی برای جابجایی سیال‌های مخلوط نشدنی در محیط متخلخل سه نوع رژیم جابجایی وجود دارد که شامل رژیم جابجایی پایدار، رژیم انگشتی لزج و رژیم انگشتی موینگی است [۲]. در رژیم جابجایی پایدار، جبهه بین دو

سیال تقریباً صاف است و دارای تعدادی بی‌نظمی در مقیاس چندین حفره است. همچنین مقدار خیلی کمی از سیال جابجا شده در پشت جبهه بین دو سیال به دام می‌افتد [۲]. در الگوی انگشتی لزج هیچ حلقه‌ای به وجود نمی‌آید [۳]. در الگوی انگشتی موینگی انگشتی‌ها در تمام جهات حتی به سمت عقب (به سمت ورودی) رشد می‌کنند و سیال جابجا شده ممکن است به دلیل حرکت حلقه‌ای انگشتی‌ها، بین آن‌ها به دام بیفتد [۳]. هر سه رژیم وابستگی شدیدی به عدد موینگی، نسبت لزجت و عدد باند دارد [۱]. برای جریان سیال مخلوط نشدنی می‌توان بازیافت روغن در صنعت را مثال زد. برای این منظور مخصوصاً در مرحله دوم و سوم بازیافت، از گاز یا آب برای جابجایی روغن باقیمانده از مرحله اول استفاده می‌شود [۴]. در این حالت چون لزجت روغن باقیمانده بزرگ‌تر از گاز تزریق شده است می‌تواند باعث ایجاد جابجایی ناپایدار و حرکت سیال به صورت انگشتی لزج شود. این پدیده یک مشکل جدی است که باعث می‌شود بازده جابجایی ناچیز شود

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.shakerinejad@scu.ac.ir, esmaeilshakeri@gmail.com

تاریخ دریافت: ۲۸/۸/۱۳۹۸

تاریخ پذیرش: ۴/۹/۱۳۹۸

[۴]. عدد موینگی به صورت نسبت نیروی لزج به کشش سطح تعریف می‌شود [۵]:

$$Ca = \frac{\mu_0 \rho v}{\sigma} \quad (۱)$$

که μ_0 سرعت سیال جابجا کننده در ورودی، ρ و ν چگالی و لزجت سینماتیکی سیال جابجا کننده در لحظه ابتدایی و σ کشش سطحی بین دو فاز است. پارامتر بعدی، نسبت لزجت دینامیکی سیال جابجا شده به سیال جابجا کننده است:

$$M = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\rho_1(\tau_1 - 1/2)}{\rho_2(\tau_2 - 1/2)} \quad (۲)$$

عدد باند نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Bo = \frac{\Delta \rho g d_p^2}{\sigma} \quad (۳)$$

که بیان‌کننده نسبت نیروی گرانش در اثر اختلاف چگالی به کشش سطح است. در این رابطه g شتاب گرانش و d_p قطر حفره است. علاوه بر پارامترهای بیان شده، به طور تجربی مشاهده شده است که خیسگی سطح نقش مهمی در فرایند جابجایی ایفا می‌کند [۱]. توجه شود که خیسگی سطح با زاویه تماس توصیف می‌گردد. در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به سرعت گسترش یافته و به صورت یک ابزار قدرتمند در شبیه‌سازی‌های عددی جریان سیال به کار رفته است. در این روش می‌توان با استفاده از شرط مرزی برگشت به عقب، ساختارهای پیچیده را به راحتی مدل کرد. به همین دلیل است که ماهیت و اعمال این روش آسان است و به طور وسیعی برای مطالعه پدیده انتقال در محیط متخلخل مورد استفاده قرار می‌گیرد [۶].

اثرات خیسگی سطح بر روی پدیده انگشتی به صورت عددی توسط دانگ و همکارانش [۴] مورد مطالعه قرار گرفته است. الگوی انگشتی نهایی در شرایط خیسگی سطح مختلف مقایسه شده و بازده جابجایی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که خیسگی سطح اثر مهمی بر الگوی انگشتی و رشد آن دارد. پدیده انگشتی لزج مربوط به جابجایی دو سیال مخلوط نشدنی در محیط متخلخل همگن توسط دانگ و همکارانش [۷] مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی به روش شبکه بولتزمن صورت گرفته و اثر گرانش در آن لحاظ شده است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که وقتی زاویه خیسگی برای سیال جابجا کننده به صورت خیس‌کننده است، انگشتی‌ها محدود می‌شود. شاکری نژاد و همکارانش [۸] اثر نسبت لزجت بر روی جابجایی دو سیال مخلوط نشدنی در محیط متخلخل تصادفی را مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش نسبت لزجت زمان رسوخ افزایش می‌یابد و سیال جابجا کننده دیرتر به مرز خروجی می‌رسد. زاکبرو و خرامچن‌کوه [۹] به بررسی اثر خیسگی سطح بر ویژگی‌های جریان‌های مخلوط نشدنی دو فازی در محیط‌های متخلخل پرداختند و اصول جابجایی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج اصلی این مطالعه مبتنی بر شبیه‌سازی‌های عددی جریان در یک ساختار متخلخل ناهمگن بوده که برای حل آن از معادلات شبکه بولتزمن استفاده شده است. از بهترین یافته‌های این مطالعه این است که افزایش نیروهای لزج، اثر خیس شونده‌گی را بر الگوی توزیع دو فاز سرکوب می‌کند. مطالعات متعدد در زمینه جریان سیال‌های مخلوط نشدنی در محیط متخلخل وجود سه الگوی جابجایی مختلف را تأیید کرده‌اند که به نسبت لزجت و عدد موینگی بستگی دارد (رژیم جابجایی پایدار،

رژیم انگشتی لزج و رژیم انگشتی موینگی). با این حال، مرز الگوهای جابجایی، می‌تواند بسته به ویژگی‌های ابزارهای تجربی و عددی استفاده شده، به طور قابل توجهی متفاوت باشد. مهابادی و همکارانش [۱۰]، یک مدل شبکه سه بعدی از تصاویر به دست آمده با استفاده از اشعه ایکس از ماسه طبیعی استخراج کردند. این مدل به دست آمده برای ترسیم کمی مرز الگوهای جابجایی برای طیف وسیعی از نسبت‌های لزجت و اعداد موینگی مورد استفاده قرار گرفت. در مطالعه آن‌ها برای اولین بار، یک رژیم گذار بین نواحی انگشتی لزج و انگشتی موینگی مشاهده شد. کیو و همکارانش [۱۱] به بررسی جابجایی سیال‌های مخلوط نشدنی در محیط متخلخل دارای شکستگی پرداختند. در بررسی آن‌ها یک مدل سه بعدی از حفره-شکستگی برای پرداختن به تأثیر شکستگی بر الگوهای جریان بیان شده است. نتایج نشان می‌دهد که ایجاد شکستگی با قرارگیری در جهت جابجایی، الگوهای جابجایی را دگرگون کرده و مرز ناحیه انگشتی موینگی را تغییر می‌دهد به گونه‌ای که رفتار معادل افزایش عدد موینگی را نشان می‌دهد.

در این مطالعه به بررسی اثرات عدد موینگی، نسبت لزجت و خیسگی سطح به صورت عددی و با استفاده از روش شبکه بولتزمن در یک محیط متخلخل تصادفی پرداخته شده و اثر گرانش لحاظ نشده است. همچنین اثر ترکیب لایه آب‌دوست به محیط متخلخل آب‌گریز نیز بررسی شده و اثرات آن بر زمان رسوخ و بازده جابجایی مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- روش شبکه بولتزمن

در این بررسی از مدل شان و چن برای جریان‌های چند فازی با چند مؤلفه برای شبیه‌سازی جریان دو سیال مخلوط نشدنی در محیط متخلخل تصادفی به روش عددی استفاده می‌شود. در مدل چند فازی با چند مؤلفه، جدایی مؤلفه‌های مختلف در اثر تقابل زیاد بین مولکول‌های سیال ایجاد می‌شود. نیروی اثر متقابل به صورت زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$\vec{F}_{C,K}(\vec{x}, t) = -\psi_K(\vec{x}, t) G \sum_a w_a \rho_K(\vec{x} + \vec{e}_a \Delta t, t) \vec{e}_a \quad (۴)$$

$\vec{F}_{C,K}(\vec{x}, t)$ نیروی بین ذرات مؤلفه K ام و مؤلفه $\bar{K}$ ام و G قدرت اثر متقابل بین دو مؤلفه K و $\bar{K}$ است. در حالتی که اثر متقابل بین سیال و جامد وجود داشته باشد، برای در نظر گرفتن این اثر، باید نیروی جداگانه‌ای برای هر فاز محاسبه شود که به صورت عبارت چشمه در معادلات ظاهر می‌شود و رابطه آن به صورت زیر است [۱۲]:

$$\vec{F}_{W,K}(\vec{x}, t) = -\psi_K(\vec{x}, t) G_{W,K} \sum_a w_a S(\vec{x} + \vec{e}_a \Delta t, t) \vec{e}_a \quad (۵)$$

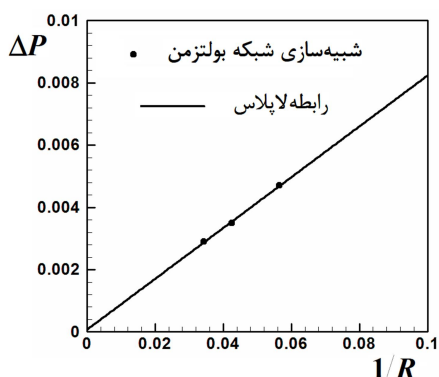
در رابطه بالا $G_{W,K}$ ضریب جذب^۱ برای فاز K و W ضریب وزنی است [۱۲]. $\vec{e}_a$ بردار سرعت است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{e}_a = \begin{cases} (0, 0) & \alpha = 0 \\ [\cos(\frac{(\alpha-1)\pi}{2}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{2})]C & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ [\cos(\frac{(\alpha-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4})]\sqrt{2}C & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (۶)$$

^۱ Adsorption coefficient

جدول ۱- خلاصه نتایج مربوط به شبیه‌سازی آزمون قطره.

$R_{initial}$	20	25	30
R شعاع نهایی	17.6867	23.5046	29.1327
p_{in} فشار داخل	0.3601	0.3594	0.3593
P_{out} فشار خارج	0.3554	0.3559	0.3564
$\Delta P = P_{in} - P_{out}$	0.0047	0.0035	0.0029
$\sigma = \Delta P \times R$	0.0831	0.0823	0.0845



شکل ۱- تغییرات فشار بین داخل و خارج قطره برحسب $1/R$.

شیب خط رسم شده برابر با کشش سطحی است که برای آزمون قطره انجام شده مقدار 0.0815 در واحد شبکه بولتزمن است. نشانه‌های دایره‌ای روی شکل نتایج شبیه‌سازی شان و چن را نشان می‌دهد و خط رسم شده، خطی مستقیم و گذرنده از بین این مقادیر است که مربوط به قانون لاپلاس است. از آنجایی که همه نقاط با توجه به شکل بر روی خط مستقیم قرار گرفته‌اند، قانون لاپلاس در شبیه‌سازی ما برقرار است. از آنجایی که نتایج شبیه‌سازی شده با نتایج نظری مطابقت دارد پس روش شان و چن توصیف شده می‌تواند برای شبیه‌سازی سیستم‌های سیال با دو مؤلفه به درستی مورد استفاده قرار گیرد. توجه شود که برای محاسبه کشش سطح، سیال با لزجت بیشتر (سیال جابجا شده) به صورت یک قطره با شعاع‌های ابتدایی مختلف درون سیال با لزجت کمتر (سیال جابجا کننده) قرار می‌گیرد.

در این مطالعه اثر نسبت لزجت نیز بررسی شده است. همان‌طور که می‌دانیم با تغییر نسبت لزجت، کشش سطحی بین دو سیال نیز تغییر خواهد کرد پس برای هر نسبت لزجت باید آزمون قطره انجام گردد. کشش سطحی برای حالت‌های مورد بررسی در جدول ۲ آورده شده است (اندیس یک مربوط به سیال جابجا شده و اندیس دو مربوط به سیال جابجا کننده است). در این مطالعه می‌خواهیم اثر زاویه خیس را مورد بررسی قرار دهیم به همین دلیل باید در هر حالت این زاویه تعیین گردد. برای تعیین این زاویه ابتدا سیال جابجا شده را به صورت یک قطره بر روی یک مرز جامد قرار می‌دهیم.

$$C = \Delta x / \Delta t$$

گام زمانی است. در شبیه‌سازی به روش شبکه بولتزمن بسیار معمول است که فاصله شبکه و گام زمانی را مساوی و برابر یک تعریف می‌کنند. S دارای مقادیر صفر یا یک است که اگر $\vec{x} + \vec{e}_\alpha \Delta t$ گره جامد باشد مقدار یک و اگر گره سیال باشد مقدار صفر را دارد [۱۲]. اثر متقابل بین سیال و جامد، زاویه تماس بین مایع و سطح جامد را تعیین می‌کند. از طرفی این ضریب جذب ($G_{W,K}$) است که مقدار این اثر متقابل را تعیین می‌کند، پس بر اساس مقادیر این ضریب، سه مرز جامد مختلف می‌توانیم داشته باشیم [۱۲]:

آبدوست^۱ (زاویه تماس کمتر از 90° درجه سیال جابجا شده سیال خیس‌کننده و سیال جابجا کننده سیال غیر خیس‌کننده است)، خنثی^۲ (زاویه تماس 90° درجه) و سطح آب‌گریز^۳ (زاویه تماس بیشتر از 90° درجه سیال جابجا شده سیال غیر خیس‌کننده و سیال جابجا کننده سیال خیس‌کننده است).

برای محاسبه عدد موینگی به کشش سطحی نیاز داریم. روش مورد استفاده (مدل شان و چن) به گونه‌ای است که قبل از حل مسئله باید با توجه به پارامترهای مسئله و با استفاده از آزمون قطره (آزمون لاپلاس نیز نامیده می‌شود) کشش سطحی تعیین شود. برای این منظور در دستگاه مختصات دو بعدی یک قطره دایره‌ای ساکن به شعاع دلخواه از یک سیال درون سیال دیگر انتخاب می‌کنیم. مرکز دایره در مرکز ناحیه محاسباتی قرار دارد. در حالت تعادل و بدون در نظر گرفتن هر گونه نیروی حجمی و فاز جامد، هر سیال چگالی و فشار ثابت و سرعت صفر دارد [۱۳]. در میان مرز مشترک دو سیال یک تغییر فشار وجود دارد که تابع شعاع قطره و کشش سطح است که این تغییر فشار را می‌توان از قانون لاپلاس تعیین کرد ($\Delta P = P_i - P_o = \sigma / R$) [۱۳]. P_i و P_o به ترتیب فشار داخل و خارج قطره، R شعاع قطره و σ کشش سطحی بین سیال ۱ و ۲ است. در آزمون لاپلاس، ناحیه در نظر گرفته شده به صورت شبکه 101×101 است. در این شبیه‌سازی چگالی سیال یک در لحظه ابتدایی در داخل و خارج قطره به طور یکنواخت و به ترتیب ۱ و ۰ در نظر گرفته شده است. همچنین چگالی سیال دو در لحظه ابتدایی در داخل و خارج قطره به طور یکنواخت و به ترتیب ۰ و ۱ در نظر گرفته شده است. از آنجایی که مرز مشترک دو فاز جایی است که دو فاز دارای چگالی برابر هستند [۱۴] پس می‌توان نمودار چگالی دو فاز را روی خط افقی گذرنده از مرکز رسم کرد. محل تلاقی بین دو نمودار قطر قطره خواهد بود. پس نصف آن شعاع قطره را به ما خواهد داد. حال تغییرات فشار بین داخل و خارج قطره را محاسبه کرده و نمودار آن را بر حسب $1/R$ رسم می‌کنیم.

¹ Hydrophilic

² Neutral

³ Hydrophobic

جدول ۲- مقادیر کشش سطحی برای حالت‌های مختلف شبیه‌سازی.

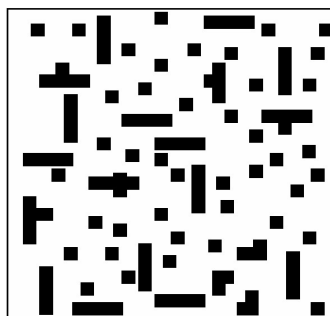
M (نسبت لزجت)	زمان آسایش و لزجت	σ (کشش سطحی)
۱	$\tau_1 = \tau_2 = 1$ $\nu_1 = \nu_2 = 0.1667$	۰/۰۸۱۵
۱/۳۳۴	$\tau_1 = 1/1667, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.2222, \nu_2 = 0.1667$	۰/۰۹۳۲
۲	$\tau_1 = 1/5, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.3334, \nu_2 = 0.1667$	۰/۱۱۰۶۳۸
۳	$\tau_1 = 2, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.5, \nu_2 = 0.1667$	۰/۱۴۶۳۴

مطالعه هرگاه زاویه خیزی بیان می‌شود منظور زاویه خیزی سیال جابجا شده است چون برای محاسبه زاویه تماس، سیال جابجا شده را به صورت یک قطره بر روی مرز جامد قرار می‌دهیم (توجه شود که در برخی مطالعات زاویه خیزی را برای سیال جابجا کننده در نظر می‌گیرند). در اینجا قدرت کشش سیال-جامد در شبیه‌سازی‌ها به صورت $G_{W,1} = -G_{W,2}$ در نظر گرفته شده است. برای مطالعه اثر خیزی مواد جامد در محیط متخلخل ابتدا رابطه بین زاویه تماس سکون و قدرت کشش سیال-جامد را با حل‌های عددی تعیین می‌کنیم. در این بررسی سه زاویه ۵۸/۳، ۹۰ و ۱۱۹ درجه مورد مطالعه قرار گرفته است. مقادیر قدرت کشش سیال-جامد که به ازای آن، این زوایا ایجاد شده‌اند در جدول زیر آمده است:

در حالت نهایی بسته به مقدار قدرت کشش بین سیال و جامد ($G_{W,2}$ و $G_{W,1}$) قطره با زاویه‌های مختلف شکل می‌گیرد. پس در این

جدول ۳- مقادیر زاویه خیزی برای حالت‌های مختلف شبیه‌سازی.

M (نسبت لزجت)	زمان آسایش و لزجت	قدرت کشش سیال-جامد	زاویه تماس	قدرت کشش سیال-سیال G
۱	$\tau_1 = \tau_2 = 1$ $\nu_1 = \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0.0/2$ $G_{W,2} = 0.0/2$	۵۸/۳	۱/۸
۱	$\tau_1 = \tau_2 = 1$ $\nu_1 = \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0$ $G_{W,2} = 0$	۹۰	۱/۸
۱	$\tau_1 = \tau_2 = 1$ $\nu_1 = \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0.0/2$ $G_{W,2} = 0.0/2$	۱۱۹	۱/۸
۱/۳۳۴	$\tau_1 = 1/1667, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.2222, \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0.193$ $G_{W,2} = -0.193$	۱۱۹	۱/۸
۲	$\tau_1 = 1/5, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.3334, \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0.17$ $G_{W,2} = -0.17$	۱۱۹	۱/۸
۳	$\tau_1 = 2, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.5, \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = 0.135$ $G_{W,2} = -0.135$	۱۱۹	۱/۸
۳	$\tau_1 = 2, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.5, \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = -0.198$ $G_{W,2} = 0.198$	۵۸/۳	۱/۸
۳	$\tau_1 = 2, \tau_2 = 1$ $\nu_1 = 0.5, \nu_2 = 0.1667$	$G_{W,1} = -0.33$ $G_{W,2} = 0.33$	۹۰	۱/۸



شکل ۲- هندسه مورد بررسی.

۳- شبیه سازی جریان دوفازی در محیط متخلخل

تصادفی

ساختار محیط متخلخل مورد بررسی در شکل ۲ نشان داده شده است. شبکه مورد استفاده 401×401 و به صورت یکنواخت بوده و تعدادی مربع جامد به طور نامنظم در آن چیده شده اند. در شکل بالا مربع های جامد سیاه رنگ، نشان دهنده مواد جامد در محیط متخلخل و ناحیه سفید رنگ مسیرهای برای حرکت سیال از میان محیط متخلخل است. در لحظه ابتدایی در ستون اول ناحیه مورد بررسی، سیال ۲ (سیال جابجا کننده) و در بقیه ناحیه، سیال ۱ (سیال جابجا شده یا سیالی که جابجا می شود) قرار گرفته است.

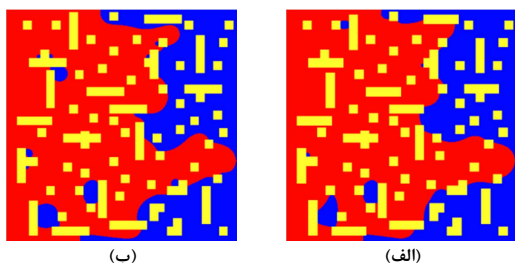
چگالی فاز دو در لحظه ابتدایی در ستون اول برابر یک و در بقیه نقاط برابر صفر است. همچنین چگالی فاز یک در لحظه ابتدایی در ستون اول برابر صفر و در بقیه نقاط به طور یکنواخت و برابر ۱ در نظر گرفته شده است. در این بررسی از معادله حالت $\rho = \psi$ استفاده شده و واحدهای به کار رفته در واحد شبکه بولتزن است. برای مرز بالا و پایین از شرط مرزی عدم لغزش، در خروجی از شرط مرزی مرز باز و در ورودی از طرح زو و هی^۱ [۱۵] برای اعمال شرط مرزی سرعت ثابت استفاده شده است (سرعت سیال دو در ورودی به طور یکنواخت و برابر u_0 است). منظور از شرط مرزی مرز باز، شرط مشتق صفر سرعت در خروجی است یعنی مقادیر توابع توزیع ذرات در خروجی با مقادیر توابع توزیع ذرات در گره های قبل از خروجی برابر در نظر گرفته می شود [۱۶]. در محل هایی که سیال با مواد جامد تماس پیدا می کند از شرط مرزی برگشت به عقب با دیوار میانی برای رسیدن به شرط عدم لغزش سرعت بر روی جسم جامد استفاده می شود. با توجه به اطلاعات فوق و هندسه مورد بررسی، ضریب تخلخل محیط 0.8214 تعیین شده است. زمان مورد نیاز برای رسیدن سیال ۲ به انتهای محیط را زمان رسوخ^۲ گویند و به این صورت تعریف می شود که مدت زمانی که ماکزیمم کسر جرمی سیال ۲ در مخلوط دو سیال، در محل خروجی بیشتر از 0.5 باشد [۱۷]. توجه شود که شبیه سازی های انجام شده تا زمانی صورت می گیرد که سیال جابجا کننده به مرز خروجی برسد (زمان رسوخ). همان طوری که بیان شد در ابتدا محیط مورد بررسی با سیال با لزجت بیشتر پر شده است و سیال با لزجت کمتر به طور پیوسته و با سرعت یکنواخت از مرز سمت چپ تزریق می شود. حالت هایی که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته اند را می توان به چهار دسته ۱، ۲، ۳، $M=1$ تقسیم بندی کرد.

وابستگی نتایج عددی به اندازه شبکه در شکل ۳ بررسی شده است. در شرایطی که زاویه خیزی ۱۱۹ درجه، نسبت لزجت ۱ و عدد موینگی برابر 0.204 است نتایج برای دو شبکه متفاوت (الف) 401×401 و (ب) 801×801 بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با دو برابر کردن شبکه، نتایج عددی تغییر نمی کند پس این بدین معنی است که شبکه 401×401 نتایج قابل قبولی را ارائه می دهد. توجه شود که با دو برابر کردن شبکه، اشباع سیال جابجا کننده در زمان رسوخ کمتر از $1/53$ درصد تغییر می کند.

۴- نتایج

۴-۱- اثرات عدد موینگی

برای بررسی اثرات عدد موینگی بر روی رفتار سیال باید چندین شبیه سازی با اعداد موینگی مختلف صورت گیرد. در تعریف عدد موینگی سرعت و لزجت مربوط به سیال جابجا کننده است. اعداد موینگی مختلف با تغییر سرعت ورودی سیال جابجا کننده ایجاد می شود. در این بررسی برای حالت $M=1$ پنج عدد موینگی مختلف (0.102 ، 0.204 ، 0.408 ، 0.818 ، 1.636 و 3.272) مورد مطالعه قرار گرفته است. برای رسیدن به این اعداد موینگی سرعت سیال جابجا کننده در ورودی به ترتیب برابر 0.05 ، 0.1 ، 0.2 ، 0.4 و 0.8 است. توجه شود که اعداد بیان شده در واحد شبکه بولتزن است.



شکل ۳- وابستگی نتایج عددی به اندازه شبکه (الف) شبکه 401×401 و (ب) شبکه 801×801 .

الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ برای حالتی که نسبت لزجت بین سیال جابجا شده و سیال جابجا کننده برابر یک باشد، در شکل ۴ و برای نسبت لزجت ۳ در شکل ۵ آورده شده است. تغییرات عدد موینگی برای سه خیزی سطح مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل در اعداد موینگی کم، سیال جابجا کننده قبل از اینکه بخواد به حفره همسایه برسد، تقریباً به طور کامل فضای حفره ها را اشغال می کند. در اعداد موینگی بالا، سیال جابجا کننده تنها می تواند بخشی از فضای حفره هایی را که از آن می گذرد اشغال کند. همچنین در اعداد موینگی بالا، الگوهای انگشتی به صورت سست^۳ (غیر قوی) بوده و تعداد الگوهای انگشتی و همچنین طول آن ها افزایش ولی ضخامت آن ها کاهش می یابد. علت این است که عدد موینگی به صورت نسبت نیروی لزج به کشش سطح تعریف می شود. حال در نسبت لزجت ثابت، هر چه عدد موینگی افزایش یابد بدین معنی است که اهمیت کشش سطح در مقابل نیروی لزج کاهش یافته است. با توجه به شکل ۴ با افزایش عدد موینگی، قطره های جدا شده ی بسیاری از سیال جابجا شده به مواد جامد می چسبند یا در ناحیه حفره ها به دام می افتند. در حقیقت حتی در حالتی هم که کمترین عدد موینگی بررسی شده است قطره هایی در ناحیه چسبیده به مواد جامد تشکیل شده است. قطره های جدا شده ی سیال جابجا شده در قسمت های چسبیده به مواد جامد، با افزایش عدد موینگی بیشتر می شوند. شکل ۶ زمان رسوخ بر حسب زاویه خیزی را برای دو حالت ۳ و $M=1$ نشان می دهد. توجه شود که اعداد بیان شده برای زمان در واحد

³ Loosely fingers

¹ Zou and He

² Breakthrough time

شبکه بولتزمن است و در روش شبکه بولتزمن، واحد زمان با ts نشان داده می‌شود. با توجه به شکل با افزایش عدد موینگی زمان رسوخ کاهش می‌یابد و سیال جابجا کننده خود را سریع‌تر به مرز خروجی می‌رساند. برای بیان بازده جابجایی دو پارامتر زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

زمان رسوخ: مدت زمانی که طول می‌کشد تا اولین انگشتی به مرز خروجی برسد.

اشباع سیال جابجا کننده: نسبت فضای اشغال شده توسط سیال جابجا کننده به فضای خالی را اشباع سیال جابجا کننده گویند و با Se نمایش می‌دهند که بازده جابجایی سیال را نشان می‌دهد. رابطه بین اشباع سیال جابجا کننده و زاویه تماس در شکل ۷ نمایش داده شده است. با توجه به شکل با افزایش عدد موینگی اشباع سیال جابجا کننده کاهش می‌یابد.

۴-۲- اثرات خیسی سطح

در این قسمت با اعمال تغییرات بر روی قدرت کشش سیال- جامد در شبیه‌سازی‌های عددی به مطالعه اثرات خیسی سطح بر فرایند جابجایی می‌پردازیم. زاویه خیسی بر فشار موینگی حفره اثر می‌گذارد. که فشار موینگی حفره، خود تعیین کننده نفوذ یا عدم نفوذ سیال جابجا کننده است. برای بررسی اهمیت خیسی سطح و بدون در نظر گرفتن اثر نسبت لزجت بین سیال جابجا کننده و جابجا شده کافی است الگوهای انگشتی برای خیسی سطح مختلف در حالت نسبت لزجت ۱ را رسم کنیم. با توجه به شکل ۴ در خیسی سطح مختلف (سطح خیس‌کننده، غیر خیس‌کننده و خنثی)، قطره‌های جدا شده سیال جابجا شده به صورت چسبیده به مواد جامد وجود دارند. وقتی سطح برای سیال جابجا شده خیس‌کننده است ($\theta=3/58$)، اندازه این قطره‌ها بزرگ‌تر می‌شود. در حالت سطح غیر خیس‌کننده برای سیال جابجا شده ($\theta=119$)، طول انگشتی‌ها کوتاه‌تر است؛ بنابراین تشکیل انگشتی‌ها محدودتر است (این موضوع در حالت‌هایی که عدد موینگی کمتر دارند مشهودتر است). ضخامت انگشتی‌ها در حالت سطح غیر خیس‌کننده بیشترین و در حالت سطح خیس‌کننده کمترین مقدار را دارد (این موضوع در حالت‌هایی که عدد موینگی کمتر دارند مشهودتر است).

محیط متخلخل مورد بررسی از مجموعه‌ای از حفره‌ها تشکیل شده است. حفره‌ای باریک با شعاع r از این مجموعه را در نظر بگیرید که با سیال ۱ اشغال شده است. فرض کنید سیال ۲ می‌خواهد وارد حفره شده و سیال ۱ را جابجا کند. همان‌طور که می‌دانیم فشار موینگی به کشش سطحی، زاویه تماس و عرض حفره بستگی دارد و برابر است با $P_c = 2\sigma \cos\theta/r$. حال فشار در ورودی و خروجی حفره را به ترتیب P_{in} و P_{out} در نظر بگیرد. در این صورت اختلاف فشار بین ورودی و خروجی حفره برابر $\Delta P = P_{in} - P_{out}$ است. اگر $\Delta P < P_c$ باشد سیال جابجا کننده نمی‌تواند وارد حفره شود ولی در صورتی که $\Delta P > P_c$ باشد سیال جابجا کننده وارد حفره می‌شود که در این حالت هر چه اختلاف ΔP و P_c بیشتر باشد سیال جابجا کننده سریع‌تر سیال ۱ را جابجا خواهد کرد. زاویه‌های مورد بررسی در این مطالعه $\theta = 58.3$ و $\theta = 119$ هستند که $\cos 58.3 = 0.52$ و $\cos 119 = -0.48$ است. در نتیجه زاویه خیسی ۱۱۹ به دلیل فشار موینگی منفی، باعث حرکت

سیال ۲ شده ولی زاویه خیسی 58.3 به دلیل فشار موینگی مثبت مانعی برای حرکت سیال ۲ خواهد بود. پس هنگامی که سطوح محیط متخلخل آب‌دوست باشند هر چه زاویه خیسی سطوح جامد کمتر شود فشار موینگی بحرانی برای ورود سیال جابجا کننده به حفره زیاد شده پس حجم کمتری از سیال جابجا کننده می‌تواند نفوذ کند؛ بنابراین زمان رسوخ و اشباع سیال جابجا کننده کم می‌شود. از طرفی هنگامی که سطوح محیط متخلخل آب‌گریز باشند هر چه زاویه خیسی سطوح جامد بیشتر شود قدرمطلق فشار موینگی بحرانی برای ورود سیال جابجا کننده به حفره زیاد شده ولی به دلیل منفی بودن آن، خود عاملی برای حرکت سیال جابجا کننده خواهد بود. پس حجم بیشتری از سیال جابجا کننده می‌تواند نفوذ کند؛ بنابراین زمان رسوخ و اشباع سیال جابجا کننده بیشتر می‌شود.

با توجه به شکل ۶ با افزایش زاویه خیسی زمان رسوخ افزایش می‌یابد. تغییرات زمان رسوخ نسبت به زاویه خیسی تابع عدد موینگی است. در اعداد موینگی بالا تغییرات زمان رسوخ نسبت به زاویه خیسی بسیار ناچیز است ولی در اعداد موینگی پایین این تغییرات بسیار زیاد است. برای مثال اگر زاویه خیسی از 58.3 به 119 درجه تغییر کند زمان رسوخ برای اعداد موینگی 0.0102 ، 0.0204 ، 0.0818 ، 0.1227 و 0.1636 به ترتیب به اندازه 1680 ، 4198 ، 119 ، 50 و 13 مرحله زمانی تغییر می‌کند (جدول ۴). البته زمان رسوخ به نسبت لزجت هم وابسته است که در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد.

جدول ۴- مقادیر زاویه خیسی برای حالت‌های مختلف شبیه‌سازی

Ca	۰/۰۱۰۲	۰/۰۲۰۴	۰/۰۸۱۸	۰/۱۲۲۷	۰/۱۶۳۶
$M = 1$ $\theta = 58.3$	$t_1 = 35889$	$t_1 = 17095$	$t_1 = 4027$	$t_1 = 2784$	$t_1 = 2144$
$M = 1$ $\theta = 119$	$t_2 = 52569$	$t_2 = 21293$	$t_2 = 4146$	$t_2 = 2834$	$t_2 = 2157$
$\Delta t = t_2 - t_1$	۱۶۶۸۰	۴۱۹۸	۱۱۹	۵۰	۱۳

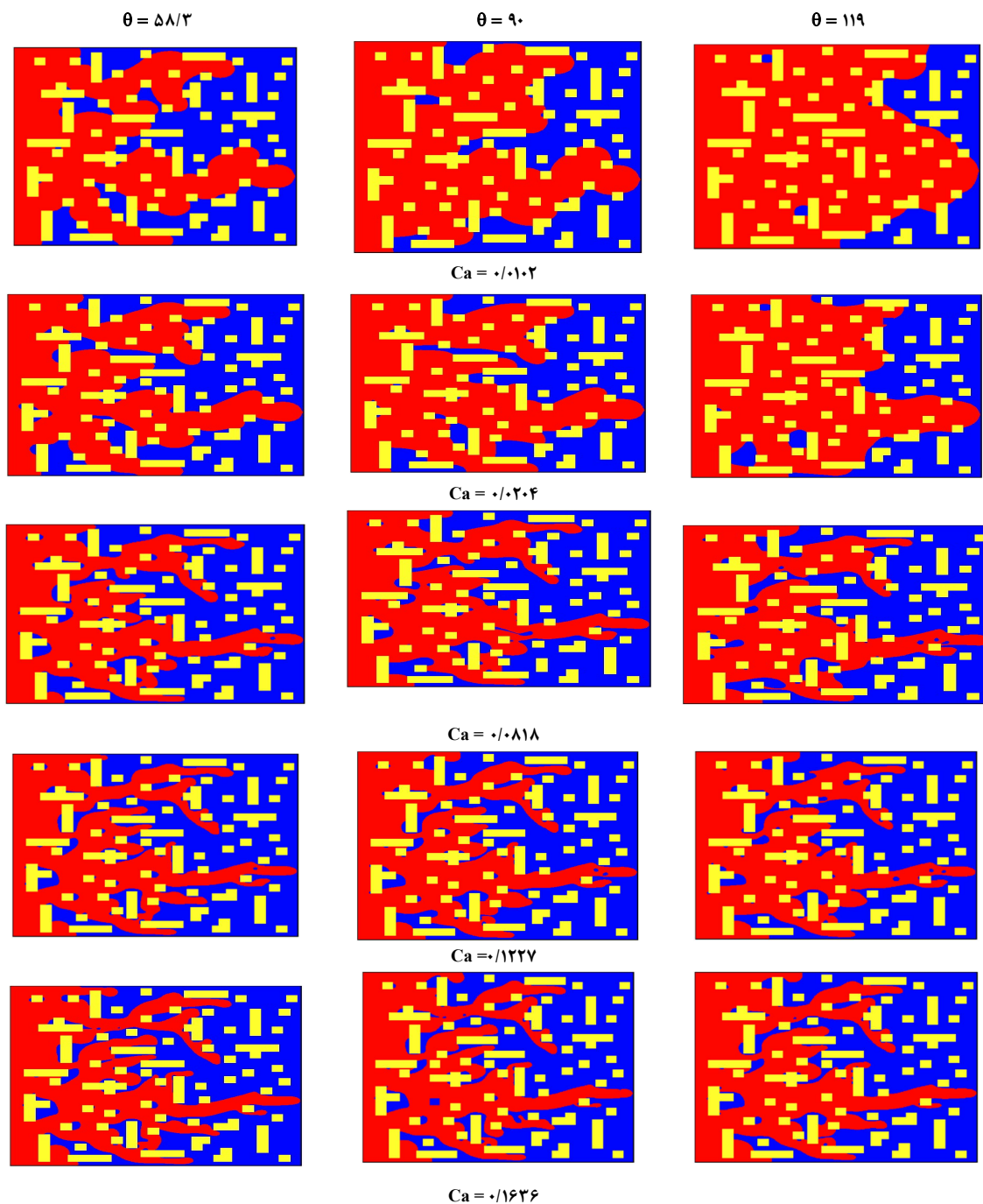
با توجه به شکل ۷ برای $M=3$ با افزایش زاویه تماس (وقتی خیسی سطح از خیس‌کننده به غیر خیس‌کننده تغییر کند) اشباع سیال جابجا کننده زیاد می‌شود. تغییرات اشباع سیال جابجا کننده نسبت به زاویه خیسی تابع عدد موینگی است. در اعداد موینگی بالا تغییرات اشباع سیال جابجا کننده نسبت به زاویه خیسی ناچیز است ولی در اعداد موینگی پایین این تغییرات بسیار زیاد است. در حالت $M=1$ به دلیل اینکه هر دو سیال دارای لزجت برابر هستند، شرایط پیچیده خواهد شد و اشباع سیال جابجا کننده در اعداد موینگی بالا رفتار منظمی از خود نشان نمی‌دهد.

۴-۳- اثرات نسبت لزجت

برای بررسی اثر نسبت لزجت بر رفتار سیال، شبیه‌سازی‌هایی با تغییر نسبت لزجت و با مقادیر ۳، ۲، $1/334$ ، $M=1$ انجام شده است. برای این منظور می‌توان با ثابت در نظر گرفتن لزجت سیال جابجا کننده، لزجت سیال جابجا شده را تغییر داد (البته با ثابت در نظر گرفتن بقیه پارامترها). به دلیل تغییر در لزجت سیال جابجا شده، کشش سطح بین

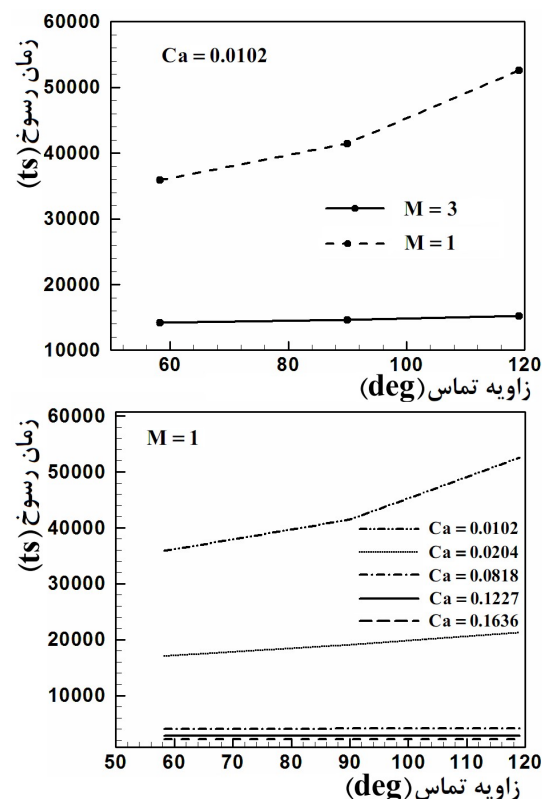
آن‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین تشکیل انگشتی‌ها محدودتر است. همچنین با توجه به شکل ۶ با کاهش نسبت لزجت زمان رسوخ افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل ۷ با کاهش نسبت لزجت اشباع سیال جایجا کننده افزایش می‌یابد.

دو سیال تغییر می‌کند پس در تمام حالت‌ها سرعت اولیه به گونه‌ای انتخاب می‌شود که عدد موینگی ثابت بماند. برای بررسی این اثر، عدد موینگی $0/0102$ و زاویه خیزی 119 درجه در نظر گرفته شده است. در شکل ۹ الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ با هم مقایسه شده‌اند. هر چه نسبت لزجت کمتر باشد، ضخامت انگشتی‌ها بیشتر ولی طول



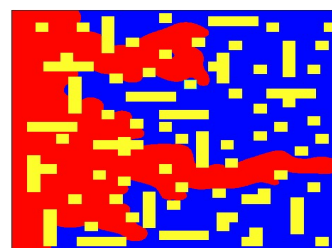
شکل ۴- الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ برای $M=1$.

یکسان باشد (ستون دوم و سوم از شکل ۸)، ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز اثر زیادی بر زمان رسوخ و اشباع در اعداد موینگی پایین دارد. همچنین اگر عدد موینگی یکسان باشد (ستون دوم و چهارم از شکل ۸) ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز اثر زیادی بر زمان رسوخ و اشباع در نسبت‌های لزجت پایین دارد.

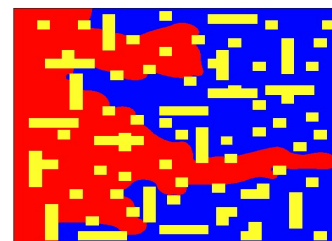


شکل ۶- زمان رسوخ بر حسب زاویه خیس.

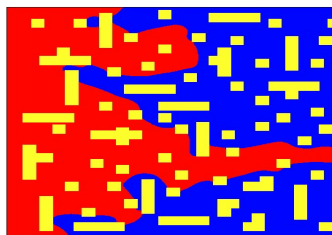
پس کاهش نسبت لزجت و عدد موینگی منجر به افزایش اثر ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز در محیط متخلخل می‌شود. در این بررسی کمترین نسبت لزجت برابر یک و کمترین عدد موینگی برابر 0.0102 است که نتایج آن در ستون دوم شکل ۸ آورده شده است. حال اگر در این شرایط لایه آب‌دوست در ورودی محیط متخلخل قرار گیرد به ترتیب باعث کاهش $11/8$ و 9 درصدی زمان رسوخ و اشباع می‌شود و اگر در انتهای محیط متخلخل قرار گیرد به ترتیب باعث کاهش $2/4$ و $2/7$ درصدی زمان رسوخ و اشباع می‌شود؛ بنابراین در این بررسی مؤثرترین حالت در ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز در محیط متخلخل مربوط به نسبت لزجت یک، عدد موینگی 0.0102 و قرارگیری لایه آب‌دوست در ورودی محیط متخلخل است.



$$\theta = 58/3, t = 14177, Se = 0.4537$$



$$\theta = 90, t = 14629, Se = 0.4596$$

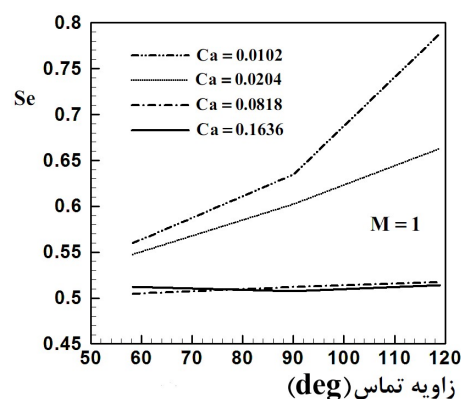
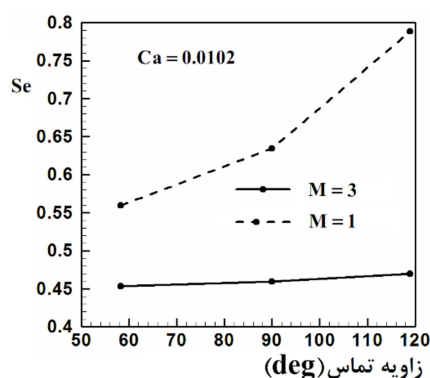


$$\theta = 119, t = 15195, Se = 0.4701$$

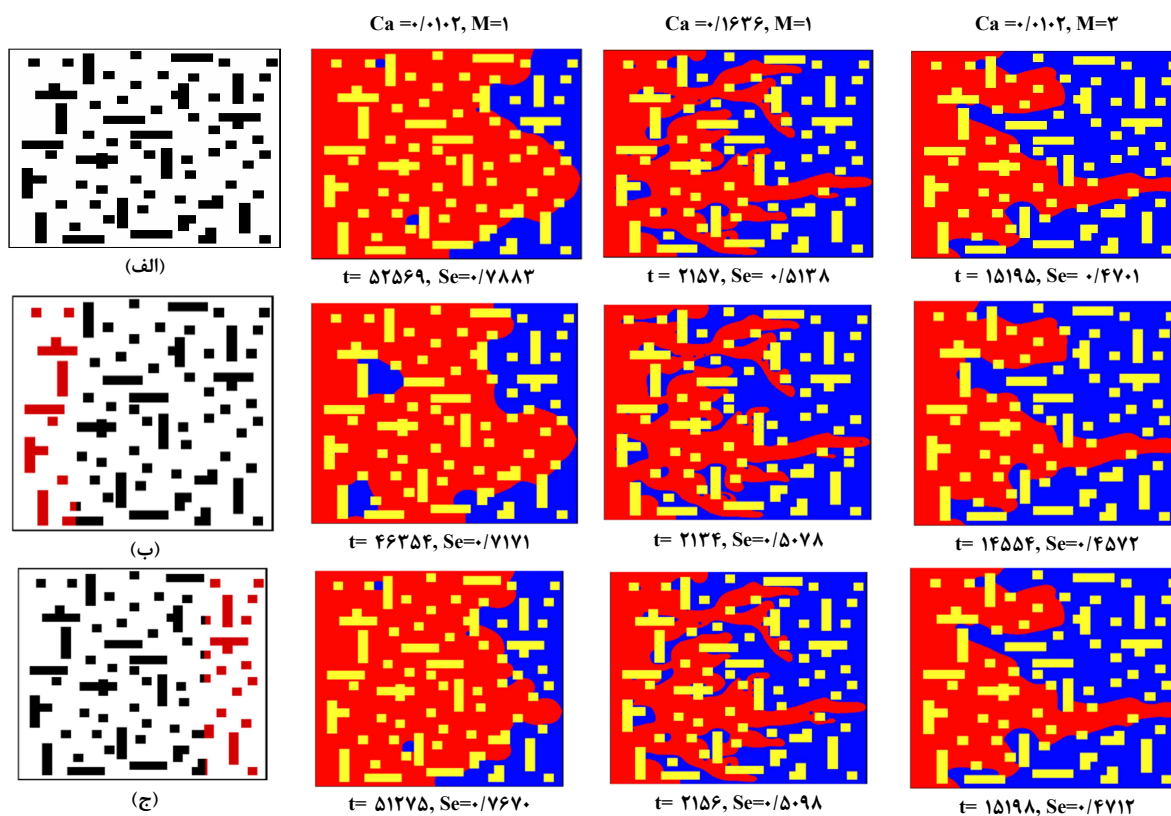
شکل ۵- الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ برای نسبت لزجت ۳ و عدد موینگی 0.0102 (بالا زاویه $58/3$ ، وسط 90 و پایین 119).

۴-۴- اثرات ترکیب لایه آب‌دوست به محیط متخلخل آب‌گریز

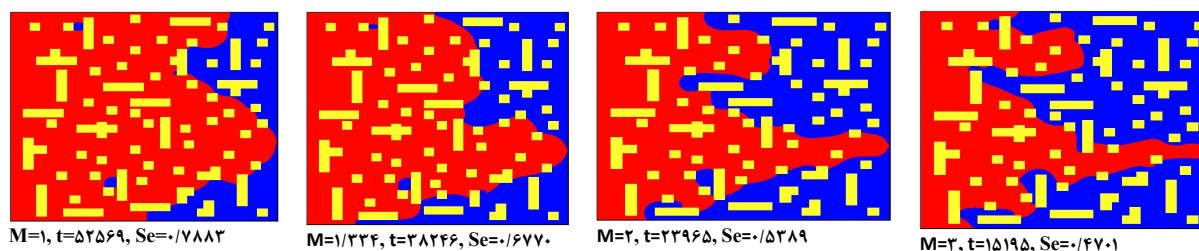
برای این منظور از ترکیب سطوح آب‌دوست و آب‌گریز استفاده شده است. نحوه ترکیب این سطوح در شکل ۸ نشان داده شده است. سطوح آب‌دوست دارای زاویه تماس $58/3$ و با مربع‌های قرمز رنگ و سطوح آب‌گریز دارای زاویه تماس 119 و با مربع‌های سیاه رنگ نمایش داده شده است. حالت (الف) نشان‌دهنده محیط متخلخل کاملاً آب‌گریز و حالت (ب) و (ج) نشان‌دهنده محیط با ترکیبی از سطوح آب‌دوست و آب‌گریز است که در حالت (ب) لایه‌های آب‌دوست در 25 درصد ابتدایی محیط و در حالت (ج) لایه‌های آب‌دوست در 25 درصد انتهای محیط قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که اگر نسبت لزجت برابر یک، عدد موینگی برابر 0.0102 و لایه آب‌دوست در ورودی محیط متخلخل قرار گیرد به ترتیب باعث کاهش $11/8$ و 9 درصدی زمان رسوخ و اشباع می‌شود (ستون دوم از شکل ۸). اگر نسبت لزجت برابر یک، عدد موینگی برابر 0.1636 و لایه آب‌دوست در ورودی محیط متخلخل قرار گیرد به ترتیب باعث کاهش 1 و $1/16$ درصدی زمان رسوخ و اشباع می‌شود (ستون سوم از شکل ۸). پس اگر نسبت لزجت



شکل ۷- اشباع سیال جابجا کننده بر حسب زاویه خیس.



شکل ۸- الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ برای نسبت‌های لزجت مختلف در زاویه ۱۱۹ و عدد موینگی ۰/۰۱۰۲.



شکل ۹- الگوی توزیع دو سیال در زمان رسوخ برای نسبت‌های لزجت مختلف در زاویه ۱۱۹ و عدد موینگی ۰/۰۱۰۲.

۵- نتیجه گیری

نتایج این مطالعه نشان می دهد که اگر لایه آب دوست در خروجی محیط متخلخل باشد کمترین اثر را بر زمان رسوخ و اشباع دارد. همچنین با توجه به مطالب بیان شده می توان نتیجه گرفت: وقتی سطح برای سیال جابجا شده به صورت غیر خیس کننده باشد، انگشتی ها متوقف، طول آن ها کوتاه تر و بنابراین تشکیل آن ها محدودتر است به همین دلیل سطح غیر خیس کننده از دیدگاه مهندسی مطلوب است. دلیل دیگر برای مطلوب بودن سطح غیر خیس کننده برای جابجایی سیال، اشباع سیال جابجا کننده است. همان طوری که گفته شد اشباع سیال جابجا کننده برای نشان دادن بازده جابجایی سیال مورد استفاده قرار می گیرد و با افزایش زاویه تماس، اشباع سیال جابجا کننده افزایش می یابد پس برای جابجایی سیال، سطح غیر خیس کننده ترجیح داده می شود.

۶- سپاسگزاری

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه شهید چمران اهواز تحت گرنت شماره SCU.EM1404.122888 انجام شده است. نویسندگان اعلام می کنند که هیچ گونه منافع متعارض دیگری ندارند.

۷- نمادها

عدد موینگی (-)	Ca
نسبت لزجت (-)	M
عدد باند (-)	Bo
سرعت سیال جابجا کننده در ورودی (m/s)	u_0
چگالی سیال جابجا کننده در لحظه ابتدایی (Kg/m^3)	ρ
لزجت سینماتیکی سیال جابجا کننده در لحظه ابتدایی (m^2/s)	ν
کشش سطحی بین دو فاز (N/m)	σ
شتاب گرانش (m/s^2)	g
قطر حفره (m)	d_p
شعاع قطره (m)	R
فشار داخل قطره ($\text{Kg/(ms}^2\text{)}$)	p_{in}
فشار خارج قطره ($\text{Kg/(ms}^2\text{)}$)	p_{out}
اشباع سیال جابجا کننده (-)	Se
فشار موینگی ($\text{Kg/(ms}^2\text{)}$)	P_c

۸- مراجع

- [1] Liu H, Valocchi AJ, Kang Q, Werth C. Pore-scale simulations of gas displacing liquid in a homogeneous pore network using the lattice Boltzmann method. *Transp Porous Media*. 2013;99:555-80.
- [2] Huang H, Huang JJ, Lu XY. Study of immiscible displacements in porous media using a color-gradient-

based multiphase lattice Boltzmann method. *Comput Fluids*. 2014;93:164-72.

- [3] Lenormand R, Touboul E, Zarcone C. Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media. *J Fluid Mech*. 1988;189:165-87.
- [4] Dong B, Yan YY, Li WZ, Song YC. Simulation of the influence of surface wettability on viscous fingering phenomenon in porous media. *J Bionic Eng*. 2010;7:267-75.
- [5] Shi Y, Tang GH. Simulation of Newtonian and non-Newtonian rheology behavior of viscous fingering in channels by the lattice Boltzmann method. *Comput Math Appl*. 2014;68:1279-91.
- [6] Dong B, Yan YY, Li W. Numerical simulation of viscous fingering phenomenon in immiscible displacement of two fluids in porous media using lattice Boltzmann method. In: *Proceedings of the 2nd Micro and Nano Flows Conference*; 2009 Sep 1-2; West London, UK. 2009.
- [7] Dong B, Yan YY, Li WZ. LBM simulation of viscous fingering phenomenon in immiscible displacement of two fluids in porous media. *Transp Porous Media*. 2011;88:293-314.

[۸] شاکری نژاد، نظری م، کیهانی م. بررسی اثر نسبت ویسکوزیته بر روی جابجایی دو سیال غیر مخلوط شدنی در محیط متخلخل تصادفی. بیست و چهارمین همایش سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران، JSME2016، یزد، ایران ۱۳۹۵.

- [9] Zakirov TR, Khranchenkov MG. Wettability effect on the invasion patterns during immiscible displacement in heterogeneous porous media under dynamic conditions: A numerical study. *J Pet Sci Eng*. 2021;206:109049.
- [10] Mahabadi N, Paassen LV, Battiatto I, Yun TS, Choo H, Jang J. Impact of pore-scale characteristics on immiscible fluid displacement. *Geofluids*. 2020;2020:5759023.
- [11] Qiu X, Lin M, Cao G, Jiang W, Ji L. Dynamic simulation of immiscible displacement in fractured porous media. *Phys Fluids*. 2024;36:053105.
- [12] Nabovati A. Pore level simulation of single and two phase flow in porous media using lattice Boltzmann method. PhD thesis, University of New Brunswick, 2009.
- [13] Hou S, Shan X, Zou Q, Doolen GD, Soll WE. Evaluation of two lattice Boltzmann models for multiphase flows. *J Comput Phys*. 1997;138:695-713.
- [14] Chin J, Boek ES, Coveney PV. Lattice Boltzmann simulation of the flow of binary immiscible fluids with different viscosities using the Shan-Chen microscopic interaction model. *Philos Trans R Soc Lond A*. 2002;360:547-58.
- [15] Zou Q, He X. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Phys Fluids*. 1997;9:1591-8.
- [16] Ikeda M. A novel multiple-phase, multiple-component, thermal lattice Boltzmann model. PhD thesis, University of Pittsburgh, 2012.
- [17] Dong B, Yan YY, Li W, Song Y. Lattice Boltzmann simulation of viscous fingering phenomenon of immiscible fluids displacement in a channel. *Comput Fluids*. 2010;39:768-79.