

پیش‌بینی حدود نواحی تماس ناقص در مسائل تماس استاتیکی دوبعدی با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی

کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران،
 hosseinseifi13@gmail.com
 استادیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران،
 parisa.ghanati@uut.ac.ir
 استادیار، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران،
 rouzbeh_moradi@uut.ac.ir

حسین سیفی

پریسا قناتی*

روزبه مرادی

چکیده

در این تحقیق به بررسی کارایی شبکه عصبی مصنوعی در حل مسائل مکانیک تماس پرداخته می‌شود. مسائل تماس به دلیل پیچیدگی ذاتی و تکرر وقوع در سیستم‌های مهندسی از اهمیت خاصی برخوردار هستند و با وجود توانمندی روش‌های تحلیلی و عددی در حل این مسائل، مشکلات این روش‌ها در حل مسائلی با هندسه و بارگذاری‌های پیچیده همچنان باقی است. در این تحقیق توانایی شبکه عصبی برای محاسبه حدود نواحی تماس ناقص بدون اصطکاک برای هندسه‌های تک‌ناحیه‌ای و چندناحیه‌ای متقارن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این راستا از شبکه Perceptron چندلایه و الگوریتم لونیبرگ مارکوات در شبکه عصبی نرم‌افزار MATLAB استفاده می‌شود و مدل بهینه شبکه برای هر مسئله با سعی و خطا به دست می‌آید. سپس کارایی این الگوریتم برای هر کدام از مورد‌های مطالعه، ارزیابی و با سایر روش‌ها مقایسه می‌شود. نتیجه این تحقیق نشان می‌دهد که پاسخ مدل شبکه عصبی بهینه برای ورودی‌های تصادفی داخل محدوده داده‌های به کار گرفته شده برای یادگیری، برای یک تا سه خروجی، بسیار مطلوب و با دقت بیش از نود درصد در مقایسه با پاسخ روش‌های تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: شبکه عصبی، الگوریتم لونیبرگ مارکوات، یادگیری شبکه، مکانیک تماس، تماس چندناحیه‌ای، نواحی تماس ناقص.

Prediction the extent of incomplete contact zones in two-dimensional static contact problems using artificial neural network

H. Seifi Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
P. Ghanati Department of Aerospace Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
R. Moradi Department of Aerospace Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

This research investigates the performance of artificial neural network in solving contact problems, which are important due to their inherent complexity and prevalence in engineering systems. While analytical and numerical methods can solve some contact problems, they often struggle with complicated loading and geometries. This study specifically examines the neural network's capability to determine the extent of incomplete contact zones in symmetric geometries involving single and multiple contacts between frictionless surfaces. To achieve this, a multi-layer perceptron network is implemented using the Levenberg-Marquardt algorithm within MATLAB. The optimal network model for each problem is identified through a trial-and-error approach. Furthermore, the performance of this algorithm across all case studies is evaluated and compared with other methods. The findings demonstrate that the optimal neural network model can predict outcomes with over ninety percent accuracy when compared to analytical, semi-analytical, and numerical solutions. This accuracy is achieved for random inputs within the training data range and for one to three outputs. Such results underscore the potential of neural networks to deliver high precision across various applications.

Keywords: Neural network, Levenberg-Marquardt algorithm, Network training, Contact Mechanics, Multiple contacts, Incomplete contact zones.

و عددی، مزایا و معایبی دارد. طی سه دهه اخیر، شبکه عصبی در مسائل مختلف مکانیک جامدات از جمله، شکست، سایش، خستگی، تماس، بهینه‌سازی و مسائل مقدار مرزی غیرخطی به کار گرفته شده است.

اوربانیك و فاجدیگا در سال ۲۰۰۳، با به‌کارگیری شبکه عصبی به توصیف پدیده خستگی در کوپلینگ‌های آلومینیومی و فولادی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که یک شبکه عصبی آموزش‌دیده با در نظر گرفتن عوامل مختلف بروز پدیده خستگی سایشی در کوپلینگ‌ها، می‌تواند پیش‌بینی دقیقی از وقوع این پدیده را انجام دهد [۱]. استافل

۱- مقدمه

روش شبکه عصبی مصنوعی یک روش محاسباتی نوین مبتنی بر الگوریتم‌های الهام گرفته از شیوه کارکرد سیستم عصبی زیستی می‌باشد که برای مدل‌سازی رفتار پدیده‌ها و سیستم‌های پیچیده و پیش‌بینی پاسخ آنها تحت عوامل محرک خارجی به کار گرفته می‌شود. کارایی این روش در حل مسائل، به ماهیت مسئله، الگوریتم شبکه، نوع، تعداد و پراکندگی داده‌ها، نحوه یادگیری شبکه، نوع و تعداد ورودی و خروجی‌ها بستگی دارد و به‌کارگیری آن در مقایسه با روش‌های تحلیلی

* نویسنده‌گان مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: parisa.ghanati@uut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۱۴

و همکارانش در سال ۲۰۱۸، یک روش اجزای محدود هوشمند مبتنی بر شبکه عصبی، برای تحلیل مسائل غیرخطی در مکانیک ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از این روش به تحلیل صفحاتی پرداختند که تحت امواج ضربه‌ای دچار تغییر شکل‌های بزرگ دینامیکی در حالت الاستیک ویسکوپلاستیک می‌شوند. آن‌ها پاسخ حاصل از این روش را با نتایج تجربی مقایسه کردند و به تطابق مطلوبی دست یافتند [۲]. آرگاتو در سال ۲۰۱۹، یک روش مدل‌سازی جدید مبتنی بر شبکه عصبی، برای پدیده سایش در سطوح تماس ارائه داد. وی به این نتیجه رسید که یک شبکه عصبی آگاه از فیزیک که قوانین فیزیکی حاکم بر پدیده در فرآیند یادگیری آن گنجانده می‌شود، می‌تواند پیش‌بینی مطلوبی از پدیده‌های پیچیده سایش انجام دهد [۳]. در یک تحقیق انجام شده در سال ۲۰۲۰، کارایی شبکه عصبی در تحلیل تنش سه‌بعدی در جامدات الاستیک خطی، الاستیک غیرخطی و الاستوپلاستیک بررسی شد. در این تحقیق دقت پاسخ و هزینه محاسباتی شبکه عصبی با روش‌های مرسوم مقایسه شد و این نتیجه حاصل شد که برای هر سه نوع رفتار مکانیکی ماده هزینه محاسباتی شبکه عصبی از روش‌های مرسوم بیشتر است [۴]. آگاروال و همکارانش در سال ۲۰۲۱، یک مدل شبکه عصبی عمیق را برای حل مسائل مقدار مرزی غیرخطی به کار گرفتند. آن‌ها چند مسئله در مکانیک جامدات و سیالات را که معادله بای‌هارمونیک بر آن‌ها حاکم است، با شرایط مرزی مختلف حل کردند و دقت پاسخ شبکه را با روش‌های شناخته‌شده تحلیلی و عددی مقایسه کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که یک شبکه عصبی عمیق خوب آموزش‌دیده دقت و کارایی مطلوبی در شناسایی و حل این دسته از مسائل دارد [۵]. در یک تحقیق در سال ۲۰۲۱، یک مدل شبکه عصبی عمیق برای تحلیل تنش در مواد ناهمگن ارائه شد. نتیجه این تحقیق نشان داد که یک مدل شبکه عصبی عمیق در پیش‌بینی تنش محلی در یک محیط غیرهمگن الاستیک خطی و الاستوپلاستیک، به ترتیب $3/8$ و $6/4$ درصد میانگین مطلق خطا در مقایسه با روش‌های مرسوم دارد. در حالی که 103 برابر سریع‌تر از حل‌کننده‌های طیفی در تحلیل تنش محلی عمل می‌کند [۶]. در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۲۲، شبکه‌های عصبی آگاه از فیزیک، برای شناسایی و تحلیل نقص‌های داخل مواد به کار گرفته شدند. مدل شبکه عصبی ساخته شده در این تحقیق، اندازه، شکل و محل حفره‌های موجود در محیط‌های الاستیک خطی، هایپرلاستیک و پلاستیک را با دقت بالایی در مقایسه با روش‌های تجربی، شناسایی و پیش‌بینی می‌کند [۷]. ابوالفضل خلخالی و سارا نیازعلی‌زاده مقدم از یک شبکه عصبی بر پایه الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی با چند تابع هدف در طراحی محور محرک نانوکامپوزیتی یک خودروی باربری، بر اساس قابلیت اطمینان پرداختند و به نتایج مطلوبی دست یافتند [۸]. سجاد قاضی‌زاده و همکارانش در طراحی و بهینه‌سازی دهانه ورودی هوا در سامانه‌های پیش‌ران، از شبکه عصبی برای پیش‌بینی عملکرد دهانه در حلقه بهینه‌سازی استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که شبکه‌های عصبی مصنوعی توانایی مناسبی برای تخمین عملکرد دهانه ورودی جریان مافوق صوت دارند [۹]. اصغرزاده و همکارانش برای پایش سلامت سازه یک روش جدید مبتنی بر یادگیری ماشین و پردازش سیگنال ارائه دادند. آن‌ها در این راستا از یک شبکه عصبی تلفیقی استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که روش پیشنهادی در شناسایی آسیب‌های خطی و غیرخطی نسبت به

روش‌های مشابه دقت بالاتری دارد [۱۰].

در سازه‌های مهندسی اغلب بارگذاری‌ها تماسی هستند، یعنی بار معمولاً از طریق سطح تماس بین دو جسم منتقل می‌شود. در هنگام تماس، در اثر نیروی فشاری، سطح دو جسم به یکدیگر فشرده می‌شوند و تغییر شکل می‌یابند و فشار و اصطکاک ناشی از تماس، باعث به وجود آمدن تنش و کرنش در داخل اجسام می‌گردد. مکانیک تماس یکی از شاخه‌های مهم علم مکانیک جامدات است که به یافتن میدان تنش و کرنش در داخل اجسام، تغییر شکل سطح، نحوه توزیع فشار و برش در نواحی تماس و شناسایی دلایل ایجاد و محل تمرکز تنش می‌پردازد [۱۱]. تمرکز تنش در نواحی تماس اصطکاک تحت بارگذاری متناوب، باعث بروز سایش، افزایش خوردگی، خستگی و در نتیجه پیدایش و رشد ترک، پیری سازه‌ها و سرانجام شکست قطعه‌ها می‌شود. لذا برای تحلیل دقیق پدیده ایجاد و رشد ترک خستگی در نواحی تماس سایشی، تحلیل مسائل تماس ضرورت دارد. به دلیل پیچیدگی مدل ریاضی مسائل تماس، دستیابی به پاسخ تحلیلی فرم بسته برای اغلب هندسه‌های تماس دشوار است، لذا پژوهش‌های مبتنی بر روش‌های نیمه‌تحلیلی و روش‌های عددی اجزای محدود و اجزای مرزی و در سه دهه اخیر استفاده از الگوریتم‌های شبکه عصبی در این زمینه افزایش یافته است.

پانایگوتوپولوس و میستاکیدیس در سال ۱۹۹۳، ایده استفاده از قابلیت الگوریتم‌های شبکه عصبی در بهینه‌سازی را برای حل مسائل تماس مطرح کردند و در این راستا یک مدل شبکه عصبی را ارائه دادند. آن‌ها مزایای شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی مسائل نابرابری تماس را نشان دادند [۱۲]. کارناواس و همکارش در سال ۲۰۱۱، یک مدل شبکه عصبی برای پدیده تماس اصطکاک لغزشی ارائه دادند و ضریب اصطکاک سطح لغزنده را به ازای چند دما، بار و سرعت لغزش به دست آوردند. آن‌ها نتایج حاصل از شبکه را از طریق مقایسه با اندازه‌گیری‌های تجربی اعتبارسنجی کردند و نشان دادند که برای این مسئله شبکه عصبی پایه شعاعی پاسخ بهتری نسبت به شبکه Perceptron ارائه می‌دهد [۱۳]. در یک تحقیق در سال ۲۰۱۹، با به‌کارگیری روش شبکه عصبی، به مطالعه پدیده سایش در تماس خشک بین یک سطح فولادی و یک ماده پلاستیکی تقویت‌شده با الیاف شیشه‌ای پرداخته شد. در این تحقیق از داده‌های تجربی برای یادگیری شبکه استفاده شد و نتایجی با دقت مطلوب حاصل شد [۱۴]. در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۲۱، از مدل‌سازی شبکه عصبی برای تحلیل پدیده تماس ضربه‌ای بین سطوح با هندسه پیچیده استفاده کردند. در این تحقیق داده‌های مربوط به این پدیده از جمله، سرعت و نیروی فشاری تماس در لحظه برخورد و میزان تورفتگی اولیه سطوح با استفاده از آزمایشات تجربی استخراج و برای یادگیری شبکه عصبی به کار گرفته شد و مشاهده شد که پاسخ شبکه تطابق خوبی با نتایج آزمایشات تجربی دارد [۱۵]. پولات در سال ۲۰۲۳ در تحقیقی با موضوع مشابه تحقیق حاضر، به تخمین طول ناحیه تماس دوبعدی بدون اصطکاک یک لایه الاستیک همگن فشرده شده با دو استوانه غیرهمجنس در بالا و پایین آن با استفاده از شبکه عصبی عمیق پرداخت. نتایج این تحقیق نشان داد که پاسخ شبکه عصبی عمیق در مقایسه با پاسخ اجزای محدود و پاسخ تحلیلی خطای کمی دارد [۱۶]. در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۲۴ حل پیشرو و معکوس چند مسئله

مسائل دو و سه ناحیه‌ای، آلیاژ فولاد با مدول الاستیک ۲۱۰ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ قرار داده می‌شود. لازم به ذکر است که چون تماس بدون اصطکاک فرض می‌شود، حدود نواحی تماس ناقص فقط به اندازه نیروی فشاری بستگی دارند و مستقل از مسیر بارگذاری هستند [۱۱]. در ادامه هندسه سه مسئله مورد مطالعه، معرفی می‌شود.

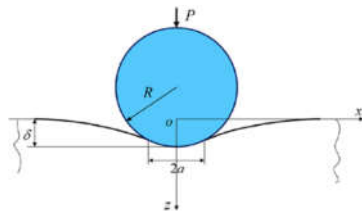
۱-۲- مسئله تماس متقارن تک ناحیه‌ای

مطابق شکل ۱، یک استوانه صلب به سطح تخت صیقلی یک نیم‌صفحه فشرده می‌شود. پاسخ تحلیلی فرم بسته این مسئله وجود دارد که طبق رابطه (۱)، تابع توزیع فشار $p(x)$ در ناحیه تماس را بر حسب طول ناحیه تماس بین دو جسم $(2a)$ ، و طول ناحیه تماس را نیز مطابق رابطه (۲) بر حسب نیروی فشاری به دست می‌دهد [۲۰].

$$p(x) = \frac{E}{4R(1-\nu^2)}(a^2 - x^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$a^2 = \frac{4(1-\nu^2)RP}{\pi E} \quad (2)$$

که در این روابط، E مدول الاستیک و V ضریب پواسون ماده نیم‌صفحه می‌باشند.



شکل ۱- تماس متقارن تک ناحیه‌ای یک استوانه با یک نیم‌صفحه

۲-۲- مسئله تماس متقارن دوناحیه‌ای

مطابق شکل ۲، دو استوانه متصل به هم و یکپارچه به طور متقارن به سطح تخت صیقلی یک نیم‌صفحه هم‌جنس فشرده می‌شوند. این مسئله هم پاسخ تحلیلی فرم بسته تقریبی و هم پاسخ نیمه‌تحلیلی به فرم انتگرال‌های بیضوی دارد. مطابق شکل، a و b و قرینه آنها، حدودهای نواحی تماس بین دو جسم هستند. در این مسئله نیز تابع توزیع فشار در نواحی تماس به مقادیر a و b بستگی دارد و مقادیر a و b نیز با رابطه (۴) به نیروی فشاری وابسته می‌شوند. رابطه (۳) یک رابطه سازگاری بین مقادیر a و b می‌باشد که فقط به هندسه اجسام بستگی دارد که در پروسه حل معادلات انتگرالی حاکم بر مسئله، با اعمال شرایط مرزی استخراج می‌شود. رابطه (۴) نیز رابطه هم‌ارزی استاتیکی نیروی فشاری با توزیع فشار در نواحی تماس می‌باشد [۲۱].

$$E(a, b) = \int_a^b \frac{(c-x)dx}{\sqrt{(x^2-a^2)(b^2-x^2)}} = 0 \quad (3)$$

$$F(a, b) = \frac{4(1-\nu^2)c}{ER} \int_a^b \frac{(a^2+b^2-2x^2)dx}{\sqrt{(x^2-a^2)(b^2-x^2)}} = P \quad (4)$$

در معادلات فوق $2c$ فاصله نقاط تماس اولیه در شروع بارگذاری می‌باشد که مطابق شکل ۲ برابر ۴۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. دستگاه دو معادله‌ای فوق، پاسخ تحلیلی ندارد. لذا برای استخراج داده‌های لازم برای یادگیری شبکه عصبی، از یک الگوریتم حل عددی که کد آن در نرم‌افزار Maple ایجاد شده است، استفاده می‌شود. ورودی این الگوریتم مقدار a در محدوده بین c (نقطه تماس اولیه در سمت راست) تا یک مقدار مثبت کمترین می‌باشد که توسط کاربر مشخص

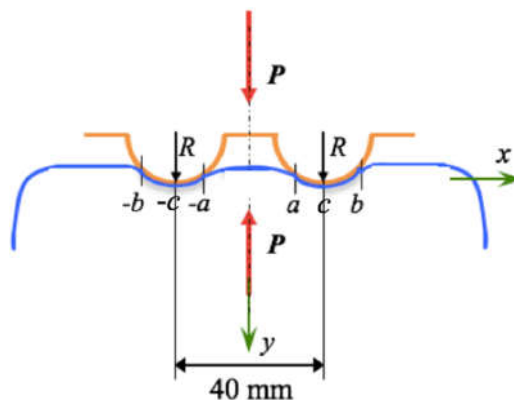
تماس الاستیک دوبعدی با استفاده از یک شبکه عصبی آگاه از فیزیک ارائه شد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که عملکرد محاسباتی و دقت پاسخ این مدل شبکه عصبی در پیش‌بینی توزیع فشار در نواحی تماس و توزیع تنش و کرنش در داخل اجسام با پاسخ اجزای محدود مطابقت مطلوب را ندارد. این موضوع سوالاتی را درباره قابلیت این شبکه برای مسائل مهندسی پیچیده بدون تقویت داده کافی مطرح می‌کند [۱۷]. گودبریک و همکارانش در سال ۲۰۲۴ ترکیبی از روش اجزای محدود با شبکه عصبی را برای حل مسائل تماس در حوزه زیست‌شناسی با مواد هاپروالاستیک توسعه دادند. طبق نتایج این تحقیق، این روش اجزای محدود قابلیت و سرعت بالایی در پیش‌بینی پاسخ مسائل تماس در حوزه زیست‌شناسی دارد. در حالی که روش اجزای محدود سنتی در حل این نوع مسائل بسیار کند است [۱۸].

ماهیت پیچیده مسائل تماس، ناشی از تغییر حدود نواحی تماس در حین تغییر بار انتقالی بین دو جسم در حال تماس ناقص می‌باشد. زیرا در تماس ناقص، وسعت نواحی تماس تابع اندازه بار می‌باشد [۱۱]. از طرفی با افزایش تعداد نواحی تماس ناقص، محاسبه حدود نواحی تماس چه در روش تحلیلی و چه در روش‌های عددی و نیمه‌تحلیلی دشوارتر می‌شود. در روش‌های عددی، پیچیدگی شرایط مرزی در محل تماس و تغییر آن‌ها به دلیل تغییر حدود نواحی تماس ناقص، مشکل نوسان پاسخ و عدم همگرایی الگوریتم حل مسئله، به ویژه در مسائل تماس چندناحیه‌ای، ایجاد می‌کند. لذا تحلیل عددی مستلزم صرف زمان زیادی می‌باشد [۱۹]. در این تحقیق به بررسی کارایی شبکه عصبی در محاسبه حدود نواحی تماس ناقص بدون اصطکاک، با استفاده از داده‌های قطعی تحلیلی، داده‌های نیمه‌تحلیلی و عددی پرداخته می‌شود. اهمیت این موضوع از این جهت است که چنانچه حدود نواحی تماس به ازای مقدار مشخص بار معلوم باشند، توزیع تنش و کرنش سطحی در نواحی تماس و همچنین توزیع تنش و کرنش داخلی در اجسام با هر هندسه‌ای، با حل عددی انتگرال‌های بیضوی قابل دستیابی است [۱۹]. در این تحقیق این بررسی برای هندسه‌های تک‌ناحیه‌ای، دوناحیه‌ای و سه‌ناحیه‌ای دوبعدی متقارن انجام می‌گیرد و در این راستا از شبکه Perceptron چندلایه و الگوریتم لونیبرگ مارکوات در شبکه عصبی مصنوعی در جعبه ابزار نرم‌افزار MATLAB استفاده می‌شود تا کارایی شبکه عصبی مصنوعی برای هر کدام از موردهای مطالعه، ارزیابی و با سایر روش‌ها مقایسه شود.

۲- تعریف مسائل مورد مطالعه

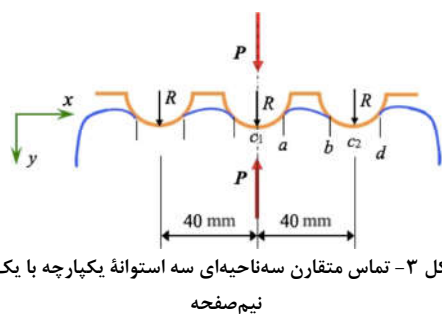
مسائل تماس مورد مطالعه در این تحقیق، دوبعدی کرنش صفحه‌ای و از نوع تماس غیرهرتزی و ناقص می‌باشند. منظور از تماس غیرهرتزی، تماسی است که در آن شعاع انحنا حداقل یکی از سطوح تماس به سمت بی‌نهایت میل کند [۱۱]. در این مسائل، یک و یا چند استوانه متصل به هم با شعاع R ، توسط نیروی فشاری P به سطح تخت صیقلی یک نیم‌صفحه با ابعاد بسیار بزرگ فشرده می‌شوند و با افزایش نیروی فشاری، طول نواحی تماس افزایش می‌یابد و به عبارت دیگر حدود نواحی تماس تغییر می‌کند. در تمام مسائل، شعاع استوانه‌ها برابر ۱۰۰ میلی‌متر و ماده نیم‌صفحه برای مسئله تک‌ناحیه‌ای، آلومینیوم با مدول الاستیک ۶۷/۸۳ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳۳ و برای

می‌شود. در این الگوریتم ابتدا یک حلقه تکرار اجرا می‌شود که خروجی آن با سرعت به سمت مقدار b متناظر و سازگار با مقدار a که در رابطه (۳) با دقت بالا صدق می‌کنند، همگرا می‌شود. دقت مقدار b به دست آمده را کاربر تعیین می‌کند. سپس با قرار دادن مقادیر a و b سازگار در رابطه (۴)، مقدار نیروی متناظر که این حدود نواحی تماس را ایجاد کرده است، محاسبه می‌شود. جزئیات ریاضی و شرایط همگرایی این الگوریتم در پیوست مرجع [۲۱] با توضیحات دقیق آمده است.

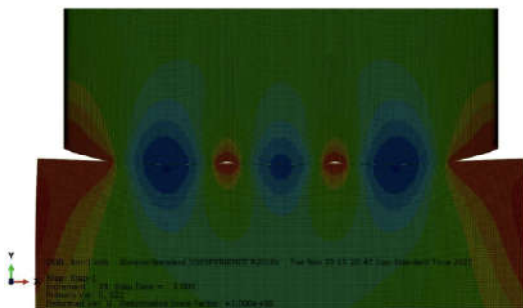


شکل ۲- تماس متقارن دوناحیه‌ای دو استوانه یکپارچه با یک نیم-صفحه

یک جزءبندی ریزتر روی سطح Slave در نواحی مستعد تماس استفاده شود تا همگرایی و دقت منطقی مستقل از اندازه جزء حاصل شود. پاسخ همگرا شده مدل اجزای محدود با انتخاب جزء CPE4R که یک جزء دوبعدی کرنش صفحه‌ای چهارضلعی دارای چهار گره می‌باشد، برای یادگیری شبکه عصبی استخراج می‌شود. شکل ۴ تصویری از کانتور توزیع تنش نرمال عمودی در مدل اجزای محدود این مسئله را نشان می‌دهد. اعتبارسنجی این مدل اجزای محدود برای مسئله دوناحیه‌ای، در تحقیق انجام شده در مرجع [۲۳] از طریق مقایسه با پاسخ تحلیلی فرم بسته انجام شده است که دقیقاً مشابه آن برای مسئله سه‌نواحیه‌ای در این تحقیق پیاده شده است. پس از اجرای حل عددی، موقعیت حدود نواحی تماس آخرین گره‌هایی از دو سطح هستند که در انتهای بارگذاری به تماس رسیده‌اند. توزیع نیروی عمودی در واحد سطح یعنی فشار در ناحیه تماس طوری است که در نقطه تماس اولیه بیشترین مقدار را دارد و به سمت دو طرف آن کاهش می‌یابد. تا اینکه در حدود نواحی تماس که آخرین نقاطی هستند که به تماس رسیده‌اند، به صفر می‌رسد. بدین ترتیب می‌توان با استخراج داده‌های مربوط به توزیع فشار در نواحی تماس، موقعیت حدود نواحی تماس را شناسایی کرد.



شکل ۳- تماس متقارن سه‌نواحیه‌ای سه استوانه یکپارچه با یک نیم‌صفحه



شکل ۴- کانتور توزیع تنش نرمال عمودی در مدل اجزای محدود تماس متقارن سه‌نواحیه‌ای سه استوانه یکپارچه با یک نیم‌صفحه

۳- مدل‌های شبکه عصبی

یک مدل شبکه عصبی شبکه‌ای از عناصر پردازشی ساده به نام نورون‌ها است که می‌تواند رفتار یک پدیده را توصیف کند، به طوری که مجموعه‌ای از مقادیر داده شده به عنوان ورودی را به مجموعه‌ای از مقادیر داده شده به عنوان خروجی مرتبط کند. یک شبکه عصبی از سه نوع لایه تشکیل شده است. لایه نخست ورودی‌های شبکه را تحویل می‌گیرد. لایه میانی یا پنهان حاوی نورون‌هایی است که پردازش روی ورودی‌ها را انجام می‌دهند و لایه سوم یا خارجی نیز حاوی نورون‌هایی

۲-۳- مسئله تماس متقارن سه‌نواحیه‌ای

متناسب شکل ۳، سه استوانه متصل به هم و یکپارچه به طور متقارن به سطح تخت صیقلی یک نیم‌صفحه هم‌جنس فشرده می‌شوند. این مسئله پاسخ تحلیلی فرم بسته ندارد. مطابق شکل ۳، a و b و d کران‌های نواحی تماس بین دو جسم در سمت راست محور تقارن هستند. در این مسئله نیز تابع توزیع فشار در نواحی تماس به مقادیر a و b بستگی دارد و این مقادیر نیز با دو رابطه سازگاری هندسی به هم مربوط می‌شوند و با یک رابطه هم‌ارزی استاتیکی نیز به نیروی فشاری مرتبط می‌شوند [۲۲]. ولی حل این دستگاه سه‌معادله‌ای پیچیده، به منظور یافتن مقادیر a و b و d به ازای مقادیر معلوم نیروی فشاری، به طور تحلیلی امکان‌پذیر نیست و حل عددی آن نیز دشوار است. لذا داده‌های لازم برای یادگیری شبکه عصبی در این مسئله، از شبیه‌سازی و پاسخ روش اجزای محدود استخراج می‌شوند و نیازی به آوردن معادلات پیچیده حاکم بر این مسئله در این گزارش دیده نشد.

برای شبیه‌سازی این مسئله از نرم‌افزار ABAQUS استفاده می‌شود. شبیه‌سازی تماس می‌تواند مبتنی بر سطح و یا مبتنی بر جزء تماس باشد. در این تحقیق شبیه‌سازی تماس مبتنی بر سطح است. تماس مبتنی بر سطح می‌تواند با الگوریتم General automatic contact و یا الگوریتم Contact pair مدل‌سازی شود. الگوریتم به‌کار گرفته شده در این نرم‌افزار، الگوریتم تماس Master-Slave می‌باشد که نوعی الگوریتم Contact pair است. در این الگوریتم یکی از سطوح، Master و دیگری Slave در نظر گرفته می‌شود. این الگوریتم مستلزم جفت کردن صریح سطوحی است که مستعد تماس هستند. در این الگوریتم گره‌های روی سطح Slave نمی‌توانند به سطح Master نفوذ کنند، ولی سطح Master می‌تواند به سطح Slave در مابین گره‌ها نفوذ کند. بنابراین برای دستیابی به بهترین شبیه‌سازی تماس باید از

یادگیری استفاده می‌شوند. یعنی در هر مرحله از یادگیری، عملکرد مدل شبکه عصبی با این داده‌ها ارزیابی می‌شود. دسته سوم داده‌های ارزیابی هستند که برای ارزیابی نهایی عملکرد مدل پس از اتمام یادگیری استفاده می‌شوند. پس از هر کدام از ارزیابی‌ها اگر عملکرد مطلوب نباشد، مشخصات مدل شبکه باید تغییر داده شوند. چنانچه الگوریتم یادگیری توانایی شناسایی پدیده را نداشته باشد، شبکه عصبی حتی برای ورودی‌های در محدوده داده‌های آموزش و اعتبارسنجی نیز خروجی مطلوب نمی‌دهد، و به عبارتی دچار کم‌برازش شده است. برای رفع این مشکل هم باید تعداد داده‌های آموزش کافی باشد و هم داده‌ها فراگیر و تصادفی باشند، یعنی اطلاعات کافی از رفتار پدیده ارائه دهند. از طرف دیگر افزایش بیش از حد داده‌های آموزش ممکن است باعث شود که با بهبود خروجی شبکه برای ورودی‌های در محدوده داده‌های آموزش و اعتبارسنجی، خروجی آن برای داده‌های محدوده ارزیابی، مطلوب و کارآمد نباشد و به عبارتی شبکه دچار بیش‌برازش شود. یعنی شبکه در حالی که جزئیات را یاد گرفته است، به اندازه کافی تعمیم‌پذیری ندارد. روش‌های مختلف برای رفع این مشکل وجود دارد، از جمله کاهش تعداد لایه‌های پنهان. لازم به ذکر است که دقت شبکه در محاسبه خروجی داده‌های ارزیابی همیشه کمتر از داده‌های آموزش است. بنابراین وقتی حرف از یادگیری ناکارآمد می‌شود، یعنی اختلاف قابل توجه دقت، بیشتر از ۱۰ تا ۱۵ درصد، می‌باشد.

در این تحقیق در مرحله یادگیری، در قسمت یادگیری عمیق جعبه‌ابزار نرم‌افزار MATLAB، بخش Neural Fitting Net، داده‌های مستخرج از روش‌های تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی وارد می‌شوند. همچنین اندازه درصد داده‌ها برای آموزش، اعتبارسنجی و ارزیابی تعیین می‌شود. ۷۰ درصد داده‌ها برای آموزش، ۱۵ درصد برای اعتبارسنجی و ۱۵ درصد برای ارزیابی در نظر گرفته می‌شود. سپس با اجرای گزینه یادگیری می‌توان شبکه را آموزش داد. پس از یادگیری، ساخت مدل شبکه عصبی کامل می‌شود و می‌توان کد الگوریتم که توسط جعبه‌ابزار نرم‌افزار ساخته می‌شود را استخراج کرد. سپس از تابع Sim برای اجرا و به کارگیری مدل شبکه عصبی ساخته شده، به منظور محاسبه خروجی به ازای ورودی‌های ارزیابی، استفاده می‌شود. تابع خطای استفاده شده در ارزیابی مدل، میانگین مربعات خطا می‌باشد. لازم به ذکر است که تعداد داده‌های یادگیری برای هر مسئله در ابتدا به طور دلخواه انتخاب می‌شوند و هیچ مشکلی برای فراهم کردن تعداد زیاد داده با روش‌های حل معرفی شده برای هر مسئله وجود ندارد. اگر پس از یادگیری و ارزیابی مدل‌ها کم‌برازش و بیش‌برازش مشاهده نشود، تعداد تغییر نمی‌کند. تعداد داده‌ها در صورت وقوع کم‌برازش باید افزایش و در صورت وقوع بیش‌برازش باید کاهش یابد.

۳-۱- مدل شبکه عصبی مسئله تماس تک‌ناحیه‌ای

در مجموع، ۵۰ جفت داده برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه عصبی این مسئله، به طور تحلیلی و دقیق از رابطه (۲) استخراج و وارد شبکه می‌شود. هر جفت داده شامل مقدار نیرو به عنوان ورودی و اندازه نصف طول ناحیه تماس متقارن به عنوان خروجی می‌باشد. محدوده نیرو در این ۵۰ جفت داده بین ۲۰۰۰ تا ۴۴۵۰ نیوتن در واحد ضخامت (به میلی‌متر) می‌باشد که با اختلاف ۵۰ نیوتن بر میلی‌متر در نظر گرفته شده‌اند. از دیدگاه ریاضی برای این مسئله که پاسخ فرم

است و خروجی‌های شبکه را تحویل می‌دهد. هر نوروں شامل مقادیر ورودی، تابع تحریک و مقادیر خروجی است. هر یک از مقادیر ورودی در وزن‌ها ضرب می‌شوند که این وزن‌ها می‌توانند مثبت و یا منفی باشند. مقادیر وزن‌دار شده با هم جمع می‌شوند. هر نوروں یک بایاس هم دارد که با ورودی‌های وزن‌دار شده جمع می‌شود و در نهایت با اعمال یک تابع تحریک یا فعال‌ساز، خروجی‌ها محاسبه می‌شود. لذا هر لایه پنهان و خارجی دارای ماتریس وزن، بردار بایاس، تابع تحریک و بردار خروجی است.

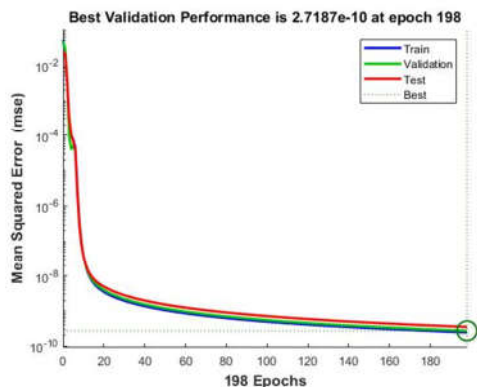
این قابلیت شبکه عصبی مصنوعی در شناسایی و توصیف رفتار یک پدیده، با دریافت داده‌های لازم و با به‌کارگیری یک الگوریتم برای یادگیری یا آموزش فراهم می‌شود. یعنی بعد از مقداردهی اولیه به وزن‌ها و بایاس‌ها، شبکه نیاز به یادگیری دارد. با دریافت داده‌های ورودی و خروجی، در طی مراحل یادگیری، وزن‌ها و بایاس‌ها طوری ساماندهی و تنظیم می‌شوند که تابع ضرر کمترین مقدار خود باشد. تابعی که خروجی شبکه عصبی را با داده‌های واقعی مقایسه می‌کند، تابع ضرر نامیده می‌شود. یادگیری شبکه عصبی تحت یک الگوریتم مشخص و در طی چند دور انجام می‌شود تا خروجی شبکه به سمت خروجی مورد نظر نزدیک شود. میزان یادگیری مناسب به تعداد دورها بستگی دارد. تغییرات خطای یادگیری با افزایش تعداد دورها، در ابتدا نزولی و سپس صعودی می‌شود. لذا مشخص کردن تعداد درست دورها در یادگیری شبکه دارای اهمیت زیادی است.

برای مدل‌سازی شبکه عصبی، مشخصاتی از جمله، میزان یادگیری مناسب و تعداد دورهای یادگیری، تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نوروں‌های هر لایه پنهان و تابع تحریک تعیین می‌شوند. برای تعیین این مشخصات روش مشخصی وجود ندارد، لذا مدل بهینه شبکه با استفاده از تجربه و سعی و خطا حاصل می‌شود [۲۴]. بهترین الگوریتم برای یادگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی، الگوریتم لونیبرگ مارکوات^۱ است که یک روش اصلاح‌شده از الگوریتم دیرینه نیوتن است. این الگوریتم به دلیل سرعت بالا و خطای کم، کارآمد است و در بسیاری از پژوهش‌ها با موفقیت استفاده شده است [۲۵].

در این تحقیق از الگوریتم آماده شبکه عصبی در جعبه‌ابزار شبکه عصبی Neural Network Fitting برای مدل‌های با یک لایه پنهان و Perceptron Neural Network برای مدل‌های با چند لایه پنهان در نرم‌افزار MATLAB استفاده می‌شود. الگوریتم یادگیری در هر دو شبکه لونیبرگ مارکوات می‌باشد. همچنین در یادگیری شبکه از تابع تحریک تانژانت هذلولوی در لایه‌های پنهان و تابع تحریک خطی در لایه خروجی استفاده شده است. تعداد نوروں‌های لایه خارجی همواره برابر تعداد داده‌های خروجی است.

چنانچه ذکر شد، در استفاده از شبکه عصبی مصنوعی، مهیا‌سازی داده‌ها برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه ضروری و مهم است. این داده‌ها در سه دسته استفاده می‌شوند. دسته اول داده‌های آموزش هستند که برای آموزش مدل شبکه استفاده می‌شوند تا الگوهای موجود در داده‌ها را یاد بگیرد و رفتار پدیده را شناسایی کند. دسته دوم داده‌های اعتبارسنجی هستند که برای ارزیابی عملکرد مدل در طول

^۱ Levenberg Marquardt



شکل ۶- تغییرات میانگین مربعات خطا با تعداد دور در مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله تک‌ناحیه‌ای

۲-۳- مدل شبکه عصبی مسئله تماس دوناحیه‌ای

در مجموع ۴۰ مجموعه داده سه‌تایی برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه عصبی این مسئله، به طور نیمه‌تحلیلی و با استفاده از الگوریتم حل عددی روابط (۳) و (۴) استخراج و وارد شبکه می‌شود. هر مجموعه داده شامل مقدار نیرو به عنوان ورودی و مقادیر $a - \bar{c}$ و $b - \bar{c}$ به عنوان خروجی می‌باشد. محدوده نیرو در این ۴۰ مجموعه داده بین ۰ تا ۴۳۸۶۸/۹۷ نیوتن در واحد ضخامت (به میلی‌متر) می‌باشد که به ازای ۴۰ مقدار a داده شده به الگوریتم حل عددی به دست آمده‌اند. مقادیر a داده شده به الگوریتم بین ۲۰ تا ۱۵ میلی‌متر با فواصل ۰/۱ میلی‌متر هستند که ۵۱ مجموعه داده سه‌تایی به دست می‌دهند. از این ۵۱ مجموعه، ۴۰ مجموعه برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه استفاده می‌شوند و ۱۱ مجموعه دیگر برای مقایسه با پاسخ شبکه عصبی به ازای داده‌های تصادفی در بخش ۲-۴ استفاده می‌شود. بدیهی است کاهش مقدار a به معنی افزایش طول نواحی تماس و در نتیجه افزایش نیرو می‌باشد. لذا کمترین مقدار a از دیدگاه فیزیکی باید مقداری باشد که شرط الاستیک خطی و کوچک بودن طول نواحی تماس در مقایسه با شعاع انحنا سطوح در حال تماس برقرار باشد و از دیدگاه ریاضی و هندسی باید مقداری باشد که دو ناحیه تماس مجزا باقی بمانند. چون در صورت پیوند نواحی تماس با هم، فیزیک و متعاقباً ریاضیات مسئله تغییر اساسی می‌کند و الگوریتم در این حالت پاسخ درست نمی‌دهد. همچنین مسئله از حالت مورد مطالعه در این بخش خارج می‌شود.

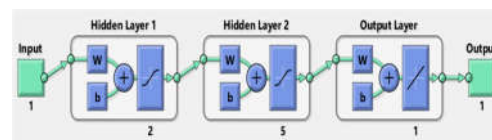
مدل اول به صورت یک شبکه Fitting با یک لایه پنهان و یک لایه خروجی، دو نورون در لایه پنهان و پنج دور ساخته می‌شود. متعاقباً با سعی و خطا به اعمال تغییراتی در تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نورون‌های این لایه‌ها و تعداد دورها پرداخته می‌شود و بدین ترتیب دوازده مدل دیگر برای دستیابی به مدل بهینه با کمترین میانگین مربعات خطا ساخته می‌شود. در جدول ۲ مشخصات و نتیجه این مدل‌ها آورده شده است. مطابق جدول، مدل شماره ۱۳ که یک شبکه Perceptron با دو لایه پنهان، سه نورون در لایه پنهان اول و پنج نورون در لایه پنهان دوم و ۹۰۰ دور می‌باشد، کمترین میانگین مربعات خطا را دارد. برای این مدل بهینه تغییرات کاهشی میانگین مربعات خطا با تعداد دور در مراحل آموزش، اعتبارسنجی و ارزیابی، مشاهده می‌شود که کمترین مقدار آن در دور ۹۰۰ می‌باشد. همچنین

بسته دقیق دارد، انتخاب محدوده نیرو دلخواه است ولی از دیدگاه فیزیکی نیرو باید در محدوده‌ای باشد که شرط الاستیک خطی و کوچک بودن طول نواحی تماس در مقایسه با شعاع انحنا سطوح در حال تماس برقرار باشد [۱۰].

مدل اول به صورت یک شبکه Fitting با یک لایه پنهان و یک لایه خروجی، دو نورون در لایه پنهان و پنج دور ساخته می‌شود. متعاقباً با سعی و خطا به اعمال تغییراتی در تعداد لایه‌های پنهان (L)، تعداد نورون‌های این لایه‌ها (n_i) و تعداد دورها (N) پرداخته می‌شود و بدین ترتیب نه مدل دیگر برای دستیابی به مدل بهینه با کمترین میانگین مربعات خطا (MSE) ساخته می‌شود. مطابق شکل ۵، تک‌ورودی پس از وزن‌دار شدن و دریافت بایاس توسط تابع تحریک تانژانت هذلولوی انتقال می‌یابد و پس از گذراندن فرآیند یادگیری به لایه خروجی منتقل می‌شود. میانگین مربعات خطا با استفاده از داده‌های ارزیابی، پس از اتمام یادگیری برای ارزیابی عملکرد مدل محاسبه می‌شود. در جدول ۱ مشخصات و نتیجه ارزیابی این مدل‌ها آورده شده است. مطابق جدول، مدل شماره ۱۰ که یک شبکه Perceptron با دو لایه پنهان، دو نورون در لایه پنهان اول و پنج نورون در لایه پنهان دوم و ۱۹۸ دور می‌باشد، کمترین میانگین مربعات خطا را دارد. شکل ۶ نیز تغییرات کاهشی میانگین مربعات خطا با تعداد دور را برای مدل شماره ۱۰ در مراحل آموزش، اعتبارسنجی و ارزیابی، و وقوع کمترین مقدار میانگین مربعات خطا در دور ۱۹۸ را نشان می‌دهد. نمودار هیستوگرام خطا و رگرسیون برای مدل شبکه Perceptron بهینه یعنی مدل شماره ۱۰ در مراحل آموزش، اعتبارسنجی و ارزیابی، نشان می‌دهد که عملکرد این مدل مطلوب می‌باشد ولی برای بالا نرفتن حجم این گزارش از آوردن این نمودارها اجتناب شده است.

جدول ۱- مشخصات مدل‌های مختلف شبکه برای مسئله تک‌ناحیه‌ای

مدل	L	n_1	n_2	N	MSE
۱	۲	۲	-	۵	۰/۲۷
۲	۲	۲	-	۱۰	۰/۱۸
۳	۲	۳	-	۲۵	۰/۰۶
۴	۲	۵	-	۵۰	۰/۰۳
۵	۳	۲	۲	۵۰	۰/۰۵
۶	۳	۲	۳	۵۰	۰/۰۳
۷	۳	۲	۳	۵۰	۰/۰۴
۸	۳	۲	۴	۵۰	۰/۱۵
۹	۳	۲	۵	۱۰۰	۰/۰۱
۱۰	۳	۲	۵	۱۹۸	۰/۰۰۲



شکل ۵- مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله تک‌ناحیه‌ای

نمودار هیستوگرام خطا و رگرسیون این مدل نشان‌دهنده عملکرد مطلوب آن می‌باشد.

جدول ۲- مشخصات مدل‌های مختلف شبکه برای مسئله دوناچه‌ای

مدل	L	n_1	n_2	N	MSE
۱	۲	۲	-	۵	۰/۳
۲	۲	۲	-	۱۰	۰/۱۱
۳	۲	۳	-	۲۵	۰/۱۵
۴	۲	۳	-	۵۰	۰/۰۳
۵	۲	۵	-	۵۰	۰/۰۱
۶	۳	۲	۲	۵۰	۰/۰۶
۷	۳	۲	۳	۱۰۰	۰/۰۶
۸	۳	۳	۳	۱۰۰	۰/۰۰۸
۹	۳	۳	۴	۱۵۰	۰/۰۸
۱۰	۳	۳	۵	۱۵۰	۰/۰۷
۱۱	۳	۳	۶	۴۰۰	۰/۰۶
۱۲	۳	۳	۵	۴۰۰	۰/۰۳
۱۳	۳	۳	۵	۹۰۰	۰/۰۱

خطا با تعداد دور در مراحل آموزش، اعتبارسنجی و ارزیابی، مشاهده می‌شود که کمترین مقدار آن در دور ۳۰۰ می‌باشد. همچنین نمودار هیستوگرام خطا و رگرسیون این مدل نشان‌دهنده عملکرد مطلوب آن می‌باشد.

جدول ۳- مشخصات مدل‌های مختلف شبکه برای مسئله سه‌ناحیه‌ای

مدل	L	n_1	n_2	N	MSE
۱	۲	۲	-	۵	۰/۲۹
۲	۲	۲	-	۲۰	۰/۲۳
۳	۲	۳	-	۲۵	۰/۱۹
۴	۲	۳	-	۵۰	۰/۱۲
۵	۲	۵	-	۵۰	۰/۶
۶	۳	۲	۲	۵۰	۰/۶
۷	۳	۲	۳	۱۰۰	۰/۶
۸	۳	۳	۳	۱۰۰	۰/۵
۹	۳	۳	۴	۱۵۰	۰/۷
۱۰	۳	۳	۴	۲۵۰	۰/۰۹
۱۱	۳	۳	۵	۳۰۰	۰/۰۱
۱۲	۳	۳	۶	۳۰۰	۰/۸

۳-۳- مدل شبکه عصبی مسئله تماس سه‌ناحیه‌ای

در مجموع ۲۶ مجموعه داده چهارتایی برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه عصبی این مسئله، با استفاده از نرم‌افزار حل عددی ABAQUS استخراج و وارد شبکه می‌شود. هر مجموعه داده شامل مقدار نیرو به عنوان ورودی و مقادیر $a-C_1$ و $b-C_2$ و $d-C_2$ به عنوان خروجی می‌باشد. محدوده نیرو در این ۲۶ مجموعه داده بین ۰ تا ۶۳۴۷۴۰ نیوتن در واحد ضخامت (به میلی‌متر) می‌باشد. این مقادیر نیرو و حدود نواحی تماس متناظر با آن‌ها، در حین بارگذاری تدریجی شبه‌استاتیک به مدت ۲ ثانیه تا مقدار نیروی ۹۵۰۰۰۰ نیوتن بر میلی‌متر، در چندین پله زمانی از نرم‌افزار ABAQUS استخراج شده است که ۴۰ مجموعه داده چهارتایی به دست می‌آید. از این ۴۰ مجموعه، ۲۶ مجموعه برای مدل‌سازی و یادگیری شبکه استفاده می‌شوند و ۱۴ مجموعه دیگر برای مقایسه با پاسخ شبکه عصبی به ازای داده‌های تصادفی در بخش ۳-۴ استفاده می‌شود. برای این مسئله نیز از دیدگاه فیزیکی نیرو باید در محدوده‌ای باشد که شرط الاستیک خطی و کوچک بودن طول نواحی تماس در مقایسه با شعاع انحنای سطوح در حال تماس برقرار باشد و از دیدگاه مدل‌سازی تماس با الگوریتم Contact pair سه ناحیه تماس مجزا باقی بمانند.

مدل اول به صورت یک شبکه Fitting با یک لایه پنهان و یک لایه خروجی، دو نورون در لایه پنهان و پنج دور ساخته می‌شود. متعاقباً با سعی و خطا به اعمال تغییراتی در تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نورون‌های این لایه‌ها و تعداد دورها پرداخته می‌شود و بدین ترتیب یازده مدل دیگر برای دستیابی به مدل بهینه با کمترین میانگین مربعات خطا ساخته می‌شود. در جدول ۳ مشخصات و نتیجه این مدل‌ها آورده شده است. مطابق جدول، مدل شماره ۱۱ که یک شبکه Perceptron با دو لایه پنهان، سه نورون در لایه پنهان اول و پنج نورون در لایه پنهان دوم و ۳۰۰ دور می‌باشد، کمترین میانگین مربعات خطا را دارد. برای این مدل بهینه تغییرات کاهشی میانگین مربعات

۴- بررسی نتایج مدل‌های شبکه عصبی

برای بررسی نتایج مدل‌های بهینه شبکه عصبی برای هر مسئله، پاسخ این مدل‌ها به ازای مقادیر تصادفی ورودی در داخل و خارج محدوده داده‌های یادگیری، به دست می‌آید و سپس با پاسخ روش‌های تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی مقایسه می‌شوند.

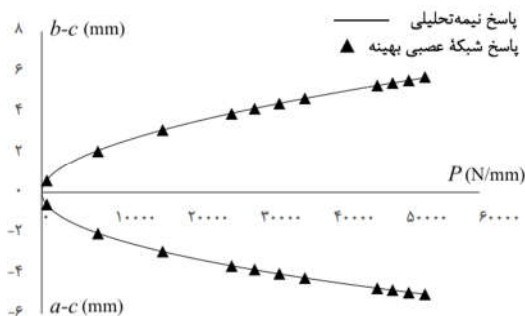
۴-۱- پاسخ مدل بهینه مسئله تماس متقارن تک‌ناحیه‌ای

در جدول ۴ پاسخ این مدل به ازای مقادیر تصادفی ورودی در داخل و خارج محدوده داده‌های یادگیری، با پاسخ تحلیلی دقیق مستخرج از رابطه (۲) تا دو رقم اعشار مقایسه شده و درصد خطای نسبی (e) محاسبه شده است. نتایج جدول برای همه داده‌های تصادفی داخل محدوده، خطای نسبی صفر درصد را نشان می‌دهد. برای داده‌های تصادفی خارج از محدوده که خانه‌های سبز رنگ هستند نیز حداکثر خطا ۶ درصد می‌باشد. خطای پایین مدل شبکه عصبی این مسئله برای داده‌های تصادفی داخل محدوده، به دلیل سادگی مدل ریاضی آن قابل پیش‌بینی بود. برای داده‌های تصادفی خارج محدوده انتظار می‌رود که با افزایش فاصله از محدوده، خطای نسبی افزایش یابد.

جدول ۴- ارزیابی پاسخ مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله

تک‌ناحیه‌ای به ازای داده‌های تصادفی

e	پاسخ تحلیلی دقیق		p (N/mm)
	پاسخ مدل شبکه عصبی a (mm)	a (mm)	
۶	۰/۹۷	۰/۹۱	۵۰۰
۳	۱/۱۹	۱/۱۵	۸۰۰
۰/۷	۱/۲۸	۱/۲۹	۱۰۰۰
۰	۱/۵۸	۱/۵۸	۱۵۰۰
۰	۱/۷۳	۱/۷۳	۱۸۰۰



شکل ۷- نمودار ارزیابی پاسخ مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله دوناحیه‌ای به ازای داده‌های تصادفی

۴-۳- پاسخ مدل بهینه مسئله تماس متقارن سه‌ناحیه‌ای

در جدول ۶ پاسخ این مدل به ازای مقادیر تصادفی ورودی در داخل و خارج محدوده داده‌های یادگیری، با پاسخ عددی مستخرج از شبیه‌سازی اجزای محدود تا دو رقم اعشار مقایسه شده و بیشترین درصد خطای نسبی مربوط به حدود نواحی تماس در هر سطر آمده است. نمودار این مقایسه در شکل ۸ نیز آمده است. نتایج جدول برای داده‌های تصادفی داخل محدوده، حداکثر خطای نسبی ۲/۹ درصد را نشان می‌دهد. برای داده‌های تصادفی خارج از محدوده که خانه‌های سبزرنگ هستند نیز حداکثر خطا ۴/۹ درصد می‌باشد.

جدول ۶- ارزیابی پاسخ مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله سه‌ناحیه‌ای، به ازای داده‌های تصادفی

e	پاسخ مدل شبکه عصبی (mm)			پاسخ عددی (mm)			P (N/mm)
	a-c ₁	b-c ₂	d-c ₂	a-c ₁	b-c ₂	d-c ₂	
۱/۹	۳/۳۴	-۳/۵۰	۳/۵۶	۳/۲۸	-۳/۴۰	۳/۴۶	۱۸۰
۲							۱۲۶۹۴
۱/۴	۴/۱۴	-۴/۳۳	۴/۴۵	۴/۱۶	-۴/۳۰	۴/۳۴	۱۹۰
۲							۲۲۲۱۵
۱/۱	۵/۰۴	-۵/۲۷	۵/۵۲	۵/۰۴	-۵/۲۰	۵/۵۱	۱۵۵
۳							۳۶۴۹۷
۱/۸	۶/۱۷	-۶/۴۳	۶/۹۴	۶/۲۲	-۶/۴۰	۶/۹۷	۱۰۳
۰							۵۷۹۲۰
۱/۶	۷/۵۰	-۷/۱۸۰	۸/۶۹	۷/۳۸	-۷/۶۰	۸/۷۳	۱۷۴
۲							۹۰۰۵۳
۱/۱	۸/۹۶	-۹/۳۰	۱۰	۸/۸۴	-۹/۱۰	۱۴۹	۱۹۰
۲							۱۳۸۲۵۳
۱/۷	۱۵۴	/۹۳	/۰۱	۱۵۸	/۹۱	/۱۰	۱۳۰
۰	۱۰	-۱۰	۱۳	۱۰	۱۰	۱۳	۲۱۰۵۵۵
۱/۱	۱۳۶	/۷۹	/۸۶	۱۳۱	/۷۳	/۰۳	۱۴۰
۱	۱۲	-۱۲	۱۵	۱۲	-۱۲	۱۶	۳۱۹۰۰۶
۱/۱	۱۴۰	/۸۸	/۲۵	۱۴۰	/۸۶	/۴۸	۱۲۰
۲	۱۴	-۱۴	۱۹	۱۴	-۱۴	۱۹	۴۸۱۶۸۳
۱/۵	۱۱۵	۱۶/۶۶	/۹۱	/۶۰	/۴۱	/۷۰	۱۸۰
۳	۱۶	-	۲۲	۱۵	-۱۶	۲۲	۶۷۳۴۵۹
۱/۶	۱۶۳	/۱۶	/۵۸	/۹۰	/۷۲	/۲۹	۱۷۰

۰	۱/۸۴	۱/۸۴	۲۰۳۵
۰	۲/۱۱	۲/۱۱	۲۶۸۵
۰	۲/۳۶	۲/۳۶	۳۳۳۵
۰	۲/۴۴	۲/۴۴	۳۵۸۵
۰	۲/۷۰	۲/۷۰	۴۳۸۵
۰/۳	۲/۸۲	۲/۸۲	۴۸۰۰
۰/۳	۲/۹۳	۲/۹۲	۵۱۰۰
۰/۳	۳/۰۱	۳/۰۰	۵۴۰۰
۰/۹	۳/۱۹	۳/۱۶	۶۰۰۰
۲/۶	۳/۹۸	۴/۰۹	۱۰۰۰۰

۴-۲- پاسخ مدل بهینه مسئله تماس متقارن دوناحیه‌ای

در جدول ۵ پاسخ این مدل به ازای مقادیر تصادفی ورودی در داخل و خارج محدوده داده‌های یادگیری، با پاسخ نیمه‌تحلیلی مستخرج از الگوریتم حل عددی روابط (۳) و (۴) تا دو رقم اعشار مقایسه شده و بیشترین درصد خطای نسبی مربوط به حدود نواحی تماس در هر سطر آمده است. نمودار این مقایسه در شکل ۷ نیز آمده است. نتایج جدول برای داده‌های تصادفی داخل محدوده، حداکثر خطای نسبی ۱/۷ درصد را نشان می‌دهد که مربوط به کمترین مقدار نیروی تصادفی است. دلیل این اتفاق این است که طبق شکل ۷، به ازای مقادیر نیروی کمتر، شیب تغییرات بیشتر است. برای داده‌های تصادفی خارج از محدوده که خانه‌های سبزرنگ هستند نیز حداکثر خطا ۰/۴ درصد می‌باشد.

جدول ۵- ارزیابی پاسخ مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله دوناحیه‌ای به ازای داده‌های تصادفی

e	پاسخ مدل شبکه عصبی		پاسخ نیمه‌تحلیلی		P (N/mm)
	a-c (mm)	b-c (mm)	a-c (mm)	b-c (mm)	
۱/۷	-۰/۶۰	۰/۶۱	-۰/۶	۰/۶۱	۶۶۲/۵۴
۰	-۲/۰۰	۲/۱۰	-۲/۰	۲/۱۱	۷۶۴۷/۰۲
۰/۳	-۲/۸۹	۳/۱۲	-۲/۹	۳/۱۲	۱۶۵۰۸/۰۴
۰	-۳/۶۰	۳/۹۵	-۳/۶	۳/۹۶	۲۵۹۹۷/۴۸
۰	-۳/۸۰	۴/۲۰	-۳/۸	۴/۲۰	۲۹۱۵۲/۳۷
۰	-۴/۰۰	۴/۴۴	-۴/۰	۴/۴۵	۳۲۵۱۲/۲۸
۰/۲	-۴/۱۹	۴/۶۹	-۴/۲	۴/۷۰	۳۶۰۸۱/۸۰
۰	-۴/۷۰	۵/۳۳	-۴/۷	۵/۳۳	۴۵۹۵۴/۴۹
۰	-۴/۸۰	۵/۴۶	-۴/۸	۵/۴۶	۴۸۰۹۶/۸۲
۰/۲	-۴/۹۱	۵/۵۹	-۴/۹	۵/۵۹	۵۰۲۹۶/۶۵
۰/۴	-۵/۰۲	۵/۷۳	-۵/۰	۵/۷۲	۵۲۵۵۴/۶۹

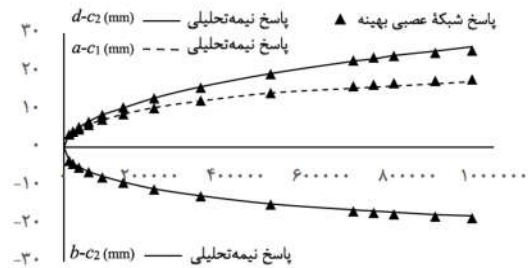
فشار در نواحی تماس و شرایط کناری حاکم بر حدود نواحی تماس، کاملاً مستقل از اصطکاک (در صورت وجود) و توزیع نیروی مماسی ناشی از آن است. بدیهی است که در صورت غیر هم‌جنس بودن اجسام در حال تماس، این استقلال فقط در حالت بدون اصطکاک رخ می‌دهد [۱۱]. از طرف دیگر در مسائل تماس دوبعدی با وجود اصطکاک کولمب بین اجسام هم‌جنس، تحت نیروی فشاری و مماسی در حالت نیمه‌لغزشی، ساختار ریاضی معادلات حاکم بر توزیع نیروی مماسی در نواحی چسبندگی تماس و شرایط کناری حاکم بر حدود نواحی چسبندگی، مشابه معادلات حاکم بر توزیع نیروی فشاری در نواحی تماس و شرایط کناری حاکم بر حدود نواحی تماس می‌باشد [۲۲]. لذا می‌توان گفت که اولاً نتایج حاصل برای مسائل دوناحیه‌ای و سه‌ناحیه‌ای مورد بررسی در این تحقیق که در آن‌ها اجسام در حال تماس هم‌جنس هستند، در صورت وجود اصطکاک نیز برقرار هستند. دوماً اگر در این مسائل اصطکاک کولمب وجود داشته باشد و علاوه بر نیروی فشاری، نیروی مماسی نیز اعمال و حالت نیمه‌لغزشی برقرار شود، نتایج حاصل در این تحقیق، برای تعیین حدود نواحی چسبندگی بر حسب نیروی مماسی، نیروی فشاری و ضریب اصطکاک کولمب، در مسیرهای مشخص بارگذاری، قابل استفاده است. سوماً به دلیل نبود اصطکاک، نتایج تحقیق حاضر برای هر سه مسئله مورد مطالعه در این تحقیق، با تغییر جنس هر کدام از اجسام قابل استفاده است، فقط کافیست که اندازه نیروی فشاری در یک ضریب که ناشی از تغییر مدول الاستیک و ضریب پواسون اجسام است، ضرب شود. جزئیات مربوط به این سه نتیجه‌گیری اخیر، در تحقیق انجام شده در مرجع [۲۲] آمده است.

چنانچه ذکر شد، در این تحقیق به دلیل هموار بودن مرز اجسام و تقارن در هندسه و بارگذاری، تعداد خروجی‌های مسئله برابر تعداد نواحی تماس ناقص می‌باشد. ولی در صورت عدم تقارن، تعداد خروجی‌ها دو برابر تعداد نواحی تماس می‌شود. این بدین معنی است که در روش تحلیلی، تعداد شرایط حاکم بر حدود نواحی تماس نیز دو برابر می‌شود. از طرفی با فرض غیر هم‌جنس بودن اجسام در تماس اصطکاک، مدل ریاضی مسئله تماس اصطکاک به دلیل وابسته شدن معادلات حاکم بر توزیع نیروی فشاری و مماسی، پیچیده‌تر از حالت هم‌جنس می‌شود؛ لذا بررسی کارایی شبکه عصبی برای مسائل نامتقارن با تعداد خروجی بیشتر و برای مسائل تماس اصطکاک بین اجسام غیر هم‌جنس با مدل ریاضی پیچیده‌تر، آموزش شبکه با داده‌های تجربی و بهینه‌سازی مسائل تماس، می‌تواند موضوع تحقیق در آینده باشد.

۶- مراجع

- [1] Orbanic P, Fajdiga M. A neural network approach to describing the fretting fatigue in aluminium-steel couplings. International Journal of Fatigue. 2003 Mar;25:201-207.
- [2] Stoffel M, Bamer F, Markert B. Artificial neural networks and intelligent finite elements in non-linear structural mechanics. Thin-Walled Structures. 2018 Oct;131:102-106.
- [3] Argatov I. Artificial Neural Networks (ANNs) as a Novel Modeling Technique in Tribology. Frontiers in Mechanical Engineering. 2019 May;5:1-9.
- [4] Hari Manoj Simha C, Biglarbegian M. An assessment of shallow neural networks for stress updates in computational solid mechanics. International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics. 2020 Oct;21:277-291.

۴	۱۶	-۱۷	۲۳	۱۵	-۱۶	۲۳	۷۲۰۹۵۹
۱/۹	۱/۹۸	۱/۵۲	۱/۰۷	۱/۱۹	۱/۰۳	۱/۱۷	۱۵۰
۴	۱۶	-۱۷	۲۴	۱۶	-۱۷	۲۴	۷۶۸۴۵۹
۱/۶	۱/۵۴	۱/۰۹	۱/۸۳	۱/۷۷	۱/۷/۶۶	۱/۳۳	۱۸۰
۴	۱۷	-۱۸	۲۴	۱۶	-	۲۵	۸۶۳۴۵۹
۱/۱	۱/۹۴	۱/۵۰	۱/۳۸	۱/۳۶	۱/۹۷	۱/۴۷	۱۰۰
۴	۱۷	-۱۸	۲۵	۱۷	-۱۷	۲۶	۹۵۰۰۰۰



شکل ۸- نمودار ارزیابی پاسخ مدل شبکه Perceptron بهینه برای مسئله سه‌ناحیه‌ای، به ازای داده‌های تصادفی

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق کارایی شبکه عصبی Perceptron چندلایه با الگوریتم یادگیری لونیگ مارکوات و تابع فعال‌ساز تانژانت هذلولوی، در محاسبه حدود نواحی تماس ناقص بدون اصطکاک، در مسائل تماس متقارن دوبعدی تک‌ناحیه‌ای، دوناحیه‌ای و سه‌ناحیه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. مدل شبکه عصبی همه مسائل مورد مطالعه در این تحقیق فقط یک ورودی دارد و تعداد خروجی‌ها به دلیل هموار بودن مرز اجسام و تقارن در هندسه و بارگذاری، برابر تعداد نواحی تماس ناقص می‌باشد. مدل بهینه شبکه عصبی با تعداد مشخص لایه‌های پنهان و تعداد نورون‌های هر لایه و همچنین تعداد دورهای یادگیری، برای هر مسئله با سعی و خطا به دست آمد. نتیجه این تحقیق نشان داد که پاسخ مدل شبکه عصبی بهینه برای ورودی‌های تصادفی داخل محدوده داده‌های به کار گرفته شده برای آموزش، برای یک تا سه خروجی، بسیار مطلوب و با خطای کم در مقایسه با پاسخ روش‌های تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی می‌باشد. مدت زمان لازم برای استخراج پاسخ از شبکه عصبی آموزش‌دیده برای هر ورودی تصادفی، حدود ۱ ثانیه است ولی با در نظر گرفتن مدت زمان لازم برای یادگیری شبکه، می‌توان گفت که مزیت اصلی یک مدل شبکه عصبی آموزش‌دیده بهینه، این است که برای هر ورودی دلخواه تصادفی، خروجی‌های مطلوب را مستقیماً و به راحتی به دست می‌دهد. درحالی‌که بدون استفاده از شبکه عصبی، این امر فقط برای مسائل با پاسخ تحلیلی فرم بسته امکان‌پذیر است. اغلب مسائل تماس پاسخ تحلیلی فرم بسته ندارند لذا فقط با برازش منحنی روی داده‌های مستخرج از حل نیمه‌تحلیلی و یا عددی این امر میسر می‌شود. به عبارت دیگر شبکه عصبی برای این دسته از مسائل مورد مطالعه کارکردی مشابه برازش بهترین منحنی دارد که طبق نتایج این تحقیق، به‌کارگیری آن پس از یادگیری، ساده و خروجی آن دقت بالایی دارد.

مطابق نظریه کلاسیک معادلات انتگرال تکین در مکانیک تماس، اگر دو جسم در حال تماس، هم‌جنس باشند، معادله حاکم بر توزیع

- Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. 2018 Aug;232:1025-1035.
- [24] Kalteh AM. Rainfall-runoff modelling using artificial neural networks (ANNs): modelling and understanding. *Caspian Journal of Environmental Sciences*. 2008 Jan;6:53-58.
- [25] Yonaba H, Anctil F, Fortin V. Comparing sigmoid transfer functions for neural network multistep ahead streamflow forecasting. *Journal of Hydrologic Engineering*. 2010 Apr;10:275-283.
- [5] Aggarwal R, Ugail H, Jha, RK. A deep artificial neural network architecture for mesh free solutions of nonlinear boundary value problems. *Applied Intelligence*. 2021 May;52:916-926.
- [6] Mianroodi JR, Siboni NH, Raabe D. Teaching solid mechanics to artificial intelligence—a fast solver for heterogeneous materials. *npj Computational Materials*. 2021 Jul;7:1-10.
- [7] Zhang E, Dao M, Karniadakis GE, Suresh S. Analyses of internal structures and defects in materials using physics-informed neural networks. *Science Advances*. 2022 Feb;8:1-12.
- [۸] خلخالی ا، نیازعلی‌زاده مقدم س، طراحی بر اساس قابلیت اطمینان برای محور محرک نانوکامپوزیتی خودرو. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۳۹۶، د. ۴۷، ش. ۱، ص ۸۷-۹۳.
- [۹] قاضی‌زاده س، بزاززاده م، آقاسید میرزا بزرگ م، طراحی و بهینه‌سازی چندهدفه هندسه دهانه ورودی هوا متقارن محوری برای دبی جرمی و عدد ماخ طراحی مشخص. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۰، د. ۵۱، ش. ۴، ص ۵۳۷-۵۴۶.
- [۱۰] اصغرزاده بناب ا، کلب‌خانی ه، بیژنوند س، ارائه روشی مبتنی بر یادگیری ماشین برای تشخیص آسیب‌های خطی و غیرخطی سازه با ترکیب ویژگی‌های عمیق زمانی و زمان-فرکانس. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۳، د. ۵۴، ش. ۱، ص ۷۱-۸۰.
- [11] Johnson KL. *Contact mechanics*. Cambridge University Press; 1985 May 16.
- [12] Panagiotopoulos PD, Mistakidis E. Neural networks for computing contact problems. *Transactions on Engineering Sciences*. 1993 Apr;1:45-52.
- [13] Karnavas YL, Vairis A. Modelling of frictional phenomena using neural networks: Friction coefficient estimation. In 10th International Conference on Applied Simulation and Modelling, Canada 2011.
- [14] Capitanu L, Vladareanu V, Vladareanu L, Badita LL. A neural network approach to the steel surface wear on linear dry contact, plastic material reinforced with SGF/steel. *Jurnal Tribologi*. 2019 Sep;22:74-107.
- [15] Ma J, Dong S, Chen G, Peng P, Qian L. A data-driven normal contact force model based on artificial neural network for complex contacting surfaces. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2021 Jul;156:107612.
- [16] Polat A. Estimation of contact length using deep neural. *Gumushaneh University Journal of Science*. 2023 Apr;13:458-470.
- [17] Sahin T, Danwitz M, Popp A. Solving forward and inverse problems of contact mechanics using physics-informed neural networks. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*. 2024 May;11:11.
- [18] Goodbrake C, Motiwale S, Sacks M. A Neural network finite element method for contact mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2024 Feb;419:116671.
- [19] Popov VL. *Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications*. Springer-Verlag; 2010 Jul 25.
- [20] Long JM, Wang GF, Feng XQ, Yu SW. Two-dimensional Hertzian contact problem with surface tension. *International Journal of Solids and Structures*. 2012 Jun;49:1588-1594.
- [21] Ghanati P, Adibnazari S. Two-dimensional symmetric double contacts of elastically similar materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2016 Jun;230:1626-1633.
- [22] Ghanati P, Adibnazari S. A study on the extent of the contact and stick zones in multiple contacts. *Archive of Applied Mechanics*. 2019 Apr;89:1825-1836.
- [23] Ghanati P, Adibnazari S, Alrefai M, Sheidaei A. A new approach for closed-form analytical solution of two-dimensional symmetric double contacts and the comparison with finite element method. *Proceedings of the Institution of*