نشریه مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره پیاپی ۱۰۹، جلد ۵۴ شماره ۴، زمستان ۱۴۰۳، صفحه ۳۹-۴۸ – پژوهشی کامل – DOI: 10.22034/jmeut.2024.61082.3395

مدل‌سازی و کنترل پهپاد کج‌پروانه با استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه دو

میلاد محبی میرزانق دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، miladmhbbi7@gmail.com

سید محمدرضا اکرمی* استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، mr.akrami@tabrizu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، یک رویکرد نوین برای کنترل وضعیت یک پهپاد هیبریدی با سه موتور و قابلیت کج‌شدن هر سه موتور در مد پرواز عمودی و مد بال ثابت (گذر از حالت پرواز عمودی به پرواز افقی)، ارائه شده است. مدل‌سازی دینامیکی پرنده با استفاده از روابط نیوتن-اویلر انجام شده و سپس یک کنترل‌کننده مدلغزشی مرتبه دو مقاوم برای کنترل پرواز پهپاد توسعه داده شده است. همچنین یک استراتژی بهینه مبتنی بر روش لاگرانژ نیز برای اختصاص مقادیر کنترلی به سرعت زاویه‌ای روتورها و زاویه سروو موتورها به کار گرفته شده است که عملکرد بهینه‌تر و بهبود یافته‌ای را برای کنترل موتورها و سروو موتورها فراهم می‌کند. در نهایت نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده ارائه شده، توانایی خوبی در ردیابی اهداف کنترلی را دارد و پرواز پایداری را در تمام مدهای پروازی ارائه می‌دهد. همچنین، مقایسه روش پیشنهادی با یک کنترل‌کننده مدلغزشی مرتبه دو معمولی نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی عملکرد بهتری دارد.

واژه‌های کلیدی: پهپاد کج‌پروانه ، پهپاد هیبریدی، پهپاد سه‌موتور، عمودپرواز ،کنترل مدلغزشی مرتبه دو، بهینه‌سازی لاگرانژ.

Modeling and Control of Tilt-Rotor UAV Using Second-Order Sliding Mode Controller

S. M. R. Akrami Division of Mechatronics Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

M. Mohebbi Mirzanaq Division of Mechatronics Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

In this study, a novel approach for controlling the attitude and position of a hybrid drone with three motors, each capable of tilting, in vertical flight mode and fixed-wing mode (transition from vertical flight to cruise) is presented. The dynamic modeling of the drone is performed using Newton-Euler equations, followed by the development of a robust second-order sliding mode controller for drone flight control. Additionally, an optimal strategy based on the Lagrange method is employed to allocate control values to the rotor and servo motor angular velocities, providing improved performance for motor and servo motor control. Simulation results demonstrate that the proposed controller exhibits good tracking performance for control objectives and ensures stable flight in all flight modes. Furthermore, comparison with a conventional second-order sliding mode controller reveals the superior performance of the proposed approach.

Keywords: Tilt-rotor UAV, Hybrid UAV, Tri-Rotor UAV, Vertical Flight, second-order sliding mode control, Lagrange optimization.

۱- مقدمه

پهپادها یا هواپیماهای بدون سرنشین، اجسام پرنده‌ای هستند که از طریق کنترل از راه دور یا به‌صورت خودکار پرواز می‌کنند. این سیستم‌ها با توسعه فنی به طور گسترده در زمینه‌های حمل و نقل، فیلم‌برداری، نظامی و تجاری مورد استفاده قرار گرفته و در صنعت هوافضا رشد چشمگیری داشته‌اند. پهپادها به دو دسته اصلی عمود پرواز (با قابلیت نشست و برخاست عمودی) و بال ثابت تقسیم می‌شوند. پهپادهای عمود پرواز توانایی نشست و برخاست بدون باند، مانور در محیط‌های ناهموار، پرواز ایستا و انجام عملیات شناسایی و دیده‌بانی را دارند، اما ظرفیت حمل بار سنگین و مداومت پروازی کمی دارند. پهپادهای بال ثابت با مداومت پروازی بالا و قابلیت حمل بار سنگین و سرعت عملیاتی بالا، نیازمند باند برای برخاست و فرود هستند. در نتیجه، پهپادهای هیبریدی با ترکیب مزایای هر دو نوع، طراحی و توسعه یافته‌اند [۱].

پرنده هیبریدی با هدف ترکیب مزایای هر دو دسته، یعنی قابلیت برخاست و فرود عمودی، شناوری، مانور پروازی بهتر، افزایش قابلیت حمل محموله سنگین‌تر و برد عملیاتی بیشتر، توسعه یافته‌اند. در پهپادهای هیبریدی این کار با چرخش موتورها، بال ها یا حتی کل بدنه پرنده انجام می شود تا پرنده به طور موثر در سرعت های بالا حرکت کند و مانند یک هلیکوپتر بلند شود و فرود بیایید [۱].

پهپادهای هیبریدی به دو دسته اصلی ساختار متغیر و دم‌نشین تقسیم می‌شوند. پهپادهای دم‌نشین، قابلیت برخاست و نشست عمودی روی دم را دارند و برای پرواز افقی باید تمام بدنه پرنده به جلو بچرخد. اما در دسته ساختار متغیر، زاویه بدنه در طول پرواز (پرواز عمودی یا افقی) ثابت است و مکانیزم چرخش موتور یا بال برای گذر از مد عمود پرواز به مد بال ثابت مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲].

پهپاد کج‌پروانه از دسته پهپادهای هیبریدی ساختار متغیر است که قابلیت پرواز عمودی و افقی را دارد و گذر از پرواز عمودی به افقی به وسیله کج‌شدن (چرخش) موتورها انجام می‌شود. پژوهش‌های

* نویسندگان مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mr.akrami@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۳/۰۱/۳۰

تاریخ پذیرش: ۰۳/۰۷/۲۳

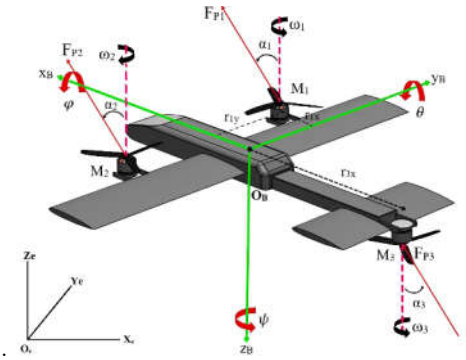
متعددی در زمینه مدل‌سازی و کنترل پهپادهای کج‌پروانه در مدهای پروازی مختلف انجام شده است که در ادامه شرح داده خواهد شد.

چن و همکاران [۳] در سال ۲۰۲۱ به کنترل مد تبدیل (مد گذر) پهپاد کج‌پروانه با سه موتور پرداخته‌اند. در این پژوهش، برای حل مسئله کنترل مد گذر، از یک سیستم کنترل آبشاری[1] شامل کنترل موقعیت، کنترل سرعت، کنترل زاویه و کنترل سرعت زاویه‌ای بهره بردند. درنهایت، شبیه سازی کنترل پرواز ثابت و انتقال سریع در مد گذر، با عدم قطعیت مدل و عدم در نظر گرفتن اثر باد انجام شد. هو و لنزون [۴] در پژوهش خود به کنترل و مانورپذیری یک پهپاد کج‌پروانه سه موتوره که هر سه موتور آن قابلیت کج‌شدن را دارند، پرداخته‌اند. در این پژوهش، ابتدا مدل‌سازی دینامیکی غیرخطی و شدیدا کوپل شده برای پرنده با استفاده از روابط نیوتون- اویلر[2] به‌دست‌آمده است سپس از خطی‌سازی پسخورد مقاوم[3] برای کنترل و مقابله با دینامیک کوپل شده و غیرخطی پرنده استفاده شده است. نام و همکاران [۵] یک پهپاد سه‌موتوره با بال‌های اصلی چرخان که بطور جداگانه برای مانورهای مختلف پرواز می‌چرخند، ارائه کرده‌اند. سیبا و همکاران [۶] به طراحی کنترل وضعیت (جهت گیری) یک پهپاد سه‌موتوره پرداخته‌اند. در این پژوهش، ابتدا طراحی مکانیکی پرنده با پیکربندی سه موتوره که تنها موتور عقب که بر روی دم پرنده قرار دارد قابلیت کج‌شدن را دارد، انجام گرفته است. در سال ۲۰۲۱، تیرومالشوار هگده و همکاران [۷] مدل‌سازی دینامیکی و طراحی کنترل‌کننده برای برخاست و فرود عمدی خودکار یک پهپاد هیبریدی چهارموتور از نوع کج‌پروانه را ارائه دادند. سیسویو جو و همکاران [۸] در پژوهش خود یک پهپاد کج‌پروانه سه موتوره که دو موتور جلوی آن قابلیت کج‌شدن را دارند، ارائه کرده‌اند. هدف این پژوهش بهینه سازی مدت زمان پرواز، قابلیت‌های برخاست و فرود عمودی و کنترل پایداری پرنده است. یو و همکاران [۹] در پژوهشی دیگر، کنترل ارتفاع و جهت‌گیری یک پهپاد کج‌پروانه سه موتوره را در مد عمود پرواز مورد بررسی قرار داده‌اند. آندراده و همکاران [۱۰] در پژوهشی طراحی کنترل‌کننده پیش بین مدل[4] برای حل مشکل ردیابی مسیر یک پهپاد کج‌پروانه همراه با بار آویزان را ارائه داده‌اند. یوکسک و همکاران [۱۱] در پژوهشی مدل‌سازی غیر خطی شش درجه آزادی پهپاد کج‌پروانه توراک[5] در مد گذر و با در نظر گرفتن اثرات آیرودینامیکی القایی ملخ‌ها با نظریه تکانه را ارائه داده‌اند. همچنین ضرائب آیرودینامیکی را از تحلیل عدد جریان به دست آورده‌اند. علی‌زاده و همکاران [۱۲] یک مدل جامع از دینامیک حرکت پهپاد سه موتوره چرخان با یازده درجه آزادی در شش فاز پروازی (فازهای پرواز ایستا، نشست، برخاست، روبه‌جلو، گذار و کروز) و دستیابی به کنترل پرنده برای رسیدن به بهینه ترین شرایط پروازی ارائه داده‌اند. پریسا جدید میلانی و محمد علی حامد [۱۳] یک مدل جامع دینامیکی برای کوادروتور ارائه کرده‌اند که با توجه به رفتار به شدت غیرخطی و عدم قطعیت‌های موجود، از روش‌های کنترل مقاوم مانند مد لغزشی برای ردیابی مسیر مطلوب و پایداری سیستم استفاده می‌کند. این مقاله به بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های مد لغزشی مرتبه اول و دوم در شرایط عدم قطعیت زیاد پرداخته است. در پژوهش ماگاریاما و همکاران [۱۴] کنترل انتقال جهت‌گیری یکپارچه پهپاد کج‌پروانه که دارای چهار موتور است و در حالتی که کنترل موقعیت را بصورت کامل انجام می‌دهد، مورد بررسی قرار گرفته است. سید امین باقرزاده [۱۵] در پژوهش خود پهپادهای موتور چرخان/ بال چرخان را از دیدگاه مکانیک پرواز و کنترل، مورد بررسی قرار داده است. در این پژوهش، ابتدا مزایا و چالش‌های این نوع پهپادهای هیبریدی از نظر طراحی، آیرودینامیک، دینامیک پرواز و کنترل مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، مدل‌سازی دینامیک پرواز را که مجموعه کامل و ثابتی از معادلات دینامیک برای هر نوع پهپاد موتور چرخان و بال چرخان بدون در نظر گرفتن ساختار و چیدمان موتورها است، ارائه کرده است. پارک و همکاران [۱۶] یک طرح کنترل تحمل عیب برای خطاهای محرک و حسگر برای پهپاد کج‌پروانه ارائه کرده‌اند. هی و همکاران [۱۷] در پژوهش خود یک طرح کنترل غیرخطی مبتنی بر حالت لغزشی را برای پرواز شناور پهپاد کج‌پروانه، متشکل از کنترل موقعیت، کنترل جهت‌گیری، و تخصیص کنترل ارائه کرده‌اند. ابراهیم پناهپوری و همکاران [۱۸] یک سیستم بازیابی نوآورانه برای پرنده عمودپرواز با نصب بازوی ماهر ارائه کرده‌اند. این سیستم با استفاده از کنترلگر مد لغزشی فراپیچشی، قادر به کاهش اغتشاشات و ردیابی دقیق مسیر پرنده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترلگر طراحی شده عملکرد مطلوبی در دفع اغتشاشات و بهبود پایداری سیستم دارد.

در این پژوهش، پرنده کج‌پروانه سه‌موتوره با کنترل‌کننده‌های سطح لغزشی و استراتژی بهینه‌سازی لاگرانژ برای تعیین ضرایب غیرخطی و سرعت زاویه‌ای روتورها و زاویه سروموتورها بررسی و پیاده‌سازی می‌شود.

۲- توصیف مدل ریاضی سیستم

برای به‌دست آوردن معادلات دینامیکی پرنده، لازم است که ابتدا نیروها و گشتاورهای وارد بر پرنده استخراج شوند. سپس با استفاده از قوانین نیوتون برای حرکت‌های انتقالی و دورانی، معادلات دینامیک انتقالی و دورانی حاصل شود.



شکل ۱- پهپاد کج‌پروانه

[1] Cascade Control
[2] Newton-Euler
[3] Robust Feedback Linearization
[4] Model Predictive Control
[5] TURAC

۲-۱- دستگاه‌های مختصات

به منظور استخراج و توصیف معادلات شش درجه آزادی، از دستگاه‌های مختصات اینرسی(زمینی)، بدنی و محلی استفاده می‌شود. زوایای φ ، θ و ψ به ترتیب زوایای رول، پیچ و یاو دستگاه بدنی را نسبت به دستگاه اینرسی نشان می‌دهند که برای مشخص کردن جهت گیری پهپاد مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین جهت‌گیری دستگاه بدنی، نسبت به دستگاه زمین به کمک ماتریس دوران (۱) به‌دست می‌آید [۴]:

$$R_b^e(\varphi,\theta,\psi) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\varphi)$$
$$R_b^e = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\varphi S_\theta C_\psi - C_\psi S_\psi & C_\varphi S_\theta C_\psi + S_\varphi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\varphi S_\theta S_\psi + C_\varphi C_\psi & C_\varphi S_\theta S_\psi - S_\varphi C_\psi \\ -S_\theta & S_\varphi C_\theta & C_\theta C_\varphi \end{bmatrix} \quad (۱)$$

در ماتریس فوق، نشان C_* دهنده $\mathrm{Cos}(*)$ و S_* نشان دهنده $\mathrm{Sin}(*)$ است.

۲-۲- نیروهای خارجی وارد بر پهپاد

در این بخش، نیروهای خارجی وارد بر پهپاد در دستگاه مختصات بدنی مدل می‌شوند. این نیرو ها عبارت‌اند از: نیروی پیشران(تراست) (F_P^b)، نیروی گرانش (F_G^b) و نیروی پسا(درگ) آیرودینامیکی(F_D^b)

برای تعیین نیروی پیشران در مختصات بدنی باید ماتریس دوران از مختصات محلی را برای هر مجموعه ملخ و روتور نسبت به مختصات بدنی را در نظر گرفته شود. با توجه به ساختار پهپاد، مختصات محلی برای هر سه مجموعه ملخ و روتور نسبت به مختصات بدنی در یک راستا قرار دارند. نیروی پیشران ایجاد شده توسط یک مجموعه موتور و ملخ به صورت زیر به‌دست می‌آید [۱۹]:

$$T = k_f\omega^2 \quad (۲)$$

که ω سرعت زاویه‌ای موتور و k_f ضریب پیشران است. در این صورت، مولفه‌های پیشران هر یک از موتورها در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر حاصل می‌شوند [۴].

$$F_{P_i}^b = \begin{bmatrix} -k_f{\omega_i}^2\sin\alpha_i \\ 0 \\ -k_f{\omega_i}^2\cos\alpha_i \end{bmatrix}, \quad i = 1,2,3 \quad (۳)$$

در نتیجه نیروی پیشران پهپاد از مجموع نیروهای پیشران هریک از موتورها طبق رابطه (۴) به دست می‌آید.

$$F_P{}^b = k_f\begin{bmatrix} -{\omega_1}^2\sin\alpha_1 - {\omega_2}^2\sin\alpha_2 - {\omega_3}^2\sin\alpha_3 \\ 0 \\ -{\omega_1}^2\cos\alpha_1 - {\omega_2}^2\cos\alpha_2 - {\omega_3}^2\cos\alpha_3 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

بردار جاذبه به سمت مرکز زمین یعنی محور اینرسی است. از این رو، بردار جاذبه با استفاده از ماتریس انتقال، بیان شده در رابطه (۱)، به دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر منتقل می‌شود [۴]:

$$F_G{}^b = R_b^e F_G{}^b = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\sin\varphi\cos\theta \\ mg\cos\theta\cos\varphi \end{bmatrix} \quad (۵)$$

در رابطه فوق $F_G{}^b$ و $F_G{}^e$ به ترتیب بیانگر بردار نیروی گرانش در دستگاه های مختصات بدنی و اینرسی هستند.

نیروی پسا تابعی از سرعت پهپاد و مخالف جهت حرکت آن است. این نیرو، در سیستم مختصات بدنی، طبق رابطه (۶) محاسبه می‌شود.

$$F_D^b = R_e^b F_D^e = -R_e^b K^T[v^{be}]^e = -R_e^b\begin{pmatrix} K_1\dot{x} \\ K_2\dot{y} \\ K_3\dot{z} \end{pmatrix} \quad (۶)$$

که در آن $[v^{be}]^e = [\dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}]^T$ بردار سرعت نقطه مبدا دستگاه بدنه، نسبت به نقطه مبدا دستگاه زمینی توصیف شده در دستگاه زمینی است. و $K = -[K_1\ K_2\ K_3]^T$ نشان دهنده ضریب پسای هوا است.

۲-۳- گشتاور های خارجی وارد بر پهپاد

در این بخش، گشتاورهای خارجی وارد شده به پهپاد در دستگاه مختصات بدنی استخراج می‌شوند. این گشتاور ها عبارت‌اند از:

- گشتاور ناشی از تراست موتورها (τ_P^b)
- گشتاور پسا (درگ) موتور ها (τ_d^b)
- گشتاور ژیروسکوپی (τ_G^b)
- گشتاور پسا(درگ) آیرودینامیکی (τ_D^b)

گشتاور ناشی از نیروی پیشران موتورها بر مبنای نیروی پیشران و همچنین در نظر گرفتن عبارت $r_{1x} = r_{2x}$ و $r_{1y} = -r_{2y}$ (موقعیت موتور ها نسبت به مرکز جرم پهپاد) محاسبه می‌شود.

$$\tau_P^b = k_f\begin{bmatrix} (-{\omega_1}^2\cos\alpha_1 + {\omega_2}^2\cos\alpha_2)r_{1y} + {\omega_3}^2\sin\alpha_3 r_{3x} \\ ({\omega_1}^2\cos\alpha_1 + {\omega_2}^2\cos\alpha_2)r_{1x} \\ ({\omega_1}^2\sin\alpha_1 - {\omega_2}^2\sin\alpha_2)r_{1y} + {\omega_3}^2\cos\alpha_3 r_{3x} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

به منظور چرخش هر یک از ملخ‌ها باید هر موتورگشتاور مورد نیاز حول شفت موتور ایجاد کند. این گشتاور با غلبه بر نیروی اصطکاکی پسا هر موتور، باعث چرخش ملخ‌ها و سرعت گرفتن آن‌ها می‌شود. از این رو این گشتاور، گشتاور ناشی از نیروی پسای موتور یا گشتاور عکس‌العملی نامیده می‌شود. گشتاور پسای وارد بر هر ملخ طبق رابطه (۸) به‌دست می‌آید [۲۰]:

$$\tau_d = k_t\omega^2 \quad (۸)$$

که k_t ضریب گشتاور پسا است. پس گشتاور پسا برای هر یک از موتور ها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۴]:

$$\tau_{d_i}^b = \begin{bmatrix} k_d{\omega_i}^2\sin\alpha_i \\ 0 \\ k_d{\omega_i}^2\cos\alpha_i \end{bmatrix}, \quad i = 1,2,3 \quad (۹)$$

در نتیجه، گشتاور پسای وارد بر پهپاد طبق رابطه (۱۰) به دست می‌آید:

$$\tau_d^b = k_d\begin{bmatrix} {\omega_1}^2\sin\alpha_1 - {\omega_2}^2\sin\alpha_2 + {\omega_3}^2\sin\alpha_3 \\ 0 \\ {\omega_1}^2\cos\alpha_1 - {\omega_2}^2\cos\alpha_2 + {\omega_3}^2\cos\alpha_3 \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

بر اساس قانون پایستگی تکانه، هر جسم چرخان تمایل دارد که جهت چرخش خود را در فضای اینرسی حفظ کند. این اصل از مکانیک کلاسیک، به معنای این است که یک جسم در حالت چرخشی خواهد ماند تا زمانی که نیروی خارجی به آن اثر نکند. در مورد موتورهای استفاده شده در پهپادهای کج‌پروانه نیز این اصل اعمال می‌شود. همانطور که می‌دانیم، موتورها به عنوان جسم‌های چرخان، تمایل دارند که جهت چرخش خود را حفظ کنند. وقتی که پهپاد کج‌پروانه، موتورها را به تغییر جهت چرخش وادار می‌کند، موتورها در تلاش‌اند تا این تغییر جهت را متعادل کنند و جهت چرخش خود را حفظ کنند. این تلاش موتورها برای حفظ جهت چرخش، منجر به ایجاد گشتاوری به نام گشتاور ژیروسکوپی می‌شود که به بدنه پرنده اعمال می‌شود. همچنین، سرعت زاویه‌ای تغییر جهت چرخش موتورها می‌تواند گشتاور ژیروسکوپی دیگری را به پرنده اعمال کند که این نیز باید مد نظر قرار گیرد. در این پژوهش، نرخ زاویه کج‌شدن موتورها کوچک فرض می‌شود، درنتیجه از گشتاور ژیروسکوپی ناشی از نرخ زاویه کج‌شدن

موتورها، صرف نظر می‌شود. همچنین نرخ تغییرات سرعت زاویه‌ای موتورها ناچیز است. گشتاورهای ژیروسکوپی اعمالی از هر موتور به پرنده به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲]:

$$\tau_{Gy} = -[\omega^{be}]^b \times \left[L_{M_i}\right]^b \quad (۱۱)$$

در رابطه‌ی(۱۱)، $\left[L_{M_i}\right]^b$ تکانه زاویه‌ای موتور i-ام در دستگاه بدنی پرنده است. تکانه زاویه‌ای موتور i-ام در قاب موتور از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$\left[L^e_{M_i}\right]^M = \left[I^M_{M_i}\right]^M \left[\omega^e_{M_i}\right]^M \quad (۱۲)$$

که در رابطه (۱۲)، $\left[\omega^e_{M_i}\right]^M$، بردار سرعت دورانی موتور i-ام نسبت به مختصات زمین بیان شده در دستگاه مختصات موتور است. همچنین، $\left[I^M_{M_i}\right]^M$ تانسور ممان اینرسی اجزا چرخان موتور نسبت به مرکز جرم آن است و I_{M_i} ممان اینرسی اجزا چرخان هر موتور حول محور z آن است. در نتیجه رابطه (۱۱) به شکل زیر تغییر می‌کند.

$$\tau_{Gy} = -[\omega^{be}]^b \times R^e_b \left[I^M_{M_i}\right]^M \left[\omega^e_{M_i}\right]^M \quad (۱۳)$$

در رابطه فوق، $[\omega^{be}]^b$ سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه زمینی بیان شده در دستگاه بدنی است. با بسط عبارت فوق، مجموع گشتاورهای ژیروسکوپی اعمالی به پرنده طبق رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]:

$$\tau_{Gy}{}^b = \begin{bmatrix} qI_M\,(\omega_1 cos\alpha_1 - \omega_2 cos\alpha_2 + \omega_3 cos\alpha_3) \\ rI_M\,(\omega_1 cos\alpha_1 - \omega_2 cos\alpha_2 + \omega_3 cos\alpha_3) + \\ p\,(-\omega_1 cos\alpha_1 + \omega_2 cos\alpha_2 - \omega_3 cos\alpha_3) \\ qI_M\,(-\omega_1 cos\alpha_1 + \omega_2 cos\alpha_2 - \omega_3 cos\alpha_3) \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

گشتاور پسای آیرودینامیکی تابعی از سرعت زاویه ای پهپاد و خلاف جهت حرکت آن است. این گشتاور در سیستم مختصات بدنه به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\tau^b_D = -L^T \omega^b = -\begin{pmatrix} L_1 p \\ L_2 q \\ L_3 r \end{pmatrix} \quad (۱۵)$$

که $\omega^b = [p\ q\ r]^T$ نشان دهنده سرعت زاویه ای پهپاد و $L = [L_1\ L_2\ L_3]^T$ ضریب پسا است.

۲-۴- دینامیک انتقالی و دورانی پهپاد

در این بخش، معادلات حرکت پرنده استخراج می‌شود. با در نظرگیری پرنده به عنوان جسم صلب و ثابت بودن وزن آن، حرکت پرنده با استفاده از قانون دوم نیوتون-اویلر قابل توصیف است.

دینامیک انتقالی پرنده در دستگاه مختصات اینرسی طبق رابطه (۱۶) به دست می‌آید [۴].

$$F^e_{tot} = M_{tot} \frac{\partial [v^{be}]^e}{\partial t}$$
$$\Rightarrow R^e_b \begin{pmatrix} F_1 \\ 0 \\ F_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{tot} g \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_1 \dot{x} \\ K_2 \dot{y} \\ K_3 \dot{z} \end{pmatrix} = M_{tot} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \quad (۱۶)$$

که:

$$F_1 = -{\omega_1}^2 sin(\alpha_1) - {\omega_2}^2 sin(\alpha_2) - {\omega_3}^2 sin(\alpha_3)$$
$$F_3 = -{\omega_1}^2 cos(\alpha_1) - {\omega_2}^2 cos(\alpha_2) - {\omega_3}^2 cos(\alpha_3)$$
$$d_{F_1} = \begin{bmatrix} cos(\theta)cos(\psi) \\ cos(\theta)sin(\psi) \\ -sin(\theta) \end{bmatrix} F_1 \quad (۱۷)$$

در نهایت، معادلات حرکت انتقالی پرنده به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{x} = \frac{1}{M_{tot}} (cos(\varphi) sin(\theta) cos(\psi) + sin(\varphi) sin(\psi)) F_3 - \frac{K_1}{M_{tot}} \dot{x} + \frac{d_{F_{1x}}}{M_{tot}} \quad (۱۸)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{M_{tot}} (cos(\varphi) sin(\theta) sin(\psi) - sin(\varphi) cos(\psi)) F_3 - \frac{K_2}{M_{tot}} \dot{y} + \frac{d_{F_{1y}}}{M_{tot}} \quad (۱۹)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{M_{tot}} (cos(\theta) cos(\varphi)) F_3 + g - \frac{K_3}{M_{tot}} \dot{z} + \frac{d_{F_{1z}}}{M_{tot}} \quad (۲۰)$$

دینامیک دورانی در مختصات بدنی طبق رابطه (۲۱) حاصل می‌شود [۴]:

$$\tau^b_{tot} = I^b_\upsilon [\dot{\omega}^{be}]^b + S([\omega^{be}]^b) I^b_\upsilon \omega^b \quad (۲۱)$$

جایی که $I^b_\upsilon = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$ نشان دهنده ماتریس گشتاور اینرسی پهپاد است.

$$\tau^b_{Pd} = \tau^b_P + \tau^b_d \quad (۲۲)$$

$$d_G = \tau^b_G \quad (۲۳)$$

با تعریف رابطه (۲۲) و (۲۳) ،رابطه (۲۱) به صورت زیر بیان می شود:

$$[\dot{\omega}^{be}]^b = (I^b_\upsilon)^{-1}(\tau^b_P + \tau^b_d) + (I^b_\upsilon)^{-1}\tau^b_G + (I^b_\upsilon)^{-1}\tau^b_D - (I^b_\upsilon)^{-1}[\omega^{be}]^b I^b_\upsilon \omega^b \quad (۲۴)$$

حال با بسط رابطه (۲۴) و تعریف $[\dot{\omega}^{be}]^b = [\ddot{\varphi}\ \ddot{\theta}\ \ddot{\psi}]^T$، معادله چرخش پرنده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{\varphi} = (c_1 r + c_2 p)q + \tau_1 + d_{G1} + c_{10}K_4 p + c_{11}K_6 r \quad (۲۵)$$

$$\ddot{\theta} = c_5 pr - c_6(p^2 - r^2) + \tau_2 + d_{G2} + c_{12}K_5 q \quad (۲۶)$$

$$\ddot{\psi} = (c_8 p - c_2 r)q + \tau_3 + d_{G3} + c_{13}K_4 p + c_{14}K_6 r \quad (۲۷)$$

که:

$$\tau_1 = c_3 \tau^b_{Pd1} + c_4 \tau^b_{Pd3} \quad (۲۸)$$

$$\tau_2 = c_7 \tau^b_{Pd2} \quad (۲۹)$$

$$\tau_3 = c_4 \tau^b_{Pd1} + c_9 \tau^b_{Pd3} \quad (۳۰)$$

$$c_1 = \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_{zz} - {I_{xz}}^2}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_2 = \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2},$$
$$c_3 = \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_4 = \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_5 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}$$
$$c_6 = \frac{I_{xz}}{I_{yy}}, c_7 = \frac{1}{I_{yy}}, c_8 = \frac{(I_{xx} - I_{yy})I_{xx} + {I_{xz}}^2}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2} \quad (۳۱)$$
$$c_9 = \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_{10} = \frac{-I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_{11} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}$$
$$c_{12} = \frac{-1}{I_{yy}}, c_{13} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}, c_{14} = \frac{-I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - {I_{xz}}^2}$$

۳- طراحی کنترل‌کننده

دینامیک پرنده کچ‌پروانه که در بخش۲ استخراج شد، یک دینامیک غیرخطی پیچیده است که طراحی کنترل کننده مناسب برای آن یک چالش مهم به حساب می‌آید. در این بخش کنترل کننده مدلغزشی مرتبه دوم برای کنترل پرنده، پیشنهاد شده است. کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم برای سیستم‌های غیرخطی، به خصوص در مواردی که عدم قطعیت و اختلافات زیادی بین مدل سیستم و واقعیت وجود دارد، کاربردی است.

۳-۱-کنترل وضعیت پرنده

در این بخش به مسئله ردیابی مجانبی جهت‌گیری و موقعیت پرنده با طراحی کنترل‌کننده پرواز بر اساس تکنیک سطح لغزشی مرتبه دوم پرداخته می‌شود. ایده اصلی این است که با توجه به معادلات حرکت و چرخش پرنده، سیستم کنترل به دو بخش تمام تحریک و زیرتحریک تقسیم شود. معادلات مربوط به موقعیت عمودی و زاویه یاو

به عنوان بخش تمام تحریک در نظر گرفته شده‌اند، به این دلیل که در این زیرسیستم، کنترل کاملی روی حالت‌ها وجود دارد و با طراحی یک کنترل سطح لغزشی معمولی، حالت‌ها می‌توانند مرجع خود را دنبال کنند. بقیه معادلات به عنوان بخش زیرتحریک در نظر گرفته می‌شوند. در این مرحله به کمک کنترل سطح لغزش معمولی نمی‌توان کنترل کاملی روی حالت‌ها داشت. بنابراین با طراحی یک کنترل سطح لغزشی بهبود یافته سعی شده است که حالت‌ها، مرجع خود را دنبال کنند. در هر کدام از این بخش‌ها، ابتدا یک سطح لغزش با ترکیب خطی خطاهای جهت‌گیری و موقعیت تعریف می‌شود و سپس سعی می‌شود که با طراحی قانون کنترلی مناسب، این خطاها به سمت صفر همگرا شوند. نکته مهم این است که در بخش زیرتحریک، تعیین ضرایب سطح لغزشی برای کنترل متغیرهای حالت پیچیده است، زیرا تعداد ورودی‌ها از تعداد متغیرهای حالت مستقل کمتر است. بنابراین، به عنوان دیگر ایده این پژوهش، این ضرایب به کمک خطی‌سازی سطح لغزشی حول نقطه تعادل به‌دست می‌آیند و در نتیجه یک سطح لغزش غیرخطی ایجاد می‌شود. تئوری اصلی این پژوهش به صورت یک قضیه بیان می‌شود. در قضیه ۱ که از مرجع [۲۱] الهام گرفته است، سعی شده تا با طراحی یک کنترل سطح لغزشی مرتبه دو معمولی برای زیرسیستم تمام تحریک و یک کنترل سطح لغزشی مرتبه دو بهبود یافته برای زیرسیستم زیرتحریک، حالت‌های سیستم مرجع خود را دنبال کنند. قوانین کنترل بر این اساس که مشتق تابع لیاپانوف منفی شود استخراج می‌شوند تا این قوانین تضمین کننده پایداری مجانبی سیستم باشند. در بخش تمام تحریک، ضرایب قوانین کنترل ثابت در نظر گرفته می‌شوند، به این دلیل که کنترل کاملی روی حالت‌ها وجود دارد. در بخش زیرتحریک، سعی می‌شود که ضرایب به گونه ای به‌دست آید که کنترل کامل اتفاق بیفتد. جهت استخراج ضرایب مناسب برای قوانین کنترل در بخش زیرتحریک، دینامیک خطی سطح لغزش در نزدیکی نقطه تعادل سیستم استخراج می‌شود. سپس با انتخاب قطب‌های مناسب برای این دینامیک خطی که تضمین‌کننده پایداری مجانبی آن باشد، ضرایب مناسب استخراج می‌شوند. این ضرایب غیرخطی و تابعی از حالات سیستم هستند و کنترل کامل سیستم را تضمین می‌کنند.

قضیه ۱: معادلات جهت‌گیری و موقعیت پرنده را در نظر بگیرید. همچنین فرض کنید که ضرایب c_z ، $\varepsilon_i(i=1,\dots,4)$، $\eta_i(i=1,\dots,4)$ و c_ψ داده شده باشند. حال اگر $\lambda_i(i=1,\dots,3)$ قطب‌های مطلوب دینامیک سطح لغزش تعریف شده برای بخش زیرتحریک حول نقطه تعادل باشند، آنگاه قانون کنترل مجازی زیر تضمین‌کننده پایداری مجانبی دینامیک پرنده است و خطای ردیابی نهایتا به سمت صفر همگرا می‌شود.

$$F_3=\frac{M_{tot}}{\cos(\theta)\cos(\varphi)}(c_z(\dot z_d-\dot z)+\ddot z_d-g+f_1+\varepsilon_1\,\mathrm{sgn}(s_1)+\eta_1 s_1) \quad (۳۲)$$

$$\tau_1=\frac{d_5}{d_7}(\ddot y_d-\ddot y)+\frac{d_6}{d_7}(\dot y_d-\dot y)+\ddot\phi_d+\frac{d_8}{d_7}(\dot\phi_d-\dot\phi)+f_2+\frac{1}{d_7}(\varepsilon_2\,\mathrm{sgn}(s_2)+\eta_2 s_2)) \quad (۳۳)$$

$$\tau_2=\frac{d_1}{d_3}(\ddot x_d-\ddot x)+\frac{d_2}{d_3}(\dot x_d-\dot x)+\ddot\theta_d+\frac{d_4}{d_3}(\dot\theta_d-\dot\theta)+f_3+\frac{1}{d_3}(\varepsilon_3\,\mathrm{sgn}(s_3)+\eta_3 s_3) \quad (۳۴)$$

$$\tau_3=c_\psi(\dot\psi_d-\dot\psi)+\ddot\psi_d+f_4+\varepsilon_4\,\mathrm{sgn}(s_4)+\eta_4 s_4 \quad (۳۵)$$

که:

$$f_1=\frac{K_3}{M_{tot}}\dot z \quad (۳۶)$$

$$f_2=-(c_1 r+c_2 p)q-c_{10}K_4 p-c_{11}K_6 r \quad (۳۷)$$

$$f_3=-c_5 pr+c_6(p^2-r^2)-c_{12}K_5 q \quad (۳۸)$$

$$f_4=-(c_8 p-c_2 r)q-c_{13}K_4 p-c_{14}K_6 r \quad (۳۹)$$

و ضرایب $d_i(i=1,\dots,8)$ باید روابط زیر را ارضا کنند:

$$\frac{d_4}{d_3}=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3 \quad (۴۰)$$

$$\frac{d_1F_3}{d_3M_{tot}}\cos(\varphi)\cos(\psi)=\lambda_1\lambda_2+\lambda_1\lambda_3+\lambda_2\lambda_3 \quad (۴۱)$$

$$\frac{d_2F_3}{d_3M_{tot}}\cos(\varphi)\cos(\psi)=\lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (۴۲)$$

$$\frac{d_8}{d_7}=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3 \quad (۴۳)$$

$$-\frac{d_5F_3}{d_7M_{tot}}\cos(\psi)=\lambda_1\lambda_2+\lambda_1\lambda_3+\lambda_2\lambda_3 \quad (۴۴)$$

$$\frac{d_6F_3}{d_7M_{tot}}\cos(\psi)=\lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (۴۵)$$

کنترل‌کننده سطح لغزش معمولی فقط تضمین می‌کند که مشتق تابع لیاپانوف منفی شود و در نتیجه، سطوح لغزش در نظر گرفته‌شده برای بخش زیرتحریک به سمت صفر همگرا شوند، اما هیچ تضمینی برای همگرا شدن حالت‌ها به سمت مقدار مرجع خود وجود ندارد. به عبارت دیگر، به دلیل اینکه کنترل‌کننده سطح لغزش معمولی هیچ کوپلینگی بین بخش تمام‌تحریک و زیرتحریک ایجاد نمی‌کند، توانایی کنترل تمام حالت‌های بخش زیرتحریک را ندارد. از این رو، در این مقاله سعی شده است که ضرایب کنترل‌کننده سطح لغزش به گونه‌ای به‌دست آیند که علاوه بر اینکه سطوح لغزش به سمت صفر همگرا شوند، مشتق آن‌ها نیز به سمت صفر همگرا شود و دینامیک سطح لغزش نزدیک نقطه تعادل پایدار شود. بنابراین، با تحلیل دینامیک سطوح لغزش، ضرایب کنترل‌کننده به‌صورت وابسته به حالت، استخراج می‌شوند و کوپلینگی بین دو بخش ایجاد می‌شود. این موضوع در روابط (۴۰) تا (۴۵) قابل مشاهده است که ضرایب بخش زیرتحریک تابعی از ψ هستند که متعلق به بخش تمام‌تحریک است.

اثبات: ابتدا سطوح لغزش برای بخش تمام تحریک و بخش زیرتحریک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s_1=c_z(z_d-z)+(\dot z_d-\dot z) \quad (۴۶)$$

$$s_4=c_\psi(\psi_d-\psi)+(\dot\psi_d-\dot\psi) \quad (۴۷)$$

$$s_2=d_1(\dot x_d-\dot x)+d_2(x_d-x)+d_3(\dot\theta_d-\dot\theta)+d_4(\theta_d-\theta) \quad (۴۸)$$

$$s_3=d_5(\dot y_d-\dot y_4)+d_6(y_d-y)+d_7(\dot\varphi_d-\dot\varphi)+d_8(\varphi_d-\varphi) \quad (۴۹)$$

برای اثبات اینکه که قانون کنترل لغزشی تضمین‌کننده پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته است، ابتدا باید یک تابع لیاپانوف کاندید (تابع انرژی کاندید) معرفی شود که نماینده‌ای برای نشان دادن تغییرات انرژی سیستم باشد. با توجه به اینکه انرژی سیستم مثبت است، بنابراین تابع لیاپانوف کاندید نیز باید مثبت باشد. یکی از توابع لیاپانوف کاندید مرسوم، تابع چند جمله ای درجه دوم است که با بسیاری از دینامیک‌ها سازگاری دارد. یک تابع چند جمله‌ای درجه دوم به صورت ضرب داخلی دو بردار سطح لغزش تعریف شده است. حال طبق تئوری لیاپانوف، مشتق این تابع در امتداد مسیر سیستم حلقه بسته باید منفی باشد تا پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته تضمین گردد. به عبارت دیگر، تغییرات انرژی باید اکیدا نزولی باشد. بر این

اساس، تابع لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = \frac{1}{2}s^T s \quad (۵۰)$$

که:

$$s = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix} \quad (۵۱)$$

با مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{s}^T s = (c_z(\dot{z}_d - \dot{z}) + (\ddot{z}_d - \ddot{z}))s_1 + (c_\psi(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \\ +(\ddot{\psi}_d - \ddot{\psi}))s_4 + (d_1(\dot{x}_d - \dot{x}) + d_2(\dot{x}_d - \dot{x}) + \\ d_3(\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}) + d_4(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}))s_3 + (d_5(\ddot{y}_d - \ddot{y}) + \\ d_6(\dot{y}_d - \dot{y}) + (\dot{\phi}_d - \ddot{\phi}) + d_8(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}))s_2 \end{aligned} \quad (۵۲)$$

با جایگذاری معادلات موقعیت (۲۰)- (۱۸) و جهت‌گیری (۲۷)−(۲۵) و همچنین قوانین کنترل پرواز (۳۵)- (۳۲) در رابطه (۵۲) و ساده سازی رابطه به‌دست آمده خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} = \dot{s}^T s = (-\varepsilon_1 \operatorname{sgn}(s_1) - \eta_1 s_1 - \frac{d_{F_{1z}}}{M_{tot}})s_1 - d_{G3})s_4 \\ +(-\varepsilon_4 \operatorname{sgn}(s_2) - \eta_4 s_4 + (-\varepsilon_3 \operatorname{sgn}(s_3) - \eta_3 s_3 \\ -d_{G2})s_3 + (-\varepsilon_2 \operatorname{sgn}(s_2) - \eta_2 s_2 - d_{G1})s_2 \\ \Rightarrow \dot{V} = -\varepsilon_1 s_1 \operatorname{sgn}(s_1) - \eta_1 {s_1}^2 - \varepsilon_4 s_4 \operatorname{sgn}(s_4) \\ -\eta_4 {s_4}^2 - \varepsilon_3 s_3 \operatorname{sgn}(s_3) - \eta_3 {s_3}^2 - \varepsilon_2 s_2 \operatorname{sgn}(s_2) \\ -\eta_2 {s_2}^2 - \frac{d_{F_{1z}}}{M_{tot}} s_1 - d_{G3} s_4 - d_{G2} s_3 - d_{G1} s_2 \\ -\frac{d_{F_{1z}}}{M_{tot}} s_1 - d_{G3} s_4 - d_{G2} s_3 - d_{G1} s_2 \end{aligned} \quad (۵۳)$$

با توجه به اینکه عبارت $\varepsilon_i (i = 1,\dots,4)$ و $\eta_i (i = 1,\dots,4)$ کوچک است، با انتخاب مناسب ضرایب $1,\dots,4)$ ، مشتق تابع لیاپانوف منفی می‌شود و در نتیجه پایداری مجانبی تضمین می‌گردد.

جهت استخراج ضرایب مناسب برای قوانین کنترل در بخش زیرتحریک، ابتدا باید دینامیک خطی سطح لغزش در نزدیکی نقطه تعادل سیستم استخراج شود. سپس با داشتن این دینامیک خطی که تابعی از ضرایب است، معادله مشخصه سطح لغزش در نزدیکی نقطه تعادل سیستم به‌دست می‌آید. در ادامه با انتخاب قطب‌های مناسب برای این دینامیک خطی که تضمین‌کننده پایداری مجانبی آن باشد، معادله مشخصه مطلوب به‌دست می‌آید. با مقایسه این دو معادله، ضرایب قوانین کنترل به‌دست می‌آیند.

با در نظر گرفتن $s_3 = 0$ و $\dot{s}_3 = 0$، خواهیم داشت:

$$\dot{x}_d - \dot{x} = -\frac{d_2}{d_1}(x_d - x) - \frac{d_3}{d_1}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - \frac{d_4}{d_1}(\theta_d - \theta) \quad (۵۴)$$

$$\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} = -\frac{d_1}{d_3}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) - \frac{d_2}{d_3}(\dot{x}_d - \dot{x}) - \frac{d_4}{d_3}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (۵۵)$$

با ترکیب این دو رابطه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} = -\frac{d_1}{d_3}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{{d_2}^2}{d_1 d_3}(x_d - x) + (\frac{d_2}{d_1} \\ -\frac{d_4}{d_3})(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{d_2 d_4}{d_1 d_3}(\theta_d - \theta) \end{aligned} \quad (۵۶)$$

با فرض $z_1 = \theta_d - \theta$ ، $z_2 = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$ و $z_3 = x_d - x$ ، فرم آبشاری روابط بالا بصورت زیر خواهد بود:

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (۵۷)$$

$$\dot{z}_2 = -\frac{d_1}{d_3}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{{d_2}^2}{d_1 d_3}(x_d - x) + \left(\frac{d_2}{d_1} - \frac{d_4}{d_3}\right) \left(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}\right) + \frac{d_2 d_4}{d_1 d_3}(\theta_d - \theta) \quad (۵۸)$$

$$\dot{z}_3 = -\frac{d_2}{d_1}(x_d - x) - \frac{d_3}{d_1}\left(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}\right) - \frac{d_4}{d_1}(\theta_d - \theta) \quad (۵۹)$$

اگر متغیرهای حالت نزدیک به نقطه تعادل قرار گیرند، داریم: $z_1, z_2, z_3 \to 0$. پس از خطی‌سازی فرم آبشاری بالا حول نقطه تعادل، خواهیم داشت:

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (۶۰)$$

$$\dot{z}_2 = -\frac{d_1}{d_3}(\ddot{x}_d - (-z_1 \cos(\varphi)\cos(\psi) + \sin(\varphi)\sin(\psi)) \frac{F_3}{M_{tot}} + f_5) + \frac{{d_2}^2}{d_1 d_3}(x_d - x) + (\frac{d_2}{d_1} - \frac{d_4}{d_3})(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{d_2 d_4}{d_1 d_3}(\theta_d \quad (۶۱)$$

$$\dot{z}_3 = -\frac{d_2}{d_1}(x_d - x) - \frac{d_3}{d_1}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - \frac{d_4}{d_1}(\theta_d - \theta) \quad (۶۲)$$

که:

$$f_5 = -\frac{K_1}{M_{tot}}\dot{x} + \frac{d_{F_{1x}}}{M_{tot}} \quad (۶۳)$$

اگر $Z = [z_1 z_2 z_3]^T$ آنگاه:

$$\dot{Z} = AZ + BZ = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ a & b & c \end{pmatrix} Z + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \kappa_1 & \kappa_2 & \kappa_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (۶۴)$$

$$\begin{cases} A_{21} = -\frac{d_1 F_3}{d_3 M_{tot}}(\cos(\varphi)\cos(\psi)) + \frac{d_2 d_4}{d_1 d_3}, \\ A_{22} = \frac{d_2}{d_1} - \frac{d_4}{d_3}, \ A_{23} = \frac{d_2 d_4}{d_1 d_3}, \\ a = \frac{{d_2}^2}{d_1 d_3}, b = -\frac{d_1}{d_3}, c = -\frac{d_2}{d_1} \end{cases} \quad (۶۵)$$

پارامترهای $\kappa_i (i = 1,2,3)$ دارای مقادیر کوچکی هستند. بنابراین، رابطه بالا به صورت $\dot{Z} = AZ$ تقریب زده می‌شود. برای پایداری این رابطه باید مقادیر ویژه ماتریس A سمت چپ محور موهومی باشند. مقادیر ویژه ماتریس A به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ -A_{21} & \lambda - A_{22} & -A_{23} \\ -a & -b & -c \end{vmatrix} = 0 \quad (۶۶)$$

حال اگر معادله مشخصه به صورت $|\lambda I - A| = (\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2)(\lambda + \lambda_3) = 0$ در نظر گرفته شود، آنگاه ضرایب $d_i (i = 1,\dots,4)$ در قضیه ۱ اثبات می‌شوند. با در نظر گرفتن $s_4 = 0$ و $\dot{s}_4 = 0$ و مشابه روند قبل، ضرایب $d_i (i = 5,\dots,8)$ در قضیه ۱ اثبات می‌شوند و در نتیجه اثبات قضیه تکمیل می‌گردد.

۲-۳-تخصیص کنترل

مقادیر کنترل مجازی که توسط کنترل‌کننده تولید می‌شود باید تبدیل به سرعت زاویه‌ای موتورها و زاویه سروموتورها شود تا پهپاد بتواند مسیر مطلوب را دنبال کند. اگر این تبدیل از طریق یک استراتژی بهینه انجام شود، می‌توان انرژی مصرفی پهپاد را کاهش داد. با توجه به اینکه انرژی مصرفی پهپاد رابطه مستقیمی با سرعت زاویه‌ای روتورها دارد، می‌توان مجموع مربعات سرعت‌های زاویه‌ای را به عنوان تابع هزینه در نظر گرفت [۱۷]:

$$J = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 \quad (۶۷)$$

این تابع هزینه به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$J = {P_1}^2 + {P_2}^2 + {P_3}^2 + {P_4}^2 + {P_5}^2 + {P_6}^2 \quad (۶۸)$$

که:

$$P_1 = \omega_1 \cos(\alpha_1) \quad (۶۹)$$

$$P_2 = \omega_1 \sin(\alpha_1) \quad (۷۰)$$

$$P_3 = \omega_2 \cos(\alpha_2) \quad (۷۱)$$

$$P_4 = \omega_2 \sin(\alpha_2) \quad (۷۲)$$

$$P_5 = \omega_3 \cos(\alpha_3) \quad (۷۳)$$

$$P_6 = \omega_3 \sin(\alpha_3) \quad (۷۴)$$

هدف این است که تبدیل ذکر شده به گونه‌ای انجام شود که تابع هزینه ذکر شده حداقل شود. از طرف دیگر، روابط ریاضی حاکم بر پهپاد در روابط (۴)، (۷)، (۱۰) و (۲۲)، قیودی را به این تابع هزینه تحمیل می‌کنند و امکان انتخاب هر نوع سرعت زاویه‌ای را از بین می‌برند. بر اساس این روابط داریم:

$$\begin{matrix} -k_f P_1 r_{1y} + k_d P_2 + k_f P_3 r_{1y} - k_d P_4 + k_d P_6 - \tau^b_{Pd1} = 0 \\ k_f P_1 r_{1x} + k_f P_3 r_{1x} + k_f P_5 r_{3x} - \tau^b_{Pd2} = 0 \\ k_f r_{1y} P_2 - k_f r_{1y} P_4 + k_d P_1 - k_d P_3 + k_d P_5 - \tau^b_{Pd3} = 0 \\ k_f P_1 + k_f P_3 + k_f P_5 - F_3 = 0 \end{matrix} \quad (۷۵)$$

بر اساس روابط (۶۸) و (۷۵)، مسئله بهینه‌سازی در قالب رابطه (۷۶) خلاصه می‌شود:

$$\begin{matrix} \min J = P_1^{\,2} + P_2^{\,2} + P_3^{\,2} + P_4^{\,2} + P_5^{\,2} + P_6^{\,2} \\ \text{subjectto:} \\ -k_f P_1 r_{1y} + k_d P_2 + k_f P_3 r_{1y} - k_d P_4 + k_d P_6 - \tau^b_{Pd1} = 0 \\ k_f P_1 r_{1x} + k_f P_3 r_{1x} + k_f P_5 r_{3x} - \tau^b_{Pd2} = 0 \\ k_f r_{1y} P_2 - k_f r_{1y} P_4 + k_d P_1 - k_d P_3 + k_d P_5 - \tau^b_{Pd3} = 0 \\ k_f P_1 + k_f P_3 + k_f P_5 - F_3 = 0 \end{matrix} \quad (۷۶)$$

توجه شود که در رابطه (۷۶)، مقادیر τ^b_{Pd1}، τ^b_{Pd2} و τ^b_{Pd3} بر اساس روابط (۲۸) تا (۳۰) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & c_4 \\ 0 & c_7 & 0 \\ c_4 & 0 & c_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau^b_{Pd1} \\ \tau^b_{Pd2} \\ \tau^b_{Pd3} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \tau^b_{Pd1} \\ \tau^b_{Pd2} \\ \tau^b_{Pd3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & c_4 \\ 0 & c_7 & 0 \\ c_4 & 0 & c_9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (۷۷)$$

به دلیل اینکه این مسئله بهینه‌سازی دارای یک تابع هزینه به صورت مجموع مربعات چندجمله‌ای است، ماتریس هسین مربوط به تابع هزینه برابر با 2I است. در نتیجه، با توجه به مثبت معین بودن ماتریس هسین و خطی بودن قیود، ما با یک مسئله مقید محدب روبه‌رو هستیم. یکی از روش‌های کارآمد حل این نوع مسائل، روش ضرب‌کننده لاگرانژ است. بر اساس این روش، یک تابع لاگرانژ متشکل از تابع هزینه و قیود به صورت زیر تشکیل می‌شود.

$$\begin{matrix} L = P_1^{\,2} + P_2^{\,2} + P_3^{\,2} + P_4^{\,2} + P_5^{\,2} + P_6^{\,2} + t_1 \\ \left(-k_f P_1 r_{1y} + k_d P_2 + k_f P_3 r_{1y} - k_d P_4 + k_d P_6 - \tau_{Pd1}\right) \\ +t_2\left(k_f P_1 r_{1x} + k_f P_3 r_{1x} + k_f P_5 r_{3x} - \tau_{Pd2}\right) + t_3 \\ \left(k_f r_{1y} P_2 - k_f r_{1y} P_4 + k_d P_1 - k_d P_3 + k_d P_5 - \tau_{Pd3}\right) \\ +t_4\left(k_f P_1 + k_f P_3 + k_f P_5 - F_3\right) \end{matrix} \quad (۷۸)$$

محدب بودن این مسئله ایجاب می‌کند که جاکوبی تابع لاگرانژ برابر صفر باشد. بنابراین، با تعریف $P = [P_1\ P_2\ P_3\ P_4\ P_5\ P_6]^T$ و $C = [t_1\ t_2\ t_3\ t_4]^T$، جاکوبی تابع لاگرانژ به صورت زیر خواهد بود:

$$\nabla L = 2P + RC = 0 \quad (۷۹)$$

که:

$$R = \begin{pmatrix} -k_f r_{1y} & k_f r_{1x} & k_d & k_f \\ k_d & 0 & k_f r_{1y} & 0 \\ k_f r_{1y} & k_f r_{1x} & -k_d & k_f \\ -k_d & 0 & -k_f r_{1y} & 0 \\ 0 & k_f r_{3x} & k_d & k_f \\ k_d & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (۸۰)$$

از طرف دیگر، قیود مسئله بهینه‌سازی در رابطه (۷۵) به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می‌شوند:

$$TP = U \quad (۸۱)$$

که:

$$U = \begin{pmatrix} F_3 \\ \tau^b_{Pd1} \\ \tau^b_{Pd2} \\ \tau^b_{Pd3} \end{pmatrix} \quad (۸۲)$$

$$T = \begin{pmatrix} -k_f r_{1y} & k_d & k_f r_{1y} & -k_d & 0 & k_d \\ k_f r_{1x} & 0 & k_f r_{1x} & 0 & k_f r_{3x} & 0 \\ k_d & k_f r_{1y} & -k_d & -k_f r_{1y} & k_d & 0 \\ k_f & 0 & k_f & 0 & k_f & 0 \end{pmatrix} \quad (۸۳)$$

با توجه به روابط (۷۸) و (۸۰)، خواهیم داشت:

$$C = -2(TR)^{-1}U \quad (۸۴)$$

$$P = R(TR)^{-1}U \quad (۸۵)$$

حال با داشتن مقدار P و بر اساس روابط (۶۹) تا (۷۴)، مقادیر سرعت زاویه‌ای روتورها و زاویه سروموتورها به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\omega_1 = \sqrt{P_1^{\,2} + P_2^{\,2}} \quad (۸۶)$$

$$\omega_2 = \sqrt{P_3^{\,2} + P_4^{\,2}} \quad (۸۷)$$

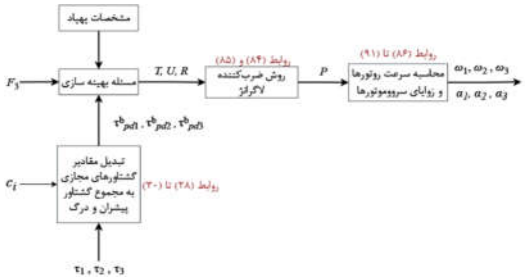
$$\omega_3 = \sqrt{P_5^{\,2} + P_6^{\,2}} \quad (۸۸)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (۸۹)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{P_4}{P_3}\right) \quad (۹۰)$$

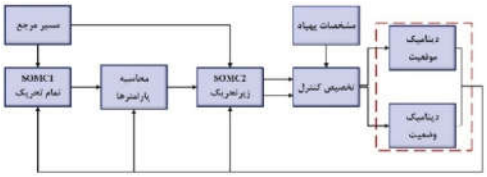
$$\alpha_3 = \tan^{-1}\left(\frac{P_6}{P_5}\right) \quad (۹۱)$$

شکل ۲، بلوک‌دیاگرام تخصیص کنترل را به‌صورت مجزا نشان می‌دهد.



شکل ۲- بلوک دیاگرام تخصیص کنترل

شکل ۳، بلوک دیاگرام کنترل پهپاد را نشان می دهد. در این بلوک‌دیاگرام، ابتدا حالت‌های سیستم وارد بلوک‌های «تحریک کامل»، «زیرتحریک»، و «محاسبه ضرایب» می‌شوند. در بلوک «تحریک کامل»، طبق روابط (۳۲) و (۳۵)، قوانین کنترل مجازی F_3 و τ_3 به دست می‌آیند. در بلوک «محاسبه پارامتر»، بر اساس روابط (۴۰) تا (۴۵)، مقادیر ضرایب قانون کنترل حالت لغزشی برای بخش زیرتحریک به‌دست می‌آید. در بلوک «زیرتحریک»، مطابق با روابط (۳۳) و (۳۴)، قوانین کنترل مجازی τ_1 و τ_2 به دست می‌آیند. در نهایت، قوانین کنترل مجازی به همراه مشخصات پهپاد وارد قسمت تخصیص کنترل می‌شوند. در این قسمت، مسئله بهینه‌سازی (۷۶) حل شده و مقادیر سرعت‌های زاویه‌ای روتور و زوایای سرو روتور مطابق با روابط (۸۶) تا (۹۱) محاسبه می‌شوند.



شکل ۳- بلوک دیاگرام کنترل‌کننده پهپاد

۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش، کنترل‌کننده پیشنهادی در محیط نرم افزار MATLAB شبیه سازی می‌شود. ابتدا کنترل کننده مدلغزشی مرتبه دوم که در آن ضرایب با استفاده از روش سعی و خطا به دست آمده‌اند طراحی شده است. سپس با استفاده از الگوریتمی که در بخش ۳ به آن پرداخته شد، ضرایب کنترل‌کننده به‌دست می‌آید. و کنترل کننده مذکور بهبود پیدا می کند. و در انتهای فاز دوم نتایج کنترل کننده لغزشی مد مرتبه دوم در حالتی که ضرایب از روش سعی و خطا به‌دست آمده و در حالتی که ضرایب از الگوریتم مورد نظر در این پژوهش به‌دست آمده‌اند با هم مقایسه خواهد شد.

پارامترهای مربوط به موقعیت قرارگیری موتورها و سایر پارامترهای مربوط به پهپاد در جدول ۱ و جدول ۲ آورده شده است.

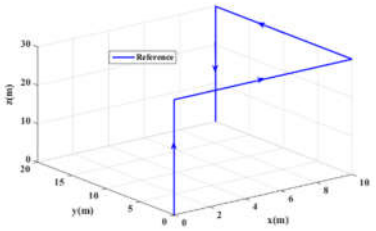
جدول ۱- مشخصات موتور و ملخ‌ها

C_Q	۰/۸	$r_{1y}(m)$	۰/۳۲
C_T	۰/۳	$r_{1z}(m)$	۰
$r(m)$	۰/۰۵	$r_{3x}(m)$	-۰/۵۰
$A(m^2)$	۰/۰۰۷۹	$r_{3y}(m)$	۰
$r_{1x}(m)$	۰/۱۹	$r_{3z}(m)$	۰

جدول ۲- جدول مشخصات عمومی

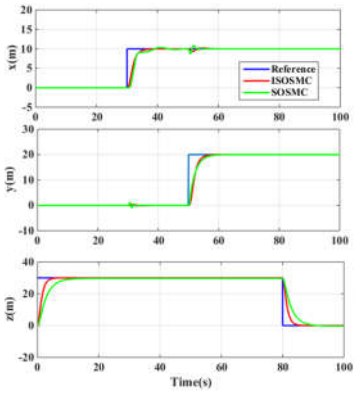
$M_{tot}(kg)$	۱/۱۰	$K_1 = K_2 = K_2$	۰/۱۰
$g(m/s^2)$	۹/۸	$L_1 = L_2$	۰/۰۲۵۲
$\rho(kg/m^3)$	۱/۲۲۵	L_3	۰/۱۲
$I_{xx}(kg.m^2)$	۱/۲۲	$I_{yy}(kg.m^2)$	۱/۲۲
$I_{zz}(kg.m^2)$	۲/۲		

پیش از بررسی نتایج طراحی‌ها، ابتدا مسیر مرجعی که به پهپاد داده شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسیر به گونه‌ای طراحی شده است که حالت‌های گذر و بال ثابت پهپاد را شامل شود. شکل ۳، نمودار سه بعدی مسیر مرجع پهپاد را نشان می‌دهد. مسیر مرجع با الهام از مرجع [۱۷] انتخاب شده است. در این مسیر مرجع، هدف این است که پرنده ابتدا به صورت عمودی پرواز کند. در ادامه، حرکتی افقی در راستای محور x و سپس حرکت افقی در راستای محور y داشته باشد. در نهایت، پرنده به صورت عمودی بنشیند.

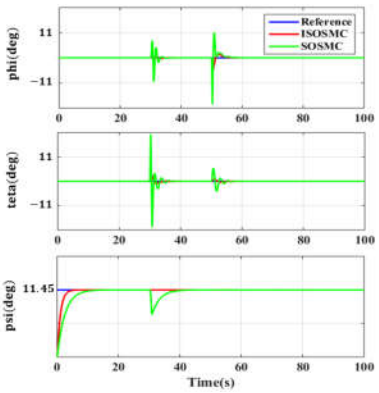


شکل ۴- نمودار سه بعدی مسیر مرجع پهپاد

حال، عملکرد روش پیشنهادی با روش مدلغزشی مرتبه دو معمولی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. مشخصات پهپاد و روتورها به ترتیب در جداول ۱ و ۲ آورده شده است. علاوه بر این، یک سناریوی حرکتی مطابق شکل ۴ برای پوشش هر سه حالت پرواز انتخاب شده است. در این سناریو، پهپاد ابتدا باید در زمان صفر وارد حالت پرواز عمودی شود و در حالی که در حالت شناور قرار دارد، به ارتفاع ۳۰ متری برسد. سپس، در ثانیه ۳۰، باید از حالت شناور به حالت کروز تبدیل شود و قبل از بازگشت به حالت شناور، ۱۰ متر در امتداد محور x حرکت کند. پس از آن، در ثانیه ۵۰، باید از حالت شناور به حالت کروز تبدیل شود و قبل از بازگشت به حالت شناور، ۲۰ متر در امتداد محورy حرکت کند. در نهایت، در ثانیه ۸۰، باید دوباره وارد حالت پرواز عمودی شود تا روی زمین فرود آید.



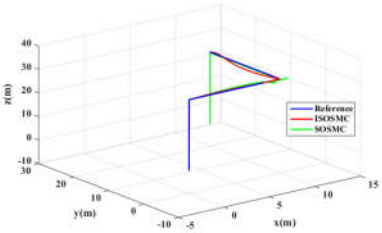
شکل ۵- نمودار ردیابی موقعیت پهپاد



شکل ۶- نمودار ردیابی جهت‌گیری پهپاد

همان‌طور که در شکل‌های ۵ و ۶ مشخص است، کنترل‌کننده

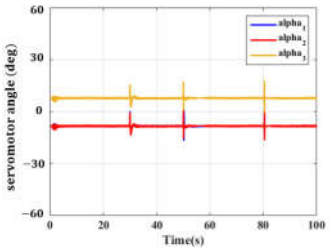
پیشنهادی نسبت به مد لغزشی مرتبه دوم معمولی، سریع‌تر موقعیت و جهت‌گیری (زوایای رول، پیچ و یاو) مرجع را ردیابی می‌کند. همچنین، پاسخ کنترل‌کننده دارای خطای دنبال‌کنندگی ناچیز و فراجهش‌های کوچکی است. این در حالی است که در روش لغزشی مرتبه دوم مرسوم، فراجهش‌های بزرگی دیده می‌شود. در طرح کنترل لغزشی مرتبه دوم مرسوم، ضرایب سطح لغزش بخش زیرتحریک به‌صورت دلخواه و ثابت در نظر گرفته می‌شوند. این موضوع باعث می‌شود که این ضرایب به‌طور مناسب انتخاب نشوند و در نتیجه، رفتار سیستم حلقه بسته، به‌ویژه در لحظات تغییر مسیر، مناسب نباشد و با فراجهش‌های بزرگ همراه شود. در طرح کنترل پیشنهادی، ضرایب سطح لغزش بخش زیرتحریک بر اساس تحلیل رفتار دینامیک سطح لغزش در نزدیکی نقطه تعادل آن انتخاب می‌شوند. در نتیجه، ضرایب کنترل‌کننده، به‌ویژه ضرایب توابع علامت، اصلاح شده و از تغییرات سریع و بزرگ جلوگیری می‌شود. شکل ۷ نمودار سه‌بعدی حرکت پهپاد را با استفاده از روش لغزشی مرتبه دوم بهبودیافته و نیز روش لغزشی مرتبه دوم معمولی در مسیر سه‌بعدی مرجع مقایسه می‌کند.



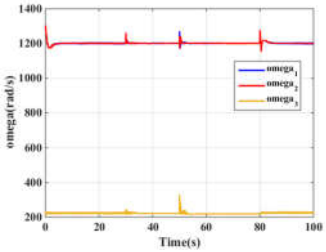
شکل ۷- حرکت سه بعدی پهپاد با استفاده از دو کنترل کننده

به طور کلی، از این شکل می‌توان نتیجه گرفت که روش لغزشی مرتبه دوم بهبود یافته دارای دقت بهتری نسبت به روش معمولی آن است. از طرف دیگر، از آنجایی که ضرایب این کنترل‌کننده توسط الگوریتم خاصی که در بخش طراحی کنترل‌کننده به آن پرداخته شد، به‌دست می‌آیند، کنترل لغزشی مرتبه دوم بهبود یافته روند طراحی آسان‌تری نسبت به روش لغزشی معمولی دارد. زیرا در روش معمولی، همواره با استفاده از سعی و خطا باید ضرایب را در بهترین حالت ممکن تنظیم کرد که امری زمان‌بر و دارای خطا است. اما در این روش بهبود یافته، ضرایب توسط الگوریتم خاص و به گونه‌ای محاسبه می‌شود که هم زمان طراحی را کاهش می‌دهد و هم بهترین دقت کنترل‌کننده را ارائه می‌دهد.

همانطور که از روابط دینامیکی ارائه شده برای پهپاد مشخص شد، همواره به منظور اینکه حرکت پهپاد در راستای خطی و زاویه ای محقق شود، نیاز است تا زوایای سروو موتور های به کار رفته شده در پهپاد نیز در مقادیر مطلوبی قرار گیرند و کنترل شوند. از این رو، خروجی قسمت تخصیص کنترل که زوایای سرو موتور ها به همراه سرعت زاویه آنها می باشد، نیز در شکل های ۸ و ۹ نمایش داده شدند.

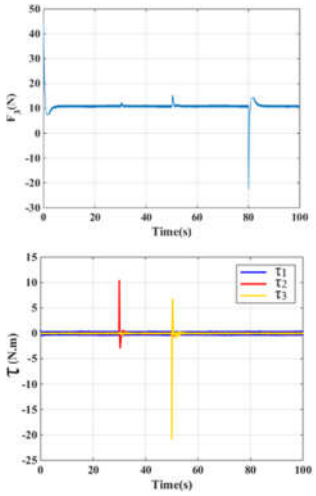


شکل ۸- زوایای سروو موتورها



شکل ۹- سرعت زاویه‌ای موتورها

همچنین، نمودار مقادیر کنترل مجازی نیز در شکل ۱۰ نشان داده شده است. محدوده های مشخص شده در این شکل نیز گواه بر عملکرد صحیح کنترل کننده‌ها می‌باشد.



شکل ۱۰- مقادیر کنترل مجازی

جدول ۳، درصد بهبود عملکرد کنترل‌کننده را مشخص می‌کند.

جدول ۳- درصد بهبود عملکرد کنترل‌کننده

درصد بهبود میانگین مربعات خطای موقعیت	٪ ۴٫۲
درصد بهبود میانگین مربعات خطای جهت‌گیری	٪ ۱۰٫۴
مقدار کاهش حداکثر جهش‌های جهت‌گیری	۱۴ درجه
مقدار کاهش حداکثر زمان همگرایی موقعیت	۴ ثانیه

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا دینامیک یک پهپاد سه‌روتور با مکانیزم کج‌شدن برای تمامی روتورها به‌دست آمد. سپس، یک استراتژی ردیابی بهینه

جدید برای ردیابی مسیر پرنده پیشنهاد شد. در این استراتژی، مدل دینامیکی پرنده به دو زیرمدل تقسیم شد: «تمام تحریک» و «زیرتحریک». همچنین، کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه دوم برای زیرمدل‌ها از طریق نظریه لیاپانوف طراحی شد. به‌منظور بهبود کنترل‌کننده پیشنهادی، پارامترهای سطوح لغزشی مربوط به مدل فرعی زیرتحریک به‌گونه‌ای به‌دست آمدند که پایداری مجانبی دینامیک سطح لغزش در نزدیکی نقطه تعادل تضمین شود. علاوه بر این، یک الگوریتم تخصیص کنترل جدید برای تبدیل قوانین کنترل مجازی به سرعت‌های زاویه‌ای روتورها و زوایای سروموتورها ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که پهپاد کج‌پروانه از نظر دقت و سرعت همگرایی، عملکرد بهتری نسبت به کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه دوم معمولی دارد.

۶- مراجع

[1] Ducard GJ, Allenspach M. Review of designs and flight control techniques of hybrid and convertible VTOL UAVs. Aerospace Science and Technology. 2021;118:107035.

[۲] مجیدی روچی س. کنترل پرواز گذر یک پهپاد تیلت روتور با سه موتور با رویکرد کنترل مدل پیش‌بین مقاوم. پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۹۹.

[3] Chen C, Zhang J, Wang N, Shen L, Li Y. Conversion control of a tilt tri-rotor unmanned aerial vehicle with modeling uncertainty. International Journal of Advanced Robotic Systems. 2021;18(4):17298814211027033.

[4] Hu J, Lanzon A. An innovative tri-rotor drone and associated distributed aerial drone swarm control. Robotics and Autonomous Systems. 2018;103:162-74.

[5] Nam K-J, Joung J, Har D. Tri-copter UAV with individually tilted main wings for flight maneuvers. IEEE Access. 2020;8:46753-72.

[6] Czyba R, Szafrański G, Ryś A. Design and control of a single tilt tri-rotor aerial vehicle. Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2016;84:53-66.

[7] Thirumaleshwar Hegde N, George V, Gurudas Nayak C, editors. Tri-Tilting Rotor Fixed-Wing VTOL UAV: Dynamic Modelling and Transition Flight Control. 2021 International Symposium on Electrical, Electronics and Information Engineering; 2021.

[8] Siswoyo Jo R, Tan AE, Tee Kit Tsun M, Siswoyo Jo H, editors. Design and modeling of actuation system of unmanned tricopter with thrust-vectoring front tilt rotors for sustainable flying. Proceedings of International Conference of Aerospace and Mechanical Engineering 2019: AeroMech 2019, 20–21 November 2019, Universiti Sains Malaysia, Malaysia; 2020: Springer.

[9] Yu L, Zhang D, Zhang J, Pan C, editors. Modeling and attitude control of a tilt tri-rotor UAV. 2017 36th Chinese Control Conference (CCC); 2017: IEEE.

[10] Andrade R, Raffo GV, Normey-Rico JE, editors. Model predictive control of a tilt-rotor UAV for load transportation. 2016 European Control Conference (ECC); 2016: IEEE.

[11] Yuksek B, Vuruskan A, Ozdemir U, Yukselen M, Inalhan G. Transition flight modeling of a fixed-wing VTOL UAV. Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2016;84:83-105.

[12] Alizadeh M, Ebrahimi Dormiani M, Noori Dabir M. Model predictive and adaptive controller design of Tri-Tilt rotor VTOL UAV by using multi-body modeling. Modares Mechanical Engineering. 2017;17(6):179-89.

[۱۳] جدید میلانی پ، حامد م. بررسی عملکرد کنترل کننده‌های مد لغزشی مرتبه اول و دوم در کنترل مسیر کوادروتور همراه با عدم قطعیت. مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز. ۲۰۲۱، ۵۱(۳)، ص۲۵-۳۴.

[14] Magariyama T, Abiko S, editors. Seamless 90-degree attitude transition flight of a quad tilt-rotor UAV under full position control. 2020 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM); 2020: IEEE.

[15] Bagherzadeh SA, Jokar F, Mohammadkarimi H. Flight Mechanics and Control of Tilt Rotor/Tilt Wing Unmanned Aerial Vehicles: A Review. AUT Journal of Modeling and Simulation. 2021;53(1):49-66.

[16] Park S, Bae J, Kim Y, Kim S. Fault tolerant flight control system for the tilt-rotor UAV. Journal of the Franklin Institute. 2013;350(9):2535-59.

[17] He G, Yu L, Huang H, Wang X. A nonlinear robust sliding mode controller with auxiliary dynamic system for the hovering flight of a tilt tri-rotor UAV. Applied Sciences. 2020;10(18):6551.

[۱۸] پناه پوری ا، دهقان منشادی م، نوری دبیر م. طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی در حضور اغتشاش باد برای یک سیستم بازیابی نوآورانه با نصب بازوی ماهر بر روی پرنده‌ی عمودپرواز .مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز. ۲۰۲۳، ۵۲(۴)، ص۲۳۹-۴۸.

[19] Manzoor T, Xia Y, Zhai D-H, Ma D. Trajectory tracking control of a VTOL unmanned aerial vehicle using offset-free tracking MPC. Chinese Journal of Aeronautics. 2020;33(7):2024-42.

[20] Wang X, Cai L. Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft. Aerospace Science and Technology. 2015;47:473-92.

[21] Rezaei O, Rahdan A, Dahmardeh M, Yousefiankalareh A. A robust and fast active fault tolerant control for quadrotor applications with actuator fault's unknown statistical characteristics. Journal of Vibration and Control. 2023;29(15-16):3564-79.