

تحلیل سینماتیکی و دینامیکی بهبود یافته یک ربات نرم پیوسته چند بخشی با استفاده از شبکه عصبی

سید نادر نبوی*
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بجنورد، بجنورد، ایران، s.nader.nabavi@ub.ac.ir
هادی کلانی
استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سجاد، مشهد، ایران، kalani@sadjad.ac.ir

چکیده

ربات‌های نرم پیوسته به دلیل انعطاف‌پذیری ذاتی و درجات آزادی بالا، رفتار دینامیکی پیچیده‌ای دارند که توسعه مدل و استراتژی‌های کنترل را با چالش مواجه می‌سازد. این مقاله یک رویکرد جدید به سینماتیک و دینامیک ربات‌های پیوسته چند بخشی با استفاده از شبکه‌های عصبی برای ساده‌سازی معادلات ارائه می‌کند. در تحلیل سینماتیک با در نظر گرفتن هر بخش به صورت مجزا قابلیت‌های حرکتی چندمنظوره و پیچیده برای ایجاد شکل‌های مختلف ایجاد می‌گردد. به منظور تحلیل مدل دینامیکی ربات روش لاگرانژ مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله برای تخمین توابع لاگرانژی و مشتقات آن از شبکه‌های عصبی به عنوان ابزاری برای ساده‌سازی و بهبود رفتارهای دینامیکی آن‌ها استفاده شده است. این رویکرد می‌تواند منجر به بهبود روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل دینامیکی ربات نرم گردد. در انتهای هر بخش چندین شبیه‌سازی برای بررسی تحلیل سینماتیک و دینامیک ربات‌های پیوسته ارائه شده است.
واژه‌های کلیدی: ربات پیوسته، چند بخشی، شبکه عصبی، روش لاگرانژ، سینماتیک، دینامیک.

Improved kinematic and dynamic analysis of a multi-section continuum soft robot using neural network

S. N. Nabavi
H. Kalani

Department of Mechanical Engineering, University of Bojnord, Bojnord, Iran
Department of Mechanical Engineering, Sadjad University, Mashhad, Iran

Abstract

Continuum soft robots exhibit complex dynamic behavior due to their inherent flexibility and large degrees of freedom, making it difficult to develop models and control strategies. This paper presents a new approach to the kinematics and dynamics of multi-section continuum robots using neural networks to simplify the equations. In the kinematic analysis, multi-purpose and complex motion capabilities are revealed to create different shapes by considering each part separately. To analyze the dynamic model of the robot, the Lagrangian method has been used. In this paper, neural networks have been used to estimate the Lagrangian functions and their derivatives as a tool to simplify and improve their dynamic behavior. This approach can lead to the improvement of numerical methods for solving dynamic differential equations of continuum robots. At the end of each section, several simulations are presented to investigate the kinematics and dynamics analysis of continuum robots.

Keywords: Continuum robot, Multi-section, Neural network, Lagrange method, Kinematics, Dynamics.

شده است. مقاله [۱۴] با استفاده از روش رگرسیون فرایند گوسی مدل سینماتیکی یک ربات پیوسته را بهبود بخشید. آن‌ها نشان دادند با خطای محاسباتی در موقعیت و جهت نوک ربات به ترتیب حدود ۶۸ و ۵۱ درصد کاهش می‌یابد. دهقانی [۱۵] تحلیل سینماتیک و دینامیک یک ربات نرم که به محرک الکترومغناطیسی مجهز است را انجام داده است. توکلی و همکاران [۱۶] با توجه به عدم قطعیت مدل دینامیکی یک ربات پیوسته کابلی، یک کنترل‌گر مقاوم پیشنهاد کردند که برای تخمین توابع غیر خطی مربوط به نیروهای کریولیس، جانب مرکز و جاذبه از شبکه عصبی شعاعی و توابع تصویر استفاده می‌شود.

اگرچه تحلیل دینامیک این ربات‌ها در مقایسه با سینماتیک، به دلیل پیچیدگی‌های ذاتی، با سرعت کمتری پیشرفت کرده است. با توجه به دانش نویسندگان، اولین تحقیق در این زمینه در [۱۷] معرفی شده است که تقریبی از دینامیک ربات‌های پیوسته را با استفاده از منحنی‌های پیوسته با استفاده از رویکرد مودال محاسبه نموده است. این مدل با دو روش مختلف لاگرانژ و نیوتن-اولر محاسبه شده است. این مقاله به بررسی نوع خاصی از ربات‌های پیوسته که به ربات‌های

۱- مقدمه

ربات‌های پیوسته نسل جدیدی از ربات‌ها هستند که از موجودات بیولوژیکی مانند اختاپوس و خرطوم فیل الهام گرفته شده‌اند [۱]. این ربات‌ها از بخش‌های پیوسته و انعطاف‌پذیر تشکیل شده‌اند که امکان انجام حرکات پیچیده و چند منظوره را فراهم می‌کنند. بر خلاف ربات‌های صلب که معمولاً به عملگرهای مکانیکی مجهز می‌باشند، ربات‌های پیوسته با عملگرهایی همچون سیم و تاندون کنترل می‌شوند [۲]. این ربات‌ها برای کاربردهایی همچون بازرسی و جستجو در محیط‌های تنگ و باریک [۳]، همچنین کاربردهای پزشکی و جراحی [۴ و ۵] بسیار مناسب می‌باشند. در سال‌های پیشین، مدل‌های سینماتیک نسبتاً دقیقی برای ربات‌های پیوسته با استفاده از روش منحنی ثابت توسعه داده شد است [۶]. همچنین با استفاده از استاتیک ربات‌های پیوسته، روش‌هایی همچون مکانیک تیر [۷ و ۸]، روش‌های مودال [۹ و ۱۰]، انتگرال‌های بیضوی [۱۰]، مدل‌های اجزا محدود [۱۱] و میله کوسرت [۱۲ و ۱۳] برای رسیدن به سینماتیک این ربات‌ها بکار گرفته

* نویسندگان مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: s.nader.nabavi@ub.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳/۱۰/۳۰

تاریخ پذیرش: ۰۴/۰۴/۰۹

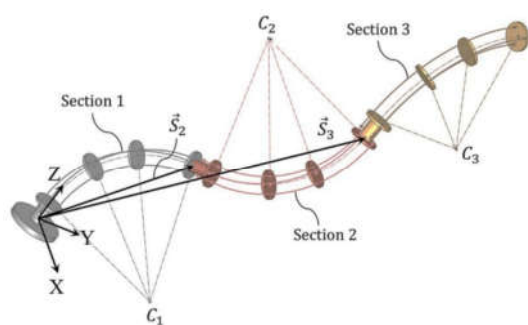
کابلی معروف هستند می‌پردازد. در این ربات‌ها یک ستون فقرات الاستیک وجود دارد که دیسک‌های گسسته را توسط طناب و یا سیمی حرکت می‌دهند [۱۸]. مسلمینی و همکاران [۱۹] مدل‌سازی دینامیکی یک میکروربات نرم مجهز به محرک‌های آلیاز حافظه دار ارائه کرده‌اند. مقاله [۲۰] با استفاده از روش انرژی کین دینامیک ربات پیوسته را بدست آورده است. در مدل ارائه شده پارامترهایی همچون اینرسی، اصطکاک، تاثیر گرانش و الاستیک در نظر گرفته شده است. آن‌ها مدل ارائه شده را با استفاده از روش اجزای محدود صحنه‌گذاری کرده‌اند. همین نویسندگان در مقاله [۲۱] مدل دینامیک ربات را بهبود بخشیده و مدل پیچیده‌تری از ربات‌های نرم پیوسته را ارائه نموده‌اند. آن‌ها در این مقاله ربات‌های پیوسته چند بخشی را بررسی و تحلیل نمودند. مقاله [۲۲] یک مدل جدیدی از ربات پیوسته با سه ستون فقرات مستقل ارائه کرده است. آن‌ها از روش نظری برای استخراج معادلات دینامیک استفاده نموده‌اند. همچنین از نظریه اویلر-برنولی برای محاسبه استاتیک ربات استفاده شده است. آن‌ها معادلات استخراج شده را با استفاده از یک ربات واقعی در فضای دو بعدی صحنه‌گذاری کرده‌اند. مقاله [۱۸] با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات دینامیکی ربات پیوسته را محاسبه نموده است. مدل دینامیکی بر اساس معادلات سینماتیکی با فرض مقطع خمشی غیر قابل انبساط و پیچش صفر و با استفاده از فرض انحنا ثابت توسعه یافته است. آن‌ها از بسط تیلور برای کاهش محاسبات و پیچیدگی معادلات استفاده کرده‌اند. در مقاله [۲۳] با استفاده از روش اجزا محدود، دینامیک ربات پیوسته محاسبه شده است. آن‌ها با استفاده از یک مدل آزمایشی، معادلات خود را بررسی کردند و نشان دادند که حداکثر خطای بین مدل واقعی و مدل شبیه‌سازی حدود ۱۰ درصد است. آن‌ها مدل خود را با قرار دادن شرایط نیروی مختلف بر روی نوک ربات بررسی کردند. مقاله [۲۴] با استفاده از روش اویلر-لاگرانژ به بررسی تاثیر تغییر شکل کابل‌ها و همچنین اصطکاک بر روی دینامیک ربات‌های پیوسته پرداخته است. آن‌ها کابل‌ها را به صورت فنر میراگر پیچشی مدلسازی کرده‌اند. همچنین برای بررسی اصطکاک بین کابل‌ها و مجاری کابل‌ها از اصطکاک کولمب تصحیح شده بهره گرفتند. آن‌ها نتایج تئوری ارائه شده را با ربات ساخته شده بررسی و مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج نشان داد که تغییر شکل کابل‌ها و اصطکاک نقش بسزایی در رفتار دینامیکی این ربات‌ها دارد.

این پژوهش بر ارائه یک روش ساده‌شده برای مدلسازی دینامیک ربات‌های پیوسته چند بخشی با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی تمرکز دارد. در ابتدا ساختار ربات‌های پیوسته و درجات آزادی آن‌ها معرفی می‌شود. سپس به بررسی سینماتیک این دسته از ربات‌ها با چند بخش پرداخته می‌شود. در ادامه به منظور بررسی قابلیت‌های حرکتی چند منظوره این دسته از ربات‌ها چندین پیکربندی متفاوت با استفاده از تحلیل سینماتیک ربات‌ها نمایش داده شده است. در بخش دینامیک ربات از روش لاگرانژ برای تحلیل آن استفاده شده است و در بخش‌هایی از مشتقات معادلات لاگرانژ به منظور ساده‌سازی از شبکه عصبی برای تقریب روابط پیچیده بین دینامیک ربات و پارامترهای حرکت متناظر آن استفاده شده است. در پایان با اجرای چند شبیه‌سازی دینامیکی به تحلیل حرکتی این دسته از ربات‌ها پرداخته شده است.

۲- ساختار ربات پیوسته

ربات‌های پیوسته نرم خود را از ربات‌های سنتی با بازوهای صلب از طریق ساختارهای انعطاف‌پذیر و سازگار متمایز می‌کنند. این ربات‌ها معمولاً از ساختاری تشکیل شده‌اند که امکان تغییر شکل مداوم را فراهم می‌کنند و آن‌ها را قادر می‌سازد تا در محیط‌های پیچیده حرکت کنند و به ظرافت با محیط اطراف تعامل داشته باشند.

شکل ۱ یک ربات پیوسته نرم متشکل از سه بخش مجزا را نشان می‌دهد. هر بخش که عملکردی مشابه ستون فقرات دارد، توسط سه سیم انعطاف‌پذیر مجزا می‌تواند کنترل شود. هر بخش شامل چندین دیسک است که فاصله یکنواختی بین سیم‌ها ایجاد می‌کنند. یک سیم انعطاف‌پذیر مرکزی که در فاصله یکسان از سه سیم محیطی قرار دارد به تمامی دیسک‌ها چسبانده شده است در حالیکه سیم‌های انعطاف‌پذیر محیطی از سوراخ‌های تعبیه شده بر روی دیسک‌ها عبور کرده و فقط به دیسک انتهایی چسبانده شده است. با تنظیم کشش سه سیم محیطی، هر بخش می‌تواند به مقدار دلخواه خم گردد و با کنترل مستقل هر بخش ربات، پیکربندی خاص ربات ایجاد می‌شود. پیکربندی این دسته از ربات‌ها بر اساس طول و شعاع انحنا هر بخش در یک فضای سه بعدی توصیف می‌شود. بنابراین، هر بخش دارای دو درجه آزادی خمشی در فضای سه بعدی است.



شکل ۱- طرحواره یک ربات پیوسته نرم چند بخشی

به منظور تحلیل سینماتیک و دینامیک این دسته از ربات‌ها فرضیاتی برای تحلیل آن‌ها منظور می‌گردد که عبارتند از: (۱) سیم‌های انعطاف‌پذیر موجود در هر بخش از معادلات تیرهای اویلر-برنولی تبعیت می‌کنند. (۲) از اصطکاک بین سیم‌های انعطاف‌پذیر و دیسک‌ها صرف‌نظر می‌شود. (۳) از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی در برابر تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی ناشی از انعطاف‌پذیری سیم‌ها می‌توان چشم‌پوشی کرد. (۴) شعاع انحنا هر بخش ثابت می‌باشد لذا هر بخش کمانی از یک دایره با شعاع انحنا ثابت r_0 است. (۵) راستای هر چهار سیم انعطاف‌پذیر همواره بر دیسک‌ها عمود هستند.

۳- سینماتیک ربات پیوسته

رفتار سینماتیکی ربات‌های نرم پیوسته با موقعیت‌ها، جهت‌گیری‌ها و شکل‌هایی که می‌توانند اتخاذ کنند، تعریف می‌شود. در بسیاری از این دسته ربات‌ها مدل سینماتیکی به صورت نمایشی از شکل ربات به عنوان یک سری منحنی که با شعاع انحنا مشخص می‌گردند در نظر گرفته می‌شوند. هنگامی که شعاع انحنا در هر بخش از یک ربات نرم

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

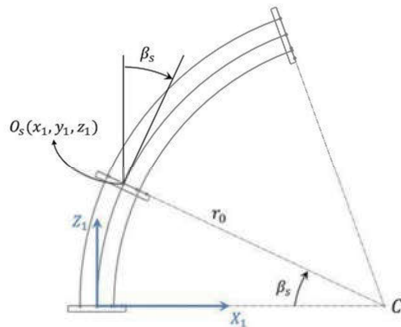
که در آن،

$$\begin{aligned} R_{11} &= \cos^2 \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha \\ R_{12} &= \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha - \cos \alpha \sin \alpha \\ R_{13} &= \cos \alpha \sin \beta \\ R_{21} &= \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha - \cos \alpha \sin \alpha \\ R_{22} &= \sin^2 \alpha \cos \beta + \cos^2 \alpha \\ R_{23} &= \sin \alpha \sin \beta \\ R_{31} &= -\cos \alpha \sin \beta \\ R_{32} &= -\sin \alpha \sin \beta \\ R_{33} &= \cos \beta \end{aligned}$$

اگر کل طول سیم میانی را برابر l و مقدار طول سیم میانی از دیسک ابتدایی تا دیسک میانی را برابر s در نظر بگیریم در نتیجه بین زاویه β و β_s رابطه زیر برقرار می‌باشد،

$$\beta_s = s\beta/l \quad (2)$$

که در آن β_s مقدار خم شدگی برای هر دیسک می‌باشد. مشابه شکل ۳ اگر مختصات نقطه O_s در دستگاه $\{X_0 Y_0 Z_0\}$ را با (x, y, z) نمایش داده شود در نتیجه خواهیم داشت،



شکل ۳- نمایش ربات در صفحه xz

$$\begin{cases} x = \frac{s}{\beta_s} (1 - \cos \beta_s) \cos \alpha = \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l}\right) \cos \alpha \\ y = \frac{s}{\beta_s} (1 - \cos \beta_s) \sin \alpha = \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l}\right) \sin \alpha \\ z = \frac{s}{\beta_s} \sin \beta_s = \frac{l}{\beta} \sin \frac{s\beta}{l} \end{cases} \quad (3)$$

با خم شدن هر بخش طول سیم‌های ۱ الی ۳ ممکن است بزرگتر یا کوچکتر از l گردد. این کوچک و یا بزرگ شدن طول سیم‌ها به زاویه صفحه خمش یا همان α نیز بستگی دارد. اگر اختلاف هر یک از سیم‌ها را نسبت به سیم ۰ با d_i نمایش دهیم، لذا خواهیم داشت،

$$\begin{cases} d_1 = l - l_1 = r\beta \cos \alpha \\ d_2 = l - l_2 = r\beta \cos(-\alpha + \theta) \\ d_3 = l - l_3 = r\beta \cos(\alpha + \theta) \end{cases} \quad (4)$$

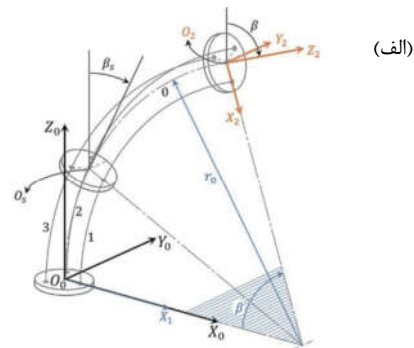
که در آن $\theta = 2\pi/3$ است.

۳-۱- شبیه‌سازی سینماتیکی ربات پیوسته

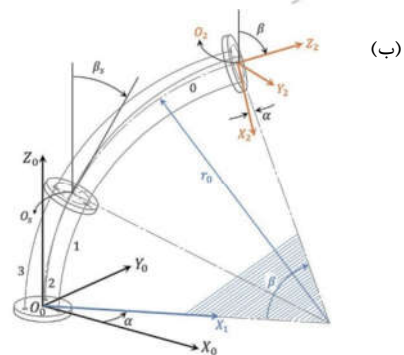
شعاع انحنای هر بخش از یک ربات پیوسته نرم با توجه به زاویه‌ی انحنای خمش بدست می‌آید. با در نظر گرفتن فاصله‌ی بین هر دو دیسک h و تعداد دیسک‌ها n ، طول قوس میانی هر بخش از ربات نرم به راحتی بدست می‌آید. با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی و سینماتیکی برای هر بخش از یک ربات نرم پیوسته سه بخشی مطابق با جدول ۱، شکل ۴ ایجاد می‌شود.

پیوسته ثابت باشد، معادلات سینماتیک را به طور قابل توجهی ساده می‌کند. تحت این فرض، می‌توان معادلات سینماتیک را بر اساس پارامترهای هندسی که شکل و پیکربندی ربات را تعریف می‌کنند، استخراج کرد.

شکل ۲ ساختار یک بخش از ربات پیوسته را نشان می‌دهد. بدون شک با تحلیل حرکت برای یک بخش از ربات می‌توان هر کدام از بخش‌ها را به صورت مستقل کنترل کرد و پیکربندی دلخواهی را برای ربات پیوسته ایجاد کرد. شکل ۲- الف صفحه‌ی عبوری از مثلث CO_0O_2 صفحه خم شدن ربات را نشان می‌دهد که به واسطه کشیدن سیم شماره ۱ ایجاد شده است. با کشیدن همزمان سیم‌های ۱ و ۲ به اندازه‌های دلخواه صفحه خمش بین سیم‌های ۱ و ۲ ایجاد می‌گردد که در شکل ۲- ب با صفحه CO_0O_2 نشان داده شده است. دستگاه $\{X_0 Y_0 Z_0\}$ دستگاه ثابتی است که مبدأ آن در مرکز دیسک و محور X آن از اولین سیم عبور می‌کند. محور Z این دستگاه عمود بر دیسک می‌باشد. زاویه α زاویه صفحه خمش با صفحه $X_0 Z_0$ را نشان می‌دهد. زاویه β نیز مقدار خم شدگی هر بخش را نشان می‌دهد. دستگاه $\{X_2 Y_2 Z_2\}$ دستگاه متصل به دیسک آخر هر بخش است که محور Z این دستگاه با راستای عمود همان زاویه β را نشان می‌دهد. شعاع انحنای بخش خم شده است و r فاصله هر یک از سیم‌ها از مرکز هر دیسک می‌باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۲- دستگاه‌های مختصات و پارامترهای هندسی معرفی شده

در ربات نرم پیوسته

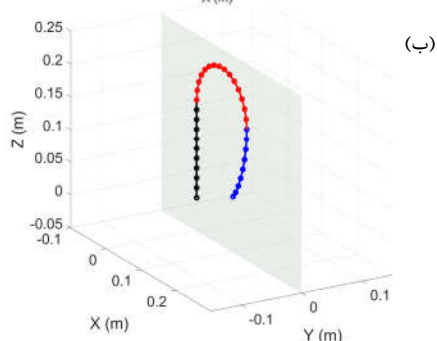
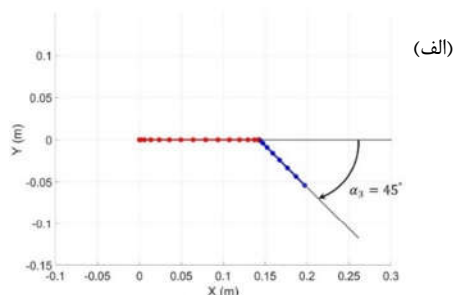
(الف) زاویه صفحه خمش برابر 0° (ب) زاویه صفحه خمش برابر α

ماتریس دوران بین دو دستگاه $\{X_0 Y_0 Z_0\}$ و $\{X_2 Y_2 Z_2\}$ با R نمایش داده می‌شود که از سه دوران متوالی به اندازه‌ی α ، β و $-\alpha$ تشکیل شده است. لذا ماتریس دوران R برابر است با،

جدول ۱- مشخصات سینماتیکی هر یک از اجزای ربات پیوسته برای

شبیه‌سازی سینماتیکی اول

بخش	اول	دوم	سوم
تعداد دیسک n	۱۰	۱۵	۸
فاصله بین دو دیسک h (mm)	۱۵	۱۵	۱۰
طول قوس میانی l (mm)	۱۵۰	۲۲۵	۸۰
زاویه خمش β (°)	۳۰	۱۸۰	-۶۰
زاویه صفحه خمش α (°)	۰	۰	۰



شکل ۵- طرحواره ربات پیوسته چند بخشی

برای شبیه‌سازی دوم

(الف) نمای صفحه XY (ب) نمای ایزومتریک

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که بخش اول و دوم در یک صفحه و بخش سوم خارج از صفحه قرار دارد. در واقع با توجه به زاویه صفحات خمش مشخص است که برای بخش سوم سیم‌های شماره ۱ و ۲ با مقادیر متفاوت کشیده شده‌اند.

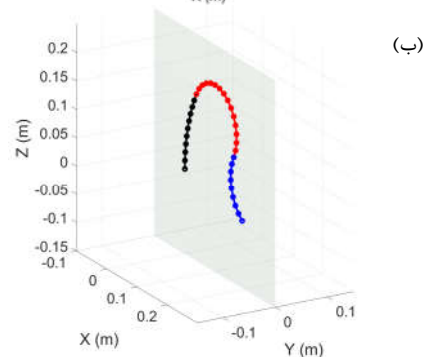
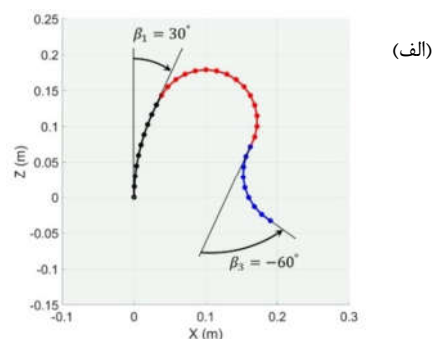
برای بدست آوردن معادلات دینامیک به روش لاگرانژ بدست آوردن معادلات سرعت هر بخش از ربات ضروری به نظر می‌رسد. به همین منظور با مشتق‌گیری از روابط (۳) نسبت به زمان سرعت مختصات نقطه O_s با استفاده از روابط زیر بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{1}{\beta} \left(s \sin \frac{s\beta}{l} \cos \alpha - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \alpha \right) \dot{\beta} \\ &\quad - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \alpha \dot{\alpha} \\ \dot{y} &= \frac{1}{\beta} \left(s \sin \frac{s\beta}{l} \sin \alpha - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \alpha \right) \dot{\beta} \\ &\quad + \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \alpha \dot{\alpha} \\ \dot{z} &= \frac{1}{\beta} \left(s \cos \frac{s\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{s\beta}{l} \right) \dot{\beta}\end{aligned}\quad (5)$$

۴- دینامیک ربات پیوسته

مدلسازی دینامیک ربات‌های نرم پیوسته با استفاده از روش لاگرانژ به دلیل ساختار پیوسته و تغییر شکل‌پذیر این ربات‌ها، رویکرد مناسبی محسوب می‌شود. در این روش با تحلیل انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم معادلات حرکت حاکم بر رفتار دینامیکی ربات استخراج می‌گردد. اگر سطح مقطع سیم ۰ را برابر A_0 و چگالی جرمی بر واحد طول آن را برابر ρ_0 در نظر بگیریم در نتیجه انرژی جنبشی آن برابر است با،

$$K_0 = \frac{1}{2} \int_0^l (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \rho_0 A_0 ds \quad (6)$$



شکل ۴- طرحواره ربات پیوسته چند بخشی

برای شبیه‌سازی اول

(الف) نمای صفحه XZ (ب) نمای ایزومتریک

همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود به دلیل آنکه زاویه صفحه خمش در هر سه بخش از ربات برابر 0° است لذا تمامی بخش‌های ربات در یک صفحه قرار گرفته‌اند. در واقع در این پیکربندی فقط سیم شماره ۱ هر بخش کشیده شده است.

هر یک از بخش‌های ربات می‌تواند به صورت جداگانه زاویه صفحه خمشی جداگانه داشته باشد. به عنوان مثال با در نظر گرفتن مقادیر سینماتیکی برای ربات نرم پیوسته مطابق با جدول ۲، شکل ۵ ایجاد می‌گردد.

جدول ۲- مشخصات سینماتیکی هر یک از اجزای ربات پیوسته برای

شبیه‌سازی سینماتیکی اول

بخش	اول	دوم	سوم
تعداد دیسک n	۱۰	۱۵	۸
فاصله بین دو دیسک h (mm)	۱۵	۱۵	۱۰
طول قوس میانی l (mm)	۱۵۰	۲۲۵	۸۰
زاویه خمش β (°)	۰	۱۸۰	-۶۰
زاویه صفحه خمش α (°)	۱۰	۰	۴۵

$$F_6 = \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{\beta^2} \left(k^2 h^2 \sin^2 \frac{kh\beta}{l} + \frac{l^2}{\beta^2} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right)^2 - \frac{2khl}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \right) \frac{1}{\beta^2} \left(kh \cos \frac{kh\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \right)^2 \right] \quad (18)$$

$$F_7 = \sum_{k=1}^n \left[\frac{l^2}{\beta^2} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right)^2 \right] \quad (19)$$

اگر جرم سیم 0 یعنی m_0 و جرم هر یک از سیم‌های ۱ الی ۳ یعنی m برابر هم در نظر گرفته شود و با m_c نمایش داده شود، انرژی جنبشی تمامی سیم‌ها و دیسک‌های بخش اول ربات نرم پیوسته برابر است با،

$$K_T = K_0 + K_{1-3} + K_d \\ = \frac{1}{6} (4m_c l^2 F_1 + 3m_c F_3 + 3m_d F_6) \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} (m_c l^2 F_2 + m_c F_5 + m_d F_7) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_c F_4 \dot{\beta} \dot{\alpha} \quad (20)$$

با افزایش زاویه خمشی (β) مقادیر انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل کشسانی تغییر می‌کنند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش β ، سهم انرژی پتانسیل کشسانی به طور قابل توجهی نسبت به انرژی پتانسیل گرانشی غالب می‌شود. بنابراین، می‌توان اثر انرژی گرانشی را در محاسبات نادیده گرفت. در نتیجه مقدار انرژی پتانسیل بخش اول ربات پیوسته به ازای چهار سیم موجود برابر است با،

$$U_T = 4 \int_0^l \frac{1}{2} EI \left(\frac{d\beta_s}{ds} \right)^2 ds = 4 \int_0^l \frac{1}{2} EI \left(\frac{\beta}{l} \right)^2 ds \\ = 2 \frac{EI}{l} \beta^2 \quad (21)$$

که در آن E مدول الاستیسیته و I ممان اینرسی سطحی مقطع هر یک از سیم‌ها می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات حرکت سیستم به روش لاگرانژ، ابتدا باید لاگرانژی سیستم را تعیین نمود. اگر انرژی جنبشی یک سیستم با K_T و انرژی پتانسیل آن با U_T نمایش داده شود، لاگرانژی سیستم یعنی $\mathcal{L}$ برابر است با،

$$\mathcal{L} = K_T - U_T \quad (22)$$

با داشتن لاگرانژی سیستم و انتخاب q_j به عنوان مختصات تعمیم یافته $\mathcal{L}$ سیستم، معادلات حرکت سیستم در صورتی که تعداد درجات آزادی آن با تعداد مختصات تعمیم یافته برابر باشند، از رابطه زیر محاسبه می‌شوند،

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_j; \quad j = 1, 2 \quad (23)$$

که در آن Q_j نیروی تعمیم یافته متناظر با مختصه تعمیم یافته $\mathcal{L}$ است و با توجه به کار مجازی انجام شده توسط نیروهای غیر پایستار موثر بر سیستم شناسایی و به صورت زیر تعریف می‌شود،

با جایگذاری معادلات (۵) و گرفتن انتگرال، مقدار انرژی جنبشی سیم 0 برابر است با،

$$K_0 = \frac{1}{6} m_0 l^2 F_1 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{8} m_0 l^2 F_2 \dot{\alpha}^2 \quad (7)$$

که در آن $m_0 = \rho_0 A_0 l$ برابر جرم سیم 0 می‌باشد و هر یک از مقادیر F_1 و F_2 برابر است با،

$$F_1 = \frac{1}{\beta^5} (\beta^3 + 6\beta - 12 \sin \beta + 6\beta \cos \beta) \quad (8)$$

$$F_2 = \frac{1}{\beta^3} (6\beta - 8 \sin \beta + \sin 2\beta) \quad (9)$$

انرژی جنبشی سیم‌های ۱ الی ۳ دارای دو بخش است و برابر است با،

$$K_{1-3} = K_{1-3}^{(1)} + K_{1-3}^{(2)} \quad (10)$$

که در آن $K_{1-3}^{(1)}$ بخش اول انرژی جنبشی است و با ۳ برابر انرژی جنبشی سیم 0 برابر است و $K_{1-3}^{(2)}$ بخش دوم انرژی جنبشی است که ناشی از به حرکت در آوردن سیم‌ها و کشیدن آن‌ها می‌باشد.

مقدار انرژی جنبشی $K_{1-3}^{(2)}$ با توجه به مقدار سرعت $\dot{d}_i$ برابر رابطه زیر است،

$$K_{1-3}^{(2)} = \frac{1}{2} m (F_3 \dot{\beta}^2 + F_4 \dot{\beta} \dot{\alpha} + F_5 \dot{\alpha}^2) \quad (11)$$

که در آن هر یک از مقادیر F_3 ، F_4 و F_5 برابر مقدار زیر است،

$$F_3 = r^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 (-\alpha + \theta) + \cos^2 (\alpha + \theta)) \quad (12)$$

$$F_4 = r^2 \beta (-\sin 2\alpha + \sin 2(-\alpha + \theta) - \sin 2(\alpha + \theta)) \quad (13)$$

$$F_5 = r^2 \beta^2 (\sin^2 \alpha + \sin^2 (-\alpha + \theta) + \sin^2 (\alpha + \theta)) \quad (14)$$

با جایگذاری مقادیر محاسبه شده انرژی جنبشی سیم‌های ۱ الی ۳ برابر است با،

$$K_{1-3} = \frac{1}{2} m (l^2 F_1 + F_3) \dot{\beta}^2 + \frac{1}{8} m (3l^2 F_2 + 4F_5) \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m F_4 \dot{\beta} \dot{\alpha} \quad (15)$$

دیسک‌های میانی و دیسک‌های ابتدایی و انتهایی نیز دارای انرژی جنبشی هستند. اگر دیسک‌ها در فاصله‌های برابر با طول کمان h قرار گیرند طول کمان از دیسک ابتدایی تا دیسک میانی از رابطه $s = kh$ بدست می‌آید که در آن $k = 1, 2, \dots, n$ شمارنده دیسک‌های میانی است. با در نظر گرفتن رابطه (۲) بجای s می‌توان مقدار kh را جایگذاری کرد تا موقعیت مکانی دیسک میانی را به صورت زیر بدست آورد،

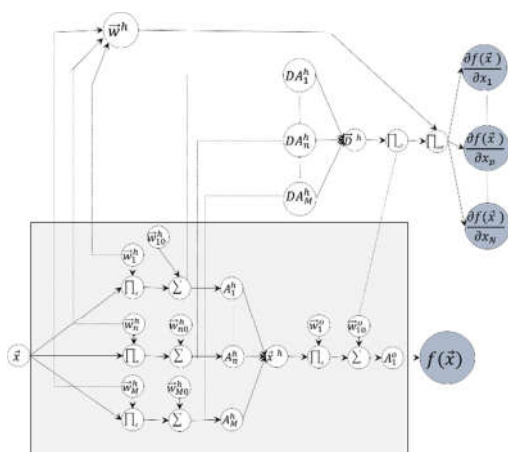
$$\dot{x}_d = \frac{1}{\beta} \left(kh \sin \frac{kh\beta}{l} \cos \alpha - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \alpha \right) \dot{\beta} - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \alpha \dot{\alpha} \\ \dot{y}_d = \frac{1}{\beta} \left(kh \sin \frac{kh\beta}{l} \sin \alpha - \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \alpha \right) \dot{\beta} + \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (16)$$

$$\dot{z}_d = \frac{1}{\beta} \left(kh \cos \frac{kh\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \right) \dot{\beta}$$

اگر هر یک از دیسک‌ها به صورت ذره با جرم m_d در نظر گرفته شود، انرژی جنبشی تمامی دیسک‌ها K_d از رابطه زیر محاسبه می‌شود،

$$K_d = \frac{1}{2} m_d F_6 \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_d F_7 \dot{\alpha}^2 \quad (17)$$

که در آن،



شکل ۶- شبکه عصبی MLPANN برای پیش بینی تابع و مشتق اول تابع

مشتق دوم تابع را نیز می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود،

$$\frac{\partial^2 f(\vec{x})}{\partial x_i \partial x_k} = \sum_{j=1}^M w_{1j}^o \bar{w}_{ji}^h \bar{w}_{jk}^h DA_j^h(\vec{x}^T \bar{w}_j^h) [1 - 2A_j^h(\vec{x}^T \bar{w}_j^h)], i, k = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M \quad (32)$$

بنابراین با بکارگیری تابع فعالیت (۲۹) و مشتقاتش (استفاده از معادلات ۳۰ الی ۳۲) یک تابع پیچیده و مشتقاتش قابل پیش‌بینی می‌شوند. در این مقاله برای پیدا کردن وزن‌های مناسب از الگوریتم لونیگ-مارکواریت^۲ برای آموزش شبکه عصبی استفاده می‌شود. برای شبیه‌سازی شبکه عصبی از نرم‌افزار MATLAB 2018 استفاده شده است. پارامترهای شبکه عصبی در جدول ۳ خلاصه شده است. برای جمع‌آوری داده‌ها، معادلات F_1 و F_2 و همچنین F_6 و F_7 برای ۱۰۰۰ عدد β مختلف حل گردید. سپس این مقادیر β به عنوان ورودی و جواب معادلات به عنوان خروجی شبکه عصبی در نظر گرفته شده است. مطالعه حاضر از سیستم با مشخصات CPU Intel® Core i5-3570 @ 3.40 GHz یا ۳.۸۰ GHz، با سیستم عامل ویندوز و کارت گرافیک GTX 1080، استفاده کرده است. برای مدلسازی شبکه عصبی از ۷۰٪ داده‌ها برای آموزش و از ۳۰٪ باقیمانده برای اعتبارسنجی و آزمایش مدل استفاده شده است.

جدول ۳- پارامترهای شبکه عصبی آموزش داده شده

مدل و یا نوع شبکه	پرسپترون چند لایه
تعداد لایه های مخفی	۱
روش آموزش	الگوریتم لونیگ-مارکواریت
ضریب یادگیری	۰,۱
مومنتم	۰,۹
تعداد نرون در لایه مخفی	۱۵
توابع فعالیت	[Sigmoid, ReLU]
تعداد دوره	۱۰۰۰

$$Q_j = \frac{\partial \delta \bar{W}}{\partial \delta q_j} \quad (24)$$

که در آن $\delta \bar{q}_j$ جابجایی مجازی مختصات تعمیم یافته $\bar{q}$ و $\delta \bar{W}$ کار مجازی را نشان می‌دهد. از آنجایی که ربات دارای ۲ درجه آزادی است، موقعیت ربات پیوسته با دو نیروی محرک تعیین می‌شود. لذا $\delta \bar{W}$ از رابطه زیر بدست می‌آید،

$$\delta \bar{W} = F_1 \delta d_1 + F_2 \delta d_2 \quad (25)$$

که در آن،

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{\partial \delta \bar{W}}{\partial \beta} = F_1 \frac{\partial d_1}{\partial \beta} + F_2 \frac{\partial d_2}{\partial \beta} \\ Q_2 = \frac{\partial \delta \bar{W}}{\partial \alpha} = F_1 \frac{\partial d_1}{\partial \alpha} + F_2 \frac{\partial d_2}{\partial \alpha} \end{cases} \quad (26)$$

با توجه به معادلات (۴) مقادیر مشتقات d_1 و d_2 نسبت به مختصات تعمیم یافته به راحتی بدست می‌آید و در نتیجه مقادیر Q_1 و Q_2 محاسبه می‌شود.

۵- تقریب معادلات و مشتقات معادلات F_i با استفاده از شبکه عصبی

هر یک از معادلات F_1 الی F_3 و همچنین F_6 و F_7 معادلات غیر خطی بر حسب β هستند که بدون شک مشتقات آن‌ها در معادلات لاگرانژ تحلیل معادلات را بسیار پیچیده می‌کند. توانایی شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه (MLPANN)^۱ برای تقریب توابع توسط مقالات و افراد زیادی مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این مقاله با استفاده از روش ارائه شده در مقاله [۲۵] همزمان معادلات و مشتقات معادلات پیش‌بینی می‌گردد، چرا که مشتق‌گیری معادلات مرتبط با F_i ها بسیار پیچیده خواهد بود. شکل ۶ یک شبکه عصبی سه لایه برای تقریب معادله و مشتق اول را نشان می‌دهد. به همین ترتیب می‌توان مشتقات مرتبه بالاتر را نیز محاسبه نمود. در این مقاله از توابع سیگموئیدی و مشتقاتش به ترتیب برای پیش‌بینی تابع و مشتقات تابع استفاده می‌شود. به عبارت دیگر خواهیم داشت،

$$A_n^h(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (27)$$

$$DA_n^h(x) = \frac{dA_n^h(x)}{dx} = A_n^h(x)[1 - A_n^h(x)] \quad (28)$$

بنابراین اگر یک ورودی به صورت $\vec{x} \in \mathbb{R}^N$ داشته باشیم، معادله

پیش‌بینی شده به صورت زیر خواهد بود،

$$f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^M w_{1j}^o A_j^h(\vec{x}^T \bar{w}_j^h) \quad (29)$$

همچنین مشتق اول به صورت زیر بدست می‌آید،

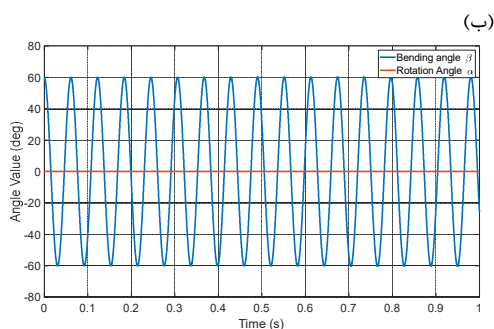
$$\frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^M w_{1j}^o \bar{w}_{ji}^h DA_j^h(\vec{x}^T \bar{w}_j^h), i = 1, \dots, N \quad (30)$$

که در آن M تعداد نرون‌های لایه مخفی و بردار وزن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

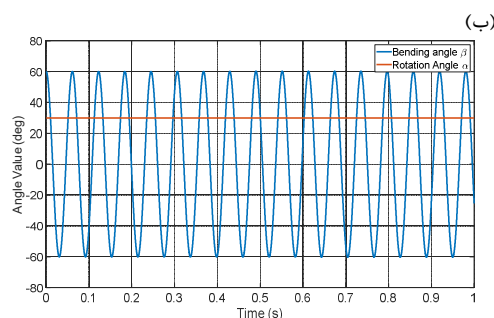
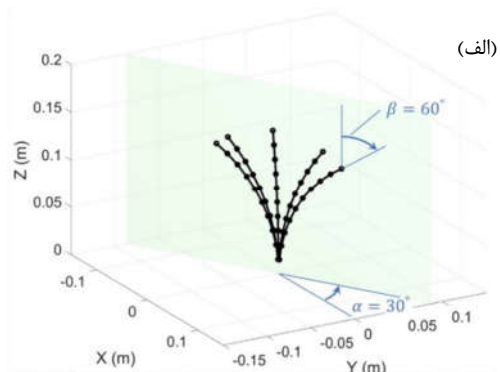
$$\vec{W} = [w_{10}^h, \bar{w}_1^{hT}, \dots, w_{M0}^h, \bar{w}_M^{hT}, w_{10}^o, \bar{w}_1^{oT}] \quad (31)$$

² Levenberg-Marquardt Algorithm

¹ Multilayer Perceptron Artificial Neural Network



شکل ۷- نوسانات ربات پیوسته در صفحه خمش $\alpha = 0^\circ$
(الف) شکل حرکتی ربات (ب) نمودار مقادیر α و β



شکل ۸- نوسانات ربات پیوسته در صفحه خمش $\alpha = 30^\circ$
(الف) شکل حرکتی ربات (ب) نمودار مقادیر α و β

در شبیه‌سازی سوم در نظر داریم نیروی کنترلی سیم انعطاف‌پذیر شماره ۱ چنان بدست آید که دیسک انتهایی در مدت زمان ۳ ثانیه به مقدار 30° خم گردد. از آنجایی که قرار است فقط سیم انعطاف‌پذیر ۱ مورد تحریک قرار گیرد لذا صفحه خمش در راستای سیم انعطاف‌پذیر ۱ خواهد شد و مقدار $\alpha = 0^\circ$ می‌باشد. شکل ۹-الف مقدار خم شدگی ربات نرم پیوسته و همچنین صفحه خمش را بر حسب زمان نشان می‌دهد. شکل ۹-ب مقدار افزایش طول و یا کاهش طول هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر را نسبت به طول سیم میانی را نشان می‌دهد.

۶- شبیه‌سازی حرکت ربات پیوسته

۶-۱- نتایج شبیه‌سازی استاتیکی و دینامیکی

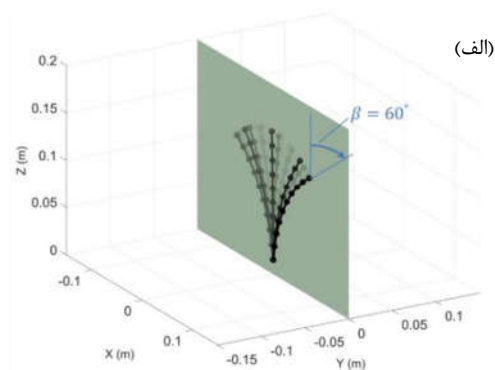
به منظور ایجاد مدلی از ربات بر اساس معادلات سینماتیکی و دینامیکی فوق، شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB انجام می‌گیرد. اهداف اولیه شبیه‌سازی تجسم حرکت ربات و چگونگی شکل گرفتن هر بخش از ربات است. در این بخش حرکت یک بخش از ربات مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. به منظور ایجاد شبیه‌سازی برای یک بخش از ربات پیوسته تعداد دیسک‌ها برابر ۱۰ در نظر گرفته شده است. در جدول ۴ مشخصات سینماتیکی و دینامیکی اعضای ربات نرم پیوسته آورده شده است.

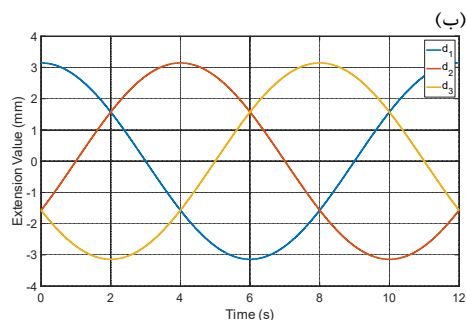
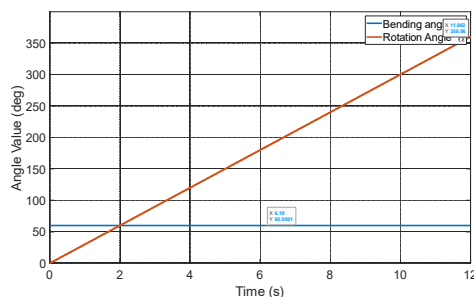
جدول ۴- مشخصات سینماتیکی و دینامیکی هر یک از

اجزای ربات پیوسته

مقدار	نماد	مشخصه‌ی اجزای ربات
۰/۸۵ گرم	m_d	جرم هر دیسک
۱/۰۹ گرم	m_c	جرم هر سیم انعطاف‌پذیر
۱۰ عدد	n	تعداد دیسک‌ها
۱۵۰ میلیمتر	l	طول سیم انعطاف‌پذیر میانی
۳ میلیمتر	r	فاصله هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر تا مرکز دیسک
۱۵ میلیمتر	h	فاصله بین هر دو دیسک
۶۵ گیگاپاسکال	E	مدول یانگ سیم‌های انعطاف‌پذیر
۰/۱ (میلیمتر) ^۴	I	ممان اینرسی سطح هر سیم انعطاف‌پذیر

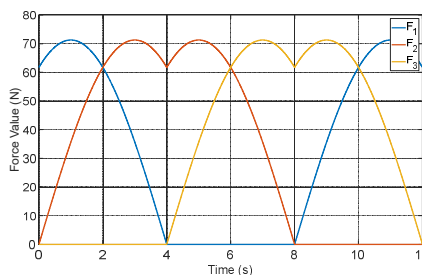
در شبیه‌سازی اول، دیسک انتهایی به مقدار 60° در صفحه‌ای که $\alpha = 0^\circ$ است، خم می‌گردد و سپس رها می‌شود. در این شبیه‌سازی نیروهای کنترلی سیم‌های انعطاف‌پذیر منظور نمی‌گردد و قرار است ارتعاشات آزاد ربات نرم پیوسته ارزیابی گردد. شکل ۷-الف حرکت این ربات پیوسته را نشان می‌دهد و شکل ۷-ب نمودار نوسانات دیسک انتهایی ربات پیوسته را در بازه‌ی $\pm 60^\circ$ نمایش می‌دهد. شکل ۸-الف و ۸-ب نیز به ازای خم شدن دیسک انتهایی برابر 120° و سپس رها شدن ربات نرم پیوسته را در صفحه خمش $\alpha = 30^\circ$ نشان می‌دهد.





شکل ۱۱- (الف) مقادیر خم شدن ربات پیوسته و صفحه خمش بر حسب زمان (ب) مقدار افزایش و یا کاهش طول هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر نسبت به طول میانی سیم انعطاف‌پذیر

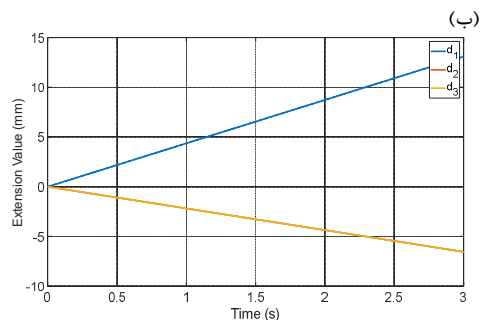
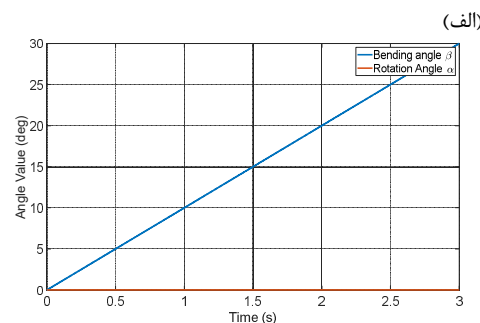
از آنجا که قرار است صفحه خمش هر لحظه تغییر کند لذا نیروهای کنترلی سیم‌های انعطاف‌پذیر ۱ الی ۳ می‌بایست به طور منظمی همواره فعال شوند. شکل زیر مقادیر نیروهای کنترلی هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود به ازای هر 120° دوران در صفحه خمش فقط دو نیروی کنترلی سیم‌های انعطاف‌پذیر فعال هستند و نیروی کنترلی سیم سومی عملاً برابر صفر می‌باشد.



شکل ۱۲- مقدار نیروی کنترلی هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر

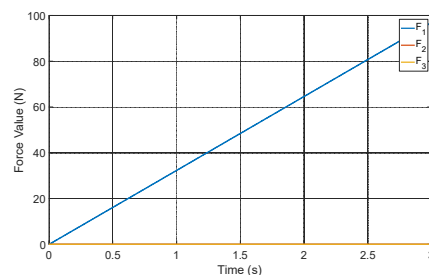
۲-۶- مقایسه عملکرد شبکه عصبی با شبکه عصبی تابع پایه شعاعی^۱

در این بخش مقایسه عملکرد سه روش شبکه عصبی MLPANN، شبکه عصبی تابع پایه شعاعی (RBF) با کرنل‌های خطی و مرتبه دوم بررسی شده است. همانطور که در جدول ۵ مشخص است روش MLPANN نسبت به روش RBF با کرنل خطی و مرتبه دوم حدود ۵



شکل ۹- (الف) مقادیر خم شدن ربات پیوسته و صفحه خمش بر حسب زمان (ب) مقدار افزایش و یا کاهش طول هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر نسبت به طول میانی سیم انعطاف‌پذیر

با در نظر گرفتن چنین نموداری برای خم شدن ربات پیوسته، مقادیر نیروهای کنترلی هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر مطابق با روابط دینامیک بدست می‌آید که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- مقدار نیروی کنترلی هر یک از سیم‌های انعطاف‌پذیر

طبق نمودار مشاهده می‌شود از آنجایی که صفحه خمش برابر $\alpha = 0^\circ$ می‌باشد لذا نیروی کنترلی در راستای سیم ۲ و ۳ برابر صفر است و می‌بایست فقط در راستای سیم ۱ نیرو اعمال کرد.

در شبیه‌سازی چهارم در نظر داریم مقدار خم شدگی ربات در مدت زمان ۴ ثانیه ثابت بماند و برابر 60° باشد در صورتیکه صفحه خمش ربات در مدت زمان ۴ ثانیه از مقدار 0° به مقدار 360° برسد. شکل زیر تغییرات این درجات آزادی را برای ربات پیوسته و همچنین میزان افزایش و یا کاهش طول هر یک از سیم‌ها نسبت به سیم میانی را نشان می‌دهد.

¹ Radial Basis Function

توجه به این نتایج، در این مقاله برای پیش‌بینی مشتق‌گیری توابع معادلات F_1 و F_2 و همچنین F_6 و F_7 از روش MLPANN استفاده شد.

درصد بهبود یافته است. همچنین مدت زمان اجرا برای شبکه عصبی MLPANN نسبت به دو روش دیگر تقریباً ۲۳ درصد کمتر است. با

جدول ۵- عملکرد شبکه عصبی MLPANN و شبکه عصبی RBF

پارامتر	شبکه عصبی MLPANN				شبکه عصبی RBF با کرنل خطی				شبکه عصبی RBF با کرنل مرتبه دو			
	مرحله آموزش		مرحله صحت سنجی		مرحله آموزش		مرحله صحت سنجی		مرحله آموزش		مرحله صحت سنجی	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
F1	0.9989	0.0163	0.9991	0.0213	0.987	0.0572	0.963	0.199	0.972	0.159	0.968	0.049
F2	0.9991	0.0164	0.9991	0.0154	0.987	0.0572	0.963	0.199	0.987	0.157	0.966	0.024
F3	0.9991	0.0164	0.9991	0.0164	0.987	0.0572	0.963	0.199	0.966	0.172	0.985	0.036
F6	0.9987	0.0154	0.9987	0.0154	0.987	0.0572	0.963	0.199	0.985	0.191	0.969	0.035
F7	0.9965	0.0172	0.9965	0.0172	0.987	0.0572	0.963	0.199	0.975	0.166	0.970	0.046

۷- نتیجه‌گیری

ربات‌های نرم پیوسته به واسطه‌ی انعطاف‌پذیری ذاتی و درجات آزادی بالا، رفتارهای دینامیکی پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند که این امر فرآیند مدل‌سازی و طراحی کنترل را با چالش‌های قابل توجهی مواجه می‌کند. در این پژوهش، یک رویکرد نوآورانه برای تحلیل سینماتیک و دینامیک ربات‌های پیوسته چندبخشی با بهره‌گیری از شبکه‌های عصبی ارائه شده است. رویکرد پیشنهادی با ساده‌سازی معادلات حاکم بر این سیستم‌ها، امکان تحلیل کارآمدتر را فراهم می‌آورد. برای تحلیل دینامیکی، از روش لاگرانژ استفاده شده است، بطوری که شبکه‌های عصبی برای تخمین توابع لاگرانژی و مشتقات آن به کار گرفته شده‌اند. این تکنیک نه تنها پیچیدگی محاسبات را کاهش می‌دهد، بلکه به سرعت بالاتر در مدل‌سازی دینامیک منجر می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که ترکیب معادلات سینماتیک و دینامیک با قابلیت‌های یادگیری شبکه‌های عصبی، مدل‌سازی و پیاده‌سازی این دسته از ربات‌های نرم را به مراتب ساده‌تر و عملی‌تر می‌سازد. با این حال، پژوهش حاضر محدودیت‌هایی دارد که زمینه‌هایی برای تحقیقات آینده ایجاد می‌کنند. از جمله می‌توان به عدم در نظر گرفتن اثرات اصطکاک و عوامل محیطی اشاره کرد که در کاربردهای عملی می‌توانند تأثیر قابل توجهی داشته باشند. همچنین، مقایسه‌ی سیستماتیک با دیگر روش‌های تقریب تابع و بهینه‌سازی معماری شبکه عصبی می‌تواند به بهبود بیشتر مدل بینجامد. این موارد به همراه توسعه‌ی چارچوب کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل پیشنهادی، مسیرهای پژوهشی ارزشمندی برای کارهای آینده محسوب می‌شوند. با این وجود، روش ارائه‌شده گام مؤثری در جهت تسهیل مدل‌سازی و کنترل ربات‌های نرم پیوسته محسوب می‌شود.

۸- مراجع

- [1] Russo M, Sadati SM, Dong X, Mohammad A, Walker ID, Bergeles C, Xu K, Axinte DA. Continuum robots: An overview. *Advanced Intelligent Systems*. 2023 May;5(5):2200367.
- [2] Armanini C, Boyer F, Mathew AT, Duriez C, Renda F. Soft robots modeling: A structured overview. *IEEE Transactions on Robotics*. 2023 Jan 6;39(3):1728-48.
- [3] Das R, Babu SP, Visentin F, Palagi S, Mazzolai B. An earthworm-like modular soft robot for locomotion in multi-terrain environments. *Scientific Reports*. 2023 Jan 28;13(1):1571.
- [4] Hashem R, Kazemi S, Stommel M, Cheng LK, Xu W. SoRSS: A soft robot for bio-mimicking stomach anatomy and motility. *Soft robotics*. 2023 Jun 1;10(3):504-16.
- [5] Rogatinsky J, Recco D, Feichtmeier J, Kang Y, Kneier N, Hammer P, O'Leary E, Mah D, Hoganson D, Vasilyev NV, Ranzani T. A multifunctional soft robot for cardiac interventions. *Science Advances*. 2023 Oct 25;9(43):eadi5559.
- [6] Jones BA, Walker ID. Kinematics for multisection continuum robots. *IEEE Transactions on Robotics*. 2006 Feb 6;22(1):43-55.
- [7] Camarillo DB, Milne CF, Carlson CR, Zinn MR, Salisbury JK. Mechanics modeling of tendon-driven continuum manipulators. *IEEE transactions on robotics*. 2008 Oct 28;24(6):1262-73.
- [8] Webster RJ, Romano JM, Cowan NJ. Mechanics of precurved-tube continuum robots. *IEEE transactions on robotics*. 2010 Nov 11;25(1):67-78.
- [9] Walker ID. Continuous backbone "continuum" robot manipulators," *ISRN Robotics*, vol. 2013. Article ID. 2013;726506:19.
- [10] Xu K, Simaan N. Analytic formulation for kinematics, statics, and shape restoration of multibackbone continuum robots via elliptic integrals. *Journal of Mechanisms and Robotics*. 2010 Feb; 2(1):011006
- [11] Jung J, Penning RS, Ferrier NJ, Zinn MR. A modeling approach for continuum robotic manipulators: Effects of nonlinear internal device friction. In 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2011 Sep 25 (pp. 5139-5146). IEEE.
- [12] Trivedi D, Lotfi A, Rahn CD. Geometrically exact models for soft robotic manipulators. *IEEE Transactions on Robotics*. 2008 Jul 15;24(4):773-80.
- [13] Renda F, Cianchetti M, Giorelli M, Arienti A, Laschi C. A 3D steady-state model of a tendon-driven continuum soft manipulator inspired by the octopus arm. *Bioinspiration & biomimetics*. 2012 May 22;7(2):025006.
- [14] Shen W, Yang G, Zheng T, Wang Y, Yang K, Fang Z. An accuracy enhancement method for a cable-driven continuum robot with a flexible backbone. *IEEE Access*. 2020 Feb 19;8:37474-81.
- [15] دهقانی ر، مدل‌سازی رفتار دینامیکی یک ربات نرم مجهز به محرک الکترومغناطیسی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۴. د. ۵۵، ش. ۱، ص ۱۳۵-۱۴۴.
- [۱۶] توکلی س، دهقانی ر، کارآموز راوری، م، کنترل مقاوم مبتنی بر شبکه عصبی شعاعی و تابع تصویر یک ربات پیوسته مجهز به محرک‌های کابلی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۰. د. ۵۱، ش. ۳، ص ۱۷-۲۴.
- [17] Chirikjian GS. Hyper-redundant manipulator dynamics: A continuum approximation. *Advanced Robotics*. 1994 Jan 1;9(3):217-43.
- [18] Amouri A, Zaatri A, Mahfoudi C. Dynamic modeling of a class of continuum manipulators in fixed orientation. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2018 Sep;91(3):413-24.

- [۱۹] مسلمینی ن، دهقانی ر، کارآموز راوری، م، مدل‌سازی میکروروبات نرم مجهز به محرک الیاز حافظه‌دار و بررسی تاثیر جریان الکتریکی و سرعت سیال خنک کننده بر رفتار دینامیکی آن. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۱، د. ۵۲، ش. ۲، ص ۱۵۳-۱۶۲.
- [20] Rone, W.S. and P. Ben-Tzvi, Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power. *IEEE Transactions on Robotics*, 2013. 30(1): p. 275-287.
- [21] Rone WS, Ben-Tzvi P. Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power. *IEEE Transactions on Robotics*. 2013 Sep 27;30(1):275-87.
- [22] He B, Wang Z, Li Q, Xie H, Shen R. An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2013 Jan 31;10(1):84.
- [23] Modassir Firdaus, M., Dilip Paranjape, O. and Vadali, M., 2024. Finite element method-based dynamic modeling framework for flexible continuum manipulators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 16(10), p.101013.
- [24] Zheng X, Yang T, Zhu X, Chen Z, Wang X, Liang B. Dynamic modeling and experimental verification of a cable-driven continuum manipulator with cable-constrained synchronous rotating mechanisms. *Nonlinear Dynamics*. 2022 Jan;107(1):153-72.
- [25] Nguyen-Thien T, Tran-Cong T. Approximation of functions and their derivatives: A neural network implementation with applications. *Applied Mathematical Modelling*. 1999 Sep 1;23(9):687-704.