

کنترل پسگام تطبیقی سیستم‌های غیرخطی پسخوردی اکید در حضور نامعینی دینامیکی و پسماند عملگر

مریم شهریار کاهکشی*
 دانشیار، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران،
 m.shahriyairkahkeshi@alumni.iut.ac.ir

چکیده

در این مقاله یک کنترل کننده عصبی- تطبیقی مبتنی بر روش پسگام و فیلتر فرمان برای سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور پسماند بوکون پیشنهاد می‌شود. برای حذف معضل انفجار پیچیدگی در روش پسگام متداول و حذف خطای فیلتر و چالش انتخاب ثابت زمانی مناسب برای فیلترهای پایین‌گذر در روش کنترل سطح پویا، از روش پسگام ادغام شده با فیلتر فرمان استفاده می‌شود. دینامیک نامعین سیستم توسط شبکه‌های عصبی مدل‌سازی شده و پارامترهای قابل تنظیم بر اساس قوانین تطبیقی بروزرسانی می‌شوند. تابع ناسیام برای مقابله با جهت کنترلی نامعین که ناشی از پسماند بوکون می‌باشد، پیشنهاد می‌گردد. در روش پیشنهادی، هیچ دانش اولیه‌ای در مورد دینامیک نامعین سیستم، علامت و دامنه بهره‌های کنترلی مورد نیاز نیست و همه محاسبات به صورت برخط انجام می‌شوند. به دلیل استفاده از الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری، تعداد پارامترهای قابل تنظیم و در نتیجه حجم محاسبات برخط به میزان چشم‌گیری کاهش یافته است. روش پیشنهادی تضمین می‌نماید که تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته کراندار هستند و با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، خطای ردیابی به نزدیکی مبدأ همگرا می‌شود. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مطلوب روش پیشنهادی را تأیید می‌نمایند.

واژه‌های کلیدی: پسماند عملگر، کنترل پسگام مبتنی بر فیلتر فرمان، الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری، کنترل عصبی- تطبیقی.

Adaptive Backstepping Control of Strict-Feedback Nonlinear Systems in the presence of Dynamic Uncertainty and Actuator Hysteresis

M. Shahriari-kahkeshi

Electrical Engineering Department, Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

Abstract

In this paper an adaptive-neural controller based on the backstepping approach and command filter is proposed for uncertain nonlinear systems in presence of bouc-wen hysteresis. For eliminating complexity explosion problem of the conventional backstepping approach, eliminating filtering error and challenge in selection of appropriate time constant of the low pass filters in the dynamic surface control approach, backstepping approach integrated with command filter is used. Uncertain dynamics of the system are modeled by using the neural networks and adjustable parameters are updated based on the adaptive laws. Nussbaum function is suggested for dealing with the uncertain control direction problem arisen from the bouc-wen hysteresis. In the proposed method, no prior knowledge of nonlinear system dynamics and sign and magnitude of control gains are needed and all computations are done online. Because of using minimal learning parameter algorithm, the number of adjustable parameters and consequently, amount of online computation have been reduced, considerably. The proposed approach guarantees that all signals of the closed-loop system are bounded and by choosing proper design parameters, tracking error converges to the vicinity of the origin. Simulation results verify acceptable performance of the proposed approach.

Keywords: Actuator hysteresis; Command filter-based backstepping control; Minimal learning parameter algorithm; Adaptive-neural control; Bouc-wen hysteresis; Nussbaum function.

۱- مقدمه

وضوح بالا، پاسخ سریع و نیرو محرکه زیاد به طور گسترده‌ای در کاربردهای مهندسی دقیق بکار می‌روند [۵]. اگرچه عملگرهای پیزوالکتریک مزایای قابل توجهی دارند اما وجود دینامیک‌های غیرخطی پیچیده‌ای مانند پسماند می‌تواند افت قابل توجهی در دقت سیستم کنترلی ایجاد نماید [۶]. در صورتی که یک ورودی سینوسی به یک عملگر دارای پسماند اعمال شود، خروجی عملگر در مسیر رفت و برگشت سینوسی، منطبق نخواهد بود [۷]. پدیده پسماند یک محدودیت غیرخطی چندمقداره می‌باشد و اگر به درستی مدل‌سازی و کنترل نشود، می‌تواند سبب افت دقت سیستم کنترلی شده و حتی در برخی مواقع ممکن است سیستم را ناپایدار کند [۸]. مدل‌های ریاضی متفاوتی جهت توصیف پدیده پسماند در عملگرهای پیزوالکتریک

امروزه کنترل موقعیت در ابعاد میکرومتر و نانومتر در حوزه‌های متفاوتی نظیر تصویربرداری مغناطیسی، تصویربرداری دیجیتال، دمپرهای مکانیکی، پزشکی از راه دور و میکروسکوپ‌های اتمی بسیار حائز اهمیت می‌باشد [۴-۱]. عملگرهای پیزوالکتریک به دلیل راه‌اندازی با دقت بالا، سرعت سریع و پهنای باند وسیع، یکی از پرکاربردترین گزینه‌ها برای رسیدن به دقت بالا در بحث کنترل موقعیت می‌باشند. این عملگرها از اثر پیزوالکتریک معکوس استفاده می‌کنند و با اعمال ولتاژ به آنها، تغییر شکل مکانیکی پیدا می‌کنند. بر طبق نوع تغییر شکل مکانیکی، عملگرهای پیزوالکتریک سه حالت فعال دارند: مد طولی، مد عرضی و مد برشی. این عملگرها به دلیل سادگی در ساختار،

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.shahriyairkahkeshi@alumni.iut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۱۴

پیشنهاد شده است که به عنوان نمونه‌ای از آنها می‌توان به مدل دوم، مدل پرائتل- ایشلینسکی، مدل بوکون و مدل پریساک اشاره نمود [۶].

صرفنظر از نوع مدل پسماند، دو رویکرد کلی برای جبران اثرات معکوس ماشی از پدیده پسماند پیشنهاد شده است. در رویکرد اول از ایده سری نمودن مدل معکوس با عملکرد پسماند جهت جبران اثرات نامطلوب این محدودیت استفاده می‌شود [۹]. برای مثال در [۱۰] یک کنترل‌کننده فازی تطبیقی مبتنی بر مدل معکوس پسماند و روش کنترل پسگام متداول برای جبران اثر پسماند نوع بوکون در دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی نامعین پیشنهاد شد. در [۱۱] یک کنترل‌کننده عصبی تطبیقی مبتنی بر رویکرد حالت، روش پسگام و مدل معکوس پسماند برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی چندعاملی در حضور پسماند نوع بوکون معرفی شد. در [۱۲] یک روش کنترل تطبیقی بهینه مبتنی بر یادگیری تقویتی برای سیستم‌های غیرخطی در حضور پسماند نامتقارن پرائتل- ایشلینسکی با بکارگیری مدل معکوس پیشنهاد شد. در [۱۳] یک روش کنترل تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی سه لایه بهینه شده با روش تکامل دیفرانسیل پیشرفته برای جبران اثرات پسماند در عملگرهای پیژوالکتریک پیشنهاد شد. همچنین در [۱۴] نیز روشی مبتنی بر کنترل مدله‌زشی تطبیقی، شبکه عصبی چندلایه و الگوریتم‌های تکاملی برای بهبود کنترل ردیابی عملگر پیژوالکتریک پیشنهاد شد. اگرچه جبران اثر پسماند با استفاده از مدل معکوس به عنوان یک رویکرد کنترلی مورد توجه قرار گرفته است اما ساخت مدل معکوس برای برخی از مدل‌های پسماند توصیف شده توسط معادلات دیفرانسیل اغلب بسیار پیچیده و یا حتی غیرممکن می‌باشد. علاوه بر این، عملکرد مدل معکوس به پارامترهای مدل و خطاهای اندازه‌گیری حساسیت زیادی دارد. بنابراین همواره ساخت مدل معکوس در رویکرد اول به راحتی امکان پذیر نبوده و پیاده‌سازی آن نیز به واسطه حساسیت به خطاهای اندازه‌گیری و پارامترهای مدل ساده نمی‌باشد.

در رویکرد دوم برای جبران اثرات پسماند، پسماند به صورت یک اغتشاش کراندار در نظر گرفته شده و روش‌های کنترلی متنوعی نظیر روش‌های کنترل مقاوم و یا کنترل تطبیقی برای جبران اثر پسماند بکار می‌روند. برای مثال در [۱۵] یک کنترل‌کننده فازی تطبیقی زمان- محدود برای کنترل سیستم‌های غیرخطی در حضور پسماند نامعین عملکرد پیشنهاد شد. در این مقاله که بر روی محدودیت پسماند لقی متمرکز است، ابتدا دینامیک نامعین سیستم توسط سیستم‌های فازی مدل‌سازی شده و سپس یک کنترل‌کننده تطبیقی بر اساس روش پسگام متداول طراحی شده است. در [۱۶] یک کنترل‌کننده تطبیقی عصبی مبتنی بر روش کنترل سطح پویا برای سیستم‌های غیرخطی غیرآفین در حضور محدودیت پسماند لقی پیشنهاد شد. در این مقاله برخلاف روش پیشنهادی در [۱۵] از فیلتر پایین‌گذر برای استخراج مشتق ورودی مجازی استفاده می‌شود. در [۱۷] یک کنترل‌کننده زمان- محدود مبتنی بر فیلتر فرمان برای کنترل دسته‌ای از سیستم- های غیرخطی سوئیچ‌شونده در حضور پسماند لقی پیشنهاد شد. در این مقاله مشتق‌گیر لوانت برای استخراج مشتقات ورودی مجازی در طراحی کنترل‌کننده پیشنهاد شده است. در [۱۸] یک کنترل‌کننده عصبی تطبیقی مبتنی بر روش پسگام برای دسته‌ای از سیستم‌های

غیرخطی چند ورودی- چند خروجی در حضور محدودیت حالت‌ها و پسماند ورودی از نوع لقی پیشنهاد شده است. از آنجایی که مدل لقی از سایر مدل‌های رایج پدیده پسماند ساده‌تر می‌باشد و مسائلی نظیر نامعین بودن جهت کنترلی را به سیستم تحمیل نمی‌کند، بسیاری از مقالات این حوزه صرفاً بر روی کنترل سیستم‌هایی متمرکز شده‌اند که در حضور محدودیت پسماند نوع لقی هستند [۱۹-۲۱]. در [۲۲] محدودیت غیرخطی پسماند در عملگرهای پیژوالکتریک با مدل پرائتل- ایشلینسکی توصیف شده و یک روش کنترل جدید مبتنی بر تخمین‌گر اغتشاش و نامعینی با استفاده از شبکه عصبی پیشنهاد شده است. در این مقاله برای غلبه بر مسئله فراموشی دانش منفعل، بهبود سرعت همگرایی و تعمیم‌پذیری بهتر نتایج، قانون بروزرسانی وزن حداقل مربعات بازگشتی حافظه انتخابی بکار رفته است.

از آنجایی که پدیده پسماند در عملگرهای پیژوالکتریک اغلب از مدل بوکون تبعیت می‌کند، از این رو کنترل سیستم‌هایی که شامل عملگرهای پیژوالکتریک با محدودیت پسماند نوع بوکون می‌باشند حائز اهمیت می‌باشد. در [۲۳] یک کنترل‌کننده تطبیقی مبتنی بر داده و شبکه عصبی هاپفیلد برای کنترل عملگرهای میکرو/نانو موقعیتی پیژو در حضور پسماند نوع بوکون پیشنهاد شد. در این مقاله دینامیک عملگر پیژو در حضور پسماند به صورت یک سیستم زمان-گسسته غیرخطی غیرآفین مدل‌سازی شده و سپس یک کنترل تطبیقی مبتنی بر داده طراحی می‌شود. پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی توسط یک شبکه عصبی هاپفیلد به صورت برخط تنظیم می‌شوند.

از سوی دیگر بسیاری از ساختارهای پیشنهادی که جهت مقابله با محدودیت پسماند پیشنهاد شده‌اند، مبتنی بر روش کنترل پسگام متداول می‌باشند. ایراد اصلی روش پسگام متداول معضل انفجار پیچیدگی است که به دلیل ظاهر شدن مشتقات متوالی ورودی مجازی در طراحی کنترل‌کننده ایجاد می‌شود [۲۴]. اگرچه روش کنترل سطح پویا با معرفی فیلترهای پایین‌گذر مرتبه اول این معضل را برطرف می- نماید اما در روش‌های مبتنی بر کنترل سطح پویا نیز دو ایراد وجود دارد: (۱) پاسخ روش کنترل سطح پویا حساسیت زیادی به ثابت زمانی فیلترهای پایین‌گذر دارد. ثابت زمانی کوچک فیلترهای پایین‌گذر باعث ایجاد نوسانات ناخواسته می‌شود و ثابت زمانی بزرگ نیز منجر به ناپایداری سیستم حلقه بسته می‌شود. (۲) در روش کنترل سطح پویا خطای فیلتر جبران نمی‌شود و این خطا سبب افت عملکرد مطلوب سیستم تحت کنترل می‌شود [۱۶]. یکی از روش‌هایی که می‌تواند ایرادات موجود در روش پسگام متداول و روش کنترل سطح پویا را برطرف نماید، روش پسگام مبتنی بر فیلتر فرمان می‌باشد [۲۵]. این روش به واسطه استفاده از فیلترهای فرمان در استخراج مشتقات ورودی مجازی بر ایرادات موجود در روش‌های پسگام متداول و روش کنترل سطح پویا غلبه می‌نماید [۲۶].

در این پژوهش یک کنترل‌کننده تطبیقی- عصبی مبتنی بر روش پسگام ادغام شده با فیلتر فرمان برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور پسماند نوع بوکون پیشنهاد می‌شود. در روش پیشنهادی توابع غیرخطی در دینامیک نامعین سیستم توسط شبکه‌های عصبی با توابع پایه شعاعی تقریب زده می‌شوند. همچنین برای مقابله با مسئله جهت کنترلی نامعین که به دلیل وجود محدودیت پسماند نوع بوکون بروز می‌کند، از تابع نوع ناسام استفاده می‌شود.

با فرض $|\chi| > \beta$ می توان نشان داد که ζ کران دار است و کران زیر را برآورده می نماید [۲۷]:

$$|\zeta| \leq \sqrt{\frac{1}{\beta + \chi}} = \bar{\zeta}. \quad (4)$$

نکته ۱: همانطور که از رابطه (۲) مشاهده می شود جهت کنترلی به علامت ضرایب μ_1 و μ_2 وابسته است که نامعین می باشد.

پیش از ارائه ساختار کنترل پیشنهادی، فرضیات، تعریف و لم هایی که در این مقاله مورد استفاده قرار می گیرند، آورده شده اند.

فرض ۱- خروجی مطلوب y_d و مشتق مرتبه اول آن برای طراحی کنترل کننده در دسترس است.

تعریف ۱ [۲۸]: هر تابع پیوسته $N(\kappa): R \rightarrow R$ که ویژگی های زیر را برآورده نماید، تابع نوع ناسبام نامیده می شود:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{p} \int_0^p N(\kappa) dk = +\infty, \quad (5)$$

$$\lim_{p \rightarrow -\infty} \sup \frac{1}{p} \int_0^p N(\kappa) dk = -\infty.$$

لم ۱ [۲۹]: توابع هموار $V(\cdot)$ و $\kappa(\cdot)$ تعریف شده در بازه $[0, t_f]$ را در نظر بگیرید که در آن به ازای هر $t \in [0, t_f]$ $V(t) \geq 0$ است و تابع $N(\kappa)$ تابع نوع ناسبام می باشد. اگر نامساوی زیر برقرار باشد:

$$0 \leq V(t) \leq a_0 + e^{-a_1 t} \int_0^t (gN(\kappa) + 1) \kappa e^{a_1 \tau} d\tau, \quad (6)$$

$$\forall t \in [0, t_f]$$

که در آن a_0, a_1 و g ثابت های مثبتی هستند، آنگاه $V(\cdot)$ ، $\kappa(\cdot)$ و $\int_0^t gN(\kappa) \kappa d\tau$ در بازه $[0, t_f]$ کران دار می باشد.

لم ۲ [۳۰]: فیلتر فرمان زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \omega_n z_2, \\ \dot{z}_2 &= -2\xi\omega_n z_2 - \omega_n(z_1 - v), \end{aligned} \quad (7)$$

اگر مشتقات اول و دوم سیگنال ورودی v به ازای $t \geq 0$ کراندار باشد، به عبارت دیگر ثابت های مثبت $\bar{v}$ و $\bar{v}'$ وجود داشته باشند به نحوی که نامساوی های $|\bar{v}| \leq \bar{v}$ و $|\bar{v}'| \leq \bar{v}'$ برآورده شوند و $z_1(0) = v(0)$ و $z_2(0) = 0$ باشد. آنگاه برای هر $v^* > 0$ ، ثابت $\omega_n > 0$ و $\xi \in (0, 1]$ وجود دارند به نحوی که $|z_1 - v| \leq v^*$ بوده و $|z_1|$ ، $|z_2|$ و $|\dot{z}_1|$ کراندار باشند.

لم ۳ (نامساوی یانگ) [۳۱]: برای هر $(x, y) \in R^2$ ، نامساوی زیر همواره برقرار است:

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} |y|^q \quad (8)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ ، $p > 1$ و $q > 1$ و $(p-1)(q-1)=1$ می باشد. هدف این مقاله طراحی یک کنترل کننده تطبیقی مبتنی بر شبکه های عصبی با توابع پایه شعاعی و روش پسگام ادغام شده با فیلتر فرمان است به نحوی که خروجی سیستم بتواند خروجی مطلوب را در حضور محدودیت پسماند ردیابی نموده و سیستم حلقه بسته نیز پایدار باشد.

۳- مروری بر شبکه های عصبی با توابع پایه شعاعی

یکی از روش های کنترل سیستم های غیرخطی با دینامیک نامعین، استفاده از کنترل تطبیقی مبتنی بر تقریب زن سراسری می باشد. در این

استفاده از فیلتر فرمان برای مشاهده مشتق ورودی های مجازی در روش پیشنهادی، چالش انتخاب ثابت زمانی مناسب فیلترهای پایین گذر در روش کنترل سطح پویا را برطرف می نماید. هم چنین با معرفی یک مکانیسم جبران خطا، خطای فیلتر نمودن سیگنال ها نیز حذف شده است. تحلیل پایداری ساختار پیشنهادی با استفاده از نظریه لیاپانف تضمین می نماید که همه سیگنال های سیستم حلقه بسته کران دار هستند و با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی می توان خطای ردیابی را کوچک نمود. نوآوری های این مقاله در مقایسه با پژوهش های پیشین عبارتند از: (۱) کنترل کننده پیشنهادی نیازمند داده های آموزشی برای مقابله با نامعینی های دینامیکی سیستم نمی باشد. هم چنین همه محاسبات به صورت برخط انجام می شود و هیچ فاز یادگیری برون خطی برای پیاده سازی کنترل کننده لازم نیست. (۲) روش پیشنهادی با بکارگیری تابع نوع ناسبام توانایی مقابله با مسئله جهت کنترلی نامعین تحمیل شده به سیستم به دلیل پسماند نوع بوکون را دارا می باشد و در این مورد نیازمند هیچ دانش اولیه ای در خصوص علامت و دامنه بهره های کنترلی نیست. (۳) در مقایسه با روش های مبتنی بر کنترل سطح پویا، در ساختار پیشنهادی، حساسیت پاسخ به ثابت زمانی فیلترهای پایین گذر حذف شده و خطای فیلتر نمودن سیگنال ها نیز با بکارگیری یک مکانیسم جبران خطا برطرف شده است. (۴) برخلاف روش های مبتنی بر روش پسگام متداول، معضل انفجار پیچیدگی در روش پیشنهادی حذف شده است. (۵) روش پیشنهادی با استفاده از الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری، تعداد پارامترهای یادگیری در ساختار کنترل کننده و هم چنین بار محاسبات برخط در طراحی کنترل کننده را به میزان چشم گیری کاهش داده است.

۲- بیان مسئله

دسته ای از سیستم های غیرخطی پسخوردی اکید با دینامیک نامعین را در حضور پسماند ورودی نوع بوکون در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1), \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(x_2), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= H(u) + f_n(x_n), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $x_i \in R$ بردار حالت شبکه، $x_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i]^T \in R^i$ به ازای $i=1, \dots, n$ متغیر حالت سیستم، $u \in R$ متغیر ورودی و $y \in R$ متغیر خروجی سیستم است. هم چنین $f_i(\cdot)$ به ازای $i=1, \dots, n$ توابع غیرخطی نامعین هموار را نشان می دهد و $H(u)$ نیز خروجی پسماند بوکون است که با رابطه زیر توصیف می شود [۲۷]:

$$H(u) = \mu_1 u + \mu_2 \zeta. \quad (2)$$

در رابطه فوق μ_1 و μ_2 ثابت های نامعین با علامت یکسان هستند به عبارت دیگر $\text{sign}(\mu_1) = \text{sign}(\mu_2)$ ، هم چنین تابع ζ نیز از رابطه زیر بدست می آید [۲۷]:

$$\zeta = \text{uf}(\zeta, \dot{u}), \quad (3)$$

که در آن $f(\zeta, \dot{u}) = 1 - \text{sign}(\dot{u})\beta|\zeta|^{l-1}\zeta - \chi|\zeta|$ و $f(0) = 0$ می باشد. در رابطه فوق β ثابت مثبت است که شکل و دامنه منحنی پسماند را نشان می دهد، هم چنین پارامتر $l \geq 1$ هموار بودن منحنی از شیب اولیه به شیب مجانبی را نشان می دهد. با در نظر گرفتن روابط فوق و

روش‌ها دینامیک نامعین سیستم توسط تقریب‌زن‌های سراسری نظیر سیستم‌های فازی یا شبکه‌های عصبی مدل‌سازی شده و سپس با فرض اینکه مدل پیشنهادی درست می‌باشد کنترل‌کننده تطبیقی مبتنی بر مدل پیشنهادی طراحی می‌شود. شکل (۱) ساختار یک شبکه عصبی با توابع پایه شعاعی را نشان می‌دهد. این شبکه متشکل از سه لایه ورودی، مخفی و خروجی می‌باشد. تابع فعالیت نرون‌ها در این شبکه از نوع تابع فعالیت شعاعی متقارن به فرم زیر است:

$$\varphi(z) = \exp \left[\frac{-(z-c)^T(z-c)}{\eta^2} \right] \quad (9)$$

که در آن c مرکز تابع فعالیت و η عرض آن را نشان می‌دهد. طبق خاصیت تقریب‌زنی سراسری شبکه‌های عصبی که در [۳۲] اثبات شده است، هر شبکه عصبی با توابع پایه شعاعی با تعداد به اندازه کافی زیاد از نرون‌ها قادر است هر تابع هموار پیوسته $F(z): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ را که بر روی مجموعه فشرده $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ تعریف شده است را به فرم رگرسیون خطی زیر با سطح دلخواهی از صحت تقریب بزند:

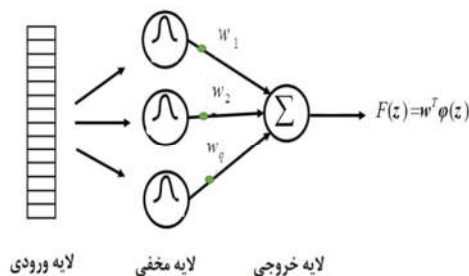
$$F(z) = w^T \varphi(z) + \delta(z). \quad (10)$$

در رابطه فوق، بردار ورودی شبکه، z بردار توابع پایه و $\varphi(z) = [\varphi_1(z) \ \varphi_2(z) \ \dots \ \varphi_q(z)] \in \mathbb{R}^q$ خطای تقریب شبکه است که تابعی نامعین اما کران‌دار است، به عبارت دیگر $|\delta(z)| \leq \bar{\delta}$. همچنین $w = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_q] \in \mathbb{R}^q$ بردار وزن ایده‌آل شبکه است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$w := \arg \min_{\hat{w} \in \mathbb{R}^q} \left\{ \sup |f(z) - \hat{w}^T \varphi(z)| \right\}, \quad (11)$$

که در آن $\hat{w}$ به تخمین w اشاره می‌کند. بنابراین تقریب تابع $f(z)$ را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\hat{f}(z) = \hat{w}^T \varphi(z). \quad (12)$$



شکل ۱- ساختار شبکه عصبی با توابع پایه شعاعی.

نکته ۲: بردار پارمترهای وزن شبکه نامعین است اما نرم دوم آن کران‌دار است، به عبارت دیگر $\|w\| \leq \bar{w}$.

۴- طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی

ابتدا برای طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، سطوح خطا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1 - y_r, \\ s_i &= x_i - x_{i,c}, \quad i=2, \dots, n \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $x_{i,c}$ از فیلتر فرمان زیر مشاهده می‌شود [۳۰]:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,1} &= \omega_n z_{i,2}, \\ \dot{z}_{i,2} &= -2\xi\omega_n z_{i,2} - \omega_n(z_{i,1} - v_i). \end{aligned} \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، ورودی فیلتر، v_i و $x_{i,c} = z_{i,1}$ و $\dot{x}_{i,c} = \omega_n z_{i,2}$ خروجی‌های فیلتر می‌باشند، همچنین $\omega_n > 0$ و $\xi \in (0, 1]$ پارامترهای طراحی فیلتر را نشان می‌دهند. برای حذف خطای فیلتر، خطای ردیابی جبران شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_i = s_i - \bar{s}_i \quad (15)$$

که در آن $\bar{s}_i$ سیگنال جبران خطا است که طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{s}}_i &= -c_i \bar{s}_i + x_{i+1,c} - v_i + \bar{s}_{i+1}, \quad i=2, \dots, n-1 \\ \bar{s}_n &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

همانطور که قبل‌تر اشاره شد، در ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی، توابع نامعین f_i به ازای $i=1, \dots, n$ توسط شبکه‌های عصبی مدل‌سازی می‌شوند. در ادامه برای کاهش تعداد پارامترهای تطبیقی و در نتیجه کاهش حجم محاسبات برخط، به جای تنظیم ضرایب وزنی شبکه، نرم بردار وزن به عنوان پارامتر تطبیقی در نظر گرفته شده و به صورت برخط بر اساس قوانینی که با بکارگیری روش مستقیم لیاپانف استخراج می‌شوند، بروزرسانی می‌گردند. این روش که از آن می‌توان به عنوان الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری نیز نام برد تعداد پارامترهای تطبیقی در هر مرحله از طراحی کنترل‌کننده را از q_i به ۱ کاهش می‌دهد، در واقع q_i تعداد نرون‌های شبکه برای تقریب تابع f_i می‌باشد.

با در نظر گرفتن مدل شبکه عصبی در (۱۲)، بکارگیری الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری و اعمال نامساوی یانگ، نامساوی زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} e_i f_i &= e_i (w_i^T \varphi_i + \delta_i) \\ &\leq \frac{1}{2} e_i^2 \varphi_i^T \varphi_i + 1 + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 \end{aligned} \quad (17)$$

در ادامه مراحل طراحی کنترل‌کننده شرح داده می‌شود:

مرحله ۱: با مشتق‌گیری از رابطه (۱۳) و در نظر گرفتن رابطه (۱)،

دینامیک سطح خطای اول به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{s}_1 = x_2 + f_1(x_1) - \dot{y}_r, \quad (18)$$

برای پایداری دینامیک فوق، تابع $f_1(x_1)$ توسط شبکه عصبی تقریب زده می‌شود، در ادامه پارامتر تطبیقی جدید $\hat{\theta}_1$ به عنوان تخمین نرم بردار وزن شبکه برای تقریب تابع $f_1(x_1)$ در نظر گرفته شده ($\|\hat{w}_1\| \leq \bar{\theta}_1$) و ورودی مجازی زیر برای پایداری دینامیک (۱۸) پیشنهاد می‌شود:

$$v_1 = -c_1 s_1 + \dot{y}_r - \frac{1}{2} \hat{\theta}_1 e_1 \varphi_1^T \varphi_1. \quad (19)$$

در رابطه فوق، c_1 پارامتر طراحی است که توسط طراح انتخاب می‌شود و پارامتر تطبیقی $\hat{\theta}_1$ نیز توسط قانون زیر بروزرسانی می‌گردد:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{1}{2} \gamma e_1^2 \varphi_1^T \varphi_1 - \sigma \hat{\theta}_1, \quad (20)$$

که در آن ثابت‌های مثبت γ و σ به ترتیب نرخ یادگیری و پارامتر طراحی می‌باشند. با در نظر گرفتن رابطه (۱) و (۱۳)، دینامیک خطای ردیابی جبران شده (۱۵) به ازای $i=1$ ، به فرم زیر مشاهده می‌شود:

$$\dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1 + f_1 - \frac{1}{2} \hat{\theta}_1 e_1 \varphi_1^T \varphi_1, \quad (21)$$

$$u = N(\kappa) v_n, \quad v_n = c_n e_n - \dot{x}_{n,c} + \frac{1}{2} \hat{\theta}_n e_n \Phi_n^T \Phi_n + e_{n-1}, \quad (33)$$

$$\dot{\kappa} = e_n \left(c_n e_n - \dot{x}_{n,c} + \frac{1}{2} \hat{\theta}_n e_n \Phi_n^T \Phi_n + e_{n-1} \right).$$

که در آن پارامتر تطبیقی $\hat{\theta}_n$ بر اساس قانون زیر بر روزرسانی می‌شود:

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \frac{1}{2} \gamma e_n^2 \Phi_n^T \Phi_n - \sigma \hat{\theta}_n. \quad (34)$$

و دینامیک خطای جبران‌شده (۱۵) به ازای $i = n$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_n = f_n(x_n) + \mu_2 \zeta - \frac{1}{2} \hat{\theta}_n e_n \Phi_n^T \Phi_n + (\mu_1 N(\kappa) + 1) v_n - c_n e_n - e_{n-1}. \quad (35)$$

در ادامه برای تحلیل پایداری این مرحله، تابع لیاپانف زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_n = \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2\gamma} \hat{\theta}_n^2. \quad (36)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانف (۳۶) و جایگذاری (۳۵) در آن، داریم:

$$\dot{V}_n \leq \left(f_n(x_n) + \mu_2 \zeta - \frac{1}{2} \hat{\theta}_n e_n \Phi_n^T \Phi_n \right) + e_n \left((\mu_1 N(\kappa) + 1) v_n - c_n e_n - e_{n-1} \right) \quad (37)$$

با بکارگیری نامساوی یانگ، داریم:

$$M_2 \zeta e_n \leq \frac{1}{2} M_2^2 \zeta^2 + \frac{1}{2} e_n^2, \quad (38)$$

در ادامه با اعمال نامساوی‌های (۱۷) و (۳۸) به (۳۷)، نامساوی (۳۹) مشاهده می‌شود:

$$\dot{V}_n \leq e_n^2 - c_n e_n^2 - e_n e_{n-1} + e_n (\mu_1 N(\kappa) + 1) v_n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_n^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_n \bar{\theta}_n + \frac{1}{2} M_2^2 \zeta^2 \quad (39)$$

۵- نتایج اصلی روش پیشنهادی و تحلیل پایداری

در ادامه قضیه ۱ نتایج حاصل از ساختار کنترلی پیشنهادی را جمع‌بندی نموده و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته را ارائه می‌دهد.

قضیه ۱: سیستم غیرخطی (۱) با دینامیک نامعین را در حضور پسماند نوع بوکون در نظر بگیرید. اگر قوانین کنترل مجازی و واقعی (۱۹)، (۲۶) و (۳۳) به سیستم اعمال شوند و پارامترهای تطبیقی کنترل‌کننده بر اساس قوانین تطبیقی (۲۰)، (۲۷) و (۳۴) بر روزرسانی شوند، آنگاه کنترل‌کننده پیشنهادی تضمین می‌نماید که تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نهایتاً به صورت یکنواخت کراندار می‌باشند و خطای ردیابی را می‌توان با انتخاب پارامترهای طراحی مناسب کوچک نمود.

اثبات: برای تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته، تابع لیاپانف زیر را در نظر بگیرید:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 + \frac{1}{2\gamma} \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_i^2. \quad (40)$$

که در آن $\bar{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ می‌باشد.

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانف (۴۰) و جایگذاری روابط (۳۱)، (۳۹) و (۳۹) در $\dot{V}$ ، نامساوی زیر مشاهده می‌شود:

حال برای تحلیل پایداری در این مرحله، تابع لیاپانف کاندید به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2\gamma} \hat{\theta}_1^2. \quad (42)$$

که در $\bar{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$ با جایگذاری (۲۱) در مشتق تابع لیاپانف داریم:

$$\dot{V}_1 = e_1 \left(e_2 - c_1 e_1 + f_1 - \frac{1}{2} \hat{\theta}_1 e_1 \Phi_1^T \Phi_1 \right) - \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \quad (43)$$

با استفاده از نامساوی یانگ و نامساوی (۱۷)، رابطه فوق به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + \frac{1}{2} e_1^2 \hat{\theta}_1 \Phi_1^T \Phi_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_1^2 - \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1 \\ &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_1 \bar{\theta}_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_1^2 \end{aligned} \quad (44)$$

مرحله i به ازای $i=2, \dots, n-1$: در این مرحله با مشتق‌گیری از سطح خطای i ام، دینامیک سطح خطا به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{s}_i = x_{i+1} + f_i(x_i) - \dot{x}_{i,c}. \quad (45)$$

برای پایدارسازی دینامیک فوق، ورودی کنترل مجازی زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_i = -c_i s_i + \dot{x}_{i,c} - \frac{1}{2} \hat{\theta}_i e_i \Phi_i^T \Phi_i - e_{i-1}. \quad (46)$$

در رابطه (۲۶)، پارامتر تطبیقی $\hat{\theta}_i$ بر اساس قانون تطبیقی زیر بر روزرسانی می‌شود:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{1}{2} \gamma e_i^2 \Phi_i^T \Phi_i - \sigma \hat{\theta}_i. \quad (47)$$

همچنین دینامیک خطای جبران‌شده (۱۵) به ازای $2 \leq i \leq n-1$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{e}_i = e_{i+1} - c_i e_i + f_i - \frac{1}{2} \hat{\theta}_i e_i \Phi_i^T \Phi_i - e_{i-1}, \quad (48)$$

حال برای تحلیل پایداری در این مرحله، تابع لیاپانف کاندید به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$V_i = \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2\gamma} \hat{\theta}_i^2. \quad (49)$$

با مشتق‌گیری از تابع لیاپانف (۴۹) و جایگذاری رابطه (۲۸) در آن، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_i = e_i \left(e_{i+1} - c_i e_i + f_i - \frac{1}{2} \hat{\theta}_i e_i \Phi_i^T \Phi_i - e_{i-1} \right) - \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i. \quad (50)$$

حال با اعمال نامساوی‌های (۱۷) به (۳۰)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq e_i e_{i+1} - c_i e_i^2 - e_i e_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 \hat{\theta}_i \Phi_i^T \Phi_i + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e_i^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 - \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i \end{aligned} \quad (51)$$

$$\leq e_i e_{i+1} - c_i e_i^2 - e_i e_{i-1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_i \bar{\theta}_i.$$

مرحله n: در این مرحله، دینامیک سطح خطای n ام به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{s}_n = f_n(x_n) + \mu_1 u + \mu_2 \zeta - \dot{x}_{n,c}, \quad (52)$$

برای پایدارسازی دینامیک فوق، ورودی کنترل زیر پیشنهاد می‌شود:

عددی و دو مثال کاربردی شبیه‌سازی شده و نتایج مشاهده شده مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۶-۱- مثال عددی

مثال عددی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + 0.1e^{-0.03x_1^2} \sin x_1, \\ \dot{x}_2 &= H(u) - x_2 - \cos x_1, \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (48)$$

که در آن x_1 و x_2 متغیرهای حالت سیستم، y خروجی سیستم و $H(u)$ محدودیت پسماند عملگر را نشان می‌دهد که پارامترهای آن برای شبیه‌سازی به صورت $\mu_1 = 0.7$ ، $\mu_2 = 1.8$ ، $\beta = 1$ و $\chi = 0.5$ در نظر گرفته شدند. هدف طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی جهت ردیابی مسیر مطلوب $y_d(t) = 0.5 \sin(0.25t) + 0.5 \sin(0.5t)$ در حضور پسماند عملگر و نامعینی دینامیکی سیستم می‌باشد. برای شبیه‌سازی کنترل‌کننده پیشنهادی، ابتدا دو شبکه عصبی متشکل از بیست نرون برای مدل‌سازی توابع غیرخطی $f(x_1) = 0.1e^{-0.03x_1^2} \sin x_1$ و $f(x_2) = -x_2 - \cos x_1$ در دینامیک سیستم ساخته می‌شوند. انتخاب پارامترهای شبکه عصبی شامل مرکز و عرض توابع فعالیت در اختیار طراح می‌باشند. در ادامه سطوح خطای زیر برای طراحی کننده پیشنهادی تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} s_1 &= x_1 - y_r, \\ s_2 &= x_2 - \dot{x}_{2,c}, \end{aligned} \quad (49)$$

که در آن $x_{2,c}$ از فیلتر فرمان (۱۴) به ازای پارامترهای طراحی $\omega_n = 25$ و $\xi = 0.6$ بدست می‌آید. همچنین تابع نوع ناسبام $N(\kappa) = e^{\kappa^2} \cos \frac{\kappa\pi}{2}$ برای مقابله با جهت کنترلی نامعین ناشی از پسماند عملگر بکار گرفته شده و ورودی‌های کنترل مجازی و واقعی زیر پیشنهاد می‌شوند:

$$\begin{aligned} v_1 &= -c_1 s_1 + \dot{y}_d - \frac{1}{2} \hat{\theta}_1 e_1 \varphi_1^T \varphi_1, \\ u &= N(\kappa) \left(c_2 e_2 - \dot{x}_{2,c} + \frac{1}{2} \hat{\theta}_2 e_2 \varphi_2^T \varphi_2 + e_1 \right), \\ \kappa &= e_2 \left(c_2 e_2 - \dot{x}_{2,c} + \frac{1}{2} \hat{\theta}_2 e_2 \varphi_2^T \varphi_2 + e_1 \right), \end{aligned} \quad (50)$$

همانطور که از رابطه (۵۰) مشاهده می‌شود، با بکارگیری الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری در روش پیشنهادی، تنها دو پارامتر تطبیقی در کنترل‌کننده پیشنهادی وجود دارد. شکل‌های (۲) و (۳) نتایج شبیه‌سازی را به ازای پارامترهای طراحی $c_1 = 2$ ، $c_2 = 1.2$ ، $\gamma = 1$ و $\sigma = 0.1$ نشان می‌دهند. شکل (۲) نشان می‌دهد که خروجی سیستم، خروجی مطلوب را در حضور محدودیت پسماند ردیابی می‌نماید و خطای ردیابی نیز کراندار است. همچنین از شکل (۳-ا) مشاهده می‌شود که خروجی کنترل‌کننده و عملگر نیز کراندار می‌باشند. منحنی پسماند نیز به ازای پارامترهای داده شده در شکل (۳-ب) آورده شده است.

$$\begin{aligned} v' &\leq e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_1 \hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_1^2 \\ &+ \dots + e_1 e_{i+1} - c_i e_i^2 - e_i e_{i-1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_i \hat{\theta}_i \\ &+ \dots + e_n^2 - c_n e_n^2 - e_n e_{n-1} + e_n (\mu_1 N(\kappa) + 1) v_n \\ &+ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_n^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_n \hat{\theta}_n + \frac{1}{2} M_2^2 \bar{\zeta}^2 \\ &\leq - \sum_{i=1}^n \left(c_i - \frac{1}{2} \right) e_i^2 + \frac{1}{2} e_n^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{\sigma}{\gamma} \hat{\theta}_i \hat{\theta}_i \right) \\ &+ \frac{1}{2} M_2^2 \bar{\zeta}^2 + (\mu_1 N(\kappa) + 1) \kappa. \end{aligned} \quad (41)$$

با در نظر گرفتن رابطه $\hat{\theta}_i = \theta_i - \bar{\theta}_i$ و اعمال نامساوی یانگ، داریم:

$$\bar{\theta}_i \hat{\theta}_i \leq \frac{1}{2} \theta_i^2 - \frac{1}{2} \bar{\theta}_i^2. \quad (42)$$

با جایگذاری (۴۲) در (۴۱) و مقایسه نتیجه بدست آمده با تابع لیاپانف (۴۰)، نامساوی زیر مشاهده می‌شود:

$$\begin{aligned} v' &\leq - \sum_{i=1}^n \left(c_i - \frac{1}{2} \right) e_i^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{\sigma}{2\gamma} \theta_i^2 - \frac{\sigma}{2\gamma} \bar{\theta}_i^2 \right) \\ &+ \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2} M_2^2 \bar{\zeta}^2 + (\mu_1 N(\kappa) + 1) \kappa \\ &\leq -\alpha V + (\mu_1 N(\kappa) + 1) \kappa + \beta, \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن α و β به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \alpha &= \min \left\{ 2(c_1 - \frac{1}{2}), 2(c_2 - \frac{1}{2}), \dots, 2(c_{n-1} - \frac{1}{2}), 2(c_n - 1), \sigma \right\}, \\ \beta &= \frac{\sigma}{2\gamma} \sum_{i=1}^n \theta_i^2 + \frac{1}{2} M_2^2 \bar{\zeta}^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 \right). \end{aligned} \quad (44)$$

با حل نامساوی (۴۳) نسبت به زمان، داریم:

$$\begin{aligned} v &\leq V(0) e^{-\alpha t} + \frac{\beta}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \\ &+ e^{-\alpha t} \int_0^t (\mu_1 N(\kappa) + 1) \kappa e^{\alpha \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (45)$$

با بکارگیری لم ۱ نتیجه می‌شود که $V(\cdot)$ ، $\int_0^t \mu_1 N(\kappa) \kappa d\tau$ و $\kappa(\cdot)$ کران‌دار می‌باشند. در نتیجه رابطه (۴۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$V \leq V(0) e^{-\alpha t} + c + \frac{\beta}{\alpha}, \quad (46)$$

که در آن c به کران بالای ترم $e^{-\alpha t} \int_0^t (\mu_1 N(\kappa) + 1) \kappa e^{\alpha \tau} d\tau$ اشاره می‌کند. از مقایسه رابطه (۲۲) با (۴۶)، کران زیر بر روی خطای e_1 بدست می‌آید:

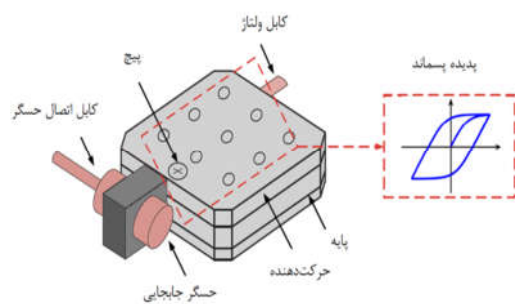
$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1| \leq \sqrt{2 \left(V(0) e^{-\alpha t} + c + \frac{\beta}{\alpha} \right)}. \quad (47)$$

از سوی دیگر، سیگنال $\bar{\theta}_i$ به ازای $i = 1, \dots, n$ کران‌دار می‌باشد و در نتیجه تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته کران‌دار خواهند بود و مطابق با رابطه (۴۷) و کرانداری $\bar{\theta}_i$ ، با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی می‌توان کران خطای ردیابی را تا حد ممکن کوچک نموده و آن را به نزدیکی مبدأ همگرا نمود.

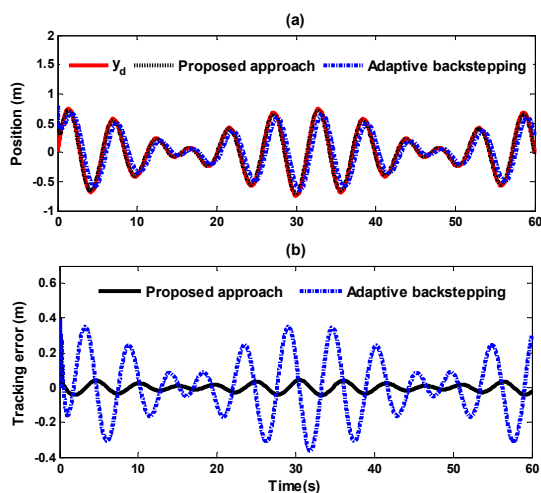
۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی بر روی یک مثال

پارامترهای محدودیت پسماند نیز به صورت $\mu_1 = 0.5$ ، $\mu_2 = 2$ ، $\beta = 1$ ، $\chi = 0.5$ و $t = 2$ در نظر گرفته شدند. هدف طراحی کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی برای ردیابی مسیر مطلوب $y_d = 0.35 \sin t + 0.4 \sin(1.2t)$ در حضور محدودیت پسماند و نامعینی دینامیکی مدل می‌باشد. مشابه با مثال قبل، ابتدا توابع نامعین در دینامیک سیستم توسط شبکه‌های عصبی با توابع پایه شعاعی مدل‌سازی شده و سپس کنترل‌کننده پیشنهادی طراحی می‌گردد. برای نشان دادن مزیت نسبی روش پیشنهادی، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با روش پسگام تطبیقی متداول (بدون فیلتر) [۳۳] مقایسه شده است. شکل (a-۵) خروجی مطلوب، خروجی روش پیشنهادی و خطای ردیابی برای هر دو روش آورده شده است.

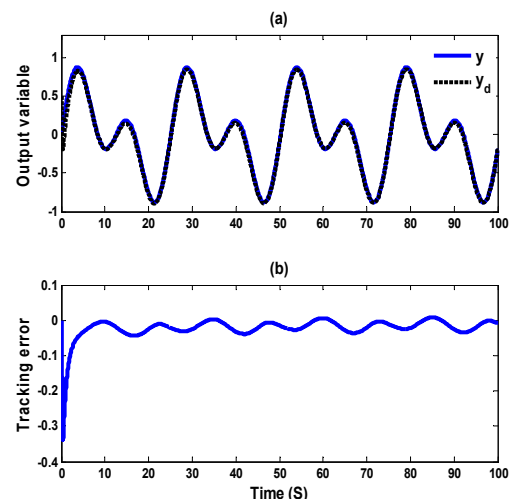


شکل ۴- ساختار عملگر پیزوالکتریک

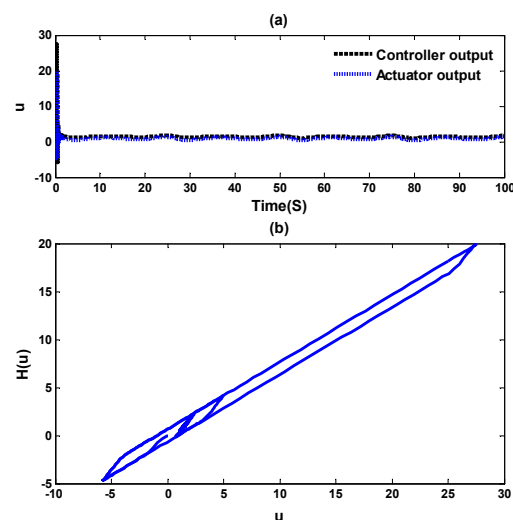


شکل ۵- (a) موقعیت خروجی و موقعیت مطلوب، (b) خطای ردیابی.

نتایج مقایسه در شکل (۵) نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی در ردیابی مسیر مطلوب از عملکرد مناسب‌تری برخوردار است و دامنه خطای ردیابی با روش پیشنهادی به میزان قابل توجهی کوچکتر از دامنه خطای ردیابی با روش پسگام تطبیقی می‌باشد. همچنین تغییرات پارامترهای تطبیقی کنترل‌کننده در شکل (۶) آورده شده است. نتایج ارائه شده در شکل (۶) نیز کران‌داری تخمین پارامترهای تطبیقی را تأیید می‌نمایند.



شکل ۲- (a) خروجی سیستم و خروجی مطلوب، (b) خطای ردیابی.



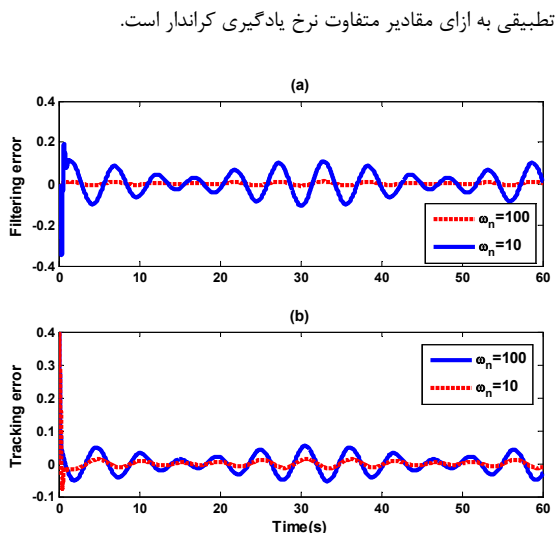
شکل ۳- (a) خروجی کنترل‌کننده و عملگر، (b) منحنی پسماند.

۲-۶- مثال کاربردی اول (سیستم مکانیکی موقعیت یابی پیزوالکتریک)

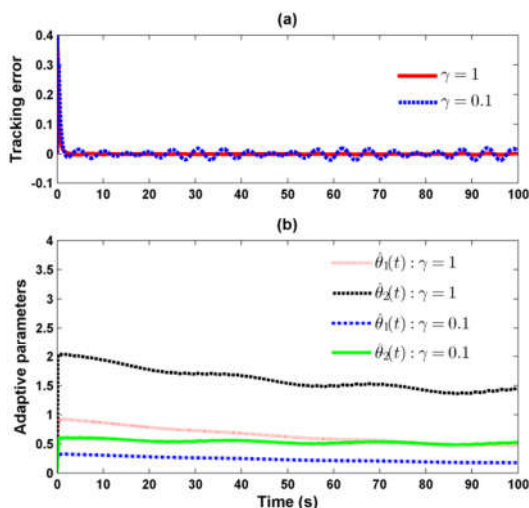
از آنجایی که مواد پیزوالکتریک که در حسگرها و عملگرها استفاده می‌شوند فروالکتریک هستند، مکانیسم موقعیت‌یابی پیزو اغلب رفتار پسماند گونه‌ای از خود نشان می‌دهد [۱۰]. شکل (۴) ساختار عملگر پیزوالکتریک را نشان می‌دهد. سیستم مکانیکی موقعیت‌یابی پیزو با مدل زیر توصیف می‌شود:

$$M\ddot{p} + D\dot{p} + Fp = u, \quad u = H(v), \quad (51)$$

که در آن p ، $\dot{p}$ و $\ddot{p}$ به ترتیب به موقعیت، سرعت و شتاب اشاره می‌کنند که به دلیل محدودیت پسماند نمی‌توانند مستقیماً اندازه‌گیری شوند و v ولتاژ اعمال شده به مکانیسم موقعیت‌یابی پیزو می‌باشد. همچنین ضرایب M ، D و F به ترتیب به جرم، ضریب میرایی و سفتی اشاره می‌کنند که مقدار عددی آنها برای شبیه‌سازی به صورت $M = 1 \text{ kg}$ ، $D = 0.15 \text{ Ns/m}$ و $F = 1 \text{ N/m}$ انتخاب شدند. همچنین



شکل ۸- (a) خطای فیلتر کردن، (b) خطای ردیابی به ازای تغییرات ω_n



شکل ۹- (a) خطای ردیابی، (b) تخمین پارامترهای تطبیقی به ازای تغییرات نرخ یادگیری شبکه‌های عصبی.

۳-۶- مثال کاربردی دوم (سیستم آونگ وارون)

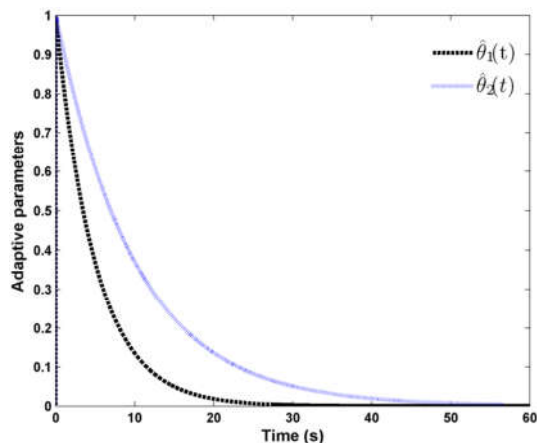
سیستم غیرخطی آونگ وارون را در حضور پسماند عملگر در نظر بگیرید [۱۰]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x)H(u), \end{aligned} \quad (52)$$

که در آن x_1 و x_2 به ترتیب موقعیت و سرعت زاویه‌ای آونگ را نشان می‌دهند و توابع غیرخطی $f(x)$ و $g(x)$ نیز به صورت زیر می‌باشند:

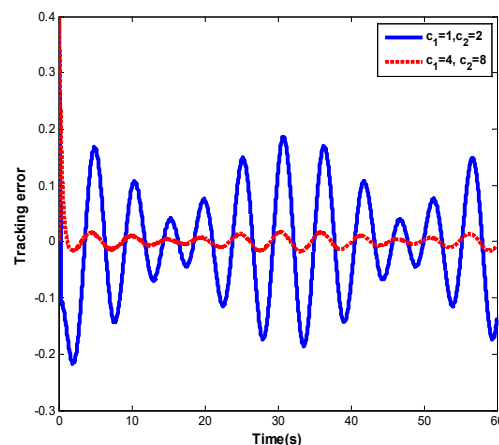
$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{-m l x_2 \cos x_1 \sin x_1 + 9.8(m_c + m) \sin x_1}{l(m_c + m) \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ g(x) &= \frac{\cos x_1}{l(m_c + m) \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}. \end{aligned} \quad (53)$$

برای شبیه‌سازی، پارامترهای فیزیکی سیستم به صورت



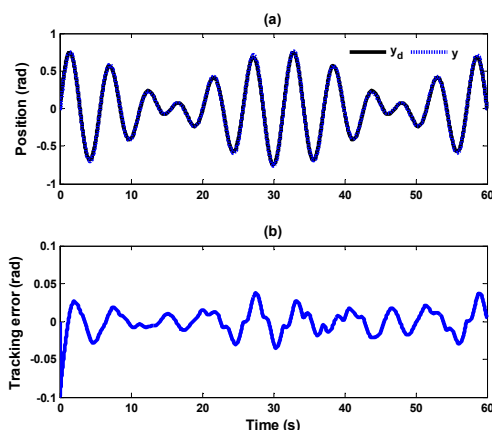
شکل ۶- تغییرات پارامترهای تطبیقی

در ادامه تأثیر تغییرات پارامترهای کلیدی بر عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی بررسی می‌شود. شکل (۷) خطای ردیابی با روش پیشنهادی را برای دو مقدار متفاوت از ضرایب طراحی c_1 و c_2 نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، افزایش ضرایب c_1 و c_2 خطای ردیابی را کاهش داده و در نتیجه عملکرد کنترل‌کننده را بهبود می‌دهد. با این حال افزایش بیش از حد این ضرایب ممکن است سبب القا نوسانات ناخواسته شده و با افزایش نیروی کنترلی مورد نیاز، سبب اشباع عملگر شوند. شکل (۸) نیز تأثیر فرکانس طبیعی فیلتر فرمان را بر روی خطای فیلتر کردن و خطای ردیابی نشان می‌دهد. از نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که با افزایش فرکانس طبیعی فیلتر فرمان، خطای فیلتر کردن و در نتیجه خطای ردیابی کاهش یافته و عملکرد کنترل‌کننده بهبود می‌یابد.

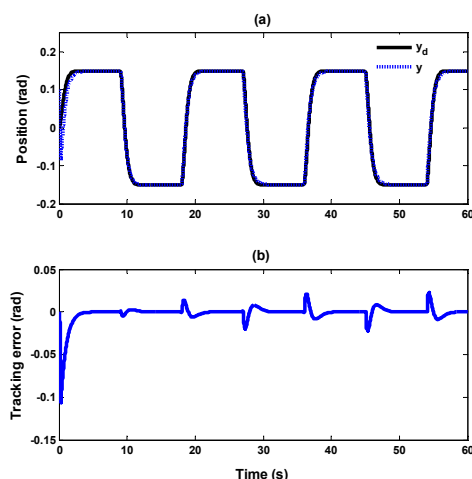


شکل ۷- اثر تغییرات ضرایب طراحی c_1 و c_2 بر خطای ردیابی.

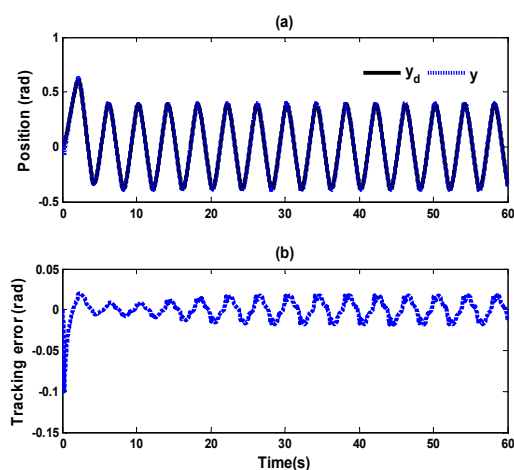
در شکل (۹) نیز اثر تغییرات نرخ یادگیری شبکه‌های عصبی با توابع پایه شعاعی بر روی خطای ردیابی و تخمین پارامترهای تطبیقی به ازای شرایط اولیه $\hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_2(0) = 0.2$ آورده شده است. همانطور که از نتایج ارائه شده مشاهده می‌شود، با افزایش نرخ یادگیری، خطای ردیابی کاهش یافته و در نتیجه قابلیت ردیابی خروجی بهبود می‌یابد. از شکل (۹-ب) نیز مشاهده می‌شود که تخمین پارامترهای



شکل ۱۰- (a) زاویه آونگ وارون و مقدار مطلوب آن در ردیابی مسیر مطلوب $y_d = 0.35 \sin t + 0.4 \sin(1.2t)$ ، و (b) خطای ردیابی متناظر.



شکل ۱۱- (a) زاویه آونگ وارون و مقدار مطلوب آن در ردیابی مسیر مطلوب شبه مربعی، و (b) خطای ردیابی متناظر.



شکل ۱۲- (a) زاویه آونگ وارون و مقدار مطلوب آن در ردیابی مسیر مطلوب مثلثی، و (b) خطای ردیابی متناظر.

همچنین مقدار عددی پارامترهای طراحی در ساختار کنترل کننده پیشنهادی و نیز مقدار عددی پارامترهای متناظر با محدودیت پسماند همان مقادیر داده شده در مثال ۶-۱ می باشند. شرایط اولیه سیستم برای شبیه سازی به صورت $x_1(0) = 0.1$ و $x_2(0) = 0$ انتخاب شدند. در ابتدا کنترل کننده پیشنهادی برای ردیابی مسیر مطلوب $y_d = 0.35 \sin t + 0.4 \sin(1.2t)$ که در مثال ۶-۲ در نظر گرفته شد، اعمال شده است. شکل (۱۰) موقعیت زاویه ای آونگ و موقعیت مطلوب y_d و خطای ردیابی را نشان می دهد. نتایج مشاهده شده نشان می دهد که موقعیت خروجی آونگ، موقعیت مطلوب را با دقت بالایی دنبال نموده و خطای ردیابی کراندار است. در ادامه، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در ردیابی مسیرهای مطلوب مربعی و مثلثی مورد بررسی قرار گرفته است. شکل های (۱۱) و (۱۲) نیز به ترتیب خروجی سیستم و خطای ردیابی را در دنبال نمودن مسیرهای مطلوب شبه مربعی و مثلثی نشان می دهند. نتایج مشاهده شده نشان می دهند که موقعیت خروجی آونگ قادر است مسیرهای غیر سینوسی را نیز با دقت مطلوبی دنبال نماید. خطای ردیابی نیز فارغ از نوع تابع ورودی مطلوب، همواره کراندار است.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک کنترل کننده تطبیقی مبتنی بر شبکه های عصبی، کنترل پسگام با فیلتر فرمان و تابع نوع ناسبام برای کنترل سیستم های غیرخطی نامعین با پسماند بوکون ورودی ارائه شد. در ساختار پیشنهادی علامت و دامنه بهره کنترلی به دلیل پسماند بوکون نامعین است و هیچ دانش اولیه ای در خصوص دینامیک سیستم در دسترس نیست. در همین راستا، شبکه های عصبی برای مدل سازی دینامیک نامعین سیستم استفاده شد و تابع ناسبام نیز برای مقابله با مسئله جهت های کنترلی نامعین بکار رفت. در کنترل کننده پیشنهادی معضل انفجار پیچیدگی، وابستگی پاسخ به ثابت زمانی فیلترها و خطای فیلتر نمودن سیگنال ها حذف شد. علاوه بر این با بکارگیری الگوریتم یادگیری حداقل پارامتری، تعداد پارامترهای تطبیقی و در نتیجه حجم محاسبات برخط نیز به میزان چشم گیری کاهش یافت. نتایج شبیه سازی بر روی یک مثال عددی غیرخطی و دو مثال کاربردی خطی و غیرخطی کارایی مؤثر روش پیشنهادی در کنترل سیستم های غیرخطی نامعین با پسماند نوع بوکون ورودی را تأیید نمود. همچنین نتایج شبیه سازی نشان داد که با افزایش ضرایب طراحی، فرکانس طبیعی فیلتر فرمان و نرخ یادگیری شبکه های عصبی می توان خطای ردیابی را کاهش داد و عملکرد سیستم را بهبود بخشید. علاوه بر این تحلیل پایداری ساختار پیشنهادی بر اساس روش مستقیم لیاپانف کرانداری سیگنال های سیستم حلقه بسته را تضمین نمود.

۸- مراجع

- Hysteresis and Time-varying Output Constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2023 Apr;53:3939-3950.
- [20] Tang L, Liu Y-J, Chen C.L.P. Adaptive Critic Design for Pure-feedback Discrete-time MIMO Systems Preceded by Unknown Backlashlike Hysteresis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2018 Nov;29:5681-5690.
 - [21] Ahmed S, Wang H, Tian Y. Adaptive High-order Terminal Sliding Mode Control based on Time Delay Estimation for the Robotic Manipulators with Backlash Hysteresis. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. 2021 Feb;51:1128-1137.
 - [22] Zhang J, Fei Y, Li J, Li Y. Memory-enhanced Neural Network Control of Piezoelectric Actuators with a Rate-amplitude-dependent Hysteresis Mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2024 Nov;71:14875-14885.
 - [23] Zhou M, Zhang Y, Wang Y, Yu Y, Su L, Zhang X, Su C-Y. Data-driven Adaptive Control with Hopfield Neural Network-based Estimator for Piezo-actuated Stage with Unknown Hysteresis Input. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2023 Oct;72:1010911.
 - [24] Zhang Z, Wang Q, Ge SS, Zhang Y. Reduced-order Filters-based Adaptive Backstepping Control for Perturbed Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2022 Aug;52:8388-8398.
 - [25] Dong W, Farrell JA, Polycarpou MM, Djapic V, Sharma M. Command Filtered Adaptive Backstepping. *IEEE Transactions on Control System Technology*. 2012 May;20:566-580.
 - [26] Yu J, Shi P, Zhao L. Finite-time Command Filtered Backstepping Control for a Class of Nonlinear Systems. *Automatica*. 2018 Jun;92:173-180.
 - [27] Ma F, Zhang H, Bockstedte A, Foliente G.C, Paevere P. Parameter Analysis of the Differential Model of Hysteresis. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 2004 May;71:342-349.
 - [28] Nussbaum RD. Some Remarks on the Conjecture in Parameter Adaptive Control. *Systems & Control Letters*. 1983 Nov;3:243-246.
 - [29] Ye X, Jiang J. Adaptive Nonlinear Design without a Priori Knowledge of Control Directions. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1998 Nov;43:1617-1621.
 - [30] Yu J, Cheng S, Shi P, Lin C. Command-filtered Neuroadaptive Output-feedback Control for Stochastic Nonlinear Systems with Input Constraint. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2023 Apr;53:2301-2310.
 - [31] Shi X, Lim C.C, Shi P, Xu S. Adaptive Neural Dynamic Surface Control for Nonstrict-feedback Systems with Output Dead Zone. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2018 Nov;29:5200-5213.
 - [32] Polycarpou MM, Mears MJ. Stable Adaptive Tracking of Uncertain Systems Using Nonlinearly Parametrized On-line Approximators. *International Journal of Control*. 1998 Nov;70:363-384.
 - [33] Wen C, Zhou J, Wang W. Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems with Actuator Failures, Subsystem Interaction, and Nonsmooth Nonlinearities. 2017, CRC Press.
 - [1] Devasia S, Eleftheriou E, Moheimani SR. A Survey of Control Issues in Nanopositioning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2007 Sep;15:802-823.
 - [2] Li G, Su H, Cole GA, Shang W, Harrington K, Camilo A. Robotic System for MRI-Guided Stereotactic Neurosurgery. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2014 Apr;62:1077-1088.
 - [3] Kuiper S, Schitter G. Model-based Feedback Controller Design for Dual Actuated Atomic Force Microscopy. *Mechatronics*. 2012 Apr;22(3):327-337.
 - [4] Riaz S, Li B, Qi R, Zhang C. An Adaptive Predefined Time Sliding Mode Control for Uncertain Nonlinear Cyber-physical Servo System under Cyber-attacks. *Scientific Reports*. 2024 March; 14:7361.
 - [5] Cai J, Dong W, Nagamune R. A Survey of Bouc-Wen Hysteretic Models Applied to Piezo-Actuated Mechanical Systems: Modeling, Identification, and Control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2023 March;34:1843-1863.
 - [6] Gan J, Zhang X. A Review of Nonlinear Hysteresis Modeling and Control of Piezoelectric Actuators. *AIP Advances*. 2019 Apr;9:1-10.
 - [7] Hassani V, Tjahjowidodo T, Do TN. A Survey on Hysteresis Modeling, Identification and Control. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2014 Dec;49:209-233.
 - [8] Devasia S, Eleftheriou E, Moheimani SR. A Survey of Control Issues in Nanopositioning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2007 Sep;15:802-823.
 - [9] Zhang X, Hu Z, Wang Y, Guo F, Li Z, Su C-Y. Adaptive Neural Control for Hysteretic Nonlinear Systems with Hysteresis Neural Direct Inverse Compensator and Its Applications. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2024 Oct;54:6230-6243.
 - [10] Liu Z, Lu K, Lai G, Chen C.L.P, Zhang Y. Indirect Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Unknown Input and State Hysteresis Using an Alternative Adaptive Inverse. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2021 March;29: 500-514.
 - [11] Wang J, Chen K, Liu Q, Ma Q. Observer-based Adaptive Consensus Tracking Control for Nonlinear Multi-agent Systems with Actuator Hysteresis. *Nonlinear Dynamics*. 2019 Feb;95:2181-2195.
 - [12] Zheng L, Liu Z, Wang Y, Chen C.L.P, Zhang Y, Wu Z. Reinforcement Learning-based Adaptive Optimal Control for Nonlinear Systems with Asymmetric Hysteresis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2024 Nov;35:15800-15809.
 - [13] Son N.N, Kien C.V, Anh H.P.H. Hysteresis Compensation and Adaptive Control based Evolutionary Neural Networks for Piezoelectric Actuators. *International Journal of Intelligent Systems*. 2021 Jun;36:5472-5492.
 - [14] Son N.N, Kien C.V, Anh H.P.H. Adaptive Sliding Mode Control with Hysteresis Compensation-based Neuroevolution for Motion Tracking of Piezoelectric Actuator. *Applied Soft Computing*. 2022 Jan;115:108257.
 - [15] Diao S, Sun W, Wang L, Wu J. Finite-time Adaptive Fuzzy Control for Nonlinear Systems with Unknown Backlash-like Hysteresis. *International Journal of Fuzzy Systems*. 2021 March;23:2037-2047.
 - [16] Wang X, Li X, Wu Q, Yin X. Neural Network Based Adaptive Dynamic Surface Control of Nonaffine Nonlinear Systems with Time Delay and Input Hysteresis Nonlinearities. *Neurocomputing*. 2019 March;333:53-63.
 - [17] Fu C, Wang A-G, Yu J, Lin C. Neural Network-based Finite-time Command Filtering Control for Switched Nonlinear Systems with Backlash-like Hysteresis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2021 Jul;32:3268-3273.
 - [18] Qin J, Sun K, Rudas I.J, Gao H. Command Filter-based Adaptive NN Control for MIMO Nonlinear Systems with Full-state Constraints and Actuator Hysteresis. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2020 Oct;50:2905-2915.
 - [19] Zhao Z, Liu Y, Zou T, Hong K.S, Li H-X. Robust Adaptive Fault-tolerant Control for a Riser-Vessel System with Input