

ارائه یک روش مقاوم به خطای رانش برای تخمین موقعیت با حسگر واحد اندازه‌گیری اینرسی بر اساس فیلتر کالمن

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران،
seyedmrom@gmail.com

میرمحمد رضا امت محمدی

دانشیار، گروه مهندسی مکترونیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران،
smrs.noorani@tabrizu.ac.ir

سیدمحمد رضا سید نورانی*

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران،
morteza@tabrizu.ac.ir

سیدمرتضی صادقی

چکیده

تخمین موقعیت یک چالش کلیدی در بسیاری از کاربردها است که معمولاً از حسگرهای واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU) برای این منظور استفاده می‌شود. انتگرال‌گیری از شتاب تجربی اندازه‌گیری شده توسط IMUها، ممکن است منجر به سیگنال‌هایی شود که با گذشت زمان از مرتبه دو رشد می‌کند. این اثر در فرآیند تخمین موقعیت، رانش یا انحراف نام دارد. خطای رانش، در اندازه‌گیری حرکت‌های متناوب بدنی مانند راه رفتن یا لرزش دست نیز ایجاد می‌شود. در این مقاله، یک رویکرد نوآورانه را در جهت رفع این خطا در حرکت‌های متناوب بر مبنای سفارشی کردن ماتریس انتقال حالت فیلتر سنتی و خطی کالمن پیشنهاد می‌دهیم. این ایده، بر پایه دخالت دادن ضمنی فرض تناوب حرکت در معادلات سینماتیک و به کارگیری بسط فوریه است که منجر به مقاوم‌تر شدن تخمین موقعیت در برابر رانش می‌شود. با شبیه‌سازی عملکرد روش پیشنهادی بر روی سیگنال‌های تناوبی و نیز سیگنال تجربی که از لرزش دست اخذ شده است، درستی روش پیشنهادی را ارزیابی می‌نماییم. نتایج نشان می‌دهند که این روش بدون هزینه محاسباتی اضافی، در مقابل رانش مقاوم بوده و از نظر سازگاری در مقایسه با پارامترهای سنتی فیلتر کالمن عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: فیلتر کالمن، تخمین موقعیت، حذف رانش، لرزش دست، واحد اندازه‌گیری اینرسی، بسط فوریه.

A Novel Drift-Robust Method for Position Estimation Based on Linear Kalman Filter

M. R. Ommat Mohammadi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

M. R. S. Noorani

Department of Mechatronics Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

M. Sadeghi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

Position estimation is a key challenge in many applications where inertial measurement unit (IMU) sensors are commonly used for this purpose. Double integrating the experimental acceleration measured by IMUs may result in a signal that grows quadratically with time. This effect in the position estimation process is called drift. The drift error is also arisen in the measurement of intermittent body movements such as walking or hand tremor. In this paper, we propose an innovative approach to solve this error based on the traditional linear Kalman filter. This idea is according to the implicit involvement of the assumption of periodicity of the motion in the state equations and the use of Fourier expansion, which leads to the position estimation being more robust to drift. We evaluate the accuracy of the proposed idea via evaluating its performance on some periodic signals as well as the experimental signal obtained from hand tremors. The results indicate that this method is robust to drift without additional computational cost, and it performs superior in terms of consistency compared to the traditional Kalman filter parameters.

Keywords: Kalman filter, position estimation, drift rejection, tremor signal, IMU sensors, Fourier expansion.

۱- مقدمه

مختلف شده و دائماً توسعه یافته است [۲]-[۴]. این تکامل‌ها، مجموعه‌ای از فیلترهای پیشرفته را تولید کرده است که چالش‌های مختلفی مانند غیرخطی بودن سیستم، نویز با مشخصه‌های آماری نامعلوم، وجود خطاهای رانش و بایاس و کاربری در سیستم‌هایی با مقیاس بزرگ را برطرف می‌کنند؛ چرا که فیلترهای کالمن سنتی^۱ (TKF)، دینامیک سیستم را خطی و آغشته به نویز گاوسی فرض می‌کنند و از این رو، کاربرد آن‌ها تنها به سیستم‌های خطی محدود

یکی از الگوریتم‌های پرکاربرد و تأثیرگذار در زمینه تخمین و مهندسی، فیلتر کالمن است که توسط رودولف ای. کالمن در اوایل دهه ۱۹۶۰ توسعه یافت [۱]. این فیلتر بر مبنای مدل ریاضی سیستم و مقادیر متغیرهای اندازه‌گیری شده، متغیرهای حالت پنهان یا غیرقابل مشاهده سیستم را به‌طور بازگشتی تخمین می‌زند. مزیت اصلی این فیلتر، کارایی خوب آن علی‌رغم وجود عدم قطعیت در دینامیک مسئله و نویز اندازه‌گیری است. از زمان ارائه اولین نسخه این فیلتر تاکنون، فیلتر کالمن دست‌خوش ارتقا مدل و گستردگی کاربرد در مسائل

¹ Traditional Kalman Filter (TKF)

می‌شود.

فیلترهای کالمن توسعه‌یافته^۱ و بی‌بو^۲، نسخه‌های جدیدتری از فیلتر کالمن هستند که برای مدیریت مؤثرتر دینامیک‌های غیرخطی توسعه داده شده‌اند [۵]-[۶]. نسخه توسعه‌یافته فیلتر کالمن، از تکنیک‌های خطی‌سازی استفاده می‌کند؛ درحالی‌که نسخه بی‌بوی فیلتر کالمن، یک رویکرد مبتنی بر نمونه‌گیری قطعی را به کار می‌گیرد. البته توسعه فیلتر کالمن، صرفاً محدود به این نسخه‌ها نبوده [۷]-[۹] و تلفیق شدن آن با روش‌های شناسایی سیستم و یادگیری ماشین، از جمله مواردی است که در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است [۱۰]-[۱۲]. مطالعات متنوعی نیز با استفاده از این فیلترها جهت تخمین وضعیت سیستم‌های دینامیکی مختلف انجام گرفته که نمونه‌هایی از آن در مراجع [۱۳]-[۱۶] آورده شده است.

یک مسئله اساسی در زمینه‌های مختلف مهندسی مکانیک، تخمین موقعیت است. موقعیت‌یابی دقیق و قابل اطمینان در حوزه‌هایی نظیر رباتیک، ناوبری خودران، ردیابی^۳ و یا برنامه‌ریزی مسیر حرکت ضروری است. استفاده از حسگرهای واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU) در کنار الگوریتم‌های تخمین نظیر فیلتر کالمن، یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای تخمین موقعیت یک جسم نسبت به یک دستگاه مختصات مرجع شناخته شده است. IMUها معمولاً شامل شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌هایی هستند که به ترتیب شتاب‌های خطی و سرعت‌های زاویه‌ای جسمی را که به آن متصل شده‌اند، اندازه‌گیری می‌کنند. با انتگرال‌گیری از این سنجش‌ها نسبت به زمان -که می‌تواند به روش‌های مختلف انجام شود- می‌توان موقعیت/جهت‌گیری جسم موردنظر را تخمین زد. انتگرال‌گیری از شتاب تجربی اندازه‌گیری شده توسط IMUها، ممکن است منجر به سیگنالی شود که با گذشت زمان به‌طور درجه دوم رشد می‌کند [۱۷]. به این اثر در فرآیند تخمین، انحراف یا رانش^۴ می‌گویند. IMUها مستعد چنین خطاهایی هستند [۱۸]؛ بنابراین ممکن است نیاز به ترفندهای اضافی برای بهبود دقت تخمین باشد. به‌عنوان مثال، حسگرهای IMU در ترکیب با اندازه‌گیری‌های سیستم ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS) برای تخمین موقعیت خودروها در رانندگی مشارکتی^۵ و خودمختار^۶ استفاده شده‌اند [۱۹]-[۲۰]. اصطلاحاً این روش تحت عنوان ادغام حسگرها^۷ شناخته می‌شود. مرجع [۲۱] نمونه‌ای دیگر از کاربرد این روش است.

تحقیقات زیادی در مورد تخمین موقعیت با استفاده از حسگرهای IMU و فیلتر کالمن انجام شده است. برای مثال، وون و همکاران [۲۲]، روش جدیدی ارائه دادند که موقعیت و جهت‌گیری را با استفاده از ترکیب یک حسگر موقعیت و یک IMU تخمین می‌زند. روش پیشنهادی آنان، جهت‌گیری را با استفاده از فیلتر ذرات^۸ و موقعیت و سرعت را با استفاده از فیلتر کالمن برآورد می‌کند. در پژوهشی دیگر،

کیم و همکاران [۲۳]، الگوریتم تخمین جهت‌گیری در زمان واقعی^۹ را براساس سیگنال‌های یک IMU کم‌هزینه ارائه کردند. این رویکرد بر اساس روابط بین کوآرتزنیون‌ها^{۱۰}، جهت‌گیری‌های جسم متصل به حسگر را تخمین می‌زند.

موقعیت‌یابی و تعیین جهت‌گیری با استفاده از حسگرهای واحد اینرسی و الگوریتم‌های تخمین، در کاربردهای بایومکانیک به‌ویژه لرزش دست^{۱۱} نیز مورد توجه پژوهشگران مختلف قرار گرفته است. سیل و همکاران [۲۴]، یک حسگر IMU-6d متصل‌شو به چندعضوی‌های صلب، مثل اندام‌های بدن انسان یا بازوی رباتیکی که اجزای آن‌ها توسط مفاصل لولایی یا کروی به هم متصل می‌شوند، را به کار گرفتند تا به وسیله آن هم راستای محور و هم موقعیت مفصل را بر اساس قیدهای سینماتیکی حاکم بر حرکت مفصل، تخمین بزنند. سانگ و همکاران [۲۵]، یک فیلتر کالمن تطبیقی با استفاده از منطق فازی دارای فاز صفر طراحی نمودند تا لرزش را در یک سیستم کمک جراحی رباتیک فروشنانند. در این مقاله قید شده است پهنای باند لرزش فیزیولوژیکی دست‌های یک جراح ماهر موقع استفاده از این تجهیز، بین ۴ الی ۸ هرتز با دامنه ۵۰ میکرونی می‌باشد و می‌توان این لرزش را با یک حرکت سینوسی تقریب زد. ریویبر و تاکور [۲۶]، یک الگوریتم ترکیب‌کننده خطی فوریه با فرکانس‌های وزن‌دار^{۱۲} برای استخراج سیگنال‌های لرزشی پیشنهاد کرده‌اند. در این پژوهش، هر سیگنال شبه‌تناوبی^{۱۳} به عنوان یک سینوسی تعدیل‌کننده (مدوله‌کننده) مدل شده بود. هرچند فرکانس، دامنه و فاز سیگنال توسط الگوریتم پیشنهادی آنان قابل ردیابی است، با این حال این روش برای لرزش‌هایی که چند فرکانس غالب دارند، مناسب نیست و در هر چرخه، نیاز به تنظیم پارامترهای مختلف وجود دارد. ولیولو و همکاران [۱۷]، با اضافه کردن فیلتر کالمن به فیلتر ترکیب‌کننده خطی فوریه با فرکانس‌های مختلف وزن‌دار در پهنای باند محدود، پس از شناسایی سیگنال شتاب حرکت ارادی^{۱۴}، اقدام به انتگرال‌گیری از سیگنال شتاب لرزش برای به دست آوردن لرزش در حوزه مکان نموده‌اند. متغیرهای حالتی که در فیلتر کالمن استفاده شده‌اند، وزن‌های مدل ترکیب‌کننده خطی فوریه بوده‌اند که با در دست داشتن آن‌ها و فرض ماهیت هارمونیک برای لرزش، مستقیماً در فرمول سری فوریه سیگنال مکان، جاگذاری شده‌اند. مرجع [۲۷] نیز روش مشابهی را استفاده کرده است. سید نورانی و همکاران [۲۸]، یک روش فیلتر کالمن تطبیقی برای فروشنانی ترمور دست در روش جراحی رباتیکی با کمترین مداخله^{۱۵} ارائه دادند. در این روش اطلاعات دقیق ماتریس کوواریانس نویز در اختیار نبوده و با روشهایی مانند سیستم فازی و یادگیری تقویتی^{۱۶} به-روزرسانی می‌شد.

تحقیقات کمی وجود دارد که بر بهبود دقت تخمین بر اساس سفارشی کردن پارامترهای TKF با توجه به فیزیک مسئله تمرکز دارند.

⁹ Real-time

¹⁰ Quaternion

¹¹ Hand Tremor

¹² Weighted-frequency Fourier linear combiner (WFLC)

¹³ Quasi-periodic

¹⁴ Voluntary motion

¹⁵ Minimally invasive

¹⁶ Reinforcement learning

¹ Extended Kalman Filter (EKF)

² Unscented Kalman Filter (UKF)

³ Tracking

⁴ Drift

⁵ Cooperative

⁶ Autonomous

⁷ Sensor fusion

⁸ Particle filter

کالمن، دارای توزیع گاوسی با میانگین صفر و ناهمبسته^۳ فرض می‌شوند. اگر مقادیر واریانس آن‌ها را به ترتیب R_0 و Q_0 در نظر بگیریم، با استفاده از تعریف امید ریاضی^۴، E ، این شرایط را به زبان ریاضیاتی می‌توان چنین نوشت که δ_{kj} نماد دلتای کرونیکر^۵ است:

$$\begin{aligned} E[w_k, w_j] &= Q_0 \delta_{kj} \\ E[u_k, u_j] &= R_0 \delta_{kj} \\ E[w_k, u_j] &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

تخمین‌زنی با فیلتر کالمن شامل دو مرحله است: پیش‌بینی و تصحیح. با اعمال این مراحل، فیلتر کالمن تخمین دقیقی از حالت‌های در نظر گرفته شده سیستم ارائه می‌دهد. در مرحله نخست، تخمین‌های پیشین از حالت، $\hat{X}(k+1|k)$ ، و ماتریس هم‌وردایی^۶ اندازه‌گیری، $P(k+1|k)$ ، محاسبه می‌شوند. سپس با استفاده از بهره^۷ کالمن K ، حالت تخمینی و ماتریس هم‌وردایی به‌روزرسانی می‌شوند [۱]:

$$\hat{X}(k+1|k) = A \hat{X}(k|k) \quad (6)$$

$$P(k+1|k) = A P(k|k) A^T + Q \quad (7)$$

$$S(k) = H P(k+1|k) H^T + R \quad (8)$$

$$K(k) = P(k+1|k) H^T S^{-1}(k) \quad (9)$$

$$e(k) = z(k) - H \hat{X}(k+1|k) \quad (10)$$

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k) e(k) \quad (11)$$

$$P(k+1|k+1) = (I - K(k)H)P(k+1|k) \quad (12)$$

که I ماتریس همانی، Q هم‌وردایی عدم قطعیت مدل (معادلات حالت) و R هم‌وردایی نویز اندازه‌گیری (حسگر) است که در این مطالعه هر دو کمیت ماتریس‌های ثابت و متناسب با ابعاد بردار حالت و اندازه‌گیری در نظر گرفته می‌شوند.

در مسئله تخمین موقعیت از روی اندازه‌گیری شتاب توسط IMU، یکی از مسووم‌ترین فرض‌ها برای انتقال حالت، ثابت ماندن شتاب در هر گام زمانی انتگرال‌گیری است [۲۸]-[۳۰]. بنابراین در هر گام زمانی از انتگرال‌گیری مقدار شتاب مطابق سیگنال اندازه‌گیری، داده شده و آنگاه، متغیرهای حالت سرعت و موقعیت نیز با انتگرال‌گیری عددی از شتاب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= a_k \\ v_{k+1} &= v_k + T_s a_k \\ x_{k+1} &= x_k + T_s v_k + 0.5 T_s^2 a_k \end{aligned} \quad (13)$$

که در اینجا $T_s = \frac{1}{f_s}$ نرخ زمانی و f_s فرکانس نمونه‌برداری است. به این ترتیب، ماتریس انتقال به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & T_s & 0.5T_s^2 \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

در اینجا مهم‌ترین مشکل عملی که به آن برخورد خواهیم خورد و در مثال‌هایی آن را نشان خواهیم داد، وقوع خطای رانش در تخمین است

در این مقاله، ایده جدیدی را برای ماتریس انتقال حالت فیلتر کالمن معرفی می‌کنیم که برای تخمین موقعیت بر اساس اندازه‌گیری‌های حسگر IMU بوده و در سیستم‌هایی که دینامیک آنها تناوبی باشد (مانند لرزش دست) مفید است. استفاده از این ماتریس پیشنهادی در پیشینه ادبیات فن ملاحظه نشده است. مزیت‌های این روش، به-کارگیری آن در مسائل زمان واقعی، سهولت در استفاده (پیچیده نبودن) و وجود تنها یک پارامتر تنظیم است که در صورت نداشتن دانش قبلی از مسئله، با یکبار آزمایش و نمونه‌برداری قابل تعیین است. با استفاده از این نوآوری، می‌توانیم بر دیررفت تخمین موقعیت در طول زمان غلبه کنیم و تخمینی مقاوم را در مورد جابجایی حرکات متناوب به‌دست آوریم.

۲- مبانی و روش‌ها

فیلتر کالمن سنتی، یک الگوریتم درجه دوم^۱ خطی است که پیش‌بینی‌ها و اندازه‌گیری‌ها را به‌صورت تکرارشونده برای تخمین وضعیت فعلی یک سیستم دینامیکی ترکیب می‌کند. این فیلتر، عدم قطعیت‌های موجود در معادلات خطی دینامیک سیستم و نویز اندازه‌گیری‌ها را نیز در نظر می‌گیرد تا تخمین بهینه‌ای از وضعیت کنونی سیستم ارائه نماید. فرض کنید \hat{X} به عنوان بردار حالت، \vec{Z} به عنوان بردار مشاهده و \vec{F} به‌عنوان ورودی خارجی سیستم دینامیکی (ورودی کنترل) در نظر گرفته شده باشد. در آن صورت، مدل کلاسیک و گسسته فضای حالت سیستم خطی به صورت زیر ارائه می‌شود [۲۸]:

$$\vec{X}_{k+1} = A_{k+1} \vec{X}_k + B_{k+1} \vec{F}_{k+1} \quad (1)$$

$$\vec{Z}_{k+1} = H_{k+1} \vec{X}_{k+1} + D_{k+1} \vec{F}_{k+1} \quad (2)$$

که در آن A ماتریس انتقال حالت^۲ نامیده می‌شود که متغیرهای حالت‌های سیستم را متوالیاً از گام k ام به گام $k+1$ ام گذر یا انتقال می‌دهد. ماتریس H رابطه خطی بین خروجی‌های سیستم (اندازه‌گیری‌شده به‌طور تجربی) و متغیرهای حالت را تعیین می‌کند. ماتریس‌های B و D نیز به‌ترتیب، اثر ورودی را بر معادلات انتقال حالت و مشاهده منعکس کرده و در ضمن استخراج دینامیک مسئله مشخص می‌شوند. در بیشتر مسائل سینماتیکی مرتبط با تخمین موقعیت از طریق حسگرهای IMU، موقعیت (x) ، سرعت (v) و شتاب (a) به‌عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شده و ورودی کنترلی (F) در نظر گرفته نمی‌شود. با ملاحظه نمودن عدم قطعیت سیستم (w) ، و نویز اندازه‌گیری (u) ، در معادلات و در نظر گرفتن مقادیر تجربی شتاب که به‌عنوان مشاهدات مدل توسط حسگر IMU ثبت می‌شود، معادلات (۱) و (۲) به‌صورت زیر درمی‌آیند:

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_k^{(1)} \\ w_k^{(2)} \\ w_k^{(3)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$z_k = \{0 \quad 0 \quad 1\} \begin{pmatrix} x_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + u_k \quad (4)$$

دو متغیر تصادفی عدم قطعیت سیستم و نویز اندازه‌گیری در فیلتر

³ Uncorrelated

⁴ Expected Value

⁵ Kronecker delta

⁶ Covariance

⁷ Gain

¹ Quadratic

² State transition matrix

که به دلیل انباشت خطاهای گام‌های زمانی گذشته در تخمین گام‌های زمانی جدید پیش می‌آید [۳۱]. به منظور کاهش اثر رانش، فرض دیگری را بر اساس دینامیک مسئله در نظر می‌گیریم. می‌دانیم با استفاده از بسط فوری، هر سیگنال متناوبی را می‌توان به صورت ترکیبی خطی از توابع سینوسی و کسینوسی نوشت. بنابراین، هرگاه حرکت مورد مطالعه به نوعی یک حرکت متناوب باشد، مثلاً لرزش‌های غیرارادی دست، که شتاب آن را با یک IMU اندازه‌گیری کرده باشیم و بخواهیم با دوبار انتقال‌گیری به سیگنال جابه‌جایی برسیم، می‌توانیم با استفاده از بسط فوری، متغیرهای حالت حرکت مفروض را (با فرض میانگین صفر) در لحظات t_k و t_{k+1} به شکلی که در ادامه می‌آید، گسترش دهیم:

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(\omega_n t_k) + d_n \sin(\omega_n t_k) = \sum_{n=1}^{\infty} x_k^{(n)} \quad (15)$$

$$v_k = \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n [-c_n \sin(\omega_n t_k) + d_n \cos(\omega_n t_k)] = \sum_{n=1}^{\infty} v_k^{(n)} \quad (16)$$

$$a_k = \sum_{n=1}^{\infty} -\omega_n^2 [c_n \cos(\omega_n t_k) + d_n \sin(\omega_n t_k)] = \sum_{n=1}^{\infty} a_k^{(n)} \quad (17)$$

$$x_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(\omega_n t_k + \omega_n T_s) + d_n \sin(\omega_n t_k + \omega_n T_s) \quad (18)$$

$$v_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n [-c_n \sin(\omega_n t_k + \omega_n T_s) + d_n \cos(\omega_n t_k + \omega_n T_s)] \quad (19)$$

$$a_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} -\omega_n^2 [c_n \cos(\omega_n t_k + \omega_n T_s) + d_n \sin(\omega_n t_k + \omega_n T_s)] \quad (20)$$

آنگاه با استفاده از فرمول بسط نسبت‌های مثلثاتی مجموع دو زاویه برای $\omega_n t_k$ و $\omega_n T_s$ ، می‌توان حالت‌های هر گام زمانی را براساس گام زمانی قبل به صورت زیر نوشت:

$$x_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\omega_n T_s) \{x_k^{(n)}\} + \frac{\sin(\omega_n T_s)}{\omega_n} \{v_k^{(n)}\} \quad (21)$$

$$v_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\omega_n T_s) \{v_k^{(n)}\} + \frac{\sin(\omega_n T_s)}{\omega_n} \{a_k^{(n)}\} \quad (22)$$

$$a_{k+1} = \sum_{n=1}^{\infty} -\omega_n \sin(\omega_n T_s) \{v_k^{(n)}\} + \cos(\omega_n T_s) \{a_k^{(n)}\} \quad (23)$$

که ω_n ها نماینده فرکانس‌های غالب^۱ از محتوای فرکانسی^۲ سیگنال هستند و با یک مرحله آزمایش به کمک تبدیل فوری سیگنال اندازه‌گیری، قابل تعیین هستند. بدین ترتیب ماتریس انتقال حالت به صورت زیر خواهد بود:

$$A^{(n)} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_n T_s) & \frac{\sin(\omega_n T_s)}{\omega_n} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_n T_s) & \frac{\sin(\omega_n T_s)}{\omega_n} \\ 0 & -\omega_n \sin(\omega_n T_s) & \cos(\omega_n T_s) \end{pmatrix} \quad (24)$$

حال اگر با سیگنالی روبرو باشیم که بیش از یک فرکانس غالب داشته باشد، برای آنکه روش فوق به درستی عمل کند لازم است هر بار آن را جداگانه روی مؤلفه‌های تک‌فام منتج از سیگنال اصلی که با اعمال فیلتر میان‌گذر متناظر با فرکانس مفروض حاصل می‌شود، اجرا

کنیم. به عبارت دیگر، سیگنال اصلی از شتاب اندازه‌گیری شده به چند سیگنال تک‌فام تجزیه می‌شود که هر یک تنها یک فرکانس غالب دارد و آن‌گاه با اعمال فیلتر کالمن با ماتریس انتقال حالت (۲۴) تخمین موقعیت بدون رانش محاسبه می‌گردد. از آنجا که مدل خطی فرض شده است، بنابراین با ترکیب هر یک از تخمین‌های حاصل تک‌فام، می‌توان به تخمین حرکت اصلی دست یافت.

با جایگزین کردن ماتریس انتقال حالت پیشنهادی (Novel Est) در معادله (۲۴) به جای ماتریس انتقال حالت رایج و سنتی (Trad. Est) در معادله (۱۴) تخمین موقعیتی خواهیم داشت که وقوع رانش در آن لغو شده و لذا دارای دقت بسیار بهتری است. در صورتی که سیگنال دارای میانگین غیر صفر باشد، تخمین دچار خطای بایاس خواهد شد اما هم‌چنان نسبت به رانش مقاوم خواهد بود.

شایان ذکر است که در بعضی مسائل، دانش اولیه‌ای از محتوای فرکانسی سیگنال وجود دارد. به عنوان مثال، می‌دانیم فرکانس حرکت‌های ارادی معمول دست انسان، حداکثر ۲ هرتز است. با اعمال یک فیلتر پایین‌گذر با فرکانس قطع ۲ هرتز روی سیگنال شتاب اندازه‌گیری شده، می‌توانیم شتاب حرکت ارادی را داشته باشیم. آن‌گاه، اختلاف شتاب اندازه‌گیری و شتاب حرکت ارادی، شتاب مربوط به لرزش دست خواهد بود.

یکی از کاربردهایی که می‌توان برای روش پیشنهادی در مسائل عملی بیان نمود، فرونشاندن^۳ ارتعاشات است. اگر معادلات مسیر حرکت طراحی شده^۴ معلوم باشد، شتاب حرکت طراحی شده را می‌توان با مشتق‌گیری تحلیلی به دست آورد. تفاضل مقدار شتاب اندازه‌گیری و مقدار شتاب تحلیلی، شتاب مربوط به لرزش‌های ناخواسته خواهد بود. با استفاده از روش معرفی شده، می‌توان میزان جابه‌جایی و سرعت این حرکت ناخواسته را با دقت بسیار خوب تخمین زد و با حل یک مسئله دینامیک مستقیم^۵، مقدار دقیق بار تحریک لرزشی را در هر لحظه محاسبه کرد. با دانستن این بار و تغییر دادن تطبیقی ورودی کنترلی به همان اندازه ولی در خلاف جهت بار تحریک لرزشی، می‌توان ارتعاشات را به اندازه قابل توجهی کاهش داد.

۳- صحنه‌سنجی

برای صحنه‌سنجی ایده ارائه شده، چند آزمایش شبیه‌سازی شده را مطالعه می‌کنیم. در آزمایش اول یک سیگنال غیر تناوبی کراندار، که تابع تانژانت هذلولوی برای آن انتخاب می‌شود، بررسی می‌گردد. در آزمایش دوم و سوم به ترتیب سیگنال‌های هارمونیک نامیرا و میرا بررسی می‌شوند. در هر مورد پس از تعیین سیگنال موقعیت، مشتقات اول و دوم آن به عنوان سیگنال‌های سرعت و شتاب محاسبه می‌شود. سپس سیگنال شتاب را با مقداری نویز آمیخته و حاصل آن را به عنوان سیگنال اندازه‌گیری شده توسط IMU به ورودی فیلتر کالمن می‌دهیم. انتظار داریم که فیلتر کالمن با ماتریس انتقال حالت ارائه شده در معادله (۲۴) در خروجی خود قادر به بازسازی (تخمین) سیگنال موقعیت اصلی، بدون اثر رانش در آن باشد.

³ Suppression

⁴ Desired

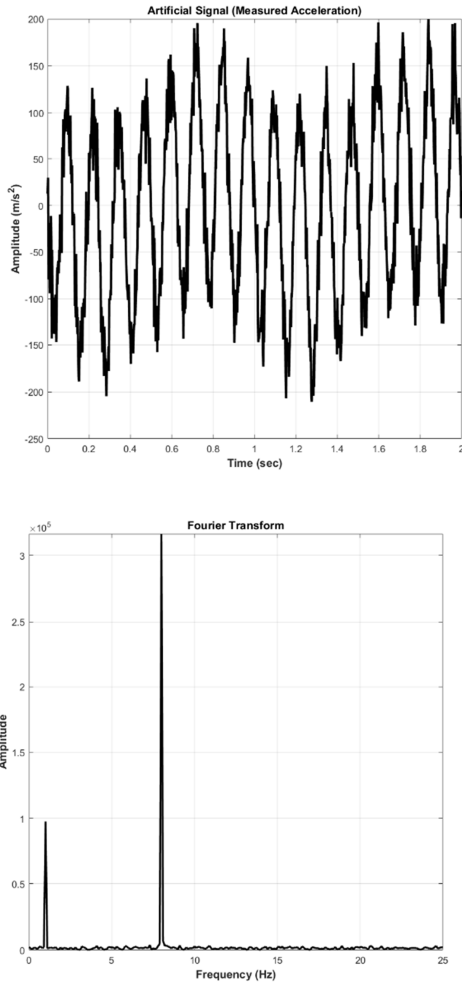
⁵ Forward dynamics

¹ Dominant

² Frequency content

$$x(t) = \sin(2\pi t) + 0.05 \sin(16\pi t) \quad (26)$$

در شکل ۳ سیگنال شتاب آمیخته به نویز و نیز تبدیل فوریه آن نشان داده شده است. نسبت توان نویز به سیگنال ۲۵٪ در نظر گرفته شده است. از آنجایی که این سیگنال دارای دو فرکانس غالب است، لازم است تا سیگنال اندازه‌گیری به دو مؤلفه فیلتر شود. مقایسه تخمین موقعیت این تابع توسط دو روش سنتی و جدید در شکل ۴ نشان داده شده است. قدرت روش جدید پیشنهادی ما در تخمین موقعیت بارز است، به‌خصوص که قله‌ها و دره‌ها را با دقت لمس کرده است. جایی‌که روش سنتی دچار رانش تصاعدی شده است،



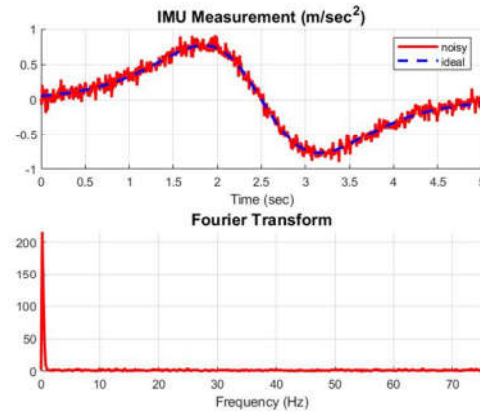
شکل ۳- سیگنال شتاب شبیه‌سازی شده نویزی و تبدیل فوریه آن در آزمایش دوم: جمع سینوسی نامیرا

۳-۱- آزمایش اول

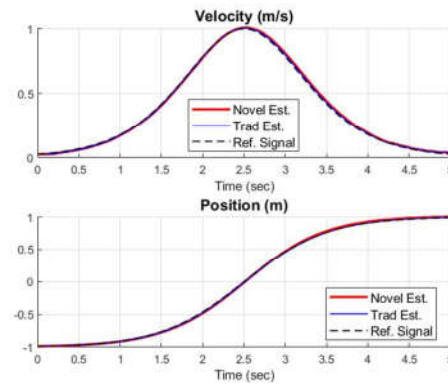
سیگنال مورد نظر در این آزمایش غیرتناوبی و کراندار با میانگین صفر است که تابع آن را تانژانت هذلولوی با معادله (۲۵) انتخاب می‌کنیم:

$$x(t) = -\tanh(2.5 - t) \quad (25)$$

در شکل ۱ سیگنال شتاب آمیخته به نویز و نیز تبدیل فوریه آن نشان داده شده است. نسبت توان نویز به سیگنال ۱۵٪ در نظر گرفته شده است. از آنجا که سیگنال مورد نظر هموار با کران‌های یکنواخت می‌باشد، بنابراین همان‌طور که انتظار می‌رود محتوی فرکانسی آن در باند محدودی در فرکانس پایین متمرکز است. در واقع این سیگنال تناوبی محسوب نمی‌شود و از این رو $\omega_n = 0.01$ انتخاب مناسبی است. همچنین فرکانس نمونه‌برداری را ۱۵۰ هرتز گرفته‌ایم. با این مفروضات مقایسه تخمین سرعت و موقعیت توسط دو روش سنتی و جدید در شکل ۲ نشان داده شده است.



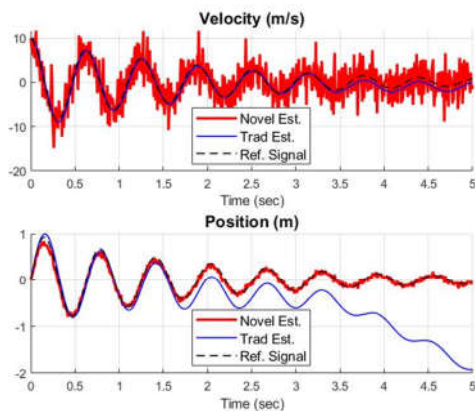
شکل ۱- سیگنال شتاب شبیه‌سازی شده نویزی و تبدیل فوریه آن در آزمایش اول: سیگنال غیر تناوبی کراندار



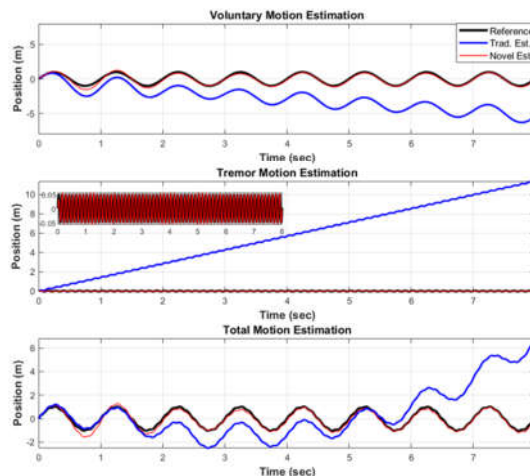
شکل ۲- مقایسه تخمین سرعت و موقعیت توسط فیلتر کالمن از سیگنال غیرتناوبی به دو روش سنتی و جدید

۳-۲- آزمایش دوم

سیگنال مفروض در آزمایش دوم مجموع دو سیگنال سینوسی نامیرا است (یکی نماینده حرکت ارادی و دیگری نماینده حرکت لرزش دست) که تابع آن، ضابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:



شکل ۶- تخمین سرعت و موقعیت توسط فیلتر کالمن از سیگنال هارمونیک میراشونده‌نمایی به دو روش سنتی و جدید



شکل ۴- تخمین موقعیت توسط فیلتر کالمن از سیگنال تناوبی نامیرا به دو روش سنتی و جدید

۴- تخمین حرکت ارادی دست مبتلا به لرزش اساسی

در این بخش به اعمال روش ارائه‌شده در یک مورد مطالعاتی کاربردی، یعنی تخمین لرزش دست در افراد مبتلا به لرزش غیرارادی و ارزیابی عملکرد آن می‌پردازیم. برای این منظور از اندازه‌گیری‌های در دسترس عموم منتشرشده در پایگاه داده [۳۲] متعلق به دکتر تیمر از دانشگاه آلبرت لودینگ کشور آلمان که خود مقالاتی در ارتباط با ترمور داشته‌اند، استفاده خواهیم کرد [۳۳]. برای نمونه در شکل ۷ سیگنال زمانی، تبدیل فوریه و فرکانس لحظه‌ای متعلق به شتاب لرزش دست که توسط یک پیزوالکتریک سبک با فرکانس نمونه‌برداری ۳۰۰ هرتز ثبت شده نشان داده شده است. این سری زمانی از مقدار میانگین خود تفریق و با واریانس واحد نرمالیزه شده و حاصل آن در اختیار قرار داده شده است. وضعیت دست سوژه در هنگام ثبت سیگنال، افقی و به‌حالت کشیده بوده است. بنابراین انتظار داریم جابجایی ارادی او حول مقدار صفر باشد که آلوده به لرزش‌های ریز غیرارادی شده است [۳۳].

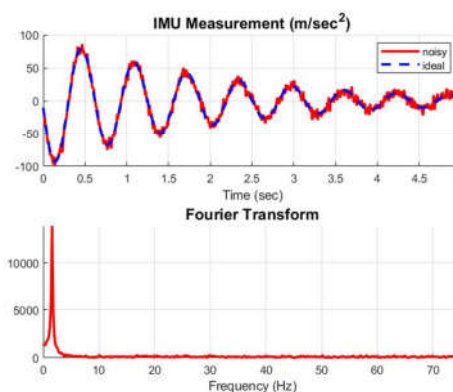
در شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب نتیجه اعمال فیلتر کالمن با روش جدید و سنتی ارائه شده است. همان‌طور که به‌وضوح مشخص است، تخمین موقعیت به روش جدید مطابق با انتظار حول مقدار صفر بوده درحالی که روش سنتی موجب یک رانش ناموجه شده است که باعث بی‌اعتباری کامل تخمین حاصل می‌شود. لازم به توضیح است که تخمین لرزش دست در کاربردهای مختلفی از جمله ادوات توانبخشی و نیز جراحی رباتیک مورد توجه است [۲۵].

۳-۳- آزمایش سوم

سیگنال مفروض در آزمایش سوم یک سیگنال هارمونیک نمایی میرا، دارای پارامترهای $\omega = 10$ و $\xi = 0.05$ است که تابع آن با ضابطه زیر بیان می‌شود:

$$x(t) = \exp(-0.5t) \sin(10\sqrt{1 - (0.05)^2}t) \quad (27)$$

در شکل ۵ سیگنال شتاب آمیخته به نویز و نیز تبدیل فوریه آن نشان داده شده است. نسبت توان نویز به سیگنال ۱۵٪ در نظر گرفته شده است. از آنجا که این سیگنال نیز تک‌فرکانس است لذا در نمودار تبدیل فوریه یک قله در حوالی ۱/۶ هرتز دارد و ما نیز بر این اساس، پارامتر فرکانس را $\omega_n = 2\pi \times 1.6 \approx 10$ اختیار نمودیم. فرکانس نمونه‌برداری مانند قبل ۱۵۰ هرتز فرض می‌شود. در شکل ۶ مقایسه تخمین سرعت و موقعیت این تابع توسط دو روش سنتی و جدید نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود تخمین سرعت نویزی ولی بدون رانش صورت گرفته است. در مورد تخمین موقعیت به‌وضوح مشخص است که روش سنتی دچار رانش شده است و تخمین آن غیرمعتبر است، درحالی که روش جدید نسبت به رانش مقاوم بوده و با دقت بالایی سیگنال مرجع را دنبال کرده است.



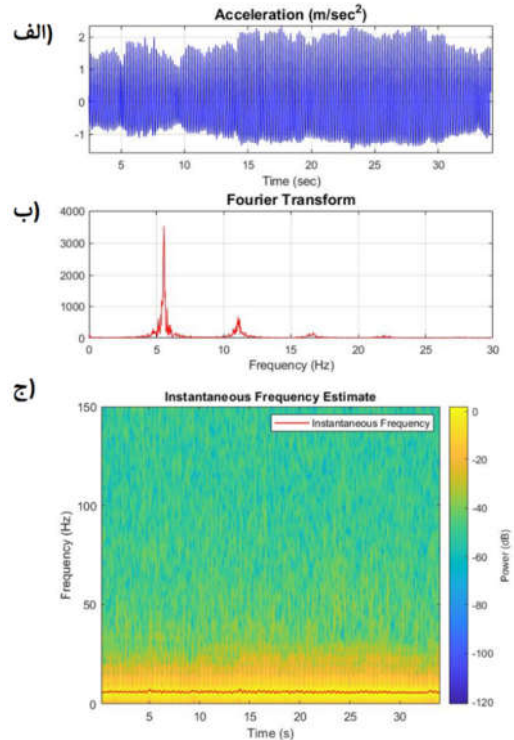
شکل ۵- سیگنال شتاب شبیه‌سازی‌شده نویزی و تبدیل فوریه آن در آزمایش سوم: سیگنال هارمونیک میراشونده‌نمایی

۵- نتیجه گیری

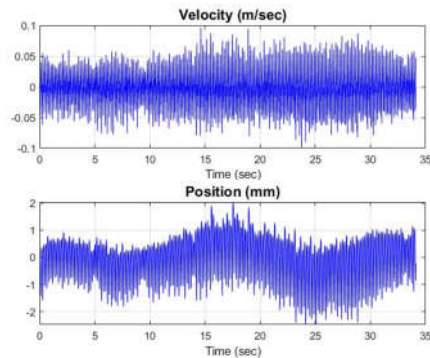
در این مقاله، ما یک روش جدید مقاوم به رانش برای تخمین موقعیت از سیگنال شتاب اندازه‌گیری شده از حرکتی که ذاتاً نوسانی هستند ارائه کردیم که از چارچوب فیلتر کالمن خطی استفاده می‌کرد، با این تفاوت که ماهیت تناوبی حرکت در آن لحاظ گردید. رویکرد نوآورانه ما، بهره‌گرفتن از بسط فوریه و ارائه‌ی یک ماتریس انتقال حالت اصلاح‌شده بود که با دینامیک تناوبی حرکات هارمونیک و تکرار شونده سازگاری بیشتری داشت. اصلاح در معادله حاکم بر سینماتیک حرکت این امکان را فراهم کرد تا کاهش قابل توجهی در خطای ناشی از رانش که به دلیل انتگرال‌گیری مضاعف ایجاد می‌شود، صورت گیرد. استفاده این روش مستلزم یک مرحله آزمایش و یا داشتن اطلاعات قبلی به منظور تعیین فرکانس‌های غالب حرکت است. طی آزمایش‌های مختلف اثربخشی این روش را آزمودیم و با روش سنتی مقایسه کردیم. نتایج به‌وضوح ضعف روش سنتی و قدرت این روش جدید را در تخمین صحیح و بدون رانش موقعیت از روی سیگنال شتاب، حتی با حضور نویز اندازه‌گیری نشان دادند. به‌علاوه روش ارائه‌شده هزینه محاسباتی نیز به‌همراه نداشت. پس از بررسی روی سیگنال‌های ریاضی آزمایشی، روش پیشنهادی برای تخمین جابجایی‌های دست فرد مبتلا به ترمور استفاده شد که منجر به یک تخمین قابل قبول و مطابق با واقع گردید.

۶- مراجع

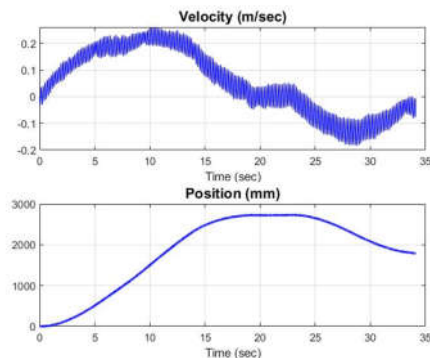
- [1] Kalman RE. A new approach to linear filtering and prediction problems. 1960;
- [2] Urrea C, Agramonte R. Kalman filter: historical overview and review of its use in robotics 60 years after its creation. *J Sensors*. 2021;2021:1–21.
- [3] Yamamoto H, Kitada H. Estimation of Molten Steel Surface Shape in Continuous Casting Mold using Kalman Filter. In: 2020 59th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE). IEEE; 2020. p. 546–51.
- [4] Chen L, Jin P, Yang J, Li Y, Song Y. Robust Kalman filter-based dynamic state estimation of natural gas pipeline networks. *Math Probl Eng*. 2021;2021:1–10.
- [5] Julier SJ, Uhlmann JK. New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In: *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI*. Spic; 1997. p. 182–93.
- [6] Julier SJ, Uhlmann JK. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proc IEEE*. 2004;92(3):401–22.
- [7] Zhang X, Lin H, Liu G, He B. Distributed Fuzzy Extended Kalman Filter for Multiagent Systems. *Int J Control Autom Syst*. 2023;21(5):1692–703.
- [8] Kumar M, Mondal S. A Fuzzy-based Adaptive Unscented Kalman Filter for State Estimation of Three-dimensional Target Tracking. *Int J Control Autom Syst*. 2023;21(11):3804–12.
- [9] Bishop AN, Del Moral P. On the mathematical theory of ensemble (linear-Gaussian) Kalman-Bucy filtering. *Math Control Signals, Syst*. 2023;35(4):835–903.
- [10] Bai Y, Yan B, Zhou C, Su T, Jin X. State of art on state estimation: Kalman filter driven by machine learning. *Annu Rev Control [Internet]*. 2023;56:100909. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578823000731>



شکل ۷- سیگنال اندازه‌گیری تجربی شتاب دست مبتلا به لرزش: (الف) سری زمانی، (ب) تبدیل فوریه و (ج)، تصویر فرکانس لحظه‌ای



شکل ۸- تخمین سرعت و موقعیت طبق فیلتر کالمن با ماتریس جدید



شکل ۹- تخمین سرعت و موقعیت طبق فیلتر کالمن با ماتریس سنتی، که به علت ایجاد رانش در تخمین موقعیت غیرمعتبر می‌باشند.

- kinematic constraints. In: 2012 IEEE International Conference on Control Applications. IEEE; 2012. p. 45–9.
- [25] Sang H, Yang C, Liu F, Yun J, Jin G, Chen F. A zero phase adaptive fuzzy Kalman filter for physiological tremor suppression in robotically assisted minimally invasive surgery. *Int J Med Robot Comput Assist Surg*. 2016;12(4):658–69.
- [26] Riviere CN, Thakor N V. Modeling and canceling tremor in human-machine interfaces. *IEEE Eng Med Biol Mag*. 1996;15(3):29–36.
- [27] Zhou Y, Jenkins ME, Naish MD, Trejos AL. Characterization of parkinsonian hand tremor and validation of a high-order tremor estimator. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*. 2018;26(9):1823–34.
- [28] Sayyed Noorani MR, Naiem S, Aghazadeh S. Tremor Suppression in Robot-Assisted Minimally Invasive Surgery using Kalman Filter Adapted by Fuzzy System and Reinforcement Learning. *Trans Mach Intell* [Internet]. 2024;7(2):72–81. Available from: https://www.tmachineintelligence.ir/article_187392.html
- [29] Becker BC, MacLachlan RA, Riviere CN. State estimation and feedforward tremor suppression for a handheld micromanipulator with a Kalman filter. In: 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE; 2011. p. 5160–5.
- [30] Štebe G, Krapež P, Podobnik J, Kogoj D. Trajectory tracking of an oscillating movement with a low-cost IMU in geodetic surveying applications. *Measurement*. 2021;176:109207.
- [۳۱] نوایی، صالحی. پیاده‌سازی تجربی فیلتر مکمل با جدول بهره و مقایسه با فیلتر کالمن روی حسگرهای ارزان قیمت. مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز. ۲۰۲۴؛۵۳(۴):۹۵-۱۰۳.
- [32] http://jeti.uni-freiburg.de/path_tremor/
- [33] Timmer J, Lauk M, Häußler S, Radt V, Köster B, Hellwig B, et al. Cross-spectral analysis of tremor time series. *Int J Bifurc chaos*. 2000;10(11):2595–610.
- [11] Ferreira GAS, Teixeira JLS, Rosso ALZ, de Sá AMFLM. On the classification of tremor signals into dyskinesia, Parkinsonian tremor, and Essential tremor by using machine learning techniques. *Biomed Signal Process Control* [Internet]. 2022;73:103430. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1746809421010272>
- [12] Benrhmach G, Namir K, Namir A, Bouyaghroumi J. Nonlinear autoregressive neural network and extended Kalman filters for prediction of financial time series. *J Appl Math*. 2020;2020(1):5057801.
- [13] Partovibakhsh M, Liu G. An adaptive unscented Kalman filtering approach for online estimation of model parameters and state-of-charge of lithium-ion batteries for autonomous mobile robots. *IEEE Trans Control Syst Technol*. 2014;23(1):357–63.
- [14] Diaz M, Charbonnel PÉ, Chamoin L. A new Kalman filter approach for structural parameter tracking: Application to the monitoring of damaging structures tested on shaking-tables. *Mech Syst Signal Process* [Internet]. 2023;182:109529. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832702200632X>
- [15] Nooralishahi P, Loo CK, Shiung LW. Robust remote heart rate estimation from multiple asynchronous noisy channels using autoregressive model with Kalman filter. *Biomed Signal Process Control* [Internet]. 2019;47:366–79. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1746809418302453>
- [16] Nonomura T, Shibata H, Takaki R. Extended-Kalman-filter-based dynamic mode decomposition for simultaneous system identification and denoising. *PLoS One*. 2019;14(2):e0209836.
- [17] Veluvolu KC, Ang WT. Estimation of Physiological Tremor from Accelerometers for Real-Time Applications. Vol. 11, *Sensors*. 2011. p. 3020–36.
- [18] Narasimhappa M, Mahindrakar AD, Guizilini VC, Terra MH, Sabat SL. MEMS-based IMU drift minimization: Sage Husa adaptive robust Kalman filtering. *IEEE Sens J*. 2019;20(1):250–60.
- [19] Gao L, Xia X, Zheng Z, Ma J. GNSS/IMU/LiDAR fusion for vehicle localization in urban driving environments within a consensus framework. *Mech Syst Signal Process*. 2023;205:110862.
- [20] Lee JU, Won JH. Adaptive Kalman Filter Based LiDAR aided GNSS/IMU Integrated Navigation System for High-Speed Autonomous Vehicles in Challenging Environments. In: *Proceedings of the 2024 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*. 2024. p. 1095–102.
- [21] Noordin A, Basri MAM, Mohamed Z. Sensor fusion algorithm by complementary filter for attitude estimation of quadrotor with low-cost IMU. *TELKOMNIKA (Telecommunication Comput Electron Control*. 2018;16(2):868–75.
- [22] Won S hoon P, Melek WW, Golnaraghi F. A Kalman/particle filter-based position and orientation estimation method using a position sensor/inertial measurement unit hybrid system. *IEEE Trans Ind Electron*. 2009;57(5):1787–98.
- [23] Kim A, Golnaraghi MF. A quaternion-based orientation estimation algorithm using an inertial measurement unit. In: *PLANS 2004 Position Location and Navigation Symposium (IEEE Cat No 04CH37556)*. IEEE; 2004. p. 268–72.
- [24] Seel T, Schauer T, Raisch J. Joint axis and position estimation from inertial measurement data by exploiting