

بررسی تجربی عدم قطعیت در آزمون اسپری: مطالعه موردی بر روی اتمایزر فشاری-پیچشی

عباس عونی

دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران، تهران، ایران،
abbasouni@ut.ac.ir

دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران، تهران، ایران،
mshafae@ut.ac.ir

مازیار شفایی روشنی*

چکیده

در تحقیق حاضر عدم قطعیت در توزیع اندازه قطرات به عنوان مهمترین مشخصه اسپری اتمایزر فشاری-پیچشی مورد مطالعه قرار گرفته است. توزیع اندازه قطرات اسپری یک اتمایزر نمونه با استفاده از تکنیک سایه نگاری در فشارهای مختلف پاشش و در موقعیت‌های مختلف طولی، شعاعی و محیطی مخروط اسپری اندازه‌گیری شده است. حداقل تعداد نمونه‌های آزمون، با بهینه سازی آنتروپی در توزیع غیرپارامتری اندازه قطرات، حاصل گردید. توابع توزیع پارامتری لاگ-نرمال، روزین-رملر و گاما بر داده‌های آزمون برازش گردید و مشاهده شد که تابع توزیع گاما بیشترین سازگاری را با داده‌های آزمون دارد. اثر فشار بر روی تابع توزیع مورد بررسی قرار گرفته و مشاهده شد که در مرحله تغییر رژیم اتمیزاسیون، پارامترهای شکل و مقیاس تغییر چشمگیری می‌کنند ولی پس از آن با افزایش فشار این پارامترها تقریباً ثابت هستند. یکنواختی اسپری به عنوان یکی دیگر از مولفه‌های عدم قطعیت بصورت کمی با دو مفهوم پراکندگی و ناهمگونی، مورد ارزیابی قرار گرفت. مشاهده گردید با افزایش فشار پاشش، پراکندگی در بخشهای مختلف مخروط اسپری، دستخوش تغییر می‌گردد ولی پراکندگی کل تقریباً ثابت است.

واژه‌های کلیدی: اتمایزر فشاری-پیچشی، سایه نگاری، اسپری، توزیع اندازه قطرات، عدم قطعیت، آنتروپی شانون.

Experimental Investigation of Uncertainty in Spray: A Case Study on Pressure-Swirl Atomizer

A. Ouni

M. Shafae Roshani

Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran

Abstract

In this research, the uncertainty in the droplet size distribution has been studied as the most important characteristic of the pressure-swirl atomizer spray. The size distribution of the spray droplets of a sample atomizer was measured using the shadowgraphy technique at different spray pressures and at different longitudinal, radial and peripheral positions of the spray cone. The minimum number of samples was obtained by optimizing the entropy of the non-parametric droplet size distribution. The log-normal, Rosin-Rammler and gamma parametric distribution functions were fitted to the experimental data and it was observed that the gamma distribution function is the most compatible with the experimental data. The effect of pressure on the gamma distribution function was investigated and it was observed that in the phase of changing the atomization regime, the two parameters of shape and scale change dramatically, but after that these parameters remain almost constant with the increase of pressure. Spray uniformity as another component of uncertainty was evaluated quantitatively with the two concepts of dispersion and heterogeneity. It was observed that in a certain axial distance, with the increase of spray pressure, the dispersion in different parts of the spray cone changes, but the total dispersion is almost constant.

Keywords: Pressure-Swirl Atomizer, Shadowgraphy, Spray, Droplet Size Distribution, Uncertainty, Shannon Entropy.

۱- مقدمه

در سیستم‌های احتراقی، فرایند اتمیزاسیون تاثیر مستقیم و تعیین کننده بر پدیده احتراق دارد. در موتورهای توربین گاز، نیازمندی‌ها و محدودیت‌های ناشی از پایداری و اشتعال پذیری موتور در کنار الزامات استاندارد به منظور کاهش آلاینده‌ها، منجر به تحقیقات پیوسته در زمینه توسعه و بهبود عملکرد اتمایزرها گردیده است [۱ و ۲]. در موتورهای هوایی نسل جدید، فناوری‌های جدید محفظه احتراق به منظور کاهش آلاینده‌ها توسعه یافته است که در این فناوری‌ها، کیفیت اتمیزاسیون نقش اساسی را دارد [۳ و ۴]. در محفظه‌های احتراق RQL^۱

تشکیل نواحی سوخت غنی و تبدیل سریع آن به نواحی سوخت فقیر، مسلترم تبخیر سریع سوخت و ترکیب مناسب سوخت و هوا می‌باشد که این امر هم نیازمند توزیع یکنواخت اندازه قطرات و هم نیازمند پایین بودن قطر متوسط قطرات سوخت می‌باشد [۵]. ترکیب سوخت و هوا، وابسته به توزیع اندازه قطرات و الگو و زاویه اسپری می‌باشد. قبلاً کیفیت پاشش به متوسط اندازه قطرات خصوصاً SMD^۲ مرتبط می‌گردید؛ در حالیکه مطالعات تجربی نشان داده است که اسپری‌هایی با قطر متوسط یکسان و توزیع متفاوت، اختلاف قابل توجهی در نرخ سوزش و نرخ تبخیر داشته‌اند. مطالعات نشان می‌دهد توزیع‌هایی با یکنواختی بالاتر، نرخ سوزش بیشتر و احتراق کامل‌تری دارند [۶].

² Sauter Mean Diameter

¹ Rich Quench Lean Combustors

همچنین مطالعات نشان داده است که توزیع اندازه قطرات بر راندمان احتراق، دوده‌گذاری، تولید آلاینده‌ها و نیز محدوده‌های پایداری و اشتعال پذیری موتور تأثیر مستقیمی دارد [۷].

استفاده از اتمایزهای فشاری-پیچشی به علت سادگی ساختار و کیفیت بالای پاشش در محدوده گسترده‌ای از عملکرد، در موتورهای توربین گاز متداول می‌باشد. هرچند در موتورهای هوایی جدید به منظور کاهش آلاینده‌ها، بیشتر از اتمایزهای نوع هوادمش استفاده می‌شود ولی هسته اصلی این نوع اتمایزها نیز از نوع فشاری-پیچشی می‌باشد [۸].

این استفاده گسترده، انگیزه پژوهش‌های تجربی بسیاری در حوزه شناخت ساز و کار فیزیکی اسپری و پیش بینی مشخصه‌های اتمایزهای فشاری-پیچشی می‌باشد. از طرف دیگر توسعه روش‌های تصویری و لیزری اندازه‌گیری، فرصت بی نظیری را برای مطالعات تجربی فراهم آورده است. سان و همکارانش مشخصه‌های اتمایز فشاری-پیچشی را با استفاده از روش‌های لیزری مورد مطالعه قرار دادند [۹]. آنها مشاهده کردند قطرات کوچکتر بیشتر در لبه داخلی و قطرات بزرگتر در لبه خارجی مخروط اسپری، تمرکز می‌یابند. آزمایشات آنها نشان داد؛ سرعت قطرات در مخروط اسپری، هم در راستای طولی و هم در راستای شعاعی، کاهش می‌یابد.

لیو و همکارانش توزیع اندازه قطرات و الگوی پاشش را در فشارهای مختلف با استفاده از روش‌های لیزری مورد بررسی قرار داده-اند [۱۰]. آنها با اندازه‌گیری قطر قطرات در فواصل طولی مختلف از خروجی نازل، پدیده ادغام قطرات در پایین دست اسپری را نشان دادند. دفسری و همکارانش توزیع اندازه و سرعت قطرات را برای اسپری سوخت‌های هوایی با لزجت‌های مختلف در دماها و فشارهای مختلف مورد مطالعه قرار دادند [۱۱]. آنها مشاهده کردند که قطرات اسپری سوخت‌هایی با لزجت پایین‌تر، کوچکتر و سرعت آنها بالاتر است که این امر آنها را برای کاربرد احتراقی مناسب‌تر می‌سازد.

فان و همکارانش مشخصه‌های اتمایز فشاری-پیچشی را با استفاده از روش‌های سایه نگاری در دماها و فشارهای مختلف مورد بررسی قرار دادند [۱۲]. آنها گزارش کردند که تأثیر فشار بر مشخصه‌ها به مراتب بیشتر از دما می‌باشد و همچنین مشاهده نمودند که با افزایش فشار، ضریب تخلیه در ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. هی و همکارانش تأثیر فشار هوای محیط بر الگوی اسپری را مورد مطالعه قرار دادند [۱۳]. آنها مشاهده کردند با افزایش فشار هوای محیط اسپری، طول شکست، زاویه اسپری و سرعت محوری کاهش و قطر متوسط قطرات افزایش می‌یابد.

وانگ و همکارانش مشخصه‌های اسپری اتمایز فشاری و پیچشی را در فشار و دماهای مختلف، مورد مطالعه قرار دادند [۱۴]. آنها مشاهده کردند که با افزایش فشار سوخت، زاویه اسپری در ابتدا افزایش یافته و پس از آن تغییر قابل توجهی نمی‌کند. همچنین آنها مشاهده کردند که افزایش دما فقط در فشارهای پایین منجر به بهبود کیفیت اتمایزاسیون می‌شود و در فشارهای بالاتر تأثیر اندکی دارد. آزمایش‌های انجام شده نشان داد که افزایش فشار، تأثیر بیشتری بر توزیع اندازه قطرات در نزدیکی اوریفیس خروجی در مقایسه با اثر آن در پایین دست نازل، دارد.

وانکسوارام و دیواندرن توزیع اندازه و سرعت قطرات در اسپری

اتمایز فشاری-پیچشی را در نزدیکی اوریفیس خروجی با استفاده از روش‌های تصویربرداری مورد مطالعه قرار دادند [۱۵]. آنها مشاهده کردند در قطراتی که بلافاصله پس از شکست اولیه تشکیل می‌گردند؛ سرعت قطرات مستقل از اندازه آنها می‌باشد که این امر در تضاد با روابط حاصل بین سرعت و اندازه قطرات در سایر نواحی اسپری می‌باشد. آنها با مقایسه قطر متوسط قطرات با نظریه شکست خطی به این نتیجه رسیدند که این نظریه، قطر متوسط قطرات را بزرگتر پیش بینی می‌نماید. همچنین آنها نشان دادند توزیع اندازه قطرات بهترین برازش را با تابع توزیع گاما نشان داده است.

حسینعلی‌پور و همکارانش اختلاف مشخصه‌های پنج اتمایز فشاری-پیچشی مشابه را به منظور ارزیابی عدم قطعیت‌های ناشی از فرایند ساخت را مورد بررسی قرار دادند [۱۶]. اکبری ضریب تخلیه، زاویه اسپری و طول شکست را در یک اتمایز فشاری-پیچشی دو اوریفیس مورد مطالعه قرارداد [۱۷]. او مشاهده نمود ضریب تخلیه در ابتدا افزایش و سپس تقریباً ثابت می‌ماند.

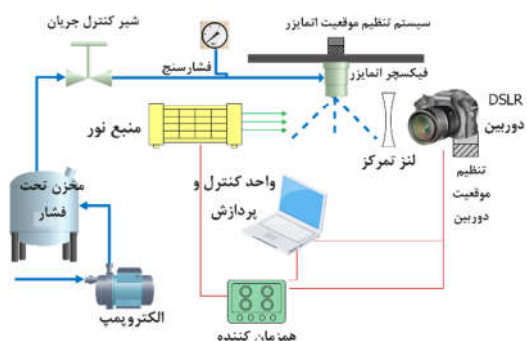
در پژوهش‌های تجربی، شناخت عدم قطعیت‌ها و کاهش آنها به حداقل ممکن حائز اهمیت می‌باشد. عدم قطعیت‌ها از منابع مختلفی نشأت می‌گیرد. عدم قطعیت‌های اعتباری، ناشی از عدم همخوانی آزمون تعریف شده و پرسش مطرح شده برای تحقیق می‌باشد. اصولاً برخورد، ادغام و تبخیر قطرات جزو مکانیزم‌های ذاتی اتمایز و اسپری می‌باشد؛ و اثر آنها بر نتایج آزمون جزو منابع عدم قطعیت محسوب نمی‌گردد؛ اما در صورتی که این پدیده‌ها ناشی از تعریف و یا پیاده‌سازی نامناسب فرایند آزمون باشد؛ عدم قطعیت اعتباری فرایند آزمون نیازمند بررسی بیشتر است. در آزمون اسپری، عدم قطعیت‌های سیستماتیک شامل دقت ابزارهای اندازه‌گیری از جمله دقت حسگر اندازه‌گیری فشار و دقت سیستم سایه نگاری برای تعیین اندازه قطرات می‌باشد. وضوح دوربین، میزان تمرکز لنز و دقت همزمانی تصویر و منبع نور از منابع عدم قطعیت سیستماتیک در سیستم سایه نگاری می‌باشد.

برخلاف عدم قطعیت‌های سیستماتیک، عدم قطعیت‌های آماری با تکرار آزمون مشخص می‌گردند. پانائو بطور گسترده عدم قطعیت‌های آماری در آزمون‌های اسپری را مورد مطالعه قرار داده است. او از پارامتر آنتروپی شانون به عنوان معیاری برای بهینه سازی تعداد نمونه‌ها، استفاده کرده است و بر این اساس توزیع غیر پارامتری اندازه قطرات را بهینه نموده است [۱۸]. او همچنین روشی برای ارزیابی یکنواختی اسپری از دو منظر پراکندگی و ناهمگونی، بر پایه آنتروپی شانون ارائه نموده است [۱۹]. پانائو رویکرد نظریه اطلاعات برای ارزیابی عدم قطعیت‌ها در آزمون‌های اسپری را پیشنهاد نموده است [۲۰].

توزیع غیر پارامتری اندازه قطرات، بهترین ابزار برای تفسیر نتایج آزمون می‌باشد که مهمترین عدم قطعیت مرتبط با آن تعداد نمونه‌های آزمون و تعداد بازه‌ها می‌باشد. توزیع پارامتری اندازه قطرات، ابزاری برای پیش بینی رفتار اتمایز و نیز توسعه مدل‌های ریاضی اسپری می‌باشد؛ که مهمترین عدم قطعیت مرتبط با آن، برازش سازگارترین تابع توزیع بر داده‌های تجربی و تعیین پارامترهای شکل و مقیاس می‌باشد. یکنواختی اسپری اثر قابل توجهی بر احتراق دارد. یکنواختی بیشتر، به معنی پرهیز از قطرات بسیار بزرگ می‌باشد که منجر به تبخیر سریع قطرات سوخت و بالا رفتن راندمان می‌گردد. از طرف دیگر

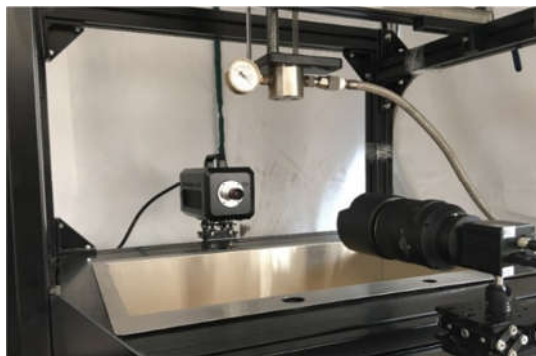
۲-۲- استند آزمون

استند آزمون شامل سیستم تامین جریان سیال و سیستم اندازه گیری و تجهیزات نمونه آزمون می‌باشد. از آب به عنوان سیال واسطه استفاده شده و پاشش در فشار محیط انجام می‌شود. سیستم اندازه گیری شامل فشارسنج و سیستم اندازه گیری ثقلی دبی جریان و سیستم اندازه گیری تصویری شامل دوربین تصویربرداری، لنز تمرکز، منبع نور تک موج و سیستم همزمان کننده نور و تصویر می‌باشد. در شکل ۳ طرحواره استند آزمون نشان داده شده است.



شکل ۳- طرحواره استند و تجهیزات آزمون

دوربین تجاری^۱ DSLR (۱۲ بیت، ۵/۵ مگاپیکسل) مجهز به لنز ۱۰۵ میلیمتری می‌باشد که تصویر برداری را در ناحیه‌ای با ابعاد ۸×۸ میلیمتر متمرکز می‌سازد. در مرحله کالیبراسیون، دوربین در فاصله ۴۳۴ میلیمتری از محور آتمایزر تعبیه گردید. منبع نور تک موج توانایی تولید پالس‌های کوتاه (پهنای پالس بین ۱ تا ۱۰۰۰۰ نانوثانیه) و با توان بسیار بالا را دارد. پهنای باند با توجه به مشخصه‌های آتمایزر مورد آزمون و دقت مورد نظر، براساس تجربه تعیین می‌گردد. در آتمایزر مورد مطالعه پهنای باند برابر با ۵۰۰ نانوثانیه تنظیم گردید. آتمایزر قابلیت حرکت در سه راستای اصلی را با دقت ۱ میلیمتر را دارا می‌باشد که این امر امکان تصویربرداری دقیق از تمامی نواحی اسپری را فراهم می‌آورد. آتمایزر و سیستم تصویر برداری در شکل ۴ مشاهده می‌شود.



شکل ۴- آتمایزر و سیستم تصویربرداری

اگر موتور توربین گاز در شرایط مختلف عملکردی کار کند؛ وجود قطراتی با اندازه‌های مختلف در اسپری سوخت، قابلیت اطمینان پایداری احتراق و اشتعال پذیری را افزایش می‌دهد. در تحقیق حاضر عدم قطعیت‌های تصادفی در اسپری یک آتمایزر فشاری-پیچشی بصورت تجربی مورد مطالعه قرار می‌گیرد که شامل ارزیابی عدم قطعیت در توزیع پارامتری و غیرپارامتری اندازه قطرات و ارزیابی یکنواختی اسپری می‌باشد.

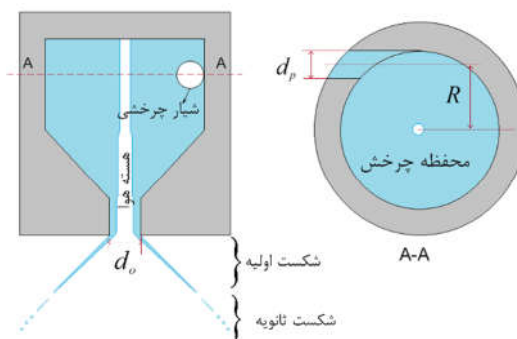
۲- چیدمان تجربی

۲-۱- آتمایزر مورد مطالعه

آتمایزر مورد مطالعه از نوع فشاری-پیچشی می‌باشد. در این نوع آتمایزرها جریان از طریق تعداد محدودی شیار چرخشی وارد محفظه چرخش می‌گردد. سرعت مماسی بالای جریان منجر به افت فشار محلی در محفظه چرخش شده و هسته هوا در محوری مرکزی آتمایزر شکل می‌گیرد. به دلیل ایجاد هسته هوا، اسپری به صورت یک مخروط توخالی با لایه‌ای با ضخامتی پایین شکل می‌گیرد که این امر ناپایداری در سطح فیلم مایع را تسهیل و منجر به شکست سریع آن می‌گردد. مشخصه‌های آتمایزر وابسته به هندسه آتمایزر، خواص فیزیکی فاز مایع و هوای پیرامون و نیز شرایط عملکردی آتمایزر از جمله فشار پاشش می‌باشد. هندسه یک آتمایزر فشاری-پیچشی با "ثابت هندسی آتمایزر" بصورت معادله (۱) بیان می‌گردد.

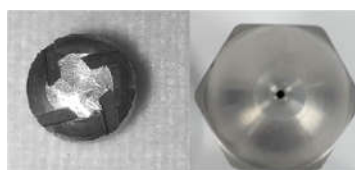
$$K = \frac{2Rd_0}{td_p^3} \sin \alpha \quad (1)$$

طرحواره هسته هوا و اسپری آتمایزر فشاری-پیچشی و پارامترهای هندسی آتمایزر در شکل ۱ ارائه گردیده است.



شکل ۱- طرحواره اسپری و پارامترهای هندسی آتمایزر فشاری-پیچشی

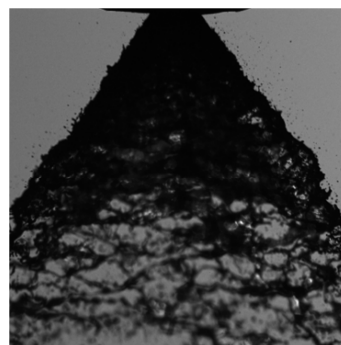
آتمایزر مورد استفاده دارای ۴ شیار چرخشی بوده و ثابت هندسی آن ۱٫۵ می‌باشد. در شکل ۲ اوریفیس خروجی و شیارهای چرخشی آتمایزر مورد استفاده نشان داده شده است.



شکل ۲- اوریفیس خروجی و شیارهای چرخشی آتمایزر

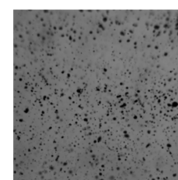
^۱ Digital Single Lens Reflex

در شکل ۵ مخروط اسپری سایه نگاری شده در اختلاف فشار ۲۵ بار مشاهده می‌گردد. در این تصویر ناپایداری‌های سطح ورقه مایع، تشکیل لیگامنت‌ها و شکست آنها به قطرات مشاهده می‌گردد.



شکل ۵- سایه نگاری مخروط اسپری ($\Delta P = 25 \text{ bar}$)

در واحد پردازش، اندازه قطر قطرات براساس الگوریتم ویژه‌ی پردازش تصویر، محاسبه می‌گردد. با توجه به اختلاف شدت نور قطرات موجود در تصویر، قطرات در صفحه اندازه گیری، از قطرات پس زمینه تفکیک می‌شود. براساس فاصله دوربین از صفحه اندازه گیری، مقیاس تعیین شده و اندازه قطرات، محاسبه می‌گردد. برای افزایش دقت، در هر موقعیت اندازه گیری، حداقل ۱۰۰ فریم تصویر، اخذ شده است. برای محاسبه سرعت قطرات رویکرد PTV^۱ بکار گرفته می‌شود. در این رویکرد تمامی قطرات شناسایی و به هر یک از آنها شناسه‌ی اختصاص داده شده و تصویر برداری در فاصله زمانی معین تکرار و مسیر حرکت قطرات دنبال می‌شود. سایه نگاری قطرات در فواصل طولی معین؛ و در شعاع‌های مختلف مخروط و موقعیت‌های مختلف محیطی (بال‌های چهارگانه) مخروط اسپری انجام می‌شود. برای نمونه، سایه نگاری قطرات در فاصله طولی ۲۰ ملیمتر در اوریفیس خروجی و شعاع ۱۵ ملیمتری از محور اتمایزر در فشار پاشش ۲۵ بار برای نمونه در شکل ۶ ارائه شده است.



شکل ۶- نمونه سایه نگاری قطرات اسپری
($z = 20 \text{ mm}, r = 15 \text{ mm}, \Delta P = 25 \text{ bar}$)

۳- نتایج

۳-۱- توزیع غیر پارامتری اندازه قطرات

از هیستوگرام به عنوان مدتی برای تخمین غیر پارامتری تابع چگالی احتمال، بطور گسترده برای نمایش و تفسیر داده‌های آزمون و نیز تخمین تعداد نمونه‌های آزمون استفاده می‌شود. هر هیستوگرام با دو پارامتر اندازه بازه‌ها و مبدا بازه‌ها، بیان می‌گردد. اگر تعداد نمونه‌ها

به حد کافی زیاد باشد؛ مبدا بازه‌ها اهمیت خود را از دست داده و اندازه بازه‌ها (و به بیان دیگر تعداد بازه‌ها) تنها پارامتر تعیین کننده کیفیت هیستوگرام خواهد گردید.

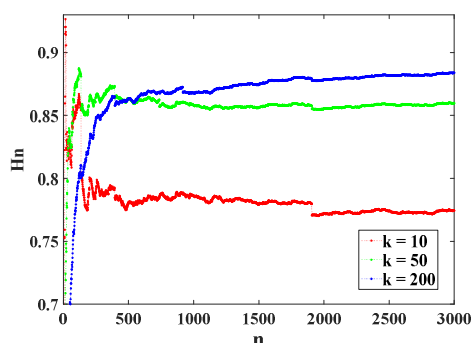
عدم قطعیت در توزیع غیر پارامتری با "خطای میانگین مربعات"^۲ توصیف می‌گردد. این خطا معیاری از اریب و واریانس داده‌ها می‌باشد. در هیستوگرام در صورتیکه اندازه بازه بزرگ انتخاب گردد؛ خطای واریانس کاهش و خطای اریب افزایش می‌یابد در این صورت هیستوگرام پایداری بالایی داشته و از طرف دیگر دقت آن کاهش می‌یابد. پایداری هیستوگرام به معنی میزان تغییرات آن با افزایش تعداد نمونه‌های آزمون می‌باشد. در صورتیکه اندازه بازه‌ها کوچک انتخاب گردد، دقت هیستوگرام قابل قبول بوده ولی ناپایداری آن افزایش می‌یابد. با حل مجانبی خطای میانگین مربعات، اسکات به رابطه (۲) بین اندازه بهینه بازه‌ها و تعداد نمونه‌های آزمون رسید [۲۱].

$$h^* \approx 3.5\sigma n^{-1/3} \quad (2)$$

پانائو تعداد نمونه‌های آزمون را بر اساس پارامتر آنتروپی شانون بهینه‌سازی نمود [۱۹]. در صورتیکه نمونه‌ها در تعداد k بازه در هیستوگرام توزیع گردند؛ آنتروپی سیستم مطابق رابطه (۳) محاسبه می‌گردد.

$$H = -\sum_{j=1}^k p_j \ln(p_j) \quad (3)$$

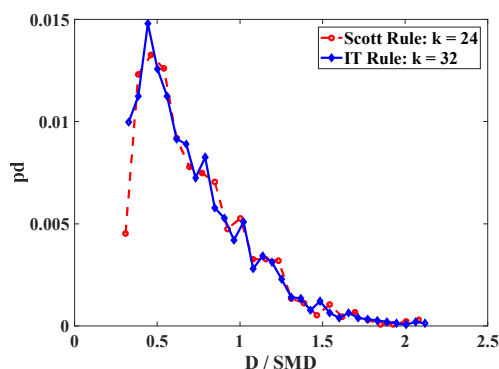
در تحقیق حاضر تعداد نمونه‌ها در هر فشار پاشش، با استفاده از پارامتر آنتروپی شانون بهینه‌سازی گردیده و نتایج آن با روش‌های کلاسیک مقایسه شده است. در شکل ۷، آنتروپی نرمال با افزایش تعداد نمونه‌ها به ازای تعداد بازه‌های برابر با ۱۰، ۵۰ و ۲۰۰ فشار اسپری ۲۵ بار ارائه گردیده است. چنانچه مشاهده می‌گردد؛ با افزایش تعداد نمونه‌ها در ابتدا آنتروپی سیستم افزایش شدیدی می‌یابد تا حدی که سیستم پایدار گردیده و دیگر با افزایش یک نمونه، تغییر قابل توجهی در آنتروپی مشاهده نمی‌گردد که این همان تعداد نمونه‌ی بهینه می‌باشد. چنانچه مشاهده می‌گردد در تعداد بازه‌های کمتر، مقدار کمی آنتروپی سیستم پایین تر است که این به معنی خطای اریب و پایین تر بودن دقت می‌باشد. شکستگی‌های مشاهده شده در نمودارهای شکل ۷ به علت مشاهده قطره‌ای با شگفتی بالا (بسیار بزرگتر و یا کوچکتر از قطرات قبلی) در فرایند آزمون است.



شکل ۷- تغییرات آنتروپی نرمال شانون به ازای افزایش نمونه در تعداد بازه‌های ۱۰، ۵۰ و ۲۰۰ ($\Delta P = 25 \text{ bar}$)

² Mean Squared Error (MSE)

¹ Particle Tracking Velocimetry



شکل ۹- هیستوگرام توزیع اندازه قطرات براساس نظریه اطلاعات و روش اسکات (تعداد نمونه‌ها ۲۱۰۰ و $\Delta P = 25 \text{ bar}$)

چنانچه در شکل ۹ مشاهده می‌گردد؛ هیستوگرام حاصل از روش کلاسیک اسکات، اگرچه دارای پایداری بیشتری است ولی دقت آن خصوصا در قطر قطراتی با بالاترین احتمال، از عدم قطعیت محسوسی برخوردار است.

در پژوهش حاضر با استفاده از ابزار نظریه اطلاعات و پارامتر آنتروپی شانون، تعداد نمونه‌های آزمون به عنوان یک از مهمترین مولفه‌های عدم قطعیت در آزمون‌های اسپری، در فشارهای مختلف اسپری و موقعیت‌های مختلف طولی، شعاعی و محیطی مخروط اسپری، تعیین گردید.

۳-۲- توزیع پارامتری اندازه قطرات

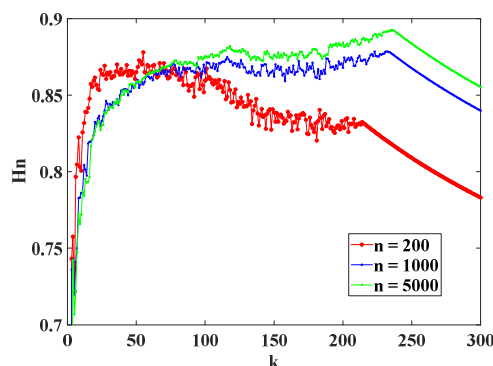
ورقه مایع مخروط اسپری پس از خروج از اتمایزر در برهمکنش بین نیروی کششی سطحی، نیروی لزجت و نیروهای آیرودینامیکی، ناپایدار شده و به لیگامنت‌ها و سپس به قطرات بزرگ می‌شکند که به این پدیده شکست اولیه اطلاق می‌گردد. در طی شکست ثانویه قطرات بزرگ در پایین دست، تحت اثر نیروی درگ به قطرات کوچکتر تبدیل می‌شوند. توزیع اندازه قطرات وابسته به مکانیزم‌های شکست اولیه و ثانویه قطرات می‌باشد.

به منظور پیش بینی رفتار اتمایزر، توزیع غیرپارامتری تجربی، با یک تابع توزیع پیوسته و فقط با تعداد اندکی پارامتر، توصیف می‌گردد. یک تابع توزیع پارامتری مناسب باید انطباق خوبی با داده‌های تجربی نشان داده و دید فیزیکی مناسبی از پدیده اتمیزاسیون ارائه دهد. در حال حاضر بین پژوهشگران حوزه اسپری در خصوص مناسب‌ترین تابع توزیع برای نمایش ریاضی توزیع اندازه قطرات، اجماع نظر وجود ندارد. تابع توزیع روزین-رملر^۲ قدیمترین تابع مورد استفاده در توزیع پودرها و قطرات می‌باشد که استفاده از آن کماکان مرسوم است. تابع توزیع روزین-رملر که نوع خاصی از تابع توزیع ویبول می‌باشد؛ بصورت رابطه (۴) ارائه می‌گردد.

$$f(D) = \frac{q}{\theta^q} D^{q-1} \exp \left\{ -\left(\frac{D}{\theta} \right)^q \right\} \quad (4)$$

با فرض پدیده‌های تصادفی در فرایند اتمیزاسیون، مناسبترین تابع توزیع برای برازش بر داده‌های تجربی، تابع توزیع نرمال خواهد بود.

در شکل ۸، آنتروپی نرمال با افزایش تعداد بازه‌ها به ازای تعداد نمونه‌های برابر با ۲۰۰، ۲۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ در فشار اسپری ۲۵ بار ارائه گردیده است. با افزایش تعداد بازه‌ها در ابتدا آنتروپی سیستم افزایش قابل توجهی می‌یابد؛ سپس آنتروپی بیشینه گردیده و کاهش می‌یابد. چنانچه مشاهده می‌گردد؛ از یک تعداد بازه مشخص، آنتروپی کاهش شدیدی می‌یابد که در این حد، تعداد بازه‌ها از محدوده اندازه قطرات (حداکثر قطر منهای حداقل قطر) بیشتر شده است.



شکل ۸- تغییرات آنتروپی نرمال شانون به ازای افزایش تعداد بازه‌ها در تعداد نمونه‌های ۲۰۰، ۲۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ ($\Delta P = 25 \text{ bar}$)

در روش آنتروپی، با انتخاب یک معیار همگرایی مناسب، تعداد نمونه‌ها و تعداد بازه‌های بهینه محاسبه می‌گردد. کوشش‌هایی برای تعریف ریاضی معیار همگرایی انجام شده است. پائانو از مفهوم آنتروپی اضافی^۱، برای تعیین ریاضی معیار همگرایی در آزمون‌های اسپری، استفاده کرده است [۱۹]. در تحقیق حاضر، معیار همگرایی براساس مفهوم آنتروپی اضافی برابر با 0.0001 انتخاب گردید. براساس معیار همگرایی انتخاب شده، با استفاده از متد نظریه اطلاعات، تعداد نمونه بهینه در فشار ۲۵ بار برابر با ۲۱۳۰ و تعداد بازه بهینه برابر با ۳۲ حاصل گردید. برای امکان مقایسه، با استفاده از روش‌های کلاسیک تعداد نمونه‌ها برابر با ۱۳۵۰ و تعداد بازه‌ها برابر با ۲۴ محاسبه گردید. در شکل ۹ هیستوگرام توزیع اندازه قطرات با استفاده از تعداد نمونه‌ها و تعداد بازه‌های حاصل از روش نظریه اطلاعات و روش کلاسیک، ترسیم گردیده است. قطر قطرات بر اساس قطر متوسط بی بعد شده است.

² Rosin-Rammler

¹ Excess Entropy

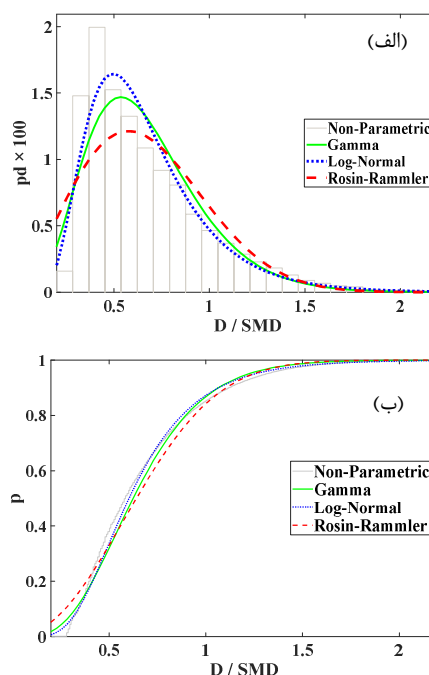
معمولا به منظور لحاظ چولگی منحنی، تابع بصورت لگاریتمی (لاگ-نرمال) بیان می‌گردد. تابع توزیع لاگ-نرمال بصورت ریاضی با رابطه (۵) بیان می‌گردد.

$$f(D) = \frac{1}{Dq\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2q^2} (\ln(D) - \theta)^2 \right] \quad (5)$$

تابع توزیع گاما که حالت عمومی تابع توزیع نمایی می‌باشد؛ یکی دیگر از توابع مرسوم برای توصیف ریاضی توزیع اندازه قطرات است که بصورت ریاضی با معادله (۶) نمایش داده می‌شود.

$$f(D) = \frac{1}{\Gamma(q)\theta^q} D^{q-1} \exp \left\{ -\frac{D}{\theta} \right\} \quad (6)$$

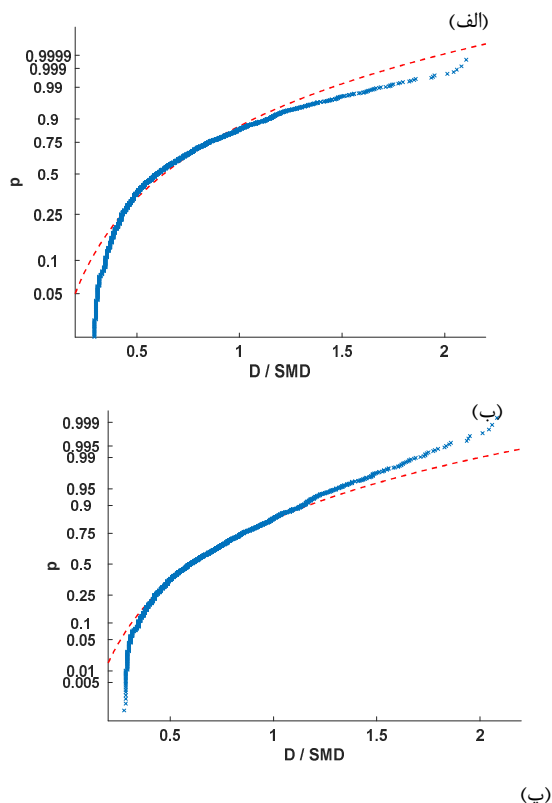
برای اتمایز مورد مطالعه توابع توزیع روزین-رملر، لاگ-نرمال و گاما بر داده‌های آزمون در اختلاف فشار ۲۵ بار و با ۲۱۳۰ نمونه برازش گردید. توزیع چگالی احتمال براساس توابع برازش شده و نیز تابع تجمعی احتمال در شکل ۱۰ ارائه گردیده است. افزایش تعداد نمونه‌ها تا ۵۰۰۰ نمونه، تغییر قابل توجهی در نتایج نداشت که این امر تایید کننده تعداد نمونه‌ی بهینه حاصل از روش نظریه اطلاعات می‌باشد.



شکل ۱۰- توابع توزیع پارامتری روزین-رملر، لاگ-نرمال و گاما)
تعداد نمونه‌ها برابر ۲۱۳۰ و $\Delta P = 25 \text{ bar}$
(الف) تابع توزیع احتمال (ب) تابع تجمعی احتمال

حال سوال مهم این است که کدامیک از توزیع‌های برازش شده، سازگارتر است. پاناو با توضیح مدل شکست آبشاری قطرات، تابع لاگ-نرمال را بهترین برازش برای توزیع اندازه قطرات در اسپری معرفی نموده است [۲۲]. از طرف دیگر اگرز با تحلیل ریاضی معادلات نظریه کلاسیک ناپایداری خطی، به تابع گاما برای توزیع اندازه قطرات اسپری رسید [۲۳].

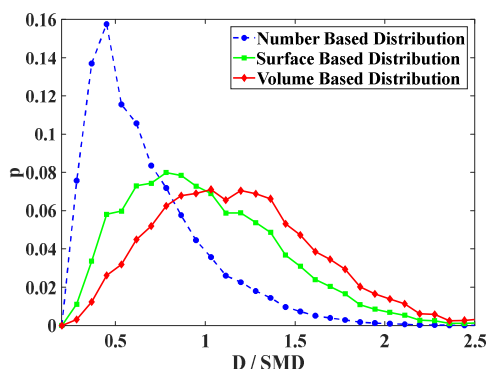
برای ارزیابی "سازگاری برازش" توابع توزیع بر داده‌های اسپری اتمایز مورد مطالعه، چارک‌های نمونه آزمون با چارک توابع توزیع برازش شده مقایسه می‌گردد. در شکل ۱۱ این مقایسه برای توابع توزیع روزین-رملر، لاگ-نرمال و گاما ارائه گردیده است. مشاهده می‌گردد که توزیع روزین-رملر علی‌رغم اینکه به طور گسترده در پژوهش‌های اسپری مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ سازگاری مناسبی با توزیع تجربی اسپری اتمایز فشاری-پیچشی، نشان نمی‌دهد. برای اتمایز سیمپلکس مورد مطالعه توزیع گاما در محدوده قطرهایی با بالاترین احتمال، بهترین سازگاری را تابع توزیع گام نشان داد. انحراف قطرات کوچک سه دلیل اصلی دارد. اول اینکه به علت نیروی اینرسی پایین تر، این قطرات در داخل مخروط اسپری تمرکز می‌یابند و اندازه گیری‌ها معمولا در یال‌های خارجی مخروطی اسپری انجام می‌شود. دلیل دوم اینکه خطای اندازه‌گیری از جمله خطای همپوشانی قطرات و خطای تشخیص مرزها، در اندازه‌های کوچکتر به مراتب بیشتر است و سومین دلیل این است در قطرات کوچک تر به علت تبخیر سریع، اندازه قطرات تابع مکانیزم‌هایی به غیر از مکانیزم‌های اصلی شکست می‌باشد. سازگاری کمتر در قطرات بزرگتر نیز به علت مکانیزم‌های ثانویه، از جمله ادغام قطرات می‌باشد. با افزایش فاصله طولی از اوریفیس خروجی اتمایز، اثر پدیده ادغام قطرات پر رنگتر می‌شود.



¹ Goodness of Fit

² Quartiles

در اتمایز مورد مطالعه، توزیع غیر پارامتری براساس فرکانس تعداد، سطح و حجم در شکل ۱۲ ارائه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود؛ بیان توابع توزیع براساس فرکانس حجمی، اثر قطرات بزرگتر در تفسیر نتایج آزمون را حائز اهمیت تر می‌سازد. تصمیم‌گیری در خصوص نحوه بیان توابع توزیع یکی از مهمترین عدم قطعیت‌ها در آزمون‌های اسپری می‌باشد که وابستگی مستقیم به نوع کاربرد اتمایز و مکانیزم‌های حاکم بر آن دارد.



شکل ۱۲- توزیع غیرپارامتری اندازه قطرات براساس تعداد، سطح و حجم قطرات

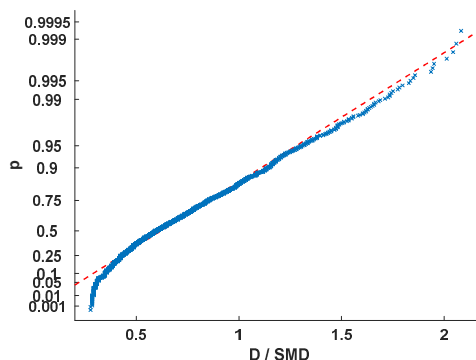
۴-۳- آنالیز یکنواختی اسپری

یکنواختی در اسپری را در دو مفهوم جداگانه می‌توان در نظر گرفت. پانائو اختلاف بین این دو مفهوم در پراکندگی را بصورت گسترده مورد مطالعه قرار داده است [۲۰]. در مفهوم اول، اگر احتمال تمامی بازه‌های قطر قطرات، یکسان باشد؛ غیر یکنواختی بیشتر می‌شود. به بیان دیگر در غیر یکنواخت‌ترین حالت، احتمال مشاهده قطرات با اندازه‌های مختلف، برابر است. در ادبیات اسپری به مفهوم اول، "پراکندگی" اطلاق می‌گردد. در مفهوم دوم هر چه محدوده قطر قطرات با گسترده تر باشد؛ غیر یکنواختی بیشتر است که در این مفهوم به آن، "ناهمگونی" اطلاق می‌گردد.

پانائو آنتروپی متوسط اندازه قطرات را به عنوان معیاری برای پراکندگی اسپری، معرفی نمود. هرچه سطح آنتروپی بالاتر باشد، احتمال وقوع قطرات با اندازه‌های مختلف یکسان بوده و اسپری پراکندگی بیشتری خواهد داشت. از طرف دیگر، لفور برای ارزیابی ناهمگونی؛ فاکتور فاصله نسبی را براساس فرکانس حجمی قطرات، بصورت رابطه (۷) تعریف نمود. بصورت ریاضی می‌توان نشان داد که این پارامتر، تابعی از پارامتر شکل توزیع اندازه قطرات می‌باشد [۲۴].

$$\Delta = \frac{D_{0.9} - D_{0.1}}{D_{0.5}} \quad (7)$$

در شکل ۱۳ پراکندگی و ناهمگونی قطرات اتمایز مورد مطالعه، در چهار یال اصلی مخروط اسپری (زوایای ۰.۹۰، ۱.۸۰ و ۲.۷۰ درجه)، در فشارهای اسپری از ۵ الی ۳۰ بار در فاصله ۲۰ میلیمتری از خروجی اوریفیس ارائه گردیده است. چنانچه مشاهده می‌شود تا فشار ۲۰ بار الگوی پراکندگی تقریباً مشابه می‌باشد. در فشارهای ۲۵ و ۳۰ بار الگوی



شکل ۱۱- ارزیابی سازگاری برازش توابع توزیع (الف) روزین-رملر (ب) لاگ-نرمال (پ) گاما

توابع توزیع دو پارامتری، براساس پارامتر شکل و پارامتر مقیاس، توصیف می‌گردند. پارامترهای شکل (q) و مقیاس (θ) برای تابع توزیع گاما و خطای استاندارد هریک از آنها، در فشارهای اسپری مختلف در جدول ۱ ارائه گردیده است. چنانچه مشاهده می‌گردد؛ در فشارهای ۱۰ الی ۳۰ بار پارامتر شکل و مقیاس مقادیری نزدیکی را نشان می‌دهد؛ در حالیکه در فشار ۵ بار، پارامتر مقیاس بزرگتر و پارامتر شکل کوچکتر است. اختلاف الگو به دلیل تغییر رژیم اتمیزاسیون با در فشارهای بیش از ۵ بار می‌باشد.

جدول ۱- پارامتر شکل و مقیاس توزیع گاما در فشارهای مختلف

$\Delta P(\text{bar})$	θ	θ Std. Err.	q	q Std. Err.
۵	۰/۱۵۸۴	۰/۰۰۱۳	۴/۰۹۱	۰/۰۳۲
۱۰	۰/۱۳۲۶	۰/۰۰۱۱	۵/۱۹۷	۰/۰۴۲
۱۵	۰/۱۳۳۰	۰/۰۰۰۸	۵/۰۷۹	۰/۰۲۸
۲۰	۰/۱۳۲۳	۰/۰۰۰۷	۵/۰۵۹	۰/۰۲۵۸
۲۵	۰/۱۳۲۰	۰/۰۰۰۷	۵/۰۵۹	۰/۰۲۴۷
۳۰	۰/۱۲۹۹	۰/۰۰۰۶	۵/۱۲۴	۰/۰۲۴۱

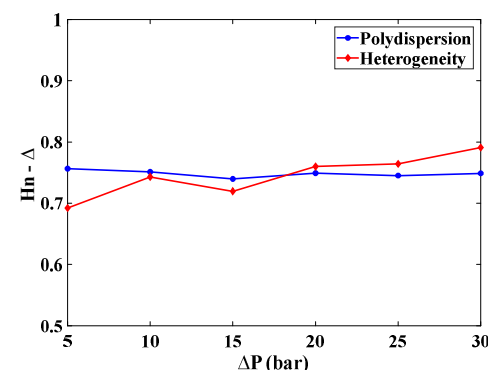
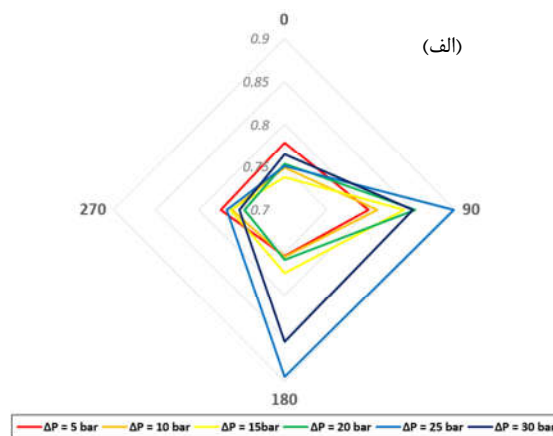
۳-۳- فرکانس سطحی و حجمی

یکی دیگر از عدم قطعیت‌های آماری در آزمون‌های اسپری، انتخاب در نحوه بیان توابع توزیع براساس فرکانس تعداد و یا فرکانس سطحی و حجمی قطرات می‌باشد. بیان توابع توزیع براساس فرکانس تعداد قطرات مشاهده شده در آزمون، رایجترین نحوه بیان توابع توزیع می‌باشد. اما در حالت کلی مشخصه‌های آماری باید ارتباط مستقیم با فیزیک پدیده‌ی تحت مطالعه داشته باشند. در فرایند احتراق، پدیده‌های نفوذ جرمی، انتقال گرما و تبخیر قطرات، نقش تعیین کننده‌ی را ایفا می‌کنند. با توجه به ارتباط این پدیده‌ها با حجم قطرات، فرکانس حجمی قطرات، روش صحیح بیان تابع توزیع قطرات خواهد بود. بدیگر سخن، حجم قطرات مشاهده شده، مهمتر از تعداد قطرات مشاهده شده می‌باشد. در کاربردهای خنک کاری، سطح تماس قطرات با صفحه نقش تعیین کننده را دارد لذا توابع توزیع براساس فرکانس سطحی قطرات، توصیف می‌گردند.

¹ Polydispersion

² Heterogeneity

پراکندگی تغییر کرده و سطح پراکندگی بیشتر می‌شود. تغییرات سطح پراکندگی در یال‌های اصلی با افزایش فشار، قابل توجه است. در خصوص ناهمگونی، الگوی کلی مشابه پراکندگی است با این تفاوت که در ناهمگونی، سطح کمی تغییرات به مراتب از پراکندگی بیشتر است.

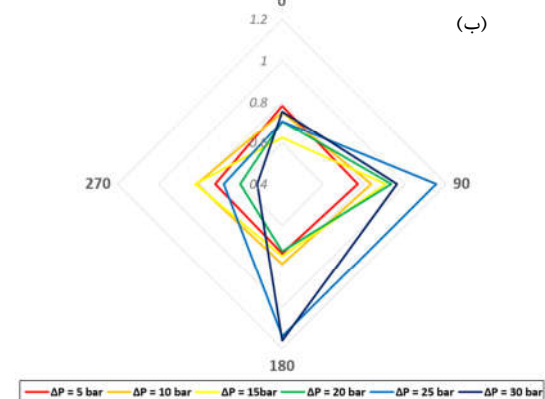


شکل ۱۴- غیر یکنواختی پیرامون مخروط اسپری در فشارهای ۵ الی ۳۰ بار ($z=20mm$)

۴- نتیجه‌گیری

علی‌رغم انجام تحقیقات تجربی گسترده در حوزه اسپری، نتایج اغلب پژوهش‌ها بدون ارزیابی عدم قطعیت در تحلیل نتایج آن، منتشر گردیده است که این امر اعتبار یافته‌های حاصل از آنها را به چالش خواهد کشید. در تحقیق حاضر، مولفه‌های عدم قطعیت آماری در نتایج آزمون اسپری بصورت تجربی بر روی یک اتمایزر فشاری-پیچشی، مورد مطالعه قرار گرفته است. مهمترین یافته‌های حاصل عبارتند از:

- تعداد نمونه‌ها و تعداد بازه‌ها با استفاده از پارامتر آنتروپی شانون، بصورت همزمان در توزیع غیرپارامتری، بهینه‌سازی گردید.
- تعداد نمونه‌های حاصل از روش نظریه اطلاعات در مقایسه با روش‌های کلاسیک، دقت بالاتری نشان داده و در عین حال پایداری آن قابل قبول بود. مطالعه در خصوص اثر معیار همگرایی در تعیین تعداد نمونه‌ها، می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد.
- توزیع پارامتری اندازه قطرات بر روی داده‌های آزمون مورد ارزیابی قرار گرفته و تابع توزیع گاما بهترین سازگاری را با داده‌های تجربی نشان داد.
- آزمون‌ها نشان داد تغییر در رژیم اتمیزاسیون منجر به تغییر محسوس در پارامترهای شکل و مقیاس تابع توزیع می‌گردد. پس از تغییر رژیم اتمیزاسیون، با افزایش فشار پاشش، دیگر تغییر محسوسی در پارامترهای تابع توزیع مشاهده نگردید.
- تعریف تابع توزیع براساس فرکانس تعداد، سطح و یا حجم قطرات، تاثیر قابل توجهی بر شکل تابع توزیع دارد. نوع کاربرد اتمایزر و فیزیک حاکم بر پدیده‌های موثر از جمله انتقال گرما، تبخیر و یا خنک کاری، تعیین کننده نوع فرکانس خواهد بود.
- توزیع یکنواختی با استفاده از دو مفهوم پراکندگی و ناهمگونی مورد مطالعه قرار گرفت. آزمایش‌ها نشان می‌دهد؛ در



شکل ۱۳- غیر یکنواختی اسپری در چهار یال اصلی مخروط اسپری در فشارهای ۵ الی ۳۰ بار ($z=20mm$)

تغییرات پراکندگی و ناهمگونی برای کل محیط مخروط اسپری، در فاصله ۲۰ میلیمتری از خروجی اوریفیس در فشارهای ۵ الی ۳۰ بار در شکل ۱۴ ارائه گردیده است. چنانچه مشاهده می‌شود؛ با تغییر فشار، پراکندگی قطرات در پیرامون مخروط اسپری (در یک فاصله طولی معین) تغییری محسوس نمی‌کند ولی چنانچه در شکل ۱۳ مشاهده شد؛ در قسمت‌های مختلف دور مخروط می‌تواند بصورت محلی پراکندگی تغییر نماید. لذا به منظور کاهش عدم قطعیت در آزمون‌های اسپری لازم است نمونه‌ی آزمون شامل تعداد کافی از قطرات در بخش‌های مختلف مخروط اسپری باشد.

ثابت بودن پراکندگی به این مفهوم است که با افزایش فشار، احتمال مشاهده قطرات با اندازه‌های مختلف، تغییر محسوسی نمی‌کند. ولی با افزایش فشار، افزایش محسوسی در ناهمگونی مشاهده می‌شود که مفهوم آن این است که با افزایش فشار، قطراتی با اختلاف اندازه‌های بالاتر، در اسپری مشاهده خواهد گردید. انتخاب ما در بیان غیریکنواختی اسپری بر پایه دو مفهوم جداگانه پراکندگی و ناهمگونی،

- [7] Rock N., Emerson B., Seitzman J. and Lieuwen T., Near-lean blowoff dynamics in a liquid fueled. *Combustion and Flame*, Vol. 212, pp. 53-66, 2020.
- [8] Temme J., Allison P. and Driscoll J., Combustion instability of a lean premixed prevaporized gas turbine combustor studied using phase-averaged PIV. *Combustion and Flame*, Vol. 161, Issue 4, pp. 958-970, 2014.
- [9] Sun Y., Alkhedhair A., Guan Z. and Hooman K., Numerical and experimental study on the spray characteristics of full-cone pressure swirl atomizers, *Energy*, Vol. 160, pp. 678-692, 2018.
- [10] Liu C., Liu F., Yang J., Mu Y., Hu C. and Xu G., Experimental investigations of spray generated by a pressure swirl Atomizer, *Journal of the Energy Institute*, Vol. 92, Issue 2, pp. 210-221, 2018.
- [11] Dafsari R., Lee H., Han J. and Lee J., Evaluation of the atomization characteristics of aviation fuels with different viscosities using a pressure swirl atomizer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 145, 118704, 2019.
- [12] Fan X., Liu C., Mu Y., Lu H., Yang J. and Xu G., Experimental Investigations of Spray Characteristics of a Pressure-Swirl Atomizer, *Journal of Power and Energy*, Vol. 234, Issue 5, 2019.
- [13] He X., Chen C., Yang Y., Yan Z., Experimental study on the flow field distribution characteristics of an open-end swirl injector under ambient pressure, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 98, 105691, 2020.
- [14] Wang K., Fan X., Liu F., Liu C., Lu H. and Xu G., Experimental Studies on Fuel Spray Characteristics of Pressure-Swirl Atomizer and Air-Blast Atomizer, *Journal of Thermal Science*, Vol. 30, pp. 729-741, 2021.
- [15] Vankeswaram S., Deivandren S., Size and velocity characteristics of spray droplets in near-region of liquid film breakup in a swirl atomizer, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 130, 110505, 2022.
- [۱۶] حسینعلی پور م، کریمایی ح. و امی ف، تحلیل تجربی مشخصات اسپری خروجی از یک انژکتور جریان چرخشی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۶، ش. ۴، ص ۶۹-۷۵، ۱۳۹۵.
- [۱۷] اکبری ن، بررسی تجربی و تحلیلی مشخصه‌های عملکردی انژکتور فشاری-پیچشی دوگانه. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، د. ۴۹، ش. ۳، ص ۲۹-۳۷، ۱۳۹۸.
- [18] Panao M.; Assessment of measurement efficiency in laser-and phase-Doppler techniques: An information theory approach; *Measurement Science and Technology*, Vol. 23(12), 125304, 2012.
- [19] Panao M.; Redefining spray uniformity through an information theory approach; *Atomization and Sprays*, Vol. 26(11), pp. 1069-1081, 2016.
- [20] Panao M., Monita A., A. and Moreira A.; Review On the Statistical Characterization of Sprays; *Applied Sciences*, Vol. 10(17), 6122, 2020.
- [21] Scott D. W., "Multivariate Density Estimation, Theory, Practice and Visualization"; John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2015.
- [22] Panao M., Why drop size distribution in sprays fit the Log-Normal, *Physics of Fluids*, Vol. 35, Issue 1, 011701, 2022.
- [23] Eggers J. and Villermaux E., Physics of Liquid Jet, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 71, 036601(79 pp), 2008.
- [24] Lefebvre A.H., McDonell V.C., "Atomization and Sprays"; CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2017.

یک فاصله طولی معین از خروجی اوریفیس، پارامتر پراکندگی و ناهمگونی در یال‌های مختلف مخروط اسپری با افزایش فشار، تغییر قابل توجهی نشان می‌دهند ولی در کل پیرامون مخروط اسپری، پراکندگی با افزایش فشار، تغییر قابل توجهی نمی‌کند ولی ناهمگونی با افزایش فشار، افزایش نشان می‌دهد.

۵- نمادها

d_o	قطر اوریفیس خروجی (mm)
d_p	قطر شیار چرخشی (mm)
D	قطر قطرات (micron)
$D_{0,m}$	قطر قطره ی که %m قطرات از آن کوچکترند (micron)
h^*	اندازه بازه در روش اسکات (micron)
H	آنتروپی شانون (bit)
H_n	آنتروپی نرمال شانون (bit)
i	تعداد شیارهای چرخشی
k	تعداد بازه‌های هیستوگرام
K	ثابت هندسی اتمایزر
n	تعداد نمونه‌های آزمون
p	احتمال
pd	چگالی احتمال (1/micron)
q	پارامتر شکل تابع توزیع احتمال
R	شعاع چرخشی (mm)
SMD	قطر متوسط ساترن (micron)
α	زاویه بین جریان و محور اتمایزر (degree)
θ	پارامتر مقیاس تابع توزیع احتمال
σ	انحراف معیار استاندارد
Γ	تابع گاما
Δ	ناهمگونی
ΔP	اختلاف فشار (bar)

۶- مراجع

- [1] Lazik W., Doerr T., Bake S., Bank R. and Rackwitz L., Development of Lean-Burn Low-NOx Combustion Technology at Rolls-Royce Deutschland, *In Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air*, Berlin, Germany, 2008.
- [2] Mongia H. C., Engineering Aspects of Complex Gas Turbine Combustion Mixers Part I: High ΔT . In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Orlando, Florida, 2011.
- [3] Liu Y., Sun X., Sethi V., Nalianda D., Li Y. and Wang L., Review of modern low emissions combustion technologies for aero gas turbine engines. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 94, pp. 12-45, 2017.
- [4] Mongia H. C., *Future Trends in Commercial Aviation Engines' Combustion in Novel Combustion Concepts for Sustainable Energy Development*. Springer, New Delhi, 2014.
- [5] Li M., Wang Z., Xu R., Zhang X., Chen Z. and Wang Q., Advances in plasma-assisted ignition and combustion for combustors of aerospace engine. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 117, 106952, 2021.
- [6] Liu C., Liu F., Yang J., Mu Y. and Xu G., Investigations of the effects of spray characteristics on the flame pattern and combustion stability of a swirl-cup combustor. *Fuel*, Vol. 139, pp. 529-536, 2015.