

بررسی نظری و تجربی تاثیر جرم مجازی در پایداری ربات لامسه‌ای

احمد مشایخی* استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران، mashayekhi@sirjantech.ac.ir
مهدی شاکری کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران، mehdish12@gmail.com
بهنام آخوندی استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران، b.akhoundi@sirjantech.ac.ir
وحید مدانلو استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران، v.modanloo@gmail.com

چکیده

ربات‌های لامسه‌ای برای شبیه‌سازی اجسام مجازی برای کاربران مورد استفاده قرار می‌گیرند. شبیه‌سازی دقیق اجسام در محیط مجازی سبب تقویت ارتباط کاربر با محیط مجازی می‌شود. در اکثر شبیه‌سازی‌های اجسام مجازی، اجسام را به صورت فنر و میراگر شبیه‌سازی می‌کنند. حال آنکه اگر جرم مجازی نیز در کنار فنر و میراگر مجازی برای اجسام مجازی در نظر گرفته شود، کاربرد ربات لامسه‌ای در شبیه‌سازی اجسام واقعی‌تر و متنوع‌تر افزایش می‌یابد. در این مقاله، برای شبیه‌سازی جسم مجازی، علاوه بر فنر و میراگر مجازی، جرم مجازی نیز در نظر گرفته شده است و تاثیر آن بر روی پایداری ربات لامسه‌ای بررسی شده است. در واقع معادلاتی بسته برای تعیین مرز پایداری با در نظر گرفتن جسم مجازی به صورت جرم، فنر و میراگر بدست آمده‌اند که در تاخیرهای زمانی مختلف با استفاده از شبیه‌سازی و نتایج تجربی صحت‌گذاری شده است.

واژه‌های کلیدی: ربات لامسه‌ای، پایداری، جرم مجازی، شبیه‌سازی جرم، تاخیر زمانی، محیط مجازی.

Theoretical and Experimental Study of the Virtual Mass Simulation on the Stability of Haptic Devices

A. Mashayekhi
M. Shakeri
B. Akhoundi
V. Medanlou

Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran
 Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
 Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran
 Mechanical Engineering Department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran

Abstract

Haptic devices are used to simulate virtual objects for users. Accurate simulation of objects in the virtual environment improves the user's relationship with the virtual environment. In most simulations of virtual objects, objects are simulated as springs and dampers. However, if virtual mass is also taken into account alongside virtual spring and damper elements, the utilization of h devices in simulating objects will lead to increased diversity, enhancing the realism of the objects. In this article, to simulate the virtual object, in addition to the virtual spring and damper, the virtual mass is also considered and its effect on the stability of the haptic device is investigated. In fact, closed-form equations have been obtained for determining the stability boundary by considering the virtual object in the form of mass, spring and damper, which have been validated in different time delays using simulation and experimental results.

Keywords: Haptic device, Stability, Virtual mass, Virtual mass simulation, Time delay, Virtual Environment.

دستگاه‌های لامسه‌ای در برنامه‌های واقعیت مجازی است. برای این منظور، تحقیقات گسترده‌ای از محیط‌های مجازی که به عنوان ترکیبی از عناصر فنر و میراگر ارائه شده‌اند، تحلیل و استفاده شده است. اضافه کردن پارامترهایی مانند جسم مجازی باعث می‌شود که کاربرد در هنگام استفاده از ربات لامسه‌ای، ارتباط بهتری برقرار کند.

در این مقاله تحلیل پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن محیط مجازی متشکل از جرم، فنر و میراگر مورد بحث است. برای این منظور معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم لامسه‌ای نوشته شده و تابع تبدیل مدار بسته آن بدست می‌آید. سپس از روی معادله مشخصه، مرز پایداری تعیین می‌شود. این مرز یک فرمول بسته و تابعی از پارامترهای مختلف سیستم لامسه‌ای از قبیل جرم و ضریب میرایی ربات، جرم، فنر و ضریب میرایی جسم مجازی، تاخیر زمانی و نرخ نمونه‌برداری است. معادلات بدست آمده با انجام شبیه‌سازی‌هایی در نرم افزار متلب و همچنین قیاس با آزمایشات عملی صحت گذاری شده‌اند. نتایج نشان از

۱- مقدمه

یک سیستم لامسه‌ای مجموعه‌ای برای شبیه‌سازی محیط‌های مجازی برای کاربران است. رابط لامسه‌ای خود شامل جسم مجازی، ربات لامسه‌ای، کاربر و کنترل‌کننده است [۱]. ربات‌های لامسه‌ای برای منتقل کردن نیروهای مجازی، با شفافیت بالا به کاربران ساخته می‌شوند، تا بتوانند جسم مجازی را با دقت بالا برای کاربر شبیه‌سازی کنند. ربات‌های لامسه‌ای به کاربران این توانایی را می‌دهند تا به صورت فیزیکی با محیط‌های مجازی تعامل داشته باشند و حس واقعی بودن و ملموس بودن را درک کنند. ربات‌های لامسه‌ای در زمینه‌های پزشکی [۲] [۳]، دندان پزشکی [۴]، سرگرمی [۵]، آموزش نظامی [۶] و متاورس [۷] کاربرد دارند. در طول سال‌ها، چالش اصلی دستگاه‌های لامسه‌ای، شبیه‌سازی صحیح اشیاء تعاملی در دنیای واقعیت مجازی بوده است. فقدان بازخورد لمسی با کیفیت بالا یکی از محدودیت‌های

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mashayekhi@sirjantech.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۱/۱۲/۲۰۲۳

تاریخ پذیرش: ۲۰/۰۸/۲۹

دقت بالای روابط بدست آمده است.

۲- مروری بر ادبیات موضوع

در هر سیستم دینامیکی اولین مشخصه‌ای که مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد مشخصه پایداری است زیرا در صورت ناپایداری سیستم، کاربر در هنگام کار با ربات ممکن است دچار آسیب شود. مشخصه مهم دیگر ربات لامسه‌ای شفافیت آن است که کاربر در هنگام استفاده از آن، چیزی را لمس کند که به دنیای واقعی نزدیک باشد. ربات‌های لامسه‌ای عموماً دارای چندین درجه آزادی هستند [۸-۱۰]. لذا دارای دینامیکی چند درجه‌آزادی، غیرخطی و پیچیده هستند که عملاً استفاده مستقیم از این دینامیک‌ها در تحلیل‌های پایداری و نفعالی را غیرممکن کرده است. با توجه به اینکه حین شبیه‌سازی یک جسم مجازی، کارگر ربات دارای جابجایی بسیار کوچکتر از ابعاد فضای کاری ربات است، لذا می‌توان این دینامیک را ساده‌سازی نمود. ساده کردن دینامیک غیرخطی و چند درجه آزادی ربات لامسه‌ای به دینامیکی یک درجه آزادی متشکل از یک جرم، فنر و میراگر در مقالاتی از قبیل [۱۱] بررسی شده، دقت آن در حالات مختلف مقایسه و فرمول‌هایی بسته برای این ساده‌سازی ارائه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که مطابق با روابط تعیین شده در این مقاله، در هر نقطه و راستای مشخص از حرکت کارگر ربات، می‌توان از یک ربات لامسه‌ای یک درجه‌آزادی دارای جرم، فنر و میراگر معادل استفاده نمود. سپس مرز پایداری را با فرمول‌های بسته برای این سیستم ساده شده تعیین نمود و مطمئن باشیم که ربات چند درجه آزادی و غیرخطی اصلی نیز دارای مرز پایداری مشابه سیستم ساده شده است. پیشتر بدون آنکه روابطی برای مشخص شدن مقادیر موثر سیستم یک درجه‌آزادی بیان شده باشند، این فرض در مقالات زیادی از قبیل [۱۲-۲۲] استفاده شده بود.

در تحلیل پایداری و شفافیت ربات لامسه‌ای، می‌توان دینامیک ربات را مدلی یک درجه آزادی بدون دست انسان در نظر گرفت مانند محققانی از جمله دانگ و همکاران [۱۲] کلونس و همکاران [۲۳]، اوم و همکاران [۲۴]، ژیل و همکاران [۱۴، ۱۵]، هولین و همکاران [۱۳] [۱۶] [۱۷]، مشایخی و همکاران [۲۵] و شاکری و همکاران [۲۶]. در این پژوهش تحلیل پایداری بدون در نظر گرفتن دست انسان صورت می‌پذیرد، زیرا دست انسان باعث پایدارتر شدن سیستم می‌شود [۱۲]. تحلیل پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن دست کاربر توسط در مقالاتی از قبیل [۱۷] انجام شده است. آن‌ها نیز از یک مدل خطی و یک درجه آزادی شامل جرم- فنر- میراگر برای دست کاربر و یک مدل خطی و یک درجه آزادی جرم و میرایی ویسکوز برای ربات لامسه‌ای استفاده کردند. با فرض اینکه جرم و میرایی دست کاربر به ترتیب با جرم و میرایی ربات لامسه‌ای جمع شود، محدوده‌ی عملکرد پایدار ربات را به صورت عددی - و نه تحلیلی - بدست آوردند. نتایج نشان از افزایش پایداری در حضور دست کاربر است.

مشایخی و همکاران فرمولی بسته را برای تعیین مرز پایداری در ربات‌های لامسه‌ای ارائه دادند که نه تنها برای مقادیر کم ضریب میرایی جسم مجازی و تاخیر زمانی صادق است، بلکه برای مقادیر زیاد این پارامترها نیز صادق است [۲۵]. همچنین شاکری و همکاران فرمولی

بسته برای پایداری با وجود کنترل کننده ارائه دادند که علاوه بر تحلیل پایداری سیستم، شفافیت ربات لامسه‌ای را بهبود می‌بخشد [۲۷].

جرم یک ویژگی فیزیکی ربات‌های لامسه‌ای است که می‌تواند توسط اپراتورهای انسانی به دو صورت درک شود: وزن و اینرسی. وزن نیروی ناشی از جاذبه است؛ اینرسی نیروی مقاومت در برابر شتاب است. این دو اثر می‌توانند ربات لامسه‌ای را مختل کرده و شفافیت عملکرد آن را کاهش دهند. نیروهای گرانشی ربات‌های لامسه‌ای توسط عملگرها خنثی می‌شود. نیروهای اینرسی کمتر مشکل‌ساز هستند، زیرا تنها تغییرات ناگهانی سرعت می‌تواند باعث ایجاد نیروهای قابل درک شود. ژیل و همکاران تاثیر پیاده‌سازی اینرسی مجازی بر پایداری ربات لامسه‌ای را در حالت صفر بودن تاخیر زمانی تحلیل کردند. آن‌ها همچنین روشی را برای شناسایی اینرسی فیزیکی یک ربات لامسه‌ای ارائه کرده و بدین وسیله دینامیک آن را شناسایی کردند. همچنین تاثیر فیلتر شدن مکان (برای جلوگیری از نویز بیش از حد در تخمین شتاب) بر روی پایداری نیز بررسی شد [۲۸].

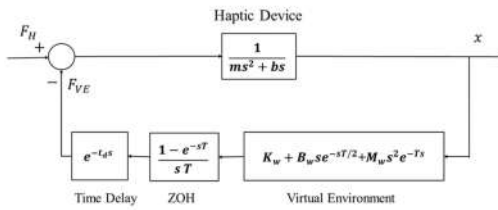
دسای و همکاران تأثیر ادغام جرم مجازی بر حداکثر سختی قابل شبیه‌سازی دیواری دو طرفه را مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که حداکثر میزان سختی زمانی شبیه‌سازی می‌شود که مقدار جرم مجازی مساوی جرم موثر ربات لامسه‌ای باشد. برای دستگاه‌هایی با اینرسی کم، این بدان معناست که در فرکانس‌های پایین، می‌توان سختی بالا را به‌طور پایدار و با کمی مصالحه در شفافیت سیستم ارائه کرد. آن‌ها نشان دادند که حداکثر سختی به‌دست‌آمده با جرم مجازی حدود ۲/۵ برابر بیشتر از آن چیزی است که می‌توان با میرایی مجازی به دست آورد [۲۹]. آن‌ها در تحقیق خود تاخیر زمانی را لحاظ نکردند، در حالی که تاخیر زمانی از جمله پارامترهایی است که در عملکرد و پایداری سیستم بسیار تاثیر گذار است.

کولونس و همکاران پارامترهای مهم برای انفعال و پایداری سیستم را شناسایی و مرزهای نفعالی و پایداری را ارائه کردند. همچنین آن‌ها دقت مورد انتظار جرم مجازی ارائه شده را توصیف می‌کنند [۲۳]. آن‌ها برای شبیه‌سازی اجسام مجازی فقط جرم مجازی در نظر گرفته‌اند، بدون لحاظ کردن فنر و میراگر مجازی.

در مقاله پیش رو به بررسی پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن جسم مجازی به صورت جرم، فنر و میراگر و در حضور تاخیر زمانی پرداخته شده است. نوآوری این مقاله در استفاده از روشی نوین و کاراست که منجر به بدست آمدن معادلات پایداری بدون محدودیت بر روی پارامترهای دینامیکی ربات (از قبیل تاخیر زمانی و ضریب میرایی مجازی) می‌شود. در واقع برای اولین بار معادلات پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن جسم مجازی به صورت جرم، فنر و میراگر بدون محدودیت بر روی مقدار تاخیر زمانی و ضریب میرایی بدست آمده‌اند. سپس با شبیه‌سازی و آزمایشات صحه‌گذاری شده‌اند.

۳- مدل‌سازی

اکثر اجسام واقعی را می‌توان در راستای عمود بر سطح آن‌ها با یک فنر و میراگر یک‌بعدی مدل‌سازی نمود. اما در این مقاله برای افزایش دقت و کاربرد ربات لامسه‌ای، علاوه بر فنر و میراگر، شبیه‌سازی جرم مجازی نیز در نظر گرفته می‌شود. لذا جسم مجازی به صورت دیواری متشکل از فنری مجازی با ضریب فنریت K_w و میراگری مجازی با



شکل ۱- نمودار حلقه بسته ربات لامسه‌ای

در ادامه برای تحلیل پایداری از مدل حلقه بسته شکل ۱ استفاده می‌گردد. F_{VE} نیروی محیط مجازی و F_H نیروی دست کاربر است. با توجه به اینکه در نظر گرفتن دست کاربر، پایداری ربات لامسه‌ای را افزایش می‌دهد [۱۲]، بنابراین در این مقاله برای تعیین محدوده پایداری دقیق‌تر، نیروی دست کاربر در نظر گرفته نشده است؛ لذا به معیارهایی محتاطانه‌تر خواهیم رسید. باید به این نکته توجه داشت که وقتی نیروی F_H صفر است، در واقع فقط حالت رگولاتور مسئله قابل بررسی است و مسئله دنباله روی میسر نمی‌شود.

۴- تحلیل پایداری

با توجه به شکل ۱، تابع تبدیل مدار بسته بدست آمده و معادله مشخصه سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$G(s) = (ms^2 + bs)sT + e^{-st_d}(1 - e^{-sT}) \left(K_w + B_w s e^{-\frac{sT}{2}} + M_w s^2 e^{-sT} \right) \quad (2)$$

هنگامی که سیستم در مرز پایداری قرار دارد، معادله مشخصه دارای ریشه‌هایی است که روی محور موهومی قرار گرفته اند، $(s = j\omega)$ که معادله مشخصه را به محیط فرکانسی وارد می‌کند. توجه شود که ω فرکانس است و از صفر شروع می‌شود. در معادله (۲) با جایگزینی $e^{j\alpha\omega} = \cos(\alpha\omega) + j \sin(\alpha\omega)$ ، معادله مشخصه برابر می‌شود با:

$$(m(j\omega)^2 + b(j\omega))(j\omega)T + (\cos(t_d\omega) - j \sin(t_d\omega)) \times (1 - \cos(T\omega) + j \sin(T\omega)) \times (K_w + B_w(j\omega) \left(\cos\left(\frac{T\omega}{2}\right) - j \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) \right) + M_w(j\omega)^2 (\cos(T\omega) - j \sin(T\omega))) = 0 \quad (3)$$

پس از ساده‌سازی بخش حقیقی برابر است با:

$$(M_w \cos(\omega(2T + t_d)) - T b - M_w \cos(\omega(T + t_d))) \times \omega^2 + \left(B_w \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) - B_w \sin\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right) \right) \times \omega + K_w \cos(t_d\omega) - K_w \cos(\omega(T + t_d)) = 0 \quad (4)$$

و بخش موهومی برابر است با:

$$(-T m) \times \omega^3 + (M_w \sin(\omega(T + t_d)) - M_w \sin(\omega(2T + t_d))) \times \omega^2 + \left(B_w \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) - B_w \cos\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right) \right) \times \omega + K_w \sin(\omega(T + t_d)) - K_w \sin(t_d\omega) = 0 \quad (5)$$

چپ معادله باید برابر با صفر باشند. در نتیجه، اگر جرم و میراگر مجازی

ضریب میرایی B_w و جرم مجازی M_w فرض می‌شود. همچنین کاربر ربات لامسه‌ای همواره در حال تماس با این جسم مجازی در نظر گرفته می‌شود. به دلیل ماهیت گسسته بودن کنترل‌کننده ربات، هر دو این پارامترها به صورت گسسته مدل می‌شوند. بدین ترتیب تابع تبدیل جسم مجازی در فضای z مطابق زیر خواهد بود.

$$H(z) = K_w + B_w \frac{z-1}{Tz} + M_w \frac{(z-1)^2}{(Tz)^2} \quad (1)$$

که در این معادله T عددی ثابت و بیانگر زمان نمونه برداری می‌باشد. در سیستم‌های لامسه‌ای تاخیر زمانی می‌تواند وجود داشته باشد. این تاخیر می‌تواند در اثر محاسبات، ارتباطات، ناشی از حسگرها و یا کنترل موتورها باشد. نرخ نمونه‌برداری در این ربات‌ها بالاست (عموماً ۱۰۰۰ هرتز)؛ لذا تاخیرهای چند میلی‌ثانیه‌ای چندین برابر نرخ نمونه‌برداری بوده و بر روی عملکرد و پایداری ربات بسیار تاثیر گذار هستند. می‌توان بدون اینکه خللی در روند تحلیل ایجاد شود، جمع تمامی تاخیرهای حلقه کنترلی را یکجا در نظر گرفت [۱۳]. لذا مقدار ثابتی برای تاخیر زمانی به عنوان جمع تمامی تاخیرهای حلقه کنترلی و جسم مجازی در نظر گرفته می‌شود.

ربات لامسه‌ای ممکن است چندین درجه آزادی داشته باشد [۳۰، ۳۱]. با این وجود، در هنگام شبیه‌سازی یک جسم مجازی، قلم ربات لامسه‌ای در نزدیکی یک نقطه ثابت باقی‌مانده و حرکات کوچکی در اطراف آن دارد، بنابراین، یک ربات چند درجه آزادی به مدل یک درجه آزادی با جرم و اصطکاک موثر ساده می‌شود، همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است.

برای تحلیل پایداری، مدلی خطی از ربات لامسه‌ای در نظر گرفته شده‌است. محیط مجازی به صورت یک فنر (K_w) ، میراگر (B_w) و جسم (M_w) گسسته مدل سازی شده و ربات لامسه‌ای نیز به صورت یک جرم (m) و میراگر (b) پیوسته لحاظ شده‌است. بنابراین مدار حلقه بسته سیستم لامسه‌ای در شکل ۱ نمایش داده شده است. همچنین بخاطر وجود تاخیر زمانی در سیستم‌های محیط مجازی، در مدار حلقه بسته سیستم، بلوک تاخیر زمانی نیز در نظر گرفته شده است.

اگر این معادله برقرار باشد، قسمت‌های حقیقی و مجازی سمت

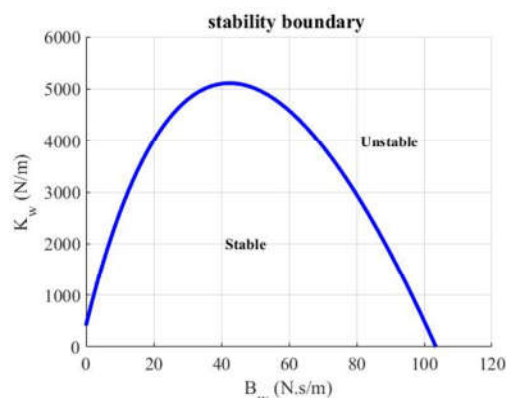
را به عنوان دو متغیر مستقل در نظر گرفته شود، دو معادله مستقل به دست می‌آید که می‌توان آن‌ها را بر حسب K_w و B_w حل کرد و سپس به صورت زیر ساده‌سازی کرد.

$$K_w = \omega^2 \times \frac{M_w \sin(T\omega) + T m \omega \cos(\omega(T + t_d)) + T b \sin(\omega(T + t_d))}{\sin(T\omega)}$$

$$B_w = \omega \times \frac{-2 M_w \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) + T m \omega \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) - T b \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right)}{\sin(T\omega)} \quad (6)$$

با ربات لامسه شبیه سازی نمود در حالی که پایداری سیستم برقرار باشد را به دست آورد. در ادامه صحت این معادلات با شبیه‌سازی‌ها و آزمایشات متعدد نیز تایید شده است. توجه شود که در کارهای انجام شده تاکنون، مرز پایداری نشان داده شده در شکل ۲ از روش‌های حل عددی (و نه فرمولی بسته مانند معادله (۶)) رسم شده است. در واقع معادله (۶) اولین فرمول بسته برای تعیین پایداری با وجود جرم مجازی در ربات‌های لامسه‌ای است، که نه تنها برای مقادیر کم تاخیر زمانی صادق است، بلکه برای مقادیر زیاد تاخیر زمانی نیز صادق است. اگر جرم و فنر مجازی را به عنوان دو متغیر مستقل در نظر گرفته شود، دو معادله مستقل به دست می‌آید که می‌توان آن‌ها را برای K_w و M_w حل کرد و سپس به صورت زیر ساده‌سازی نموده و با استفاده از آن‌ها می‌توان محدوده پایداری ربات لامسه‌ای را بر حسب سختی و جرم مجازی مورد بررسی قرار داد.

در این معادله ثابت فنر و میرایی دیوار مجازی بر حسب پارامترهای مساله و کمیت میانی ω به دست آمده‌اند. معادله بالا مرز پایداری را نشان می‌دهد. با قرار دادن مقادیر عددی برای کمیت‌های T, b, m و t_d همچنین تغییر دادن ω از صفر تا مقداری مشخص، مقادیر عددی K_w و B_w تعیین می‌شوند. اگر جرم مجازی صفر فرض شود، معادلات به دست آمده با معادلات تحقیقات مشایخی و همکاران کاملاً یکسان است [۲۵]. این امر صحت معادلات به دست آمده را نشان می‌دهد. در این پژوهش پارامترهای دینامیکی سیستم بر اساس ربات لامسه‌ای دسای و همکاران تعیین می‌گردد [۲۹]. پارامترهای ربات لامسه‌ای به ترتیب $b = 1.5 \text{ N s/m}$, $m = 0.6 \text{ Kg}$ و $T = 100 \text{ ms}$ و $t_d = 0 \text{ s}$ است. در ادامه مرز پایداری ربات بر اساس معادله (۶) ترسیم می‌گردد. برای تعیین محدوده پایداری ربات لامسه‌ای جرم مجازی برابر با $M_w = 0.1 \times m$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲- مرز پایداری ربات لامسه‌ای بر اساس معادله (۶)

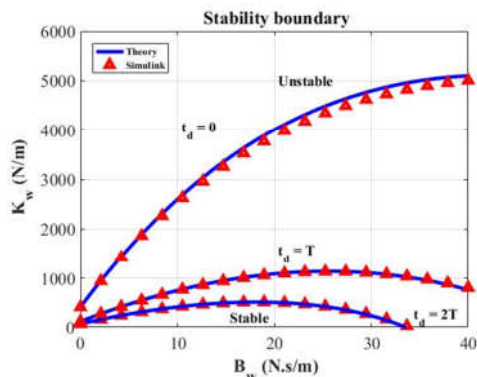
با توجه به شکل بالا، می‌توان بیشترین سختی و میراگر مجازی ای که

$$K_w = \omega \times \frac{-B_w \sin(T\omega) + T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right) - T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right)}{2 \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)}$$

$$M_w = \frac{-B_w \sin(T\omega) + T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) + T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right)}{2 \omega \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)} \quad (7)$$

پایداری ربات لامسه‌ای نیز تقویت می‌شود و محدوده عملکرد پایدار سیستم نیز افزایش می‌یابد. نتیجه‌ای که هم روابط نظری (معادله (۶)) و هم شبیه‌سازی‌ها آن را تایید می‌کنند. اختلاف ناچیز بین مرز پایداری بدست آمده از معادلات و مرز پایداری بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها، نشان از دقت بالای روابط ارائه شده دارند.

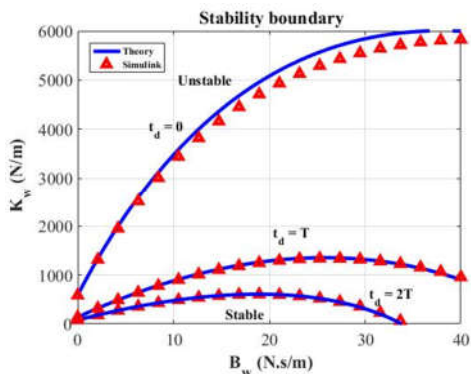
در ادامه تاثیر تاخیر زمانی بر روی مرز پایداری بر اساس معادلات بدست آمده بررسی می‌شود. برای این منظور به ازای تاخیرهای زمانی $t_d = 0$ s، $t_d = T$ و $t_d = 2T$ محدوده پایداری از معادلات بدست آمده تعیین و با نتایج شبیه‌سازی مقایسه می‌گردد. در این شبیه‌سازی‌ها مقدار جرم مجازی برابر $M_w = 0.1 \times m$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۵- بررسی اثر تاخیر زمانی مختلف بر مرز پایداری با وجود جرم مجازی $M_w = 0.1 \times m$

شکل بالا نشان می‌دهد که افزایش تاخیر زمانی، به شدت محدوده پایداری را کاهش می‌دهد. به همین دلیل در سیستم‌های لامسه‌ای، باید تاخیر زمانی کمینه شود.

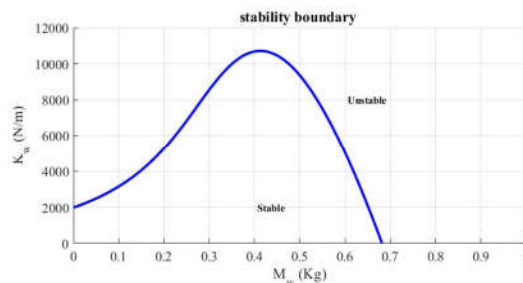
در ادامه تاثیر تاخیرهای زمانی مختلف بر روی مرز پایداری به ازای جرم مجازی $M_w = 0.2 \times m$ نیز مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۶- بررسی اثر تاخیر زمانی مختلف بر مرز پایداری با وجود جرم مجازی $M_w = 0.2 \times m$

با بررسی شکل ۵ و ۶ می‌توان پی برد که به ازای هر مقدار از جرم مجازی، افزایش تاخیر زمانی موجب کاهش محدوده پایداری ربات می‌شود.

در ادامه مرز پایداری ربات بر اساس معادله (۷) ترسیم می‌گردد. برای تعیین محدوده پایداری میراگر مجازی برابر با $B_w = 10$ N s/m در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳- مرز پایداری ربات لامسه‌ای بر اساس معادله (۷)

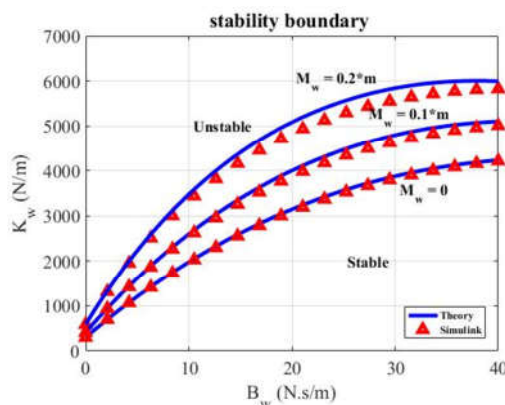
شکل ۳ بیشترین مقدار جرم و سختی مجازی که میتوان با کمک ربات لامسه‌ای شبیه سازی نمود در حالی که سیستم پایدار باشد را نشان می‌دهد. شکل های ۲ و ۳ مرز پایداری ربات لامسه ای را نشان می‌دهد.

۵- شبیه‌سازی

در این بخش با توجه به معادلات (۶) و (۷) محدوده پایداری به ازای اجسام مجازی، تاخیر زمانی و میراگرهای مجازی مختلف ترسیم می‌گردد و با شبیه سازی های صورت گرفته در Simulink مقایسه می‌شود.

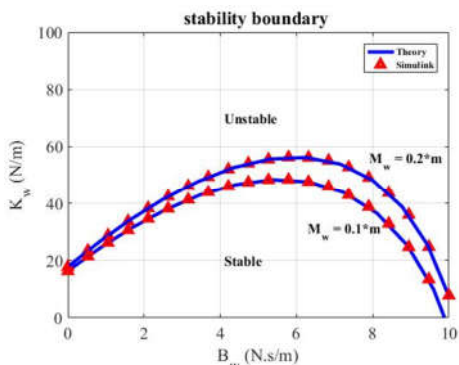
در اکثر کاربردهای ربات‌های لامسه‌ای، جرم مجازی کمتر از جرم موثر ربات مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بخش نیز مقادیری کوچک از جرم مجازی و تاثیر تاخیر زمانی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

در ادامه تاثیر جرم مجازی بر محدوده پایداری به تصویر کشیده می‌شود. برای صحت سنجی روابط به دست آمده، ابتدا مرز پایداری با انجام شبیه‌سازی‌هایی در بخش Simulink نرم افزار متلب بدست آمده و با مرز پایداری نظری (معادله (۶)) قیاس شده است. نتیجه در شکل زیر قابل رویت است.



شکل ۴- محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به ازای مقادیر مختلف جرم مجازی

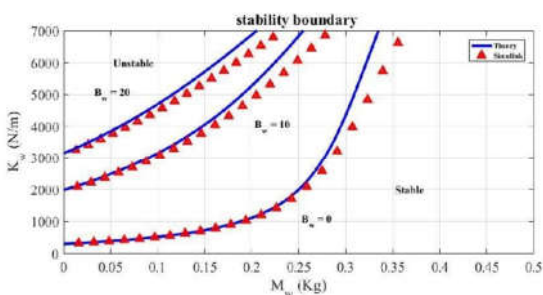
با توجه به شکل بالا با افزایش مقدار جرم مجازی شبیه‌سازی شده،



شکل ۹- محدوده پایداری ربات لامسه به ازای $t_d = 10T$ و مقادیر مختلف جرم مجازی $M_w = 0.1 \times m$ و $M_w = 0.2 \times m$

با بررسی شکل‌های ۸ و ۹ می‌توان پی برد که به ازای تاخیرهای زمانی زیاد نیز با افزایش جرم مجازی محدوده پایداری افزایش می‌یابد؛ اما تاثیر افزایش تاخیر زمانی به مراتب خیلی بیشتر از افزایش جرم مجازی بر روی محدوده پایداری ربات لامسه‌ای است. امری که توسط روابط نظری و شبیه‌سازی، با دقت خوبی تایید شده است.

در ادامه تاثیر تغییر میراگر مجازی بر ناحیه پایدار نیز مورد بررسی قرار گرفته است. شکل زیر نشان می‌دهد که با افزایش مقدار میراگر مجازی، ناحیه پایدار ربات لامسه‌ای افزایش می‌یابد و روابط بدست آمده به خوبی آن را پیش بینی می‌کنند.



شکل ۱۰- محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به ازای ضرایب میرایی مجازی مختلف

باید به این نکته دقت شود ناحیه پایدار شکل بالا به ازای ضریب میرایی مجازی ۱۰، همان نتایج شکل ۳ خواهد بود.

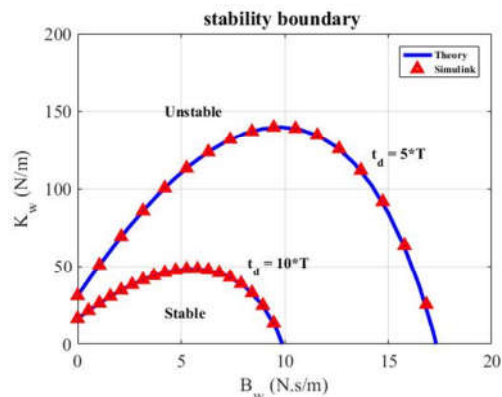
دسای و همکاران برای بررسی محدوده پایداری جرم مجازی، میراگر مجازی را صفر در نظر گرفته‌اند. بنابراین با صفر در نظر گرفتن میراگر مجازی در معادله (۷)، معادله به صورت زیر ساده می‌شود.

$$K_w = \omega \times \frac{T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right) - T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right)}{2 \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)} \quad (\lambda)$$

$$M_w = \frac{T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) + T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right)}{2 \omega \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)}$$

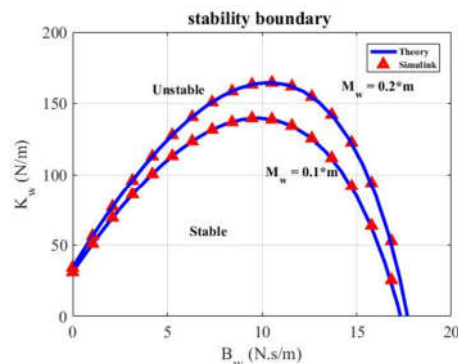
با استفاده از معادله (۸) می‌توان تاثیر تاخیرهای زمانی مختلف به ازای ضریب میرایی مجازی صفر را مورد ارزیابی قرار داد. در ادامه محدوده

با توجه به معادلات به دست آمده، به راحتی می‌توان سیستم را به ازای تاخیرهای زمانی بزرگ نیز مورد ارزیابی قرار داد. در ادامه تاثیر تاخیرهای زمانی بزرگ مانند $t_d = 5T$ و $t_d = 10T$ بررسی شده است. در این قسمت جرم مجازی $M_w = 0.1 \times m$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۷- محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به ازای تاخیرهای زمانی مختلف ($t_d = 10T$ و $t_d = 5T$)

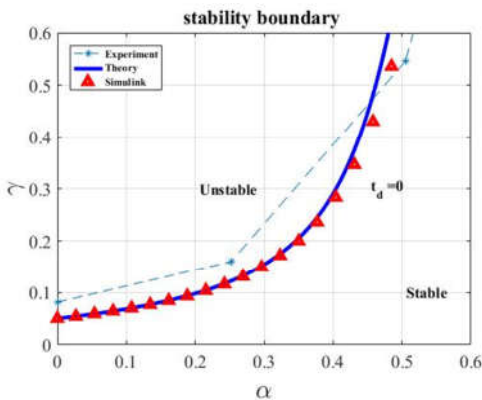
با بررسی شکل‌های فوق می‌توان دریافت که با افزایش تاخیر زمانی محدوده پایداری به شدت کاهش می‌یابد. در ادامه تاثیر افزایش جرم مجازی به ازای تاخیرهای زمانی مختلف نیز مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج بدست آمده از روابط بدست آمده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی قیاس شده‌اند.



شکل ۸- محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به ازای تاخیر زمانی $t_d = 5T$ و مقادیر مختلف جرم مجازی $M_w = 0.1 \times m$ و $M_w = 0.2 \times m$

برای رسم محدوده پایداری با توجه به معادله (۸) و صحنه‌گذاری آزمایشات تجربی، از پارامترهای فیزیکی تحقیقات دسای و همکاران استفاده می‌شود ($m = 0.6 \text{ Kg}$ $b = 1.5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ $T = 0.01 \text{ s}$). برای مقایسه دقیق‌تر نتایج حاصل از معادلات به دست آمده و آزمایشات تجربی، پارامترهای فیزیکی به پارامترهای بی بعد تبدیل شده است. ضریب $\gamma = M_w/m$ و $\alpha = K_w T^2/m$ برای رسم نمودار در نظر گرفته شده‌است.

در شکل زیر محدوده پایداری بدست آمده از نتایج آزمایشات تجربی دسای و همکاران با محدوده پایداری بدست آمده از معادله (۸) با یکدیگر قیاس شده‌اند.



شکل ۱۳- نتایج نظری و نتایج تجربی دسای و همکاران

نتایج آزمایشات تجربی دسای و همکاران به صورت ستاره و خط تیره در شکل بالا نشان داده شده‌است. همچنین مرز پایداری حاصل از شبیه‌سازی نیز بدست آمده و ترسیم شده است (مثلث‌های قرمز). با توجه به شکل فوق، نتایج معادلات بدست آمده در مقایسه با نتایج تجربی دسای و همکاران به خوبی قابل انطباق می‌باشند. مزیت استفاده از معادلات حاصله این پژوهش این است که به سادگی و با دقت و سرعت بالا می‌توان مرز پایداری را برای مقادیر مختلف تاخیر زمانی، ضریب میرایی مجازی، و جرم مجازی تعیین نمود.

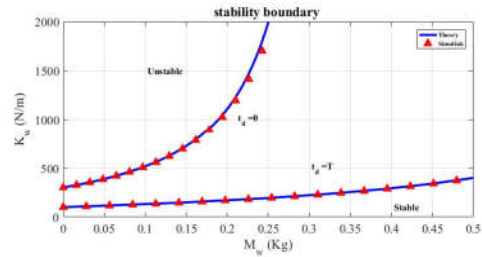
۷- نتیجه‌گیری

بررسی پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن جسم مجازی به صورت جرم-فنر و میراگر در این مقاله بررسی شد. نتایج معادلاتی هستند که می‌توانند مقادیر فنر مجازی، ضریب میرایی مجازی و جرم مجازی را بر روی مرز پایداری به یکدیگر و سایر پارامترهای مساله ربط دهد. دقت روابط بدست آمده با شبیه‌سازی و همچنین آزمایشات عملی مختلف بررسی و تایید شده است.

۸- سپاسگزاری

از همکاری دکتر مهدی کشمیری و دکتر سعید بهبهانی برای نوشتن این مقاله کمال تشکر و قدردانی را دارم.

پایداری ربات لامسه‌ای به ازای تاخیرهای زمانی $t_d = 0 \text{ s}$ ، $t_d = T$ و $t_d = 2T$ و میراگر مجازی صفر ترسیم شده است.

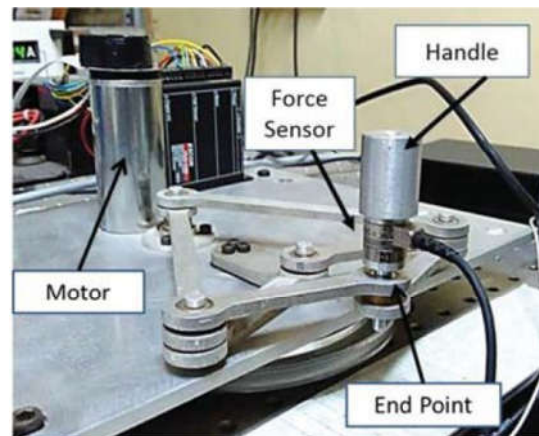


شکل ۱۱- محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به ازای میراگر مجازی صفر و تاخیر زمانی های مختلف

شکل بالا نشان می‌دهد با افزایش زمان تاخیر، محدوده پایداری ربات لامسه‌ای به شدت کاهش می‌یابد.

۶- آزمایشات

در ادامه برای صحت‌سنجی تجربی معادلات (۶) و (۷) از نتایج تجربی تحقیقات دسای و همکاران بهره می‌بریم [۲۹]. تصویری از ربات لامسه‌ای یک درجه آزادی استفاده شده توسط آن‌ها در شکل زیر دیده می‌شود.



شکل ۱۲- ربات لامسه‌ای یک درجه آزادی استفاده شده توسط دسای و همکاران

شکل بالا ربات یک درجه آزادی که برای انجام آزمایشات تجربی از آن استفاده شده است به تصویر کشیده شده است. کاربرد با استفاده از یک دسته با ربات لامسه‌ای ارتباط می‌گیرد. در طی آزمایشات از حسگر نیروی ATI Nano 25 F/T استفاده شده‌است. دقت حسگر موقعیت مورد استفاده شده در ربات، برابر با $\Delta = 0.027 \text{ mm}$ است.

برای آزمایشات، ربات لامسه‌ای به عنوان یک سیستم جرم و میراگر با پارامترهای $m = 0.6 \text{ Kg}$ و $b = 1.5 \text{ Ns/m}$ مدل سازی شده‌است. آزمایشات در دو زمان نمونه برداری 100 Hz و 1000 Hz انجام شده است.

۹- نمادها

| | | | |
|----------|----------------------|-----|-----------------------|
| t_d | تاخیر زمانی (s) | m | جرم (Kg) |
| K_w | فنر مجازی (N/m) | b | میراگر (N.s/m) |
| B_w | میراگر مجازی (N.s/m) | T | زمان نمونه برداری (s) |
| M_w | جرم مجازی (Kg) | | |
| ω | فرکانس (1/s) | | |

نمادهای مورد استفاده در این پژوهش در جدول زیر بیان می‌شود.

۱۰- پیوست

معادلات (۶) و (۷) می‌توان به معادلاتی بی بعد تبدیل نمود.

$$\alpha = T^2 \omega^2 \times \frac{M_w \sin(T\omega) + T m \omega \cos(\omega(T + t_d)) + T b \sin(\omega(T + t_d))}{m \sin(T\omega)}$$

$$\beta = T \omega \times \frac{-2 M_w \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) + T m \omega \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) - T b \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right)}{m \sin(T\omega)} \quad (8)$$

$$\alpha = T^2 \omega \times \frac{-B_w \sin(T\omega) + T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right) - T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{3T}{2} + t_d\right)\right)}{2 m \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)}$$

$$\gamma = \frac{-B_w \sin(T\omega) + T m \omega^2 \sin\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right) + T b \omega \cos\left(\omega\left(\frac{T}{2} + t_d\right)\right)}{2 m \omega \sin(T\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right)} \quad (9)$$

[۱۱] مشایخی، ا.، بهبهانی س، نجوی ع، کرمی ع، ارائه روش جدید ساده سازی دینامیک چند درجه آزادی ربات لامسه‌ای و مطالعه دقت محدوده پایداری حاصله. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، ۱۴۰۱، ش ۴.

[12] Dang QV, Vermeiren L, Dequidt A, Dambrine M, editors. Analyzing stability of haptic interface using linear matrix inequality approach. 2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO); 2012: IEEE.

[13] Hulin T, Albu-Schäffer A, Hirzinger G. Passivity and stability boundaries for haptic systems with time delay. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2013;22(4):1297-309.

[14] Gil JJ, Avello A, Rubio A, Florez J. Stability analysis of a 1 dof haptic interface using the routh-hurwitz criterion. IEEE transactions on control systems technology. 2۰۰۴;۱۲(۴):۵۸۳-۵۸۸.

[15] Gil JJ, Sánchez E, Hulin T, Preusche C, Hirzinger G. Stability boundary for haptic rendering: Influence of damping and delay. Journal of Computing and Information Science in Engineering. 2009;9(1).

[16] Hulin T, Gil JJ, Sánchez E, Preusche C, Hirzinger G, editors. Experimental stability analysis of a haptic system. Proceedings; 2006.

[17] Hulin T, Preusche C, Hirzinger G, editors. Stability boundary for haptic rendering: Influence of human operator. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems; 2008: IEEE.

[18] Abbott JJ, Okamura AM. Effects of position quantization and sampling rate on virtual-wall passivity. IEEE Transactions on Robotics. 2005;21(5):952-64.

[19] Diolaiti N, Niemeyer G, Barbagli F, Salisbury JK. Stability of haptic rendering: Discretization, quantization, time delay, and coulomb effects. IEEE Transactions on Robotics. 2006;22(2):256-68.

[20] Mashayekhi A, Boozarjomehry RB, Nahvi A, Meghdari A, Asgari P. Improved passivity criterion in haptic rendering: influence of Coulomb and viscous friction. Advanced Robotics. 2014;28(10):695-706.

[21] Mashayekhi A, Behbahani S, Ficuciello F, Siciliano B. Delay-dependent stability analysis in haptic rendering. Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2020;97:۴۵-۴۳.

۱۱- مراجع

[1] Mashayekhi A, Behbahani S, Nahvi A, Keshmiri M, Shakeri M. Analytical describing function of LuGre friction model. International Journal of Intelligent Robotics and Applications. 2022;6(3):437-48.

[2] Sallaberry LH, Tori R, Nunes FL. Automatic Performance Assessment in Three-dimensional Interactive Haptic Medical Simulators: A Systematic Review. ACM Computing Surveys. 2022;55(7):1-35.

[3] Mashayekhi A, Nahvi A, Yazdani M, Mohammadi Moghadam M, Arbabtafi M, Norouzi M. VirSense: A novel haptic device with fixed-base motors and a gravity compensation system. Industrial Robot: An International Journal. 2014;41(1):37-49.

[4] Hsu M-H, Chang Y-C. Haptic and Force Feedback Technology in Dental Education: A Bibliometric Analysis. International Journal of Environmental Research and Public Health. 2023;20(2):1318.

[5] Kirginas S. Exploring Players' Perceptions of the Haptic Feedback in Haptic Digitat Games. Journal of Digital Media & Interaction. 2022;5(13):7-22.

[6] Li M, Wu Z, Zhao C-G, Yuan H, Wang T, Xie J, et al. Facial Expressions-controlled Flight Game with Haptic Feedback for Stroke Rehabilitation: A Proof-of-Concept Study. IEEE Robotics and Automation Letters. 2022;7(3):6351-8.

[7] Gallace A. Haptic Interaction in Virtual Reality: Are We Ready for the Metaverse? Neuroscientific and Behavioral Considerations. Handbook of Research on Implementing Digital Reality and Interactive Technologies to Achieve Society 50: IGI Global; 2022. p. 1-14.

[8] Wang Z, Wang S, Zuo S. A hand-held device with 3-DOF haptic feedback mechanism for microsurgery. The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery. 2019;15(5):e2025.

[9] Okada S, Okazaki Y, Kato Y, Ozawa J, Ando T, editors. Foot-Based 6-DOF Haptic Interface with Force Feedback Capability for Third Arm Manipulation. 2021 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC); 2021: IEEE.

[10] Lacki M, Rossa C, editors. On the feasibility of multi-degree-of-freedom haptic devices using passive actuators. 2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS); 2019: IEEE.

- [۲۲] مشایخی ا، بهبهانی س، سیسلینانو ب، تابع لیاپانوف جدید برای پایداری ربات لامسه ای در شبیه سازی اجسام مجازی، مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۹۶، ۳۶۷-۳۷۴.
- [23] Colonnese N, Okamura AM. M-Width: Stability, noise characterization, and accuracy of rendering virtual mass. *The International Journal of Robotics Research*. 2015;34(6):781-98.
- [24] Eom KS, Suh IH, Yi B-J, editors. A design method of a haptic interface controller considering transparency and robust stability. *Proceedings 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000)*(Cat No 00CH37113); 2000: IEEE.
- [25] Mashayekhi A, Behbahani S, Ficuciello F, Siciliano B. Analytical stability criterion in haptic rendering: The role of damping. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2018;23(2):596-603.
- [۲۶] شاکری م، بهبهانی س، طراحی PID تنظیم خودکار فازی برای ربات لامسه‌ای، بیست و پنجمین همایش بین المللی مهندسی مکانیک، ۱۳۹۶.
- [۲۷] شاکری م، کشمیری م، بهبهانی س، تحلیل پایداری و بهبود شفافیت عملکرد ربات لامسه‌ای، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۹۷.
- [28] Gil JJ, Ugartemendia A, Diaz I, editors. *Rendering Virtual Inertia in Haptic Interfaces: Analysis and Limitations*. 2022 *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*; 2022: IEEE.
- [29] Desai I, Gupta A, Chakraborty D, editors. Virtual mass feedback for rendering stiff virtual springs. 2019 *IEEE World Haptics Conference (WHC)*; 2019: IEEE.
- [30] Chen D, Song A, Tian L, Ouyang Q, Xiong P. Development of a multidirectional controlled small-scale spherical MR actuator for haptic applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2019;24(4):1597-607.
- [31] Nalam V, Lee H. Development of a two-axis robotic platform for the characterization of two-dimensional ankle mechanics. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2019;24(2):459-70.