

تحلیل اثر انحراف‌های ابعادی بر نیروها و گشتاورهای نامتعادل دینامیکی موتور درون‌سوز چهار سیلندر

محمدحسین سیروسی

پژوهش‌یار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بزرگمهر قائنات، قائن، ایران
کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران، mh.sirousi@aut.ac.ir

مریم قصاب‌زاده سربیدی*

استادیار، پژوهشکده فناوری‌های مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران،
mghsaryazdi@aut.ac.ir

چکیده

در پژوهش حاضر، تأثیر رواداری‌های ابعادی اجزای یک موتور درون‌سوز چهار سیلندر به‌عنوان یک عامل مهم در تعادل دینامیکی موتور، بررسی می‌گردد و در تحلیل رواداری، نیرو و گشتاورهای نامتعادل روی این سازوکار در نظر گرفته می‌شود. در مطالعه موردی، برای یک موتور درون‌سوز تحلیل‌های دینامیکی انجام و بازه رواداری‌های خروجی نیرو و گشتاورهای نامتعادل با استفاده از سه روش مونت کارلو، ریشه مجموع مربعات و روش بدترین حالت به‌دست می‌آید. در انتها برای صحت سنجی، نتایج حاصل از این سه روش با هم مقایسه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد در صورتیکه رواداری‌ها در محدوده مجاز باشند، تغییرات پارامترها تأثیر قابل‌توجهی بر میزان عدم تعادل سازوکار ندارد. از روش محافظه‌کارانه بدترین حالت، حداکثر اختلاف نیرو و گشتاور با مقادیر نامی به ترتیب ۴۲ نیوتن (۰/۳۳ درصد) و ۴/۵۵ نیوتن‌متر (۰/۴۸ درصد) است. برای رواداری‌های خارج از محدوده مجاز، تغییرات پارامترها تأثیر قابل‌توجهی بر میزان عدم تعادل موتور دارد به طوری که اختلاف نیرو با مقدار نامی ۵۷۹/۱ نیوتن و اختلاف گشتاور ۴۴/۵۹ نیوتن‌متر است. نتایج تحلیل حساسیت از روش مجموع مربعات نشان می‌دهد که تغییرات شعاع میل‌لنگ بیشترین تأثیر را بر نیرو و گشتاورهای نامتعادل دارد.

واژه‌های کلیدی: رواداری ابعادی، موتور درون‌سوز، نیرو و گشتاورهای نامتعادل، روش مونت کارلو، روش ریشه مجموع مربعات، روش بدترین حالت.

The effect of dimensional deviations on the unbalanced forces and moments of a Four-Cylinder internal combustion engine

M. H. Sirousi

Department of Mechanical Engineering, Bozorgmehr Qaenat University, Qaen, Iran
Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
Technology Institute of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

M. Ghasabzadeh Saryazdi

Abstract

In the present study, the influence of dimensional tolerances of components of a four-cylinder internal combustion engine compared to the ideal state is identified as an important factor in the dynamic balance of the engine mechanism, and it is considered in the tolerance analysis of unbalanced forces and torques on this mechanism. In the case study, dynamic analyses are performed for an internal combustion engine, and the range of output unbalanced forces and torques is obtained using three methods: Monte Carlo, root sum square, and worst-case scenario. Finally, for validation, the results obtained from these three methods are compared. The results show that if the tolerances are within the allowable range, changes in parameters have a negligible effect on the level of imbalance of the mechanism. However, for tolerances outside the allowable range, changes in parameters have a significant effect on the level of imbalance, resulting in differences from the nominal values of approximately 42 Newton (approximately 0.33%) for force and 55.4 Newton-meters (approximately 0.48%) for torque when using a conservative worst-case simulation method. For tolerances outside the allowable range, differences from the nominal values reach approximately 579.1 Newton for force and 44.59 Newton-meters for torque. The results of the sensitivity analysis from the root sum square method show that changes in the crankshaft radius have the greatest effect on unbalanced forces and torques.

Keywords: Dimensional tolerance, Internal combustion engine, Unbalanced Force and Moment, Monte Carlo method, Root Sum Squared (RSS) Method, Worst Case method

۱- مقدمه

برآورده‌شدن نیاز هندسی قطعه و یا رعایت محدوده‌های رواداری مونتاژی است. به‌عنوان مثال زوسانگ و همکاران [۱] در سال ۲۰۲۰ سازوکار^۲ لنگ و لغزنده را باهدف افزودن تأثیر لقی اتصالات در خروجی تحلیل رواداری مورد بررسی قرار دادند. اما تحلیل رواداری به‌خصوص در سازوکارهای متحرک در عملکرد دینامیکی سیستم نیز تأثیر قابل‌توجهی دارد.

به دلیل اهمیت بهبود رانندگی احتراق و عملکرد موتور و همچنین کاهش ارتعاشات و صدای آن، نیاز است تا تأثیر انحراف‌های ابعادی اجزای یک موتور درون‌سوز از حالت ایده‌آل به‌عنوان یک عامل مهم در عملکرد و رفتار دینامیکی سازوکار موتور مورد شناسایی قرار بگیرد. در اکثر مواقع هدف از تحلیل رواداری (تلورانس)^۱ یک قطعه، بررسی

² mechanism

¹ Tolerance

* نویسندگان مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mghsaryazdi@aut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۵/۱۱/۲۰

تاریخ پذیرش: ۲۶/۰۶/۲۰

تاکنون پژوهش‌های مختلفی در زمینه تحلیل رواداری سازوکار موتور درون‌سوز انجام شده است. در پژوهش انجام شده توسط هالمن و همکاران [۲] در سال ۲۰۲۰، ۳۲۱ مقاله در زمینه تخصیص، بهینه‌سازی و تحلیل رواداری مورد بررسی قرار گرفته است. در پژوهش جامع انجام شده توسط چن و همکاران [۳] در سال ۲۰۱۳ روش‌های مختلف مدل‌سازی ریاضی برای تحلیل رواداری سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین چن و همکاران [۴] در سال ۲۰۱۵ روشی اصلاح‌شده از ژاکوبی تورسور برای تحلیل و اختصاص رواداری^۱ ارائه دادند. در این پژوهش موتور درون‌سوز به‌عنوان مطالعه موردی، مورد بررسی قرار گرفت. در این مقاله موقعیت نهایی سمیه نسبت به محور میل‌لنگ در مجموعه لنگ و لغزنده با استفاده از پنج روش تجربی^۲، ژاکوبی تورسور اصلاح‌شده، مدل ماتریسی، زنجیره ابعادی^۳ و ژاکوبی تورسور با یکدیگر مقایسه شده است. نتایج مقایسه این پژوهش نشان می‌دهد که مقادیر به‌دست‌آمده با استفاده از روش ژاکوبی تورسور اصلاح‌شده نزدیک‌ترین نتایج به مقادیر به‌دست‌آمده از نتایج تجربی را دارد. در سال ۲۰۰۶ پژوهشی توسط یژسکی و همکاران [۵] انجام شد که به بررسی فرایند مونتاژ و تحلیل رواداری سازوکار لنگ و لغزنده موتور درون‌سوز پرداخته است. در پژوهشی که توسط استوپپی و مرام [۶] در سال ۲۰۰۸ بر روی تحلیل رواداری دستگاه‌های غیر ایده‌آل در حال حرکت مانند موتور درون‌سوز انجام شد، تأثیر سه پارامتر تغییر طول لینک‌ها، جابه‌جایی موقعیت محور سیلندر و لقی اتصال بین شاتون و میل‌لنگ به روش بدترین حالت^۴ در حین حرکت مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۲۰۰۹ پژوهشی دیگر توسط استوپپی و مرام [۷] برای تکمیل کار قبلی بر روی موتور درون‌سوز صورت گرفت که در آن علاوه بر سه پارامتر قبلی، تغییر شکل الاستیک شاتون و اثرات هیدرودینامیکی در لقی اتصال بین میل‌لنگ و شاتون نیز مورد بررسی قرار گرفت. همچنین در سال ۲۰۱۰ پژوهش دیگری توسط استوپپی، مرام و وارث‌زاک [۸] در تکمیل دو پژوهش قبلی صورت گرفت که در آن سعی شد تا با استفاده از روش تحلیل رواداری آماری و شبیه‌سازی مونت‌کارلو در نرم‌افزار MATLAB نتایج دقیق‌تری برای تحلیل قبلی به دست آید. پنگ و ونگ [۹] در سال ۲۰۱۷ پژوهشی را در زمینه تحلیل رواداری‌های سه‌بعدی، با استفاده از رویکردهای آماری، انجام دادند. این پژوهش به‌طور خاص به تحلیل رواداری سازوکار لنگ و لغزنده پرداخته است. هدف این پژوهش مشخص کردن رواداری موقعیت نهایی سمیه با استفاده از روش ژاکوبی تورسور و شبیه‌سازی مونت‌کارلو است. پنگ و ونگ در تکمیل کار خود در سال ۲۰۲۰ مقاله دیگری [۱۰] در زمینه تحلیل رواداری‌های سه‌بعدی با استفاده از روش ژاکوبی تورسور و رویکرد آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو منتشر کردند. در این مقاله نیز سازوکار لنگ و لغزنده یک موتور درون‌سوز مورد تحلیل قرار گرفت که در آن با طراحی دوباره رواداری‌ها، بازه‌های رواداری با استفاده از دو روش آماری و بدترین حالت بهینه‌سازی شده است.

در پژوهش انجام شده توسط سیروسی و قصابزاده [۱۱] به طور

خاص به تحلیل اثر رواداری‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق بر نیروهای روی لینک‌های سازوکار یک موتور درون‌سوز تک سیلندر پرداخته شده است. در این پژوهش از روش آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو^۵ استفاده شد و توزیع نرمال برای پارامترهای فشار محفظه احتراق، شعاع لنگ، طول شاتون، فاصله مرکز جرم شاتون تا گژن‌پین و زاویه چرخش میل‌لنگ منظور گردیده است.

بر اساس اطلاعات موجود مشاهده می‌شود که تحلیل رواداری‌های ابعادی در پنج مرحله زیر مورد بررسی و پژوهش قرار گرفته است:

- ۱- تعیین مشخصات ابعادی رواداری‌های مختلف^۶
- ۲- مشخص کردن روش تحلیل هم‌زمان این رواداری‌ها^۷
- ۳- انتخاب مدل ریاضی مورد استفاده در تحلیل رواداری^۸
- ۴- ارزیابی رواداری^۹
- ۵- مشخص کردن معیارهای مختلف کیفیت^{۱۰}

لازم به ذکر است دسته‌بندی کامل‌تر شاخه‌های مختلف بهینه‌سازی رواداری بر اساس هزینه^{۱۱} که تحلیل رواداری مدل^{۱۲} یکی از زیرشاخه‌های آن است در پژوهش انجام‌شده توسط هالمن و همکاران آورده شده است [۲].

در پژوهش حاضر تعیین مشخصات ابعادی رواداری‌ها با استفاده از رواداری‌های ابعادی ساختی قطعات انجام می‌شود و مرحله مشخص کردن معیار کیفیت انجام نخواهد شد. در نتیجه از میان پنج مرحله ذکر شده در روند تحلیل رواداری، مراحل یک و دو مشخص هستند و نیاز است تا برای مراحل سه و چهار یعنی انتخاب مدل ریاضی مناسب و نحوه ارزیابی تحلیل رواداری روش مورد استفاده تعیین و مشخص شود. همان گونه که در بررسی پیشینه پژوهش قابل‌مشاهده است در اکثر پژوهش‌های انجام شده بر روی موتور درون‌سوز با موضوع انحراف‌های ابعادی اجزاء سازوکار لنگ و لغزنده، کمتر به رفتار دینامیکی موتور متأثر از این انحراف‌ها پرداخته شده است؛ لذا وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های پیشین بررسی تأثیر انحراف‌های ابعادی بر تعادل نیرویی و گشتاور سازوکار لنگ و لغزنده به‌عنوان قسمتی از رفتار دینامیکی موتور است.

مسئله مطرح شده در این پژوهش بررسی و تحلیل اثر انحراف‌های ابعادی بر تعادل نیرویی و گشتاور سازوکار موتور درون‌سوز است. به این منظور برای ارزیابی رواداری از سه روش نمونه‌برداری و شبیه‌سازی مونت‌کارلو، ریشهٔ مجموع مربعات^{۱۳} و تحلیل در بدترین حالت استفاده می‌شود. مدل ریاضی مورد استفاده در تحلیل رواداری نیز با استفاده از تحلیل نیرو و گشتاورهای نامتعادل سازوکار مشخص خواهد شد. در نتیجه با مدل‌سازی ریاضی سازوکار موتور درون‌سوز چهار سیلندر، روابط تعادل به‌صورت پارامتری محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از دو روش آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو و ریشهٔ مجموع مربعات اثر

⁵ Monte Carlo Simulation method (MCS)

⁶ Tolerance specification

⁷ Concurrent tolerance design

⁸ Mathematical model

⁹ Tolerance evaluation

¹⁰ Quality metric

¹¹ tolerance-cost optimization

¹² tolerance analysis model

¹³ Root Sum Squared (RSS) Method

¹ Tolerance Analysis and Allocation

² Experiment Method

³ Dimensional chain method

⁴ Worst Case method

جدول ۱- پارامترهای معادلات تحلیل رواداری به روش بدترین حالت.

پارامتر	تعریف
d_g	مقدار میانگین رواداری پارامتر خروجی. اگر مقدار d_g مثبت باشد میانگین رواداری موردنظر دارای لقی خواهد بود و اگر منفی باشد نشان دهنده تداخل است
k	تعداد متغیرهای (ابعاد) تأثیرگذار در زنجیره رواداری
a_i	ضریب حساسیت که بیان‌کننده مقدار و جهت هرکدام از پارامترهای مؤثر در زنجیره رواداری است. در زنجیره‌های رواداری یک‌بعدی معمولاً مقدار این پارامتر برابر ۱ یا -۱ است
d_i	مقدار میانگین رواداری برای هرکدام از متغیرهای تأثیرگذار در زنجیره رواداری
t_i	بازه رواداری دوطرفه ^۱ برای هرکدام از متغیرهای تأثیرگذار در زنجیره رواداری
t_{wc}	بیشترین مقدار پیش‌بینی‌شده برای رواداری خروجی به‌صورت دوطرفه

۲-۲- روش ریشه مجموع مربعات

در بسیاری از موارد، ابعاد واقعی قطعات ساخته شده در نزدیکی مرکز محدوده رواداری اتفاق می‌افتد. تجربه نشان داده تعداد کمی از ابعاد واقعی ساختی در نزدیکی مرزهای محدوده رواداری رخ می‌دهد. در نتیجه می‌توان فرض کرد که ابعاد قطعات ساختی عمدتاً در مرکز و در داخل محدوده رواداری قرار دارند.

روش ریشه مجموع مربعات یک روش آماری تحلیل رواداری است. این روش فرض می‌کند که یک منحنی توزیع نرمال^۲ بتواند تغییرات ابعاد را توصیف کند. منحنی توزیع نرمال یک منحنی متقارن است که با دو پارامتر اصلی میانگین، (μ) و انحراف استاندارد (σ)، به طور کامل تعریف می‌شود.

انحراف استاندارد پارامتری است که پراکندگی یا تغییرات توزیع مقادیر را در اطراف مقدار میانگین مشخص می‌کند. در تخمین تغییرات ابعاد قطعات یک هم‌بندی، پارامتر انحراف استاندارد قابل جمع نیست و برای این کار در روش‌های آماری از پارامتر واریانس (σ^2) استفاده می‌شود. در نتیجه با جمع کردن مقادیر میانگین و گرفتن ریشه مجموع مربعات انحراف از استانداردها، تخمینی از توزیع نرمال یک انباشت رواداری^۳ به دست می‌آید. رابطه (۳) نشان‌دهنده پارامتر انحراف استاندارد یک انباشت رواداری است.

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 \sigma_i^2} \quad (3)$$

به‌طوری‌که در رابطه (۳)، σ_i انحراف استاندارد هرکدام از قطعات و σ انحراف استاندارد بُعد موردنظر هم‌بندی حاصل از انباشت رواداری‌ها است. پارامترهای n و a_i نیز مطابق جدول ۱ تعریف می‌شوند.

در یک توزیع نرمال، انحراف استاندارد برای تعیین بازه سطوح اطمینان مطلوب استفاده می‌شود. در توزیع نرمال تقریباً ۶۸/۲۶ درصد از مقادیر در بازه‌ای با فاصله σ از مقدار میانگین قرار می‌گیرند. به همین

انحراف‌های ابعادی پارامترهای مختلف بر میزان عدم تعادل مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد. در انتها نیز نتایج به‌دست‌آمده با نتایج حاصل از ارزیابی به روش بدترین حالت مقایسه خواهد شد تا اهمیت و تأثیر استفاده از روش آماری مورد بررسی قرار گیرد.

۲- روش‌های تحلیلی ارزیابی رواداری

تاکنون روش‌های آماری و غیر آماری مختلفی ازجمله، روش بدترین حالت، روش ریشه مجموع مربعات، روش نظریه فازی، روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان و همچنین روش‌های داده‌برداری در تحلیل رواداری استفاده شده است. در این بخش نظریه روش‌های بدترین حالت، روش ریشه مجموع مربعات و روش مونت‌کارلو توضیح داده می‌شود.

۲-۱- روش بدترین حالت

روش بدترین حالت قدیمی‌ترین روش تحلیل رواداری است. این روش یک رویکرد محافظه‌کارانه دارد که تنها نقاط بیشینه و کمینه در تغییر ابعاد هرکدام از قطعات هم‌بندی را در نظر می‌گیرد و منجر به پیش‌بینی بدترین وضعیت ممکن برای خواسته خروجی موردنظر خواهد شد. در این روش فرض می‌شود ۱۰۰ درصد از مجموعه‌های هم‌بندی و تولیدشده در بازه قابل‌قبول قرار دارند.

در این روش پس از انتخاب رواداری مورد تحلیل به‌عنوان خواسته خروجی و تعیین زنجیره رواداری تشکیل‌دهنده این رواداری، مقادیر میانگین و بازه رواداری خواسته شده با استفاده از روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود.

$$d_g = \sum_{i=1}^k a_i d_i \quad (1)$$

$$t_{wc} = \sum_{i=1}^k a_i t_i \quad (2)$$

پارامترهای مورد استفاده در روابط (۱) و (۲) در جدول ۱ تعریف شده است.

¹ Equal bilateral

² Normal distribution

³ Tolerance Stack-up

ترتیب ۹۵/۴۴ درصد در فاصله $2 \times \sigma$ و ۹۹/۷ درصد از مقادیر نیز در فاصله $3 \times \sigma$ از مقدار میانگین قرار می‌گیرند. به طور معمول برای فرایندهای تولیدی، بازه $\pm 3\sigma$ به عنوان قابلیت اطمینان قابل قبول در نظر گرفته می‌شود.

در نتیجه برای محاسبه بازه رواداری خروجی با استفاده از روش ریشه مجموع مربعات با در نظر گرفتن رواداری پارامترهای ورودی تأثیرگذار در زنجیره رواداری در بازه $\pm 3\sigma_i$ به عنوان بازه رواداری مورد قبول برای ساخت قطعات، رواداری خواسته خروجی با استفاده از رابطه (۴) به دست می‌آید.

$$t_{rss} = \sqrt{\sum_{i=1}^k a_i^2 t_i^2} \quad (4)$$

در این رابطه a_i و t_i مطابق جدول ۱ تعریف می‌شوند و t_{rss} نیز عبارت است از بیشترین مقدار پیش‌بینی شده برای رواداری خروجی به صورت دوطرفه به طوری که ۹۹/۷۳ درصد از مجموعه‌های هم‌بندی و تولید شده در بازه قابل قبول باشند.

۳-۲- روش شبیه‌سازی مونت کارلو

روش شبیه‌سازی مونت کارلو یکی از روش‌های داده‌برداری است که در تحلیل آماری و ارزیابی رواداری‌ها استفاده می‌شود. این شبیه‌سازی، روشی برای پیش‌بینی خطاهای تولید است [۱۲]. ایده اصلی آن استفاده از نمونه‌های تصادفی پارامترها یا ورودی‌ها برای کشف رفتار یک سیستم یا فرآیند پیچیده است. نتایج به دست آمده با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، واقعی‌تر از نتایج به دست آمده با روش‌های معمول محاسبه است [۱۳].

در این روش کاربر باید توزیع تصادفی متغیرهای ورودی را تعریف کند. همچنین تعداد آزمایش‌های ایجاد شده باید به اندازه کافی زیاد باشد تا بتوان پارامترهای آماری متغیرهای خروجی را با اطمینان تعیین کرد. این شبیه‌سازی داده‌های آماری را تولید می‌کند که به طور معمول با میانگین (μ) و انحراف استاندارد (σ) نشان داده شده در معادله (۵) و (۶) قابل تعریف هستند.

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - \mu)^2} \quad (6)$$

به طوری که در روابط (۵) و (۶)، Z_i مقدار به دست آمده برای خروجی در هر حلقه شبیه‌سازی و N تعداد حلقه‌های شبیه‌سازی است. رویکرد کلی استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو در تحلیل رواداری شرایط عملکردی، توسط نعیم و همکاران [۱۳] بررسی شده است. این رویکرد شامل چهار مرحله مدل‌سازی، نمونه‌برداری، انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج است. در این روش ابتدا با انتخاب ترکیب مناسبی از داده‌ها که بیان‌کننده مدل باشد، مدل‌سازی انجام می‌شود. سپس با نمونه‌برداری اتفاقی از مدل، مرحله نمونه‌برداری انجام می‌شود. در ادامه با داده‌های نمونه‌برداری شده یک حلقه محاسباتی طی می‌شود که در هر مرحله نتایج خروجی آن ذخیره خواهد شد.

در نتیجه، با استفاده از منحنی توزیع نرمال و با استفاده از پارامتر انحراف استاندارد در صورت در نظر گرفتن بازه رواداری خواسته خروجی

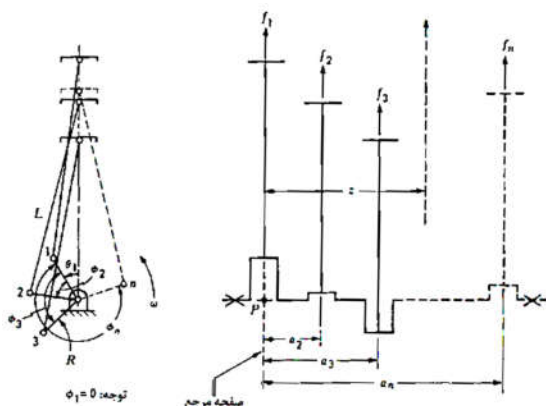
مسئله به صورت 6σ به طور آماری ۹۹/۷۳ درصد از تولیدات در بازه قابل قبول از نظر عملکردی خواهند بود.

۳- محاسبه نیرو و گشتاورهای نامتعادل موتور

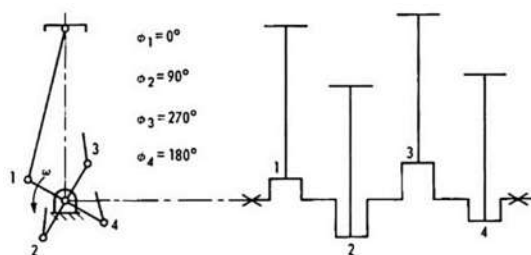
در این قسمت به بررسی نحوه محاسبه نیروها و گشتاورهای نامتعادل موتور بر اساس مرجع [۱۴] پرداخته می‌شود. برای این منظور نیاز است تا نیروها و گشتاورهای اینرسی موتور در حین حرکت محاسبه شود. باتوجه به مدل‌سازی‌های موجود، این نیروها و گشتاورها را مطابق معادلات (۷) و (۸) می‌توان نوشت. پارامترهای مورد استفاده در این دو فرمول در جدول ۲ آمده‌اند و طرحواره‌ای از نحوه انتخاب این پارامترها روی موتور در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$F_s = (M_p + M'_p)R\omega^2 \left[\cos(\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} \cos(\phi_n) - \sin(\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} \sin(\phi_n) + \frac{R}{L} \cos(2\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} \cos(2\phi_n) - \frac{R}{L} \sin(2\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} \sin(2\phi_n) \right] \quad (7)$$

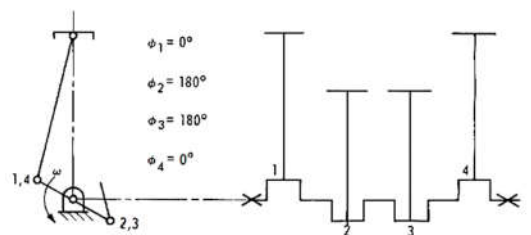
$$M = (M_p + M'_p)R\omega^2 \left[\cos(\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} a_n \cos(\phi_n) - \sin(\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} a_n \sin(\phi_n) + \frac{R}{L} \cos(2\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} a_n \cos(2\phi_n) - \frac{R}{L} \sin(2\theta_1) \sum_{n=1}^{n=N} a_n \sin(2\phi_n) \right] \quad (8)$$



شکل ۱ - طرحواره‌ای از پارامترهای انتخابی موتور [۱۴].



شکل ۲- حالت قرارگیری لنگ‌ها در موتور چهار سیلندر با زوایای ۰، ۹۰، ۲۷۰ و ۱۸۰ درجه [۱۴].



شکل ۳- حالت قرارگیری لنگ‌ها در موتور چهار سیلندر با زوایای ۰، ۱۸۰، ۱۸۰ و ۰ درجه [۱۴].

همان گونه که مشخص است محاسبات بیان شده در این قسمت برای نیروها و گشتاورهای اینرسی در حالت ایده آل انجام شده است و در صورت در نظر گرفتن رواداری برای پارامترهای مختلف موتور، دیگر رابطه (۱۱) برای محاسبه گشتاورهای نامتعادل قابل استفاده نخواهد بود. در نتیجه نیاز است تا در شرایط وجود رواداری با استفاده از روابط اولیه (۷) و (۸) و با توجه به بازه‌های رواداری هر کدام از پارامترها، توزیع آماری برای نیروها و گشتاورها محاسبه شود. به این صورت بازه رواداری نیروها و گشتاورهای نامتعادل در ادامه مورد محاسبه قرار گرفته است.

۴- تحلیل رواداری - مطالعه موردی

مطابق روابط (۷) و (۸) برای نیرو و گشتاور نامتعادل روی موتور چهار سیلندر، پارامترهای ابعادی نشان داده شده در جدول ۲ بر نیرو و گشتاور تأثیرگذار خواهند بود. همان گونه که در قسمت قبل ذکر شد یکی از مهم ترین موارد تأثیرگذار در تغییر پارامترهای ابعادی ورودی در بازه رواداری آن‌ها نوع توزیع پارامتر داخل بازه است. در این پژوهش برای هر کدام از پارامترهای ورودی تأثیرگذار بر روی تعادل سازوکار لنگ و لغزنده، توزیع نرمال در نظر گرفته شده و میانگین و انحراف از معیار از روابط (۵) و (۶) محاسبه و در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول پارامترهای ابعادی مثل شعاع میل لنگ، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن پین و غیره براساس مقادیر طراحی آمده است و بازه مقادیر پارامتر زاویه چرخش میل لنگ نیز در نقطه خاص مرگ بالا، قبل از انفجار و در نقطه $\theta_1 = 0$ در نظر گرفته شده است. همچنین حالت قرارگیری لنگ‌ها در تحلیل مطابق شکل ۳ و زاویه لنگ‌ها به ترتیب با لنگ یک برابر ۰، ۱۸۰، ۱۸۰ و ۰ درجه خواهد بود.

جدول ۲- پارامترهای معادله گشتاورها و نیروهای نامتعادل.

پارامتر	تعریف
M_p	جرم سمبه
M'_p	جرم شاتون
R	شعاع میل لنگ
ω	سرعت زاویه‌ای میل لنگ
θ_1	زاویه لنگ یک نسبت به محور سمبه
ϕ_n	زاویه سایر لنگ‌ها نسبت به لنگ یک
L	طول شاتون
n	تعداد سیلندرهای موتور
a_n	فاصله افقی محور سمبه‌ها از محور سمبه یک

در نتیجه، همان گونه که در معادلات (۷) و (۸) مشخص است ازجمله پارامترهای مؤثر در نیروها و گشتاورهای نامتعادل دورانی و رفت و برگشتی برای یک موتور درون سوز چهار سیلندر، زاویه لنگ یک نسبت به محور سمبه، زاویه سایر لنگ‌ها نسبت به لنگ یک، جرم سمبه و شاتون، شعاع میل لنگ، طول شاتون و فاصله افقی محور سمبه‌ها از محور سمبه یک است. برای تعادل نیروهای وارد بر موتور نیاز است تا نیروها و گشتاورهای اینرسی یعنی M و F_s برابر صفر قرار داده شود. در نتیجه مطابق معادله (۷) شرایط لازم برای تعادل نیروهای اینرسی به صورت زیر خواهد بود:

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos(\phi_n) = 0 \text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} \sin(\phi_n) = 0 \quad (9)$$

$$\text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} \cos(2\phi_n) = 0 \text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} \sin(2\phi_n) = 0$$

به همین ترتیب مطابق معادله (۸)، شرایط لازم برای تعادل گشتاورهای اینرسی نیز عبارتند از:

$$\sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos(\phi_n) = 0 \text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin(\phi_n) = 0 \quad (10)$$

$$\text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos(2\phi_n) = 0 \text{ \& } \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin(2\phi_n) = 0$$

همان گونه که ذکر شد شرایط مورد نیاز برای تعادل یک موتور خطی توسط معادلات (۹) و (۱۰) بیان شده است. به طور معمول حالت قرارگیری میل لنگ‌ها در یک موتور چهار سیلندر به دو صورت زیر خواهد بود:

۱. زاویه لنگ‌ها به ترتیب با لنگ یک ۰، ۹۰، ۲۷۰ و ۱۸۰ درجه باشد.
۲. زاویه لنگ‌ها به ترتیب با لنگ یک ۰، ۱۸۰، ۱۸۰ و ۰ درجه باشد.

مشخص است که برای هر کدام از دو حالت فوق محاسبات شرایط تعادل متفاوت خواهد بود. در شکل ۲ و شکل ۳ به ترتیب هر کدام از این دو حالت نشان داده شده است.

به عنوان مثال برای حالت قرارگیری میل لنگ‌ها مطابق شکل ۲ نیروها متعادل هستند، اما گشتاورها نامتعادل. با جایگزینی در معادله گشتاور (رابطه (۸)) برای این گشتاورهای نامتعادل خواهیم داشت:

$$M = (M_p + M'_p) R \omega^2 (-3 a \cos(\theta_1) + a \sin(\theta_1)) \quad (11)$$

جدول ۳- توزیع نرمال پارامترهای تأثیرگذار بر رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل

پارامتر	علامت	بازه تغییرات	میانگین	انحراف از معیار
فاصله بین دو لنگ متوالی (متر)	a	$\pm 0/0001$	0/0499	$3/3231 \times 10^{-5}$
شعاع میل لنگ (متر)	R	$\pm 0/0004$	0/0425	$1/325 \times 10^{-5}$
طول شاتون (متر)	L	$\pm 0/0004$	0/1345	$1/329 \times 10^{-5}$
فاصله بین مرکز جرم شاتون تا میل لنگ (متر)	hc	$\pm 0/0004$	0/0372	$1/336 \times 10^{-5}$
فاصله بین مرکز جرم شاتون تا گزن پین (متر)	hp	$\pm 0/0004$	0/0973	$1/331 \times 10^{-5}$
زاویه لنگ یک نسبت به محور سمبه (رادیان)	θ_1	$\pm 0/00872$	$-1/523 \times 10^{-5}$	0/00290
رواداری زاویه‌ای دو لنگ متوالی (رادیان)	d θ	$\pm 0/00872$	$-1/523 \times 10^{-5}$	0/00292

بدترین حالت نشان داده شده است.

جدول ۵- تحلیل رواداری به روش شبیه سازی بدترین حالت

پارامتر	واحد	بازه رواداری مقدار خروجی در روش تحلیل بدترین حالت t_{wc}
F	نیوتن	[12514 12598]
M	نیوتن_متر	[936/934 946/033]

در نتیجه بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل موتور چهار سیلندر در روش تحلیل شبیه سازی بدترین حالت به ترتیب برابر است با [12514 12598] و [936/934 946/033].

۴-۲- تحلیل با استفاده از روش ریشه مجموع مربعات

در تحلیل آماری با استفاده از روش ریشه مجموع مربعات همان گونه که در بخش ۲-۲ ذکر شد از توزیع نرمال برای پارامترهای ورودی استفاده می شود. برای استفاده از رابطه (۴) جهت محاسبه مقدار رواداری نیاز است تا پارامتر a_i (ضریب حساسیت) که بیان کننده مقدار و جهت هرکدام از پارامترهای مؤثر در زنجیره رواداری است را محاسبه کرد. در نتیجه باید حساسیت روابط (۷) و (۸) که در تحلیل دینامیکی به عنوان روابط حاکم بر نیرو و گشتاورهای نامتعادل به دست آمده را بر هرکدام از پارامترهای تأثیرگذار روی آن محاسبه کرد. تحلیل حساسیت در نقطه مرگ بالا در لحظه شروع حرکت، $\theta_1 = 0$ و برای حالت قرارگیری لنگ ها در موتور چهار سیلندر با زوایای ۰، ۱۸۰، ۱۸۰ و ۰ درجه انجام می شود. داده های ورودی برای تحلیل حساسیت مطابق جدول ۵ است. حساسیت سنجی با استفاده از مشتق گیری نسبت به هرکدام از پارامترها انجام می شود. به عنوان نمونه در روابط زیر مشتق نیروی نامتعادل نسبت به فاصله دو لنگ متوالی (a) و شعاع میل لنگ (R) محاسبه شده است.

داده های جدول ۳ با استفاده از مشخصات ابعادی یکی از موتورهای احتراقی خودروهای داخلی محاسبه شده است. از تغییرات سایر پارامترها مانند جرم شاتون، جرم سمبه و سرعت زاویه ای میل لنگ صرف نظر شده است. مشخصات موتور مورد مطالعه در جدول ۴ داده شده است [۱۵]. لازم به ذکر است باتوجه به عدم وجود اطلاعات کامل در مورد پارامترهای رواداری موتور مورد مطالعه، مقادیر رواداری برخی از پارامترها باتوجه به رواداری پارامترهای مشابه موجود در مقاله پنگ و ونگ [۱۲] و مقاله چن و همکاران [۳] در نظر گرفته شده است. در این مراجع رواداری ها بر اساس استاندارد ISO داده شده است.

جدول ۴- مشخصات موتور مورد مطالعه [۱۵]

ردیف	پارامتر	واحد	مقدار
۱	فاصله افقی بین محور دو سمبه	متر	0/050
۲	قطر سمبه	متر	0/0786
۳	جرم سمبه	کیلوگرم	0/427
۴	جرم شاتون	کیلوگرم	0/597
۵	ممان اینرسی میل لنگ حول محور آن	کیلوگرم - مترمربع	0/114
۶	شعاع میل لنگ	متر	0/0425
۷	فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن پین	متر	0/0973
۸	فاصله مرکز جرم شاتون تا میل لنگ	متر	0/0372
۹	طول شاتون	متر	0/1345
۱۰	سرعت زاویه ای نامی	رادیان بر ثانیه	628/3185

۴-۱- تحلیل به روش بدترین حالت

در این بخش تحلیل رواداری به روش بدترین حالت انجام می شود. در این روش، پارامترهای ورودی در بدترین حالت آن یعنی ابتدا و انتهای بازه در نظر گرفته می شوند سپس به محاسبه بازه رواداری با استفاده از رابطه (۲) پرداخته می شود. در نتیجه دو مقدار که به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار بازه رواداری پارامتر خروجی است به دست می آید. در جدول ۵ خروجی تحلیل رواداری به روش شبیه سازی

جدول ۶- تحلیل حساسیت پارامترهای تأثیرگذار بر نیرو و گشتاورهای نامتعادل

پارامتر	علامت	واحد	مقدار نامی در نقطه تحلیل حساسیت	بازه رواداری دوطرفه (d_i)	مقدار حساسیت نیرو (a_i)	مقدار حساسیت گشتاور (a_i)
فاصله افقی بین محور دو سمیه	a	متر	۰/۰۵۰	$\pm 0/0001$	۰	۱۸۸۳۵/۴۰۵۹۶
شعاع میل لنگ	R	متر	۰/۰۴۲۵	$\pm 0/0004$	۵۹۰۹۱۴/۶۹۶۶	۴۴۳۱۸/۶۰۲۲۵
طول شاتون	L	متر	۰/۱۳۴۵	$\pm 0/0004$	-۹۳۳۶۰/۱۲۸۶۵	-۷۰۰۲/۰۰۹۶۴۸
فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن پین	hp	متر	۰/۰۹۷۳	$\pm 0/0004$	-۲۶۰۳۴/۴۲۵۹۷	-۱۹۵۲/۵۸۱۹۴۸
فاصله مرکز جرم شاتون تا میل لنگ	hc	متر	۰/۰۳۷۲	$\pm 0/0004$	۶۸۰۹۵/۴۲۰۶	۵۱۰۷/۱۵۶۵۴۶
زاویه لنگ اول نسبت به محور سیلندر	θ_1	رادیان	۰	$\pm 0/00872$	۰	۰
زاویه لنگ اول نسبت به خودش	φ_1	رادیان	۰	$\pm 0/00872$	۰	۰
زاویه لنگ دوم نسبت به لنگ اول	φ_2	رادیان	π	$\pm 0/00872$	۰	۰
زاویه لنگ سوم نسبت به لنگ اول	φ_3	رادیان	3π	$\pm 0/00872$	۰	۰
زاویه لنگ چهارم نسبت به لنگ اول	φ_4	رادیان	2π	$\pm 0/00872$	۰	۰

جدول ۷- تحلیل رواداری به روش ریشه مجموع مربعات

پارامتر	بازه رواداری دوطرفه	مقدار میانگین	بازه رواداری مقدار خروجی در روش ریشه مجموع مربعات (t_{RSS})
F	$\pm 24/1068$	۱۲۵۵۶/۹۳۷۳	[۱۲۵۳۲/۸۳۰۵ ۱۲۵۸۱/۰۴۴۱]
M	$\pm 21/61086$	۹۴۱/۷۷۰۲۹	[۹۳۹/۱۵۹۴۹ ۹۴۴/۳۸۱۰۹]

در نتیجه بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل سازوکار لنگ و لغزنده در روش ریشه مجموع مربعات به ترتیب برابر خواهد بود با [۱۲۵۳۲/۸۳۰۵ ۱۲۵۸۱/۰۴۴۱] و [۹۳۹/۱۵۹۴۹ ۹۴۴/۳۸۱۰۹].

۴-۳- تحلیل آماری با استفاده از روش مونت کارلو

در روند تحلیل آماری، برای محاسبه رواداری نیروها و گشتاورهای نامتعادل از فرمول‌های به‌دست‌آمده در تحلیل بخش ۳-۲- استفاده می‌شود. بدین ترتیب که در تحلیل با روش آماری از توزیع نرمال برای پارامترهای ورودی استفاده شده و با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و تابع randi() در نرم‌افزار MATLAB مقادیر زیادی از خواسته خروجی تولید و انباشته خواهد شد. در انتها نیز با رسم نمودار هیستوگرام برای خروجی‌های به‌دست‌آمده و مشخص کردن مقادیر میانگین و انحراف از معیار با استفاده از روابط (۵) و (۶)، بازه رواداری نیروها و گشتاورهای نامتعادل به ازای قبول درصد خاصی از تلفات به دست خواهد آمد. در ادامه با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو و با استفاده از نرم‌افزار برنامه‌نویسی MATLAB تحلیل رواداری برای نیرو و گشتاور به ازای ۱۰۰۰۰۰ تکرار در شبیه‌سازی، انجام شده است. نتایج خروجی برای نیرو و گشتاور نامتعادل به ترتیب مطابق شکل ۴ و شکل ۵ است. مقدار میانگین، انحراف از معیار و بازه رواداری مقدار نیرو و گشتاورهای نامتعادل براساس توزیع خروجی به‌دست‌آمده در جدول ۸ آمده است. در نتیجه با در نظر گرفتن بازه رواداری مجاز $\pm 3\sigma$ برای هر کدام از نتایج خروجی و باتوجه به انحراف معیار هر کدام از آن‌ها، بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش مونت کارلو به ترتیب برابر خواهد بود با [۱۲۵۳۲/۰۹۲ ۱۲۵۸۰/۳۰۷] و [۹۳۹/۰۶۴ ۹۴۴/۳۰۰].

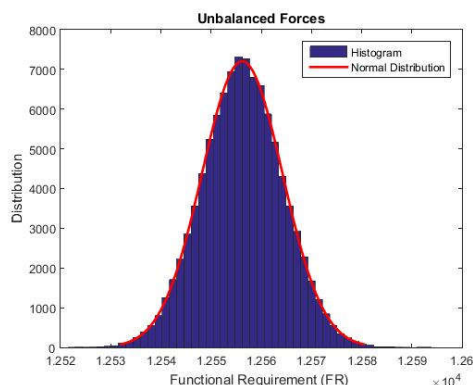
$$\frac{\partial F_s}{\partial a} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_s}{\partial R} \\ &= \left(Mp + hc * \frac{Mcr}{hp + hc} \right) * \omega^2 \\ & * \left(\cos(\theta_1) * (\cos(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) + \cos(\varphi_3) + \cos(\varphi_4)) \right. \\ & \quad \left. - \sin(\theta_1) * (\sin(\varphi_1) + \sin(\varphi_2) + \sin(\varphi_3) + \sin(\varphi_4)) \right. \\ & \quad \left. + R * \cos(2 * \theta_1) \right. \\ & \quad \left. \frac{\cos(2 * \varphi_1) + \cos(2 * \varphi_2) + \cos(2 * \varphi_3) + \cos(2 * \varphi_4)}{L} \right. \\ & \quad \left. - R * \sin(2 * \theta_1) \right. \\ & \quad \left. \frac{\sin(2 * \varphi_1) + \sin(2 * \varphi_2) + \sin(2 * \varphi_3) + \sin(2 * \varphi_4)}{L} \right) \quad (13) \\ & + \left(Mp + hc * \frac{Mcr}{hp + hc} \right) * R * \omega^2 \\ & * \left(\cos(2 * \theta_1) \right. \\ & \quad \left. \frac{\cos(2 * \varphi_1) + \cos(2 * \varphi_2) + \cos(2 * \varphi_3) + \cos(2 * \varphi_4)}{L} \right. \\ & \quad \left. - \sin(2 * \theta_1) \right. \\ & \quad \left. \frac{\sin(2 * \varphi_1) + \sin(2 * \varphi_2) + \sin(2 * \varphi_3) + \sin(2 * \varphi_4)}{L} \right) \end{aligned}$$

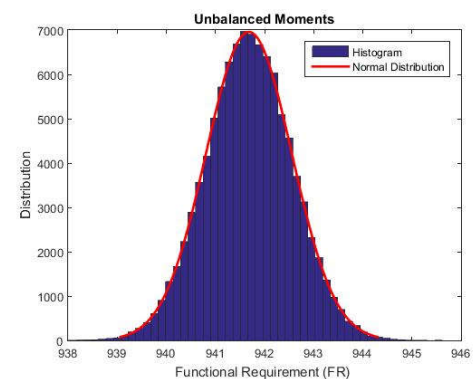
سایر روابط مشتق پارامترها نیز به همین صورت با استفاده از نرم‌افزار محاسباتی MAPLE به‌دست‌آمده است. نتایج این حساسیت‌سنجی در جدول ۶ آمده است. در این محاسبات سه پارامتر جرم سمیه، جرم شاتون و سرعت زاویه‌ای در حین عملکرد موتور ثابت در نظر گرفته شده و در محاسبه رواداری وارد نشده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نیرو و گشتاورهای نامتعادل بیش‌ترین حساسیت را نسبت به پارامتر شعاع میل لنگ دارند. دیگر پارامتر مهم تأثیر گذار بر نیرو، طول شاتون و برای گشتاورها، فاصله افقی بین محور دو سمیه خواهد بود. کم‌ترین تأثیر نیز مربوط به زوایا است. در جدول ۷ خروجی تحلیل رواداری با استفاده از رابطه (۴) به روش ریشه مجموع مربعات نشان داده شده است.

جدول ۸- مقدار میانگین، انحراف معیار و بازه رواداری نیرو و

گشتاورهای نامتعادل				
پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	بازه رواداری مقدار خروجی در روش شبیه سازی مونت کارلو	
F	۱۲۵۵۶/۲	۸/۰۳۵۸	[۱۲۵۳۲/۰۹۲ ۱۲۵۸۰/۳۰۷]	
M	۹۴۱/۶۸۲	۰/۸۷۲۶	[۹۳۹/۰۶۴ ۹۴۴/۳۰۰]	



شکل ۴- نمودار ستونی خروجی برای تحلیل رواداری نیروهای نامتعادل موتور درون سوز چهار سیلندر



شکل ۵- نمودار ستونی خروجی برای تحلیل رواداری گشتاورهای نامتعادل موتور درون سوز چهار سیلندر

۴-۴- بررسی اثر دامنه تغییرات پارامترها بر رواداری

تعادل موتور در روش مونت کارلو

در این بخش اثر بازه تغییرات چهار پارامتر شعاع میل لنگ، طول شاتون، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن پین و فاصله مرکز جرم شاتون تا میل لنگ بر رواداری نیرو و گشتاورها بررسی می شود. به دلیل این که پارامترهای زاویه لنگ اول نسبت به محور سیلندر و زاویه دیگر لنگ ها نسبت به لنگ اول از داده های آزمایش های تجربی بدست آمده و فقط یک سری داده در دسترس است، مطالعه اثر تغییرات آن ها امکان پذیر نیست. برای پارامتر فاصله بین دو لنگ متوالی نیز تنها یک سری داده در مقاله چن و همکاران [۴] موجود است و مطالعه اثر تغییرات آن امکان پذیر نیست.

تغییرات پارامترهای مذکور در دو حالت زیر بررسی می شود:

۱. در حالت اول از داده های مقاله [۹] استفاده می شود که در آن بازه تغییرات پارامترها به منظور بهبود عملکرد و کاهش قیمت، بهینه سازی و پیشنهاد شده است.

۲. در حالت دوم فرض می شود در ساخت از ابزار یا روش مناسب استفاده نشده است و با تغییر ای-تی گرید (IT_Grade) بازه تغییرات این سه پارامتر تعیین شده است.

حالت دوم به دلیل افزایش قابل توجه مقادیر رواداری از نظر عملکردی غیر قابل قبول است و فقط جهت مقایسه نتایج خروجی نیروها در یک حالت بحرانی بررسی شده است. در جدول ۹ مقادیر بازه تغییرات، میانگین و انحراف استاندارد برای این دو حالت نشان داده شده است.

جدول ۹- مقادیر بازه تغییرات، میانگین و انحراف استاندارد برای چهار پارامتر شعاع میل لنگ، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن پین، فاصله مرکز جرم شاتون تا میل لنگ و طول شاتون

حالت	پارامتر	بازه تغییرات	میانگین	انحراف از معیار
۱	$L (m)$	[۰/۱۳۴۴۹۲ ۰/۱۳۴۵۰۷]	۰/۱۳۴۵۰۰	$۲/۵ \times ۱۰^{-۶}$
	$hp (m)$	[۰/۰۹۷۳۹۲ ۰/۰۹۷۳۰۷]	۰/۰۹۷۳۹۹	$۲/۵ \times ۱۰^{-۶}$
	$hc (m)$	[۰/۰۳۷۱۹۲ ۰/۰۳۷۲۰۷]	۰/۰۳۷۱۹۹	$۲/۵ \times ۱۰^{-۶}$
	$R (m)$	[۰/۰۴۲۴۹۴ ۰/۰۴۲۵۰۶]	۰/۰۴۲۵۰۰	۲×۱۰^{-۶}
۲	$L (m)$	[۰/۱۳۳ ۰/۱۳۵]	۰/۱۳۴	$۳/۳۲۲ \times ۱۰^{-۴}$
	$hp (m)$	[۰/۰۹۶ ۰/۰۹۸]	۰/۰۹۷	$۳/۳۲۸ \times ۱۰^{-۴}$
	$hc (m)$	[۰/۰۳۶ ۰/۰۳۸]	۰/۰۳۷	$۳/۳۴۱ \times ۱۰^{-۴}$
	$R (m)$	[۰/۰۴۱ ۰/۰۴۳]	۰/۰۴۲	$۳/۳۳۸ \times ۱۰^{-۴}$

جدول ۱۰- مقادیر میانگین، انحراف از معیار و درصد اختلاف انحراف استاندارد نسبت به حالت یک برای نیرو و گشتاورهای نامتعادل

حالت	پارامتر	انحراف استاندارد	میانگین	بازه رواداری مقدار خروجی در روش شبیه سازی مونت کارلو
۱	F	۱/۴۹۲۱	۱۲۵۵۶/۳	[۱۲۵۵۱/۸۲۲۷ ۱۲۵۶۰/۷۷۶۳]
	M	۰/۶۴۲۱	۹۴۱/۶۹۴	[۹۳۹/۷۶۷۷ ۹۴۳/۶۲۰۳]
۲	F	۱۹۳/۰۳۳۸	۱۲۳۰۸/۶	[۱۱۷۲۹/۴۹۸۶ ۱۲۸۸۷/۷۰۱۴]
	M	۱۴/۸۶۴۶	۹۲۳/۱۱۳	[۸۷۸/۵۱۹۲ ۹۶۷/۷۰۶۸]

با توجه به هرکدام از حالت های یک و دو در جدول ۹، مقادیر انحراف از معیار برای نیرو و گشتاورهای نامتعادل مطابق جدول ۱۰ محاسبه شده است. همان گونه که در این جدول مشاهده می شود مقادیر میانگین نیرو و گشتاور نامتعادل در حالت اول نسبت به مرجع تقریباً بدون تغییر است و میزان انحراف استاندارد کاهش یافته است. در حالیکه انحراف استاندارد حالت دوم نسبت به مرجع به طور قابل توجهی افزایش پیدا کرده است. زیرا در این حالت بازه پارامترهای ورودی با فرض روش ساخت نامناسب تغییر زیادی داشته است.

۵- نتایج روش های تحلیل

در این قسمت نتایج به دست آمده از سه روش تحلیل رواداری

مونت کارلو، ریشهٔ مجموع مربعات و روش بدترین حالت با یکدیگر مقایسه شده است.

جدول ۱۱- نتایج به دست آمده از سه روش تحلیل رواداری مونت کارلو، ریشهٔ مجموع مربعات و روش بدترین حالت

روش تحلیل	پارامتر	بازه رواداری خروجی
بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش تحلیل بدترین حالت t_{wc}	F	[۱۲۵۱۴ ۱۲۵۹۸]
	M	[۹۳۶/۹۳۴ ۹۴۶/۰۳۳]
بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش ریشهٔ مجموع مربعات (t_{rss})	F	[۱۲۵۳۲/۸۳۰۵ ۱۲۵۸۱/۰۴۴۱]
	M	[۹۳۹/۱۵۹۴۹ ۹۴۴/۳۸۱۰۹]
بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش شبیه سازی مونت کارلو	F	[۱۲۵۳۲/۰۹۲ ۱۲۵۸۰/۳۰۷]
	M	[۹۳۹/۰۶۴ ۹۴۴/۳۰۰]
بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش شبیه سازی مونت کارلو با بازه تغییرات پارامترهای بهینه سازی شده	F	[۱۲۵۵۱/۸۲۳۷ ۱۲۵۶۰/۷۷۶۳]
	M	[۹۳۹/۷۶۷۷ ۹۴۳/۶۲۰۳]
بازه رواداری نیرو و گشتاورهای نامتعادل در روش شبیه سازی مونت کارلو با تغییر ای-تی گرید و بازه تغییرات پارامترهای غیر قابل قبول	F	[۱۱۷۲۹/۴۹۸۶ ۱۲۸۸۷/۷۰۱۴]
	M	[۸۷۸/۵۱۹۲ ۹۶۷/۷۰۶۸]

مطابق جدول ۱۱، همان گونه که مشاهده می شود بازه رواداری به دست آمده از روش بدترین حالت بزرگتر از بازه رواداری به دست آمده به روش های آماری است. دلیل این امر این است که در روش بدترین حالت تنها دو حالت از پارامترهای ورودی برای به دست آوردن مقدار خروجی در نظر گرفته می شوند در حالی که در تحلیل آماری حالت های مختلف زیادی در تحلیل در نظر گرفته می شود. در نتیجه برای محاسبه و کنترل نیرو و گشتاورهایی که باعث عدم تعادل سازوکار موتور می شوند بهتر است از بازه های به دست آمده از روش تحلیل آماری استفاده شود. به طوری که در استفاده از روش های آماری با نگه داشتن ۹۹/۷ درصد از قطعات تولیدی در بازه قابل قبول، بازه رواداری خروجی تقریباً نصف روش بدترین حالت خواهد شد که از نظر هزینه ساخت قابل قبول تر است.

بازه رواداری به دست آمده برای نیرو و گشتاورهای نامتعادل با استفاده از دو روش آماری نیز به میزان قابل قبولی به یکدیگر نزدیک است و همان گونه که انتظار می رود روش مونت کارلو با شرایط ورودی یکسان بازه کوچکتری را به عنوان خروجی تحلیل محاسبه کرده است. این به این معنی است که برای رسیدن به یک خروجی مناسب از نظر تعادل دینامیکی روش مونت کارلو در ورودی برای بازه های رواداری دست ما را بازتر خواهد گذاشت و بازه های بزرگتری برای رواداری ساخت قطعات به ما خواهد داد. بازه های رواداری ساختی بازتر نیز به

نوبه خود باعث کاهش هزینه های تولید می شود. دلیل این امر می تواند دقت روش مونت کارلو و بالابودن تعداد حلقه های تکرار در این تحلیل باشد. در تحلیل رواداری با استفاده از روش مونت کارلو و داده های ورودی بهینه سازی شده مشاهده می شود بهینه سازی ورودی باعث کاهش اندکی در بازه رواداری خروجی می شود، که تغییری مطلوب است اما از طرفی استفاده از داده های غیر قابل قبول از نظر عملکردی برای پارامترهای ورودی تغییرات زیاد و قابل توجهی در بازه رواداری های خروجی ایجاد کرده که باعث ایجاد مشکل خواهد شد.

۶- نتیجه گیری

مقاله حاضر به تحلیل اثر انحراف های ابعادی بر تعادل دینامیکی سازوکار موتور درون سوز با بررسی نیرو و گشتاورهای نامتعادل پرداخته است. ابتدا روابط نیرو و گشتاورهای نامتعادل موتور چهار سیلندر به عنوان مدل ریاضی استخراج شد. سپس برای یک موتور مشخص ارزیابی رواداری به سه روش تحلیل رواداری مونت کارلو، ریشهٔ مجموع مربعات و روش بدترین حالت انجام گردید. پس از انجام محاسبات نتایج خروجی که شامل تحلیل حساسیت پارامترها و نمودار توزیع مقادیر نیرو و گشتاورهای نامتعادل به همراه انحراف از معیار آن ها است ارائه شد. بازه $\pm 3\sigma$ به عنوان مقدار مجاز قابلیت اطمینان در نظر گرفته شد و بر اساس آن در هر روش بازه رواداری نیرو و گشتاورها مشخص شد.

نتایج نشان می دهد که بازه تغییرات این پارامترها در محدود مجاز، تأثیر قابل توجهی بر میزان عدم تعادل سازوکار ندارد به طوری که در صورت استفاده از روش محافظه کارانه شبیه سازی بدترین حالت حداکثر ۴۲ نیوتن (تقریباً معادل ۰/۳۳ درصد) در نیرو و ۴/۵۵ نیوتن متر (تقریباً معادل ۰/۴۸ درصد) در گشتاور با مقدار نامی این دو پارامتر اختلاف ایجاد خواهد شد. در صورت استفاده از روش های آماری این اختلاف به حدود ۲۴ نیوتن (تقریباً معادل ۰/۱۹ درصد) در نیرو و ۲/۶ نیوتن متر (تقریباً معادل ۰/۲۸ درصد) در گشتاور می شود. همان گونه که مشاهده می شود درصد اختلاف ایجاد شده بین مقادیر نامی و خروجی تحلیل ها در هر سه روش کوچک است. در صورت تأثیرگذار بودن این مرتبه از اختلاف، استفاده از روش های آماری در تحلیل، از نظر هزینه تمام شده ساخت و تولید، به صرفه تر خواهد بود زیرا روش های آماری نسبت به روش بدترین حالت با شرایط ورودی یکسان مقدار کوچکتری را به عنوان درصد اختلاف محاسبه کرده است. این به این معنی است که برای رسیدن به یک خروجی مناسب از نظر تعادل دینامیکی روش های آماری در ورودی برای بازه های رواداری دست ما را بازتر خواهد گذاشت و بازه های بزرگتری برای رواداری ساخت قطعات به ما خواهد داد. بازه های رواداری ساختی بازتر نیز به نوبه خود باعث کاهش هزینه های تولید می شود. نتایج تحلیل حساسیت از روش مجموع مربعات نشان می دهد که تغییرات شعاع میل لنگ بیشترین تأثیر را بر نیرو و گشتاورهای نامتعادل دارد.

نتایج تحلیل آماری شبیه سازی مونت کارلو نشان می دهد که اگر بازه تغییرات پارامترها خارج از محدوده مجاز ساختی باشد، تأثیر قابل توجهی بر میزان عدم تعادل سازوکار دارد به طوری که اختلاف با مقدار نامی برای نیرو و گشتاور به ترتیب حدود ۵۷۹/۱ نیوتن (تقریباً معادل

[7] Stuppy J, Meerkamm H. Tolerance analysis of mechanisms taking into account joints with clearance and elastic deformations. InDS 58-5: Proceedings of ICED 09, the 17th International Conference on Engineering Design, Vol. 5, Design Methods and Tools (pt. 1), Palo Alto, CA, USA, 24.-27.08. 2009 2009.

[9] Stuppy J, Meerkamm H, Wartzack S. Statistical tolerance analysis and result visualisation for systems in motion. InDS 60: Proceedings of DESIGN 2010, the 11th International Design Conference, Dubrovnik, Croatia 2010 (pp. 1431-1440).

[10] Peng H, Wang B. 3D statistical tolerance analysis technique and the application in piston aeroengine assembly. In2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE) 2017 Jul 22 (pp. 400-404). IEEE.

[11] Peng H, Peng Z. An iterative method of statistical tolerancing based on the unified Jacobian-Torsor model and Monte Carlo simulation. Journal of Computational Design and Engineering. 2020 Apr 1;7(2):165-76.

[۱۲] سیروس، م. و قصاب زاده سریزدی، م.، تحلیل اثر انحراف‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق بر نیروی اجزاء سازوکار موتور درونسوز، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۵۳، ش. ۱، ص ۱۵۶-۱۴۷، ۱۴۰۲.

[13] Turner JU. A feasibility space approach for automated tolerancing.

[14] Naima JO, M'hammed EL, Mohammed RA, Benaissa EF. Nonlinear condition tolerancing using Monte Carlo simulation. International Journal of Advanced Computer Science and Applications. 2016;7(5)

[15] Martin GH. Kinematics and dynamics of machines. Waveland Press; 2002 May 28 .

[۱۶] همایون خاوری، مریم قصاب زاده و عبدالرضا اوحدی، (ارדיبهشت ۱۴۰۰)، کنترل ارتعاشات موتور COD با به‌کارگیری نگاه‌دارنده‌های فعال، کارشناسی ارشد، تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

۴/۷ درصد و ۴۴/۵۹ نیوتن‌متر (تقریباً معادل ۴/۸ درصد) است.

۷- پیوست

روابط به‌دست‌آمده برای نیرو و گشتاورهای نامتعادل که در تحلیل سینتیکی موردبررسی قرار گرفته است:

$$F_s = \left(Mp + hc * \frac{Mcr}{hp + hc} \right) * R * \omega^2 * \left(\cos(\theta_1) * (\cos(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) + \cos(\varphi_3) + \cos(\varphi_4)) - \sin(\theta_1) * (\sin(\varphi_1) + \sin(\varphi_2) + \sin(\varphi_3) + \sin(\varphi_4)) + R * \cos(2 * \theta_1) * \frac{\cos(2 * \varphi_1) + \cos(2 * \varphi_2) + \cos(2 * \varphi_3) + \cos(2 * \varphi_4)}{L} - R * \sin(2 * \theta_1) * \frac{\sin(2 * \varphi_1) + \sin(2 * \varphi_2) + \sin(2 * \varphi_3) + \sin(2 * \varphi_4)}{L} \right) \quad (پ ۱)$$

$$M = \left(Mp + hc * \frac{Mcr}{hp + hc} \right) * R * \omega^2 * \left(\cos(\theta_1) * (a * \cos(\varphi_2) + 2 * a * \cos(\varphi_3) + 3 * a * \cos(\varphi_4)) - \sin(\theta_1) * (a * \sin(\varphi_2) + 2 * a * \sin(\varphi_3) + 3 * a * \sin(\varphi_4)) + R * \cos(2 * \theta_1) * \frac{a * \cos(2 * \varphi_2) + 2 * a * \cos(2 * \varphi_3) + 3 * a * \cos(2 * \varphi_4)}{L} - R * \sin(2 * \theta_1) * \frac{a * \sin(2 * \varphi_2) + 2 * a * \sin(2 * \varphi_3) + 3 * a * \sin(2 * \varphi_4)}{L} \right) \quad (پ ۲)$$

۸- مراجع

[1] Xu X, Sun Z, Fan Z. Tolerance analysis of slider-crank mechanism for assembly functionality check. International Journal of Nanomanufacturing. 2020;16(2):148-59.

[2] Hallmann M, Schleich B, Wartzack S. From tolerance allocation to tolerance-cost optimization: a comprehensive literature review. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2020 Apr;107(11):4859-912.

[3] Chen H, Jin S, Li Z, Lai X. A comprehensive study of three dimensional tolerance analysis methods. Computer-Aided Design. 2014 Aug 1;53:1-3.

[4] Chen H, Jin S, Li Z, Lai X. A modified method of the unified Jacobian-Torsor model for tolerance analysis and allocation. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2015 Jul;16:1789-800.

[5] Jezierski J, Kowalik M, Siemiątkowski Z. Assembling operations and tolerance analysis of combustion engine crankshaft system. Archive of Mechanical Engineering. 2006:363-71.

[6] Stuppy J, Meerkamm H. TOLERANCE ANALYSIS OF GEOMETRICALLY NON-IDEAL SYSTEMS IN MOTION. InDS 48: Proceedings DESIGN 2008, the 10th International Design Conference, Dubrovnik, Croatia 2008 (pp. 697-704).