

بررسی عددی تاثیر یک بافل رسانا بر انتقال گرمای ترکیبی همرفت طبیعی و تابشی نانوسیال غیر نیوتنی درون یک محفظه مربعی

ناهد تاهری

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، nahid.taheri88@yahoo.com

افراسیاب رئیسی*

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، raisi@eng.sku.ac.ir

بهزاد قاسمی

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، behzadgh@yahoo.com

چکیده

هدف از این تحقیق، مطالعه همرفت طبیعی همراه با تابش سطحی و حجمی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با در نظر گرفتن اثر سیال غیرنیوتنی درون محفظه مربعی شکل که یک پره رسانا بر روی دیوار گرم آن نصب شده است، می باشد. دیواره های داخلی از لحاظ تابشی، فعال می باشند. معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای نانوسیال غیرنیوتنی به کمک روش حجم کنترل و با استفاده از الگوریتم SIMPLE حل می شوند. جمله تابش حجمی در معادله انرژی، با استفاده از روش رزلند تقریب زده می شود. اثر موقعیت و اندازه پره، اثر پارامتر تابش حجمی بر روی میدان جریان و آهنگ انتقال گرما بررسی می شود. بر اساس نتایج، در اعداد رایلی پایین ($Ra=10^3$) افزایش طول پره، سبب بهبود عملکرد گرمایی تا حدود ۸۰ درصد می شود ولی در اعداد رایلی بالا ($Ra=10^5$) عدد نوسلت متوسط حدود ۱۶ درصد کاهش می یابد. با توجه به نتایج، عدد رایلی بحرانی وجود دارد که در آن افزایش طول پره تاثیری روی عدد نوسلت متوسط ندارد. همچنین افزایش پارامتر تابش حجمی در محدوده $0 \leq Ra_d \leq 2$ برای $Ra=10^5$ سبب افزایش ۲ برابری عدد نوسلت متوسط می شود.

واژه های کلیدی: همرفت طبیعی، تابش حجمی، تابش سطحی، نانوسیال غیرنیوتنی، پره رسانا، محفظه مربعی.

Numerical investigation of the effect of a conductive baffle on the combined natural convection and radiation heat transfer of a non-Newtonian nanofluid inside a square enclosure

N. Taheri
A. Raisi
B. Ghasemi

Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran
Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran
Department of Mechanical Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran

Abstract

The present research aims to investigate the combination of natural convection and surface and volumetric radiation in water-aluminum oxide nanofluid with non-Newtonian effects in a square cavity with a conductive baffle on its hot wall. The internal walls are radiatively active. The mass, momentum, and energy conservation equations are solved using the control-volume method and the SIMPLE algorithm in the Fortran software for the non-Newtonian nanofluid. The volumetric radiation term in the energy equation is approximated using the Rosseland method. The effect of the baffle position and size, the volumetric radiation parameter on the flow field and the heat transfer rate are investigated. In lower Rayleigh numbers ($Ra=10^3$), increasing baffle length improves thermal performance by about 80%, but in high Rayleigh numbers ($Ra=10^5$) the average Nusselt number decreases by about 16%. Accordingly, there is a critical Rayleigh number in which increasing the length of the baffle does not affect the average Nusselt number. A rise in the volumetric radiation parameter in the range $0 \leq Ra_d \leq 2$ increases the average Nusselt number by about two times at $Ra=10^5$.

Keywords: Natural convection, surface radiation, volumetric radiation, non-Newtonian nanofluid, conductive baffle, square cavity.

۱- مقدمه

توزیع جداگانه حل شد. نتایج نشان داد که تابش گرمایی روی خطوط جریان در اعداد رایلی کم اثر کمی دارد ولی در اعداد رایلی بزرگ تاثیر آن محسوس تر می شود. عدد نوسلت متوسط با در نظر گرفتن تابش افزایش یافت اما با غلظت حجمی رابطه عکس داشت. سبحانی و همکاران [۲] توسط شبیه سازی روش شبکه بولتزمن تاثیر انتقال گرمای تابشی بر روی همرفت طبیعی درون یک محفظه حاوی نانوسیال و یک تیغه گرم را بررسی کردند. بر این اساس معادلات حاکم شامل معادله انتقال تابش با روش شبکه بولتزمن حل شد. در این تحقیق، برای یافتن خواص نوری نانوسیال از نظریه رایلی استفاده شد. تاثیر عدد رایلی و غلظت حجمی روی توزیع دما و جریان در داخل محفظه برای تیغه گرم افقی و عمودی نشان داده شد. نتایج نشان داد

ترکیب انتقال گرمای تابشی همراه با همرفت طبیعی درون محفظه های دارای پره دارای کاربردهای مهندسی گسترده ای است. از جمله این کاربردها می توان به طراحی گرمایی ساختمان ها، راکتورهای هسته ای، کوره ها و به طور خاص خنک کاری تجهیزات الکتریکی اشاره کرد. در سال های اخیر بررسی همرفت طبیعی همراه با انتقال گرمای تابشی مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است از جمله پژوهش تیغچی و همکاران [۱] که ترکیب تابش حجمی و همرفت طبیعی در یک حفره مربعی حاوی نانوسیال را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. بر این اساس معادلات جریان، انرژی و تابش با استفاده از توابع

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: raisi@sku.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۲۱

که عدد نوسلت متوسط به دلیل وجود گرمای تابشی بهبود می‌یابد در حالی که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، به دلیل افزایش خواص پراکندگی نانوسیال کاهش می‌یابد.

بارنون و همکاران [۳] جریان و انتقال گرمای نانوسیال غیرنیوتنی در یک محفظه متخلخل با دو استوانه تعبیه شده در محفظه با و بدون اثر تابش گرمایی (با روش تقریبی رزلند) را بررسی کردند. برای نانوسیال مدل مخلوط دو فازی در نظر گرفته شد. همچنین موقعیت قرارگیری حفره در زاویه‌های مختلف بررسی شد. نتایج نشان داد که افزایش زاویه محفظه می‌تواند منجر به کاهش یا افزایش (با توجه به اندازه استوانه ها) آهنگ انتقال گرما شود. علاوه بر این نتایج نشان داد که در نظر گرفتن تابش حجمی و سطحی باعث افزایش آهنگ انتقال گرمای درون محفظه می‌شود.

کریمی‌پور [۴] و همچنین حسینی و کریمی‌پور [۵] جابه‌جایی طبیعی در محفظه پر شده با نانوسیال همراه با تابش حجمی را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. معادله تابش توسط روش راستهای مجزا با معادلات ناویراستوکس کوپل شد. نتایج نشان داد که افزایش درصد حجمی نانوذرات متناظر با پخشندگی بیشتر است، در نتیجه انتقال گرمای تابشی در محیط کمتر می‌شود. از این رو غلظت حجمی بیشتر نانوذرات اگرچه همرفت طبیعی را تقویت کرد اما تبادل تابش را کاهش داد به طوری که آهنگ انتقال گرمای کلی کاهش یافت. این یافته جدید که تاثیر منفی غلظت حجمی روی آهنگ انتقال گرمای کل را نشان می‌دهد با مطالعات قبلی نانوسیال که انتقال گرمای تابش نادیده گرفته می‌شد، متمایز است.

لاری و همکاران [۶] اثر انتقال گرمای تابش روی انتقال گرمای همرفت طبیعی در یک محفظه مربعی در شرایط عادی اتاق را بررسی کردند. نتایج نشان داد در شرایط عادی اتاق با یک اختلاف دمای محدود، تابش نقش مهمی در توزیع دما و الگوی جریان در حفره بازی می‌کند. همچنین چندین اثر جالب از تابش مانند رفتار جاروب کردن در هم‌دما، خطوط جریان و توزیع سرعت در حفره در طول ضخامت بهینه و رفتار معکوس روی تابع جریان بیشینه و عدد نوسلت جابجایی محلی در عددهای رایلی مختلف، مشاهده شد.

لواسانی و همکاران [۷] انتقال گرمای همرفت ترکیبی به همراه انتقال گرمای رسانشی را درون محفظه مربعی پر شده از نانوسیال بررسی کردند. در این مطالعه یک پره رسانا گرما روی دیوار گرم نصب شده بود. آن‌ها اثر عدد ریچاردسون، کسر حجمی و همچنین موقعیت قرارگیری پره را مطالعه کردند. نتایج نشان داد که برای همه‌ی اعداد ریچاردسون مورد مطالعه، آهنگ انتقال گرما با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. تاثیر پره بر روی آهنگ انتقال گرما به موقعیت قرارگیری پره و عدد ریچاردسون بستگی داشت، به گونه‌ای که اگر ارتفاع قرارگیری پره کم باشد، افزایش عدد ریچاردسون آهنگ انتقال گرما را افزایش داد و با افزایش ارتفاع قرارگیری پره، آهنگ انتقال گرما کاهش یافت.

ترکیب انتقال گرمای ترکیبی همرفت طبیعی، تابش سطحی و رسانش درون محفظه‌های مختلف پر شده با سیال نیوتنی که شامل پره‌های رسانا و منابع گرمایی بودند توسط پژوهشگران متعددی بررسی شده است. نتایج این پژوهش‌ها نشان از تاثیر تابش سطحی بر روی آهنگ انتقال گرمای درون محفظه‌ها دارد [۸-۱۱].

خداوردی و همکاران [۱۲] انتقال گرمای همرفت طبیعی درون یک محفظه مربعی پر شده با سیال غیرنیوتنی مدل تابع نمایی، همراه با دو مانع دما ثابت مربعی درون آن را بررسی کردند. نتایج نشان داد که با افزایش اندازه موانع، عدد نوسلت متوسط در شاخص‌های تابع نمایی مختلف افزایش می‌یابد. با کاهش فاصله موانع و قرار دادن آنها در کنار یکدیگر، آهنگ انتقال گرما از محفظه در شاخص‌های تابع نمایی مختلف کاهش می‌یابد. این در حالی است که با افزایش فاصله موانع و قرار دادن آنها بر روی دیواره‌های عمودی محفظه، آهنگ انتقال گرما $n=1$ و $n=0.8$ کاهش و در $n=1.4$ افزایش می‌یابد.

خدادادی و همکاران [۱۳] در این مطالعه انتقال گرمای همرفت طبیعی در یک محفظه مثلثی پر شده از سیال غیرنیوتنی قانون توانی که یک گرمکن مثلث شکل با دمای ثابت درون آن قرار دارد را بررسی کردند. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی، به ویژه برای مقادیر $n < 1$ باعث افزایش آهنگ انتقال گرما می‌شود و استفاده از سیالات غیرنیوتنی رقیق برشی، مخصوصاً در اعداد رایلی بالا نیز عملکرد گرمایی محفظه را بهبود می‌بخشد. نتایج همچنین نشان داد که اندازه محفظه گرمکن، بسته به مقادیر عدد رایلی و شاخص توان تأثیرات قابل توجهی بر روی میدان جریان و عملکرد گرمایی محفظه دارند.

القحطانی و همکاران [۱۴] تولید آنتروپی و همرفت ترکیبی را در یک محفظه با پنج مانع در معرض یک میدان مغناطیسی یکنواخت با تابش حجمی برای گردآورهای خورشیدی از طریق روش شبکه‌ای بولتزمن بررسی کردند. نتایج شبیه سازی نشان داد که موج تابش، آنتروپی تولید شده کلی را کاهش داد، به طوری که تولید آنتروپی در غیاب تابش حداکثر شد.

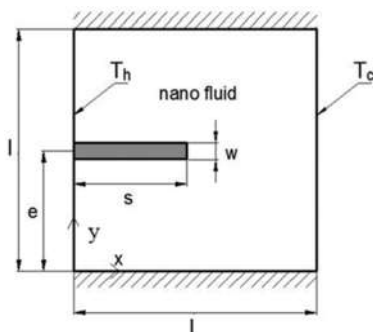
بوآتانی و همکاران [۱۵] اثرات متقابل همرفت طبیعی و تابش حجمی را در یک حلقه مربعی متحدالمرکز مطالعه کردند. برای حل معادله انتقال تابش از روش راستهای مجزا استفاده شد. نتایج نشان داد که تابش به طور قابل توجهی بر توزیع جریان و دما برای عدد رایلی بالاتر از 10^4 بسته به عدد پلاتنک تأثیر می‌گذارد. ضخامت نوری و نسبت ابعاد تأثیر مهمی بر عدد نوسلت و درصد تابش در انتقال گرما داشتند.

رئیس و همکاران [۱۶] همرفت طبیعی و انتقال گرمای تابشی نانوسیال آلومینا-آب در یک محفظه مربعی با زاویه 45° درجه را شبیه سازی کردند. در این مطالعه یک پره گرم درون محفظه وجود داشت که می‌توانست به اشکال بیضی افقی، بیضی عمودی و دایره تغییر کند. پارامترهای موثر شامل عدد رایلی، پارامتر تابش، غلظت حجمی نانوذرات و ابعاد پره برای یافتن بهترین اندازه پره برای حداکثر انتقال گرما تمرکز دارد. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی و افزودن نانوذرات انتقال گرما را افزایش می‌دهد و اضافه کردن انتقال گرمای تابش به محفظه می‌تواند انتقال گرما را به میزان قابل توجهی افزایش دهد.

شاه آبادی و همکاران [۱۷] همرفت طبیعی یک سیال غیرنیوتنی را با استفاده از یک پره انعطاف‌پذیر مورد مطالعه قرار دادند. سیال غیر نیوتنی از مدل تابع توانی تبعیت می‌کرد. دیواره‌های بالا و پایین محفظه به خوبی عایق بندی شده بودند، دیواره عمودی سمت چپ در دمای گرم و دیوار سمت راست در دمای سرد قرار داشت. یک پره

یکسان و برابر ε است. بر اثر اختلاف دمای دیوارهای جانبی، جریان همرفت طبیعی در درون محفظه برقرار می‌شود. به غیر از چگالی سیال که با دما تغییر می‌کند و با استفاده از تقریب بوزینسک مدل می‌شود و لزجت سیال که تابع نرخ برش است، مابقی خواص سیال ثابت فرض می‌شوند. جریان همرفت طبیعی در داخل محفظه دو بعدی، لایه‌ای، پایا و تراکم‌ناپذیر فرض می‌شود. همچنین بین سیال و نانوذرات تعادل گرمایی وجود دارد.

هدف از این تحقیق بررسی اثر طول پره و رفتار غیرنیوتنی سیال بر روی میدان جریان و دما و آهنگ انتقال گرما است. لذا در این تحقیق با استفاده از حل عددی به روش حجم کنترل، ابتدا میدان‌های جریان و دمای سیال در محفظه به دست آمده، جمله تابش در معادله انرژی، با به کار بردن روش تقریبی رزلند^۱ مدل می‌شود.



شکل ۱- هندسه مسئله

۲-۲- معادلات

با توجه به فرضیات بیان شده معادلات بی بعد بقای جرم، مومنوم و انرژی برای مسئله‌ی مورد نظر به صورت زیر است.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \right) \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(2\mu_a^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra \cdot Pr \cdot \theta + Pr \left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \right) \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_a^* \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(2\mu_a^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \frac{4}{3} \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} Ra_d \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

در معادله انرژی، تابش حجمی توسط تقریب رزلند مدل شده است. این تقریب زمانی به کار می‌رود که محیط از نظر نوری ضخیم باشد. استفاده از این روش برای محیط‌هایی با ضخامت نوری بزرگتر از ۳ نتایج خوبی را به دنبال دارد [۲۱].

معادله انرژی برای پره رسانا گرما به صورت زیر است.

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (5)$$

۱-Rosseland's Approximation Method

الاستیک انعطاف پذیر بر روی دیوار گرم محفظه نصب شده بود. در نتیجه این تحقیق، حرکت از اثرات شبه پلاستیک به اثرات نیوتنی و دیلاتانتی باعث کاهش سرعت انتقال گرما و افزایش تنش‌های داخلی در پره شد.

همچنین در یک مطالعه آزمایشگاهی که توسط جمال آباد و همکاران [۱۸] انجام شده است، خصوصیات رئولوژیکی نانو ذرات CuO ، Al_2O_3 و TiO_2 در روغن به عنوان سیال پایه در کسر حجمی ۱ و ۲ درصد مورد بررسی قرار گرفت. روابط سازنده برای سیال غیرنیوتنی بر اساس مدل تابع توانی مورد بحث قرار گرفت. لزجت اندازه‌گیری شده هر نانوسیال برای ارزیابی شاخص تابع توانی و شاخص سازگاری مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که لزجت نانوسیال با افزایش کسر حجمی کاهش یافته است. روغن رفتار ضخیم برشی ولی نانوسیال‌ها رفتار نازک برشی نشان دادند. افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث کاهش شاخص تابع توانی و افزایش شاخص سازگاری شد. همچنین نتایج نشان داد که لزجت موثر سیالات با افزودن نانوذرات در برخی کسر حجمی و برخی نرخ‌های برش کاهش یافته است. علاوه بر این، نتایج نشان داد که مدل‌های کلاسیک برای لزجت نانوسیال نمی‌تواند مقادیر واقعی لزجت نانوسیال را پیش‌بینی کند، به طوری که مقادیر اندازه‌گیری شده کمتر از مقادیر پیش‌بینی شده است.

مطالعات متعدد دیگری در زمینه انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی درون محفظه‌ها در حضور پره انجام شده است [۱۹] و [۲۰]. به طور کلی نتایج پژوهش‌های انجام شده در این خصوص نشان می‌دهد که پره‌ها در اعداد رایلی پائین که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است یک تاثیر مثبت بر آهنگ انتقال گرما دارند اما در اعداد رایلی بالا به عنوان یک مانع در مقابل جریان عمل می‌کنند و آهنگ انتقال گرما را کاهش می‌دهند. همچنین قدرت گردابه‌های ایجاد شده درون محفظه متاثر از موقعیت قرارگیری پره می‌باشد.

در تحقیقات قبلی همرفت طبیعی و تابش سطحی و حجمی در محفظه‌های دارای مانع برای سیالات نیوتنی و همچنین نانوسیالاتی که نیوتنی فرض شده بودند بررسی شده است و محفظه‌های حاوی نانوسیال غیرنیوتنی همراه با مانع بدون در نظر گرفتن تابش حجمی و سطحی مطالعه شده‌اند. در مطالعه حاضر، همرفت طبیعی، تابش سطحی و تابش حجمی نانوسیال غیرنیوتنی در محفظه مربعی با وجود یک پره رسانا که به صورت افقی بر روی دیوار عمودی سمت چپ محفظه نصب شده است، به روش عددی بررسی می‌شود.

۲- بیان مسئله و معادلات

۲-۱- بیان مسئله

مطابق شکل ۱ یک محفظه مربعی دو بعدی به طول ضلع l در نظر گرفته می‌شود. دیوارهای افقی محفظه از نظر گرمایی عایق شده‌اند و دیوار سمت چپ محفظه در دمای T_h و دیوار سمت راست آن در دمای سرد T_c قرار دارد. یک پره رسانا، به طول s و عرض w بر روی دیوار گرم نصب شده است. ارتفاع قرارگیری پره از کف محفظه برابر e است. محفظه از نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم با اثر غیرنیوتنی مدل تابع توانی پر شده است و سطوح داخلی محفظه و نانوسیال موجود در محفظه از نظر تابشی فعال هستند. ضریب صدور تمام سطوح داخلی

پارامترهای بی بعد استفاده شده در روابط بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} X, Y, E, S, W, L &= \frac{x, y, e, s, w, l}{L}, U = \frac{uL}{\alpha_f}, V = \frac{vL}{\alpha_f} \\ \theta &= \frac{T - T_c}{\Delta T}, P = \frac{\bar{P}L^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2}, R_d = \frac{4\sigma_e T_c^3}{\beta_R k_f}, \\ Pr &= \frac{KL^{2-2n}}{\rho_f \alpha_f^{2-n}}, Ra = \frac{g\rho_f \beta_{nf} \Delta T L^{2n+1}}{K \alpha_f^n} \\ R_d &= \frac{4\sigma_e T_c^3}{\beta_R k_f}, \mu_a^* = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \end{aligned} \quad (6)$$

برای محاسبه آهنگ تبادل تابش بین سطوح، سطوح داخلی محفظه به N قسمت تقسیم می‌شود و با توجه به خاکستری بودن سطوح روابط زیر به آهنگ تبادل تابش بین سطوح داخلی برقرار است: [۲۲]

$$Q_{rdk} = R_k - I_k, \quad K = 1, \dots, N \quad (7)$$

در روابط بالا R_k تابش خروجی بی‌بعد از سطح k ام (ناشی از صدور و انعکاس) و I_k تابش ورودی بی‌بعد به سطح k است. با تعریف پارامتر بی‌بعد $N_{RC} = \frac{\sigma_e L T_a^4}{k_f \Delta T}$ و R_k و I_k با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه هستند: [۲۲]

$$R_k - (1 - \varepsilon_k) \sum_{j=1}^N F_{kj} R_j = \varepsilon_k \Theta_k^4 \quad (8)$$

$$I_k = \sum_{j=1}^N F_{kj} R_j, \quad K = 1, \dots, N \quad (9)$$

برای پیدا کردن ضرایب شکل سطوح از روش مونته کارلو^۱ استفاده می‌شود. [۲۳] شرایط مرزی بی بعد مرتبط با معادلات حاکم به شرح زیر است. با توجه به شرط عدم لغزش، سرعت جریان روی همه دیوارها صفر است.

$$\begin{aligned} Y = 0, \quad 0 \leq X \leq 1; U = V = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = N_{RC} Q_{rd} \\ Y = 1, \quad 0 \leq X \leq 1; U = V = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -N_{RC} Q_{rd} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} X = 0, \quad 0 \leq Y < 1; U = V = 0, \theta = 1 \\ X = 1, \quad 0 \leq Y < 1; U = V = 0, \theta = 0 \end{aligned}$$

بر روی سطوح پره با تعریف پارامتر بی بعد $R_s = k_s/k_{nf}$ ، شرایط مرزی بی بعد به شرح زیر است.

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq S, Y = E + \frac{W}{2}, Y = E - \frac{W}{2}; \\ U = V = 0, \quad R_s \cdot \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} = \frac{\partial \theta}{\partial Y} - N_{RC} \cdot Q_{rd} \\ E - \frac{W}{2} \leq Y \leq E + \frac{W}{2}, X = S; \end{aligned} \quad (11)$$

$$U = V = 0, \quad R_s \cdot \frac{\partial \theta_s}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} - N_{RC} \cdot Q_{rd}$$

برای حل معادلات حاکم احتیاج به خواص ترموفیزیکی نانوسیال است. چگالی، پخشندگی گرمایی، گرمای ویژه و ضریب انبساط حجمی نانوسیال توسط روابط زیر با استفاده از خواص سیال پایه و نانوذرات بدست می‌آید [۲۴].

$$\begin{aligned} \rho_{nf} &= (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \\ \alpha_{nf} &= k_{nf}/(\rho C_p)_{nf} \\ (\rho C_p)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \\ (\rho\beta)_{nf} &= (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p \end{aligned} \quad (12)$$

در این روابط φ کسر حجمی نانوذرات می‌باشد و اندیس‌های p, f به ترتیب مربوط به سیال پایه، نانوذرات و نانوسیال است.

برای مدل کردن لزجت دینامیکی نانوسیال از رابطه بریکمن [۲۵] و واجها [۲۶] و برای رسانایی گرمایی آن از مدل واجها و داس [۲۶] استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \mu_{nf} &= \mu_{Static} + \mu_{Brownian} \\ &= \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} + \left[5 \times 10^4 \beta \varphi \rho_f \sqrt{\frac{k_b T}{\rho_f d_p}} f(T, \varphi) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} k_{nf} &= \left[\frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)} \right] k_f \\ &+ \left[5 \times 10^4 \beta \varphi \rho_f c p_f \sqrt{\frac{k_b T}{\rho_f d_p}} f(T, \varphi) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن مقادیر $k_b, \beta, f(T, \varphi)$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \beta &= 8.4407(100\varphi)^{-1.07304} \\ f(T, \varphi) &= (2.8217 \times 10^{-2} \varphi + 3.917 \times 10^{-3}) \left(\frac{T}{T_0} \right) \\ &+ (-3.0669 \times 10^{-2} \varphi - 3.91123 \times 10^{-3}) \\ k_b &= 1.381 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \end{aligned} \quad (15)$$

در جدول ۱ خصوصیات ترموفیزیکی آب به‌عنوان سیال پایه و اکسید آلومنیوم به‌عنوان نانو ذرات اضافه شونده به آب آورده شده است. پس از حل معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی، عدد نوسلت موضعی روی دیوار را به عنوان معیاری از آهنگ انتقال گرما به صورت رابطه (۱۶) می‌توان تعریف کرد.

$$\begin{aligned} Nu_{av} &= \int_0^1 \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \left(1 + \frac{4}{3} R_d \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right)^{-1} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{x=1} dy \\ &+ \int_0^1 - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) N_{RC} Q_{rd} dY \end{aligned} \quad (16)$$

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی آب خالص و نانو ذرات اکسید

آلومنیوم [۲۷]

مشخصات	نانو ذرات اکسید فلز آلومینیوم	آب خالص
$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	۳۹۷۰	۹۹۷/۱
$C_p \text{ (J/kg K)}$	۷۶۵	۴۱۷۹
$k \text{ (W/m K)}$	۴۰	۰/۶۱۳
$\beta \times 10^{+5} \text{ (1/K)}$	۰/۸۵	۲۱
Pr	—	۷/۱
$\mu \text{ (kg/m s)}$	—	۰/۰۰۱۰۰۳

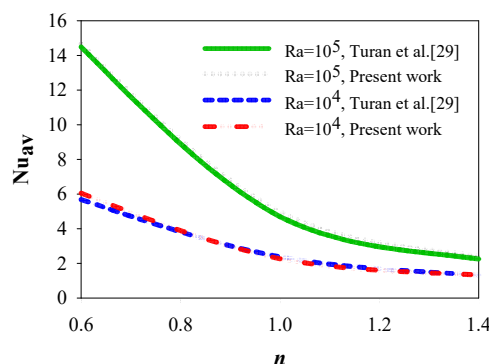
۳- روش حل عددی

برای حل عددی، معادلات دیفرانسیل حاکم باید به معادلات جبری تبدیل شوند. برای این منظور معادلات بی بعد همراه با شرایط مرزی مربوطه به روش اختلاف محدود بر مبنای حجم کنترل گسسته‌سازی شدند و جملات همرفت- نفوذ با استفاده از روش توان پیرو تقریب زده شدند. برای حل هم‌زمان معادلات جبری شده از الگوریتم SIMPLE [۲۸] و یک برنامه تهیه شده به زبان فرترن استفاده شده است.

²Monte Carlo Method

۴- اعتبارسنجی

برای اطمینان از درستی روش حل عددی، نتایج به دست آمده با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۹] مقایسه شد. برای این منظور یک محفظه مربعی پر شده از سیال غیرنیوتنی مدل تابع توانی، که دیوارهای افقی آن عایق بودند و دیوارهای کناری آن در دو دمای ثابت و متفاوت از هم قرار داشتند در نظر گرفته شد. عدد نوسلت متوسط دیوار گرم محفظه در مقادیر مختلف عدد رابلی و شاخص تابع توانی محاسبه شد. در شکل ۲ نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۹] مقایسه شده است که مطابقت خوبی با هم دارند و بیشترین خطای موجود بین دو مطالعه کمتر از ۳ درصد می باشد.



شکل ۲- نوسلت متوسط در محفظه مربعی با سیال غیرنیوتنی و نتایج مرجع [۲۹]

همچنین نتایج مطالعه حاضر با مرجع [۳۰] که دارای یک محفظه مربعی پر شده با نانوسیال می باشد مورد مقایسه قرار گرفته است. در مرکز دیوار پایین منبع گرمایی تعبیه شده است و دیوارهای عمودی آن نیز در دمای ثابت خنک می شوند، بقیه دیوارها عایق هستند. برای پارامتر تابش حجمی $R_d = 1$ عدد نوسلت متوسط مورد محاسبه قرار گرفته است. جدول ۲ نتایج دو مطالعه را نشان می دهد که مطابقت قابل قبولی دارند.

جدول ۲- نوسلت متوسط در محفظه مربعی با نانوسیال با در نظر گرفتن اثرات تابش حجمی و نتایج مرجع [۳۰]

اختلاف (%)	کار حاضر	کار شیخ الاسلامی و همکاران [۳۰]	Ra
۳/۱	۶/۱۲۰۳	۶/۳۲	۱۰ ^۵
۲/۹	۴/۲۸۱۶	۴/۱۶	۱۰ ^۴
۲/۴	۴/۱۹۴۲	۴/۰۹	۱۰ ^۳

۵- نتایج

۵-۱- بررسی اثر تغییر طول پره

نتایج این مطالعه در قالب اثرات شاخص تابع توانی $n = 0.8, 1, 1.4$ بر روی میدان های جریان و دما، پروفیل های سرعت، دما و آهنگ انتقال گرما ارائه می شود. در سراسر این مطالعه عدد پرانتل ثابت و برابر ۱۰۰ و $W = 0.08$ ، $\phi = 0.03$ ، $R_s = 50$ ، $R_a = 10^5$ و ضریب صدور $\varepsilon = 0.5$ در نظر گرفته شده است. در این بخش پارامتر تابش حجمی ثابت و برابر $R_d = 1$ در نظر گرفته

می شود.

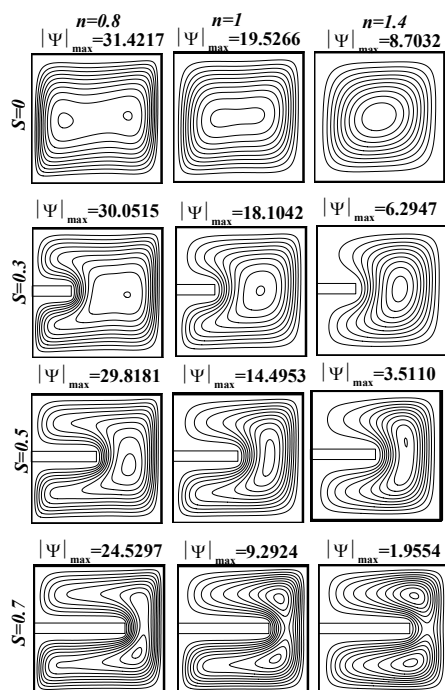
برای بررسی اثر طول پره بر روی میدان های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما، طول پره در بازه $0 \leq S \leq 0.7$ تغییر داده می شود و $E = 0.5$ در نظر گرفته می شود.

پرها دو اثر متفاوت روی میدان های جریان و دما دارند: اول این که به عنوان یک مانع در برابر جریان همرفت طبیعی عمل می کنند و قدرت گردابه ها را کاهش می دهد. دوم این که رسانش گرمایی پرها بیشتر از رسانش گرمایی سیال است و پرها گرمای بیشتری را از طریق رسانش به دیوار مقابل منتقل می کنند.

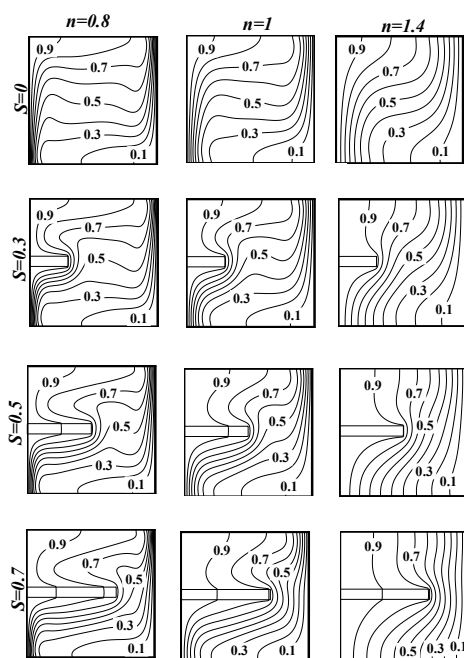
در شکل ۳، خطوط جریان و در شکل ۴ خطوط هم دما برای مقادیر مختلف طول پره در $Ra = 10^3$ و برای سه مقدار مختلف شاخص تابع توانی نشان داده شده است. در $Ra = 10^3$ رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است. در این حالت یک گردابه ضعیف داخل محفظه تشکیل می شود. با افزایش شاخص تابع توانی و به دنبال آن افزایش لزجت ظاهری نانوسیال غیرنیوتنی، بیشینه مقدار تابع جریان کاهش می یابد و گردابه تشکیل شده ضعیف می شود. همچنین با افزایش طول پره، گردابه به سمت راست منتقل می شود و فضای کمتری را اشغال می کند و از قدرت آن کاسته می شود. برای $Ra = 10^3$ خطوط هم دما تقریباً به موازات دیوارهای عمودی محفظه هستند که نشان از غالب بودن مکانیزم انتقال گرمای رسانشی دارد. با افزایش طول پره خطوط هم دما به سمت دیوار سرد منتقل می شوند و گرادیان دما در کنار دیوار سرد بیشتر می شود. با توجه به شکل ۴ دیده می شود که افزایش طول پره سبب کاهش گرادیان دما در مجاور دیوار گرم می شود و در این حالت انتقال گرمای رسانشی در طول پره نقش اصلی را در انتقال گرما ایفا می کند.

در شکل ۵، خطوط جریان و در شکل ۶ خطوط هم دما برای مقادیر مختلف طول پره در $Ra = 10^5$ و برای سه مقدار مختلف شاخص تابع توانی نشان داده شده است. با توجه به اینکه برای $Ra = 10^5$ نیروی شناوری در محفظه تقویت شده است، در این حالت گردابه تشکیل شده در داخل محفظه قدرت بیشتری دارد و سرعت جریان در کنار دیوارهای عمودی محفظه افزایش یافته است. در این حالت گرچه با افزایش طول پره مرکز گردابه با سمت راست منتقل می شود اما جریان نانوسیال اطراف پره و دیوار گرم را در بر می گیرد. برای $Ra = 10^5$ نیز کماتان افزایش شاخص تابع توانی بیشینه مقدار تابع جریان را کم می کند و افزایش طول پره نیز گردابه را تضعیف می کند در $n = 0.8$ که لزجت ظاهری سیال کم است گردابه تشکیل شده بالا و پایین پره را در بر می گیرد. بنابراین در این حالت کاهش مقدار بیشینه تابع جریان با افزایش طول پره قابل توجه نیست.

ضمن اینکه در $n = 1.4$ چون لزجت ظاهری سیال زیاد است، گردابه تشکیل شده دارای قدرت کمی است و با افزایش طول پره گردابه ها به سمت راست منتقل می شوند و مقدار بیشینه تابع جریان به مقدار قابل توجهی کاهش می یابد. از طرف دیگر افزایش طول پره سبب نزدیک شدن نوک پره رسانا به دیوار سمت راست و افزایش جریان گردابه در مجاورت دیوار سرد می شود.



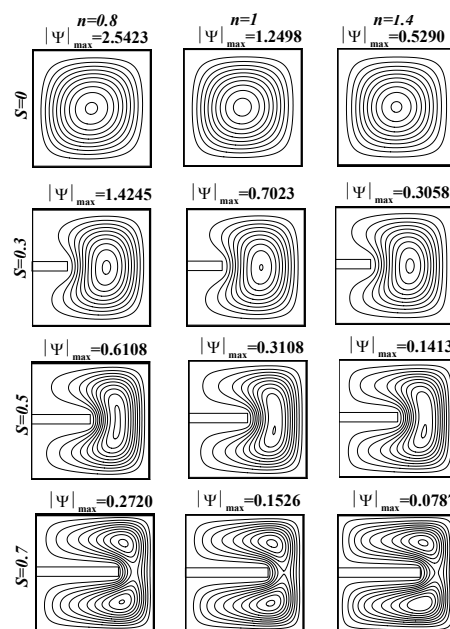
شکل ۵- خطوط جریان برای طول‌های مختلف پره در $Ra = 10^5$



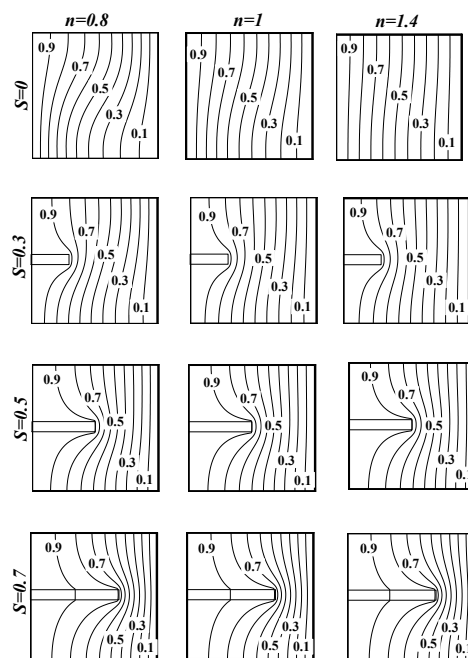
شکل ۶- خطوط هم‌دما برای طول‌های مختلف پره در $Ra = 10^5$

برای $n = 1.4$ که همرفت طبیعی داخل محفظه ضعیف است، با افزایش طول پره، نقش انتقال گرمای رسانشی بیشتر می‌شود به طوری که برای $S = 0.7$ خطوط هم‌دما تقریباً به صورت خطوط موازی درآمده‌اند.

در شکل ۷ مؤلفه عمودی سرعت بی‌بعد در مقطع افقی میانی محفظه ($Y=0.5$) برای مقادیر مختلف طول پره برای رابلی $Ra = 10^5$ و سه مقدار مختلف شاخص تابع توانی نشان داده شده است. با توجه

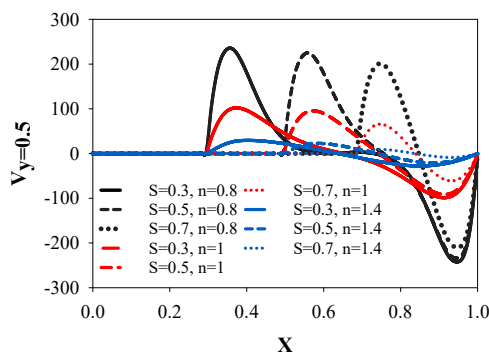


شکل ۳- خطوط جریان برای طول‌های مختلف پره در $Ra = 10^3$



شکل ۴- خطوط هم‌دما برای طول‌های مختلف پره در $Ra = 10^3$

با توجه شکل ۶ دیده می‌شود که برای $Ra = 10^5$ به ویژه برای $n = 0.8, 1$ که نقش همرفت طبیعی درون محفظه چشمگیر است گرادیان دما در کنار دیوارهای سرد و گرم افزایش یافته است و گرادیان دما در قسمت مرکزی محفظه ناچیز است. در این حالت چون یک گردابه قوی داخل محفظه تشکیل شده است، وجود پره بیشتر به عنوان یک مانع بر سر راه جریان نقش ایفا می‌کند. بنابراین انتظار می‌رود که افزایش طول پره در این حالت، سهم همرفت طبیعی را که مکانیزم غالب انتقال گرما است کم کند.



شکل ۷- تغییرات مولفه سرعت عمودی در مقطع میانی به ازای طول های مختلف پره

برای $Ra = 10^3$ رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است و افزایش طول پره سبب می‌شود که پره که دمای آن به دمای دیوار گرم نزدیک است به دیوار سرد نزدیک شود و انتقال گرمای رسانشی با آهنگ بیشتری درون محفظه برقرار شود. بنابراین برای $Ra = 10^3$ به ازای تمام مقادیر شاخص تابع توانی، افزایش طول پره گرادیان دما را در مجاور دیوار سرد افزایش می‌دهد و افزایش گرادیان دما سبب افزایش انتقال گرمای جابجایی و تابش حجمی می‌شود. از این رو با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۳ دیده می‌شود که برای $Ra = 10^3$ با افزایش طول پره عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی هر دو افزایش می‌یابند.

برای $Ra = 10^5$ به ازای $n = 0.8, 1$ گردابه تشکیل شده درون محفظه قوی است. در این حالت پره به عنوان یک مانع بر سر راه جریان طبیعی نانوسیال عمل می‌کند و با افزایش طول پره، قدرت گردابه کاهش می‌یابد و گرادیان دما در مجاور دیوار سرد کاهش می‌یابد. بنابراین برای این مقادیر شاخص تابع توانی، افزایش طول پره سبب می‌شود که تغییرات دما در عرض محفظه پیکناخت‌تر شود و عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی کاهش یابد. برای $n = 1.4$ با توجه به افزایش لزجت ظاهری نانوسیال غیرنیوتنی، رسانش نقش قابل توجهی در انتقال گرمای درون محفظه دارد. بنابراین افزایش طول پره ابتدا سبب کاهش قدرت گردابه می‌شود و عدد نوسلت متوسط جابجایی و تابش حجمی کاهش می‌یابد. برای $S = 0.7$ ، که نوک پره به اندازه کافی به دیوار سرد نزدیک شده است، نقش بارز انتقال گرمای رسانشی، سبب افزایش گرادیان دما در مجاورت دیوار سرد می‌شود و عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی افزایش می‌یابد.

در جدول ۴، مقادیر عدد نوسلت متوسط کلی (ناشی از همرفت طبیعی، تابش سطحی و حجمی) برای مقادیر مختلف عدد رایلی، شاخص تابع توانی و طول پره ارائه شده است. برای $Ra = 10^3$ که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است، برای تمام مقادیر شاخص تابع توانی، با افزایش طول پره عدد نوسلت متوسط کلی افزایش می‌یابد. برای $Ra = 10^6$ که همرفت طبیعی مکانیزم غالب انتقال گرما است، برای تمام مقادیر شاخص تابع توانی، با افزایش طول پره، عدد نوسلت متوسط کلی کاهش می‌یابد. برای $Ra = 10^4, 10^5$ با توجه به مقادیر شاخص تابع توانی، تغییرات عدد نوسلت متوسط کلی بر حسب طول

به جهت چرخش گردابه تشکیل شده در داخل محفظه، در نزدیکی نوک پره و در مجاور دیوار سرد سرعت جریان بیشینه است. با افزایش شاخص تابع توانی، لزجت ظاهری نانوسیال غیرنیوتنی افزایش می‌یابد و بیشینه مقدار سرعت کاهش می‌یابد. با افزایش طول پره، گردابه به سمت راست منتقل می‌شود و از بیشینه مقدار سرعت نیز کاسته می‌شود. برای $n = 1.4$ که گردابه ضعیف است، سرعت در عرض محفظه به صورت تدریجی تغییر می‌کند، اما برای $n = 0.8$ که گردابه قوی است تغییرات سرعت در مجاور دیوار سرد و نوک پره شدید است و در قسمت مرکزی گردابه، به ویژه برای مقادیر کوچک طول پره، جریان تقریباً در حال سکون است.

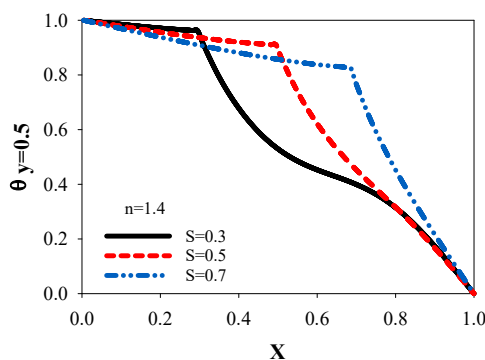
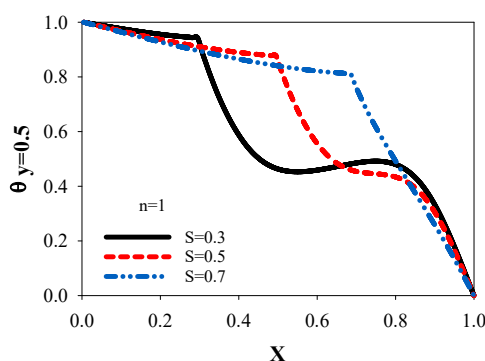
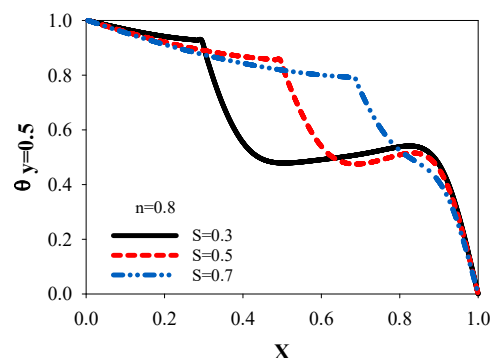
در شکل ۸، پروفیل دمای بی‌بعد در مقطع میانی افقی محفظه ($Y = 0.5$) در طول‌های مختلف پره برای عدد رایلی $Ra = 10^5$ و مقادیر متفاوت شاخص تابع توانی نشان داده شده است. با توجه به اینکه موقعیت $Y = 0.5$ محل قرارگیری پره است و در پره انتقال گرما به صورت رسانشی صورت می‌گیرد، تغییرات دما در طول پره به صورت خطی است. برای $n = 0.8$ یک گردابه قوی در داخل محفظه تشکیل می‌شود و گرادیان دما در مجاور نوک پره و دیوار سرد شدید است. در این حالت برای $S = 0.3$ که فضای کافی برای چرخش گردابه وجود دارد، در قسمت مرکزی گردابه نانوسیال تقریباً در حال سکون است و در این ناحیه گرما به صورت رسانشی منتقل می‌شود و گرادیان دما ناچیز است. نکته قابل توجه در این حالت این است که گرما هم از سیال مجاور نوک پره و هم از سیال در حال حرکت در مجاور دیوار سرد به سمت ناحیه مرکزی گردابه منتقل می‌شود. با افزایش طول پره، هسته مرکزی گردابه به سمت راست منتقل می‌شود و هسته مرکزی گردابه کوچکتر می‌شود، به طوری که برای $S = 0.7$ تمام فضای مابین نوک پره و دیوار سرد تحت تاثیر چرخش گردابه قرار می‌گیرد و گرادیان دما در این سراسر این ناحیه منفی می‌شود.

برای $n = 1$ نیز رفتار تغییرات دما مشابه حالت $n = 0.8$ است با این تفاوت که گرادیان دما نسبت به حالت $n = 0.8$ کاهش می‌یابد. برای $n = 1.4$ ، با توجه به این که لزجت ظاهری نانوسیال غیرنیوتنی افزایش می‌یابد، گردابه ضعیف می‌شود و درون نانوسیال نیز رسانش نقش اساسی را در انتقال گرما ایفا می‌کند. بنابراین گرادیان دما در عرض محفظه کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل ۸ دیده می‌شود که برای $n = 0.8, 1$ با افزایش طول پره گرادیان دما در مجاور دیوار سرد کاهش می‌یابد ولی برای $n = 1.4$ با افزایش طول پره گرادیان دما در مجاور دیوار سرد افزایش می‌یابد، که دلیل آن عوض شدن مکانیزم غالب انتقال گرما و عوض شدن نقش پره بر عملکرد گرمایی محفظه است.

در جدول ۳، اثر تغییر طول پره بر روی عدد نوسلت متوسط همرفت، و تابش حجمی برای $Ra = 10^3, 10^6$ و مقادیر متفاوت شاخص تابع توانی نشان داده شده است.

پره دارای رفتارهای متفاوتی است. در این حالت با توجه به مقدار شاخص تابع توانی



شکل ۸- تغییرات دمای بی‌بعد در مقطع میانی به ازای طول های مختلف پره

جدول ۳- مقادیر عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی بر روی دیوار سرد به ازای طول های مختلف پره

S=0.7	S=0.5	S=0.3	S=0	Nu_{av}	n
$Ra=10^5$					
۲/۰۸۲۷	۱/۶۲۰۷	۱/۳۴۵۸	۱/۲۴۱۶	$Nu_{av(conv.)}$	۰/۸
۱/۸۲۹۳	۱/۴۲۳۵	۱/۱۸۲۰	۱/۰۹۰۵	$Nu_{av(vol.Rad.)}$	
۲/۰۷۰۲	۱/۶۰۴۳	۱/۳۰۹۰	۱/۱۳۵۲	$Nu_{av(conv.)}$	۱
۱/۸۱۸۳	۱/۴۰۹۱	۱/۱۴۹۷	۰/۹۹۷۱	$Nu_{av(vol.)}$	
۲/۰۵۹۵	۱/۵۹۱۹	۱/۲۹۸۱	۱/۱۳۱۸	$Nu_{av(conv.)}$	۱/۴
۱/۸۰۸۹	۱/۳۹۸۲	۱/۱۴۰۲	۰/۹۹۴۹	$Nu_{av(vol.)}$	

$Ra=10^5$					
۶/۸۵۵۵	۷/۰۷۴۹	۷/۱۷۵۹	۷/۳۲۵۷	$Nu_{av(conv.)}$	۰/۸
۶/۰۲۱۳	۶/۲۱۴۰	۶/۳۰۲۷	۶/۴۳۴۳	$Nu_{av(vol.)}$	
۳/۶۶۲۷	۳/۹۵۹۷	۴/۱۰۳۷	۴/۳۵۸۲	$Nu_{av(conv.)}$	۱
۳/۲۱۷۰	۳/۴۷۷۹	۳/۶۰۴۳	۳/۸۲۷۹	$Nu_{av(vol.)}$	
۲/۱۸۴۰	۱/۹۰۶۵	۱/۹۴۵۲	۲/۱۰۹۶	$Nu_{av(conv.)}$	۱/۴
۱/۹۱۸۳	۱/۶۷۴۵	۱/۷۰۸۵	۱/۸۵۲۹	$Nu_{av(vol.)}$	

و مقدار عدد رایلی، ممکن است که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما باشد و یا همرفت طبیعی مکانیزم غالب انتقال گرما باشد. برای حالت هایی که رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است، افزایش طول پره، آهنگ انتقال گرما را زیاد می کند و برای حالت هایی که همرفت طبیعی مکانیزم غالب انتقال گرما است، افزایش طول پره آهنگ انتقال گرما را کم می کند.

جدول ۴- مقادیر عدد نوسلت متوسط کلی بر روی دیوار سرد به ازای طول های مختلف پره

S=0.7	S=0.5	S=0.3	S=0	Ra	n
۳/۹۳۰۶	۳/۰۶۲۶	۲/۵۴۵۳	۲/۳۴۸۴	10^3	۰/۸
۴/۷۰۸۱	۴/۸۲۰۲	۵/۲۰۵۸	۵/۷۸۱۲	10^4	
۱۲/۹۶۰۴	۱۳/۳۷۲۱	۱۳/۵۶۲۹	۱۳/۸۳۸۱	10^5	
۳۱/۱۹۵۴	۳۱/۴۵۹۹	۳۱/۵۴۸۴	۳۲/۱۶۰۳	10^6	
۳/۹۰۷۱	۳/۰۳۱۸	۲/۴۷۶۳	۲/۱۴۳۹	10^3	۱
۴/۰۵۱۱	۳/۴۳۶۰	۳/۴۳۷۹	۳/۷۴۶۱	10^4	
۶/۹۶۴۰	۷/۵۲۰۴	۷/۷۹۱۵	۸/۲۶۳۷	10^5	
۱۶/۹۵۴۴	۱۷/۱۷۵۶	۱۷/۲۵۴۶	۱۷/۸۰۰۳	10^6	
۳/۸۸۷۰	۳/۰۰۸۵	۲/۴۵۵۸	۲/۱۴۸۶	10^3	۱/۴
۳/۹۱۸۳	۳/۰۶۵۰	۲/۶۰۵۰	۲/۳۹۱۶	10^4	
۴/۱۸۸۳	۳/۶۶۵۷	۳/۷۳۷۲	۴/۰۳۸۰	10^5	
۶/۴۸۶۴	۶/۸۷۵۵	۷/۱۱۴۹	۷/۴۶۵۲	10^6	

۵-۲- بررسی اثر تغییر پارامتر تابش حجمی

در این بخش، با تغییر پارامتر تابش حجمی در بازه $0 \leq R_d \leq 2$ و ثابت در نظر گرفتن مابقی پارامترها اثر پارامتر تابش حجمی بر روی میزان انتقال گرما بررسی می شود. تغییرات عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی روی دیوار سرد بر حسب پارامتر تابش حجمی برای عدد رایلی 10^5 و شاخص تابع توانی $n = 0.8$ در طول های مختلف پره در جدول ۵ نشان داده شده است. برای رایلی 10^5 همرفت طبیعی مکانیزم غالب انتقال گرما است و چرخش گردابه قوی در داخل محفظه سبب تغییر قابل ملاحظه دمای نانوسیال در نواحی درون محفظه می شود. اختلاف دمای قابل ملاحظه نانوسیال سبب می شود تابش حجمی کارایی بیشتری داشته باشد و با افزایش پارامتر تابش حجمی نوسلت متوسط مربوط به تابش حجمی به طور چشمگیری افزایش می یابد. از طرف دیگر، با افزایش پارامتر تابش حجمی، توزیع دما درون محفظه یکنواخت تر می شود و گرادین دما در مجاورت دیوار سرد و گرم کاهش می یابد. بنابراین با افزایش پارامتر تابش حجمی، عدد نوسلت متوسط همرفت کاهش می یابد.

جدول ۵- مقادیر عدد نوسلت متوسط همرفت و تابش حجمی بر روی

دیوار سرد به ازای طول‌های مختلف پره					
S=0.7	S=0.5	S=0.3	S=0	Nu_{av}	R_d
۸/۶۴۰۹	۸/۷۷۰۷	۸/۷۸۹۰	۸/۸۰۷۹	$Nu_{av(conv.)}$	۰
۰	۰	۰	۰	$Nu_{av(vol.)}$	
۶/۸۵۵۵	۷/۰۷۴۹	۷/۱۷۵۹	۷/۳۲۵۷	$Nu_{av(conv.)}$	۱
۶/۰۲۱۳	۶/۲۱۴۰	۶/۳۰۲۷	۶/۴۳۴۳	$Nu_{av(vol.)}$	
۵/۸۷۳۰	۶/۱۶۰۰	۶/۳۴۰۵	۶/۵۴۷۶	$Nu_{av(conv.)}$	۲
۱۰/۳۱۶۷	۱۰/۸۲۰۸	۱۱/۱۵۴۷	۱۱/۵۰۱۸	$Nu_{av(vol.)}$	

لازم به ذکر است که افزایش پارامتر تابش حجمی، سرعت چرخش گردابه را افزایش می‌دهد، اما توزیع دما را نیز یکنواخت‌تر می‌کند و گرادیان دما را در مجاورت دیوارها کم می‌کند. با افزایش پارامتر تابش حجمی، افزایش عدد نوسلت تابش حجمی نسبت به کاهش عدد نوسلت همرفت بیشتر است، بنابراین نهایتاً سبب افزایش عدد نوسلت متوسط کلی می‌شود. افزایش طول پره، اثر همرفت طبیعی را کم می‌کند و به دنبال آن اختلاف دمای نانوسیال درون محفظه کاهش می‌یابد. بنابراین افزایش طول پره هم عدد نوسلت همرفت و هم عدد نوسلت متوسط تابش حجمی را کاهش می‌دهد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه همرفت طبیعی، تابش سطحی و حجمی نانوسیال غیرنیوتنی در یک محفظه مربعی شکل با وجود پره رسانا بر روی دیوار گرم در سمت چپ محفظه به روش عددی بررسی شد. نانوسیال غیرنیوتنی در نظر گرفته شده از نوع مدل توانی بود. با حل عددی معادلات حاکم، تاثیر تغییر طول پره در اعداد رایلی بالا و پایین و مقادیر مختلف شاخص تابع توانی و همچنین پارامتر تابش حجمی بر روی میدان‌های جریان و دما و آهنگ انتقال گرما بررسی شد. بر اساس نتایج بدست آمده، نتیجه‌گیری می‌شود که:

افزایش طول پره در اعداد رایلی پایین سبب بهبود انتقال گرما می‌شود و در اعداد رایلی بالا سبب کاهش عدد نوسلت متوسط می‌شود. در اعداد رایلی بالا برای سیال غلیظ برشی با نزدیک شدن نوک پره به دیوار سرد عدد نوسلت کلی افزایش می‌یابد.

یک عدد رایلی بحرانی وجود دارد که در آن طول پره موثر نیست و عدد نوسلت تحت تاثیر آن قرار نمی‌گیرد. برای مقادیر بزرگتر از آن با افزایش طول پره عدد نوسلت کلی کاهش می‌یابد و برای مقادیر کمتر از آن با افزایش طول پره عدد نوسلت کلی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش شاخص تابع توانی عدد رایلی بحرانی افزایش می‌یابد.

افزایش پارامتر تابش حجمی سبب افزایش انتقال گرمای تابش حجمی و کاهش همرفت طبیعی در اعداد رایلی بالا و در تمام محدوده π می‌شود. با افزایش طول پره در عدد رایلی بالا میزان نوسلت همرفت و تابش حجمی کاهش می‌یابد.

۷- نمادها

C_p	گرمای ویژه، ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
s	طول پره، (m)
e	ارتفاع پره، (m)

w	ضخامت پره، (m)
S	طول بی‌بعد پره
E	ارتفاع بی‌بعد پره
W	ضخامت بی‌بعد پره
l	طول ضلع محفظه، (m)
h	ضریب انتقال گرمای همرفت، ($Wm^{-2}K^{-1}$)
g	گرانش، (ms^{-2})
k	رسانایی گرمایی، ($Wm^{-1}K^{-1}$)
N	تعداد کل گره‌ها
Nu	عدد نوسلت
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد رایلی
R_d	پارامتر تابش حجمی
p	فشار، (Nm^{-2})
P	فشار بی‌بعد
T	دما، (K)
u, v	مؤلفه‌ی افقی و عمودی سرعت، (ms^{-1})
U, V	مؤلفه‌ی افقی و عمودی سرعت بی‌بعد
x, y	مختصات دکارتی، (m)
X, Y	مختصات بی‌بعد
q_{rd}	میزان انتقال گرمای تابشی (Wm^{-2})
Q_{rd}	میزان انتقال گرمای تابشی بی‌بعد
q_R	شار گرمای تابش حجمی (Wm^{-2})
F_{k-j}	ضریب شکل بین سطوح
N_{RC}	عدد رسانایی تابشی
R_K	مقدار انتقال گرمای تابشی بدون بعد
I_K	مقدار انتقال گرمای تابشی بدون بعد
n	شاخص تابع توانی سیال غیرنیوتنی
R_s	نسبت رسانایی گرمایی پره به نانوسیال
S	طول بی‌بعد پره
E	ارتفاع بی‌بعد پره
W	ضخامت بی‌بعد پره
L	طول بی‌بعد محفظه
K	ضریب سازگاری (Pas^n)
β	ضریب انبساط گرمایی، ($1/K$)
α	پخشندگی گرمایی، (m^2s^{-1})
ρ	چگالی، (kgm^{-3})
ν	لزجت سینماتیکی، (m^2s^{-1})
μ	لزجت دینامیکی، ($Pa.s$)
ψ	تابع جریان
θ	دمای بی‌بعد
φ	کسر حجمی نانوسیال
σ	ثابت استفان بولتزمن (W/K^4m^2)
ε	ضریب صدور تابشی
av	متوسط
s	پره

f	سیال پایه
nf	نانوسیال
max	بیشینه
$Conv.$	همرفت
$Vol.$	تأبش حجمی

۸- مراجع

- [15] Bouanani M, Benbrik A, Lemonnier D, Cherifi M, Soualmi R. Natural convection and volumetric radiation interactions in a concentric square annulus. *J Thermophys Heat Transf.* 2021 Jul;35(3):547-559.
- [16] Raisi A, Rostami S, Nadooshan AA, Afrand M. The examination of circular and elliptical vanes under natural convection of nanofluid in a square chamber subject to radiation effects. *Int Commun Heat Mass Transf.* 2020 Oct;117.
- [17] Shahabadi M, Mehryan SAM, Ghalambaz M, Ismael M. Controlling the natural convection of a non-Newtonian fluid using a flexible fin. *Appl Math Model.* 2021 Apr;92:669-86.
- [18] Jamal-abad MT, Dehghan M, Saedodin S, Sadegh M, Zamzaman A. An experimental investigation of rheological characteristics of non-Newtonian nanofluids. *J Heat Mass Transf Res.* 2014 Apr;00:17-23.
- [19] Elatar A, Teamah MA, Hassab MA. Numerical study of laminar natural convection inside square enclosure with single horizontal fin. *Int J Therm Sci.* 2016 Jan;99:41-51.
- [20] Sathiyamoorthy M, Chamkha AJ. Analysis of natural convection in a square cavity with a thin partition for linearly heated side walls. *Int J Numer Methods Heat Fluid Flow.* 2014 May;24(5):1057-72.
- [21] Crnjac P, Škerget L, Ravnik J, Hriberšek M. Implementation of the Rosseland and the P1 radiation models in the system of Navier-Stokes equations with the boundary element method. *Int J Comput Methods Exp Meas.* 2017;5(3):348-58.
- [22] Saravanan S, Sivaraj C. Coupled thermal radiation and natural convection heat transfer in a cavity with a heated plate inside. *Int J Heat Fluid Flow.* 2013 Apr;40:54-64.
- [23] Mirhosseini M, Saboonchi A. View factor calculation using the Monte Carlo method for a 3D strip element to circular cylinder. *Int Commun Heat Mass Transf.* 2011 Jul;38(6):821-6.
- [24] Pak BC, Cho YI. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Exp Heat Transf.* 1998;11:151-70.
- [25] Brinkman HC. The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *J Chem Phys.* 1952 Apr;20(4):571.
- [26] Vajjha RS, Das DK. Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations. *Int J Heat Mass Transf.* 2009 Oct;52(21-22):4675-82.
- [27] Sheikholeslami M, Ganji DD. Nanofluid convective heat transfer using semi analytical and numerical approaches: A review. *J Taiwan Inst Chem Eng.* 2016 Aug;65:43-77.
- [28] Patankar S V. Numerical heat transfer and fluid flow. 1980;
- [29] Turan O, Sachdeva A, Chakraborty N, Poole RJ. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures. *J Nonnewton Fluid Mech.* 2011 Sep;166:1049-63.
- [30] Sheikholeslami M, Hayat T, Alsaedi A. MHD free convection of Al_2O_3 -water nanofluid considering thermal radiation: A numerical study. *Int J Heat Mass Transf.* 2016 May;96:513-24.
- [1] Tighchi HA, Sobhani M, Esfahani JA. Lattice Boltzmann simulation of combined volumetric radiation/natural convection to consider optical properties of nanoparticles. *Radiat Phys Chem.* 2019 Jun;159:238-51.
- [2] Sobhani M, Tighchi HA, Esfahani JA. Attenuation of radiative heat transfer in natural convection from a heated plate by scattering properties of Al_2O_3 nanofluid: LBM simulation. *Int J Mech Sci.* 2019 Jun;156:250-60.
- [3] Barnoon P, Toghraie D, Dehkordi RB, Afrand M. Two phase natural convection and thermal radiation of Non-Newtonian nanofluid in a porous cavity considering inclined cavity and size of inside cylinders. *Int Commun Heat Mass Transf.* 2019 Nov;108.
- [4] Karimipour A. A novel case study for thermal radiation through a nanofluid as a semitransparent medium via discrete ordinates method to consider the absorption and scattering of nanoparticles along the radiation beams coupled with natural convection. *Int Commun Heat Mass Transf.* 2017 Oct;87:256-69.
- [5] Hassani M, Karimipour A. Discrete ordinates simulation of radiative participating nanofluid natural convection in an enclosure. *J Therm Anal Calorim.* 2018 Apr;134(3):2183-95.
- [6] Lari K, Baneshi M, Gandjalikhan Nassab SA, Komiya A, Maruyama S. Combined heat transfer of radiation and natural convection in a square cavity containing participating gases. *Int J Heat Mass Transf.* 2011 Nov;54(23-24):5087-99.
- [7] Lavasani AM, Farhadi M, Rabienataj Darzi AA. Study of convection heat transfer enhancement inside lid driven cavity utilizing fins and nanofluid. *Therm Sci.* 2017;21:2431-42.
- [8] Saravanan S, Raja N. Combined radiation-convection in an air filled enclosure with in-line heaters. *Int Commun Heat Mass Transf.* 2020 Jan;110.
- [9] El Moutaouakil L, Boukendil M, Zrikem Z, Abdelbaki A. Natural convection and surface radiation heat transfer in a cavity with vertically oriented fins. In: *Materials Today: Proceedings.* 2020;27:3051-7.
- [10] Hidki R, El Moutaouakil L, Boukendil M, Charqui Z, Zrikem Z, Abdelbaki A. Mixed convection and surface radiation in a ventilated cavity containing two heat-generating solid bodies. *Mater Today Proc.* 2022;66:318-24.
- [11] Akiyama M, Chong QP. Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure. *Numer Heat Transf Part A Appl.* 1997 Mar;32:419-33.
- [۱۲] خدامرادی چالشتری م، قاسمی ب، رئیسی ا، بررسی اثر پارامترهای هندسی بر انتقال گرمای همرفتی طبیعی سیال غیر نیوتنی در یک محفظه مربعی با دو مانع دما ثابت. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز.* ۱۴۰۱. د. ۵۲، ش. ۲، ص ۱۲۳-۱۳۲.
- [۱۳] خدادادی ر، رئیسی ا، قاسمی ب، بررسی عددی انتقال گرمایی جابجایی طبیعی سیال غیرنیوتنی قانون توانی درون محفظه مثلث شکل حاوی یک منبع گرمایی همدم. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز.* ۱۴۰۱. د. ۵۲، ش. ۱، ص ۱۱۹-۱۲۸.
- [14] Alqahtani AM, Mohammad Sajadi S, Al Hazmi SE, Alsenani TR, Alqurashi RS, El Bouz MA. Entropy generation and mixed convection in an enclosure with five baffles exposed to a uniform magnetic field with volumetric radiation for the solar collectors via lattice Boltzmann method. *Eng Anal Bound Elem.* 2023 May;150:285-97.