

# تحلیل اثر انحراف‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق بر نیروی اجزاء سازوکار موتور درون‌سوز

محمدحسین سیروسی

پژوهش‌یار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بزرگمهر قائنات، قاین، ایران  
 دانش‌آموخته دوره کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران،  
 ایران، mh.sirousi@aut.ac.ir

مریم قصاب‌زاده سریزدی\*

استادیار، پژوهشکده فناوری‌های مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران،  
 mghsaryazdi@aut.ac.ir

## چکیده

هدف این پژوهش تحلیل اثر انحراف‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق بر نیروی اجزاء سازوکار موتور درون‌سوز است. موتور درون‌سوز به‌عنوان قوای محرکه خودرو، یک سیستم پیچیده مهندسی است و تحلیل رواداری‌های ابعادی و هندسی اجزای آن از اهمیت زیادی برخوردار است. در پژوهش حاضر، تأثیر فشار احتراق و رواداری‌های ابعادی اجزای یک موتور درون‌سوز نسبت به حالت ایده‌آل به‌عنوان یک عامل مهم در رفتار دینامیکی سازوکار موتور، مورد شناسایی قرار گرفته است و در تحلیل رواداری نیروی اجزاء این سازوکار وارد شده است. برای تولید مدل ریاضی مناسب در تحلیل و مطالعه تأثیر پارامترها، از تحلیل سینتیکی و سینماتیکی استفاده شده است. برای یک موتور درون‌سوز تحلیل‌ها انجام شده و توزیع نیروهای خروجی با استفاده از روش آماری مونت‌کارلو با کد نویسی در نرم‌افزار متلب به‌دست‌آمده است. نتایج این تحلیل شامل نمودارهای توزیع نیروهای دینامیکی با در نظر گرفتن تأثیر رواداری‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق، در طراحی اجزاء موتور به روش طراحی بر اساس قابلیت اطمینان قابل‌استفاده خواهد بود. همچنین جهت مقایسه، رواداری نیروها از روش بدترین حالت تحلیل شده است.

**واژه‌های کلیدی:** رواداری ابعادی، موتور درون‌سوز، تحلیل سینتیکی، تحلیل سینماتیکی، روش مونت‌کارلو، روش بدترین حالت.

## The effect of Combustion chamber pressure and dimensional deviations on the components force of an internal combustion engine

M. H. Sirousi

Department of Mechanical Engineering, Bozormehr Qaenat University, Qaen, Iran

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

M. Ghasabzadeh Saryazdi

Technology Institute of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

### Abstract

The aim of this paper is to analyze the effect of combustion chamber pressure and dimensional deviations on the components force of an internal combustion engine. The internal combustion engine, as a power source of vehicles, is a complex engineering system so the analysis of dimensional and geometric tolerances of its components is very important. In this research, the effects of dimensional tolerances of components of an internal combustion engine on the force tolerance are studied. The kinetic and kinematic analysis are used to produce a suitable mathematical model to study the effect of parameters. In a case study, for a four-cylinder engine, the tolerance analysis is done and the distribution of output forces is obtained using Monte Carlo statistical method by coding in MATLAB software. The dynamic force distribution diagrams, including the effect of combustion chamber pressure and dimensional tolerances, could be used in the design of engine components using the design method based on reliability. Also, the force tolerance analysis is done by the worst-case method to compare the results.

**Keywords:** Dimensional tolerance, Internal combustion engine, Kinetic analysis, Kinematic analysis, Monte Carlo method, Worst Case method.

موتور درون‌سوز از حالت ایده‌آل به‌عنوان یک عامل مهم در رفتار دینامیکی سازوکار موتور مورد شناسایی قرار بگیرد. بنابراین بررسی سینماتیکی و دینامیکی موتور خودرو از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. در پژوهش انجام شده توسط شجاعی‌فرد و همکاران مطالعه مفهومی سینماتیکی و دینامیکی موتور خودرو آمده است [۱].

تاکنون پژوهش‌های مختلفی در زمینه تحلیل رواداری سازوکار موتور درون‌سوز انجام شده است. در پژوهش انجام‌شده توسط هالمن و همکاران [۲] در سال ۲۰۲۰، ۳۳۱ مقاله در زمینه تخصیص، بهینه‌سازی و تحلیل رواداری موردبررسی قرار گرفته است. در پژوهش جامع انجام‌شده توسط چن و همکاران [۳] در سال ۲۰۱۳ روش‌های مختلف مدل‌سازی ریاضی برای تحلیل رواداری سه‌بعدی موردبررسی قرار گرفته است. در پژوهشی که توسط استوی و مرکام [۴] در سال ۲۰۰۸ بر روی تحلیل رواداری دستگاه‌های غیر ایده‌آل در حال حرکت

### ۱- مقدمه

موتور درون‌سوز به‌عنوان قوای محرکه خودرو، یک سیستم پیچیده مهندسی است و تحلیل رواداری (تلورانس<sup>۱</sup>) ابعادی اجزای آن از اهمیت زیادی برخوردار است. تغییرات کوچک در ابعاد و لقی‌ها می‌تواند باعث تغییرات زیادی در عملکرد و هزینه تولید و تعمیر و نگهداری محصولات شود. اهمیت روزافزون بهبود راندمان احتراق و عملکرد موتور و همچنین کاهش ارتعاشات و صدای آن، محققان را وادار می‌کند تا سازوکار و پارامترهای مؤثر بر دینامیک سمیه (پیستون<sup>۲</sup>) را بهتر بشناسند. بنابراین نیاز است تا تأثیر انحراف‌های ابعادی اجزای یک

<sup>1</sup> Tolerance

<sup>2</sup> Piston

مانند موتور درون‌سوز انجام شد، تأثیر سه پارامتر تغییر طول لینک‌ها، جابه‌جایی موقعیت محور استوانه و لقی اتصال بین شاتون و میل‌لنگ به روش بدترین حالت در حین حرکت مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۲۰۰۹ پژوهشی دیگر توسط استوپی و مرکام [۵] برای تکمیل کار قبلی بر روی موتور درون‌سوز صورت گرفت که در آن علاوه بر سه پارامتر قبلی، تغییر شکل الاستیک شاتون و اثرات هیدرودینامیکی در لقی اتصال بین میل‌لنگ و شاتون نیز مورد بررسی قرار گرفت. همچنین در سال ۲۰۱۰ پژوهش دیگری توسط استوپی، مرکام و وارت‌زاک [۶] در تکمیل دو پژوهش قبلی صورت گرفت که در آن سعی شد تا با استفاده از روش تحلیل رواداری آماری و شبیه‌سازی مونت‌کارلو در نرم‌افزار MATLAB نتایج دقیق‌تری برای تحلیل قبلی به دست آید. در پایان‌نامه دکتری ر.ک. کاولرا [۷]، اثر رواداری‌های ابعادی و هندسی قطعاتی از یک موتور درون‌سوز بر نسبت تراکم به دو روش بدترین حالت و آماری بررسی شده است. در مقاله بی.جی. بورا و همکاران [۸]، در یک موتور دوسوختی دیزل و گاز طبیعی (بیوگاز)، تأثیر تغییر نسبت تراکم بر روی فشار محفظه احتراق بررسی شده است که نشان می‌دهد با ۳٪ تغییر نسبت تراکم، بیشینه فشار در استوانه محفظه احتراق از ۴٪ تا ۱۳٪ تغییر می‌کند. پنگ و ونگ [۹] در سال ۲۰۱۷ پژوهشی را در زمینه تحلیل رواداری‌های سه‌بعدی، با استفاده از رویکردهای آماری، انجام دادند. این پژوهش به‌طور خاص به تحلیل رواداری سازوکار لنگ و لغزنده پرداخته است. هدف این پژوهش مشخص کردن رواداری موقعیت نهایی سیمبه با استفاده از روش جاکوبین تورسور و شبیه‌سازی مونت‌کارلو است. پنگ و ونگ در تکمیل کار خود در سال ۲۰۲۰ مقاله دیگری [۱۰] در زمینه تحلیل رواداری‌های سه‌بعدی با استفاده از روش جاکوبین تورسور و رویکرد آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو منتشر کردند. در این مقاله نیز سازوکار لنگ و لغزنده یک موتور درون‌سوز مورد تحلیل قرار گرفت که در آن با طراحی دوباره رواداری‌ها، بازه‌های رواداری با استفاده از دو روش آماری و بدترین حالت بهینه‌سازی شده است. در نتیجه براساس جدیدترین اطلاعات موجود مشاهده می‌شود که تحلیل رواداری‌های ابعادی در پنج مرحله زیر مورد بررسی و پژوهش قرار گرفته است:

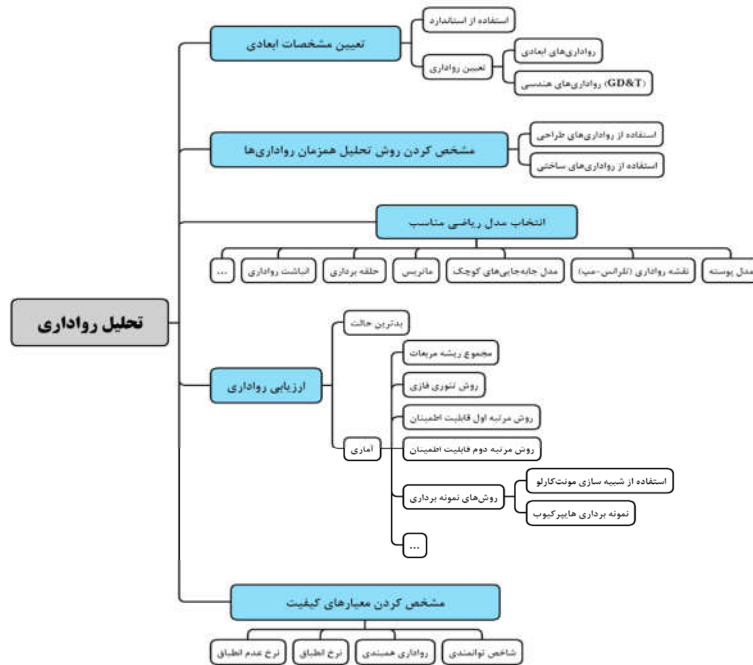
- ۱- تعیین مشخصات ابعادی رواداری‌های مختلف<sup>۱</sup>
- ۲- مشخص کردن روش تحلیل هم‌زمان این رواداری‌ها<sup>۲</sup>
- ۳- انتخاب مدل ریاضی مورد استفاده در تحلیل رواداری<sup>۳</sup>
- ۴- ارزیابی رواداری<sup>۴</sup>
- ۵- مشخص کردن معیارهای مختلف کیفیت<sup>۵</sup>

در شکل ۱ جزئیات این مراحل و چند مورد از روش‌های مختلف مورد استفاده در هر مرحله آورده شده است، لازم به ذکر است دسته‌بندی کامل‌تر شاخه‌های مختلف بهینه‌سازی رواداری بر اساس هزینه<sup>۶</sup> که تحلیل رواداری مدل<sup>۷</sup> یکی از زیرشاخه‌های آن است در پژوهش انجام شده توسط هالمن و همکاران آورده شده است [۱۲].

در پژوهش حاضر تعیین مشخصات ابعادی رواداری‌ها با استفاده از رواداری‌های ابعادی ساختی قطعات انجام می‌شود و مرحله مشخص کردن معیار کیفیت انجام نخواهد شد. در نتیجه از میان پنج مرحله ذکر شده در روند تحلیل رواداری، مراحل یک و دو مشخص هستند و نیاز است تا برای مراحل سه و چهار یعنی انتخاب مدل ریاضی مناسب و نحوه ارزیابی تحلیل رواداری روش مورد استفاده تعیین و مشخص شود. به‌طور کلی، هر یک از این روش‌های مورد استفاده در مراحل مختلف تحلیل رواداری، نقاط قوت و ضعف خاص خود را دارند و این بر عهده کاربر است که با توجه به هدف و شرایط تحلیل، انتخاب معقولی برای روش مورد استفاده در تحلیل داشته باشند. همان‌گونه که در بررسی پیشینه پژوهش قابل‌مشاهده است در اکثر پژوهش‌های انجام شده بر روی موتور درون‌سوز با موضوع انحراف‌های ابعادی اجزاء سازوکار لنگ و لغزنده، کمتر به رفتار دینامیکی موتور متأثر از این انحراف‌ها پرداخته شده است. لذا وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های پیشین بررسی تأثیر انحراف‌های ابعادی و فشار محفظه احتراق بر رفتار دینامیکی سازوکار لنگ و لغزنده است.

به‌طور کلی رواداری اجزاء موتور بر عملکرد دینامیکی تأثیر دارد. عملکرد دینامیکی موتور نیز به‌طور مستقیم بر نیروها و تنش‌های وارد بر اجزائی از موتور که نسبت به هم حرکت نسبی دارند تأثیر می‌گذارد. مسئله مطرح شده در این پژوهش بررسی و تحلیل اثر فشار محفظه احتراق و انحراف‌های ابعادی بر نیروی روی اجزاء سازوکار موتور درون‌سوز است. به این منظور برای ارزیابی رواداری از روش نمونه‌برداری شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده می‌شود. مدل ریاضی مورد استفاده در تحلیل رواداری نیز با استفاده از تحلیل سینتیکی و سینماتیکی سازوکار مشخص خواهد شد. در نتیجه با مدل‌سازی ریاضی سازوکار لنگ و لغزنده، نیروها به‌صورت پارامتری محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از روش آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو اثر فشار محفظه احتراق و انحراف‌های ابعادی پارامترهای مختلف بر نیروهای روی اجزاء مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد. در انتها نیز نتایج به‌دست‌آمده با نتایج حاصل از ارزیابی به روش بدترین حالت مقایسه خواهد شد تا اهمیت و تأثیر استفاده از روش آماری مورد بررسی قرار گیرد.

1 Tolerance specification  
 2 Concurrent tolerance design  
 3 Mathematical model  
 4 Tolerance evaluation  
 5 Quality metric  
 6 Tolerance-cost optimization  
 7 Tolerance analysis model



شکل ۱- روش‌های مورد استفاده در مراحل مختلف تحلیل رواداری

تولید است [۱۱]. ایده اصلی آن استفاده از نمونه‌های تصادفی پارامترها یا ورودی‌ها برای کشف رفتار یک سیستم یا فرآیند پیچیده است. برای این منظور، شبیه‌سازی مونت کارلو از توابع تولیدکننده اعداد شبه تصادفی مربوط به انواع مختلف توزیع‌های آماری استفاده می‌کند. نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، واقعی‌تر از نتایج به‌دست‌آمده با روش‌های معمول محاسبه است [۱۲].

در این روش کاربر باید توزیع تصادفی متغیرهای ورودی را تعریف کند. همچنین تعداد آزمایش‌های ایجاد شده باید به اندازه کافی زیاد باشد تا بتوان پارامترهای آماری متغیرهای خروجی را با اطمینان تعیین کرد. این شبیه‌سازی داده‌های آماری را تولید می‌کند که به‌طور معمول با میانگین ( $\mu$ ) و انحراف معیار ( $\sigma$ ) نشان داده شده در معادله (۱) و (۲) قابل تعریف هستند:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - \mu)^2} \quad (2)$$

به‌طوری‌که در روابط (۱) و (۲)،  $Z_i$  مقدار به‌دست‌آمده برای خروجی در هر حلقه شبیه‌سازی و  $N$  تعداد حلقه‌های شبیه‌سازی است. رویکرد کلی استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو در تحلیل رواداری شرایط عملکردی، توسط نیما و همکاران [۱۲] گفته شده است. این رویکرد شامل چهار مرحله مدل‌سازی، نمونه‌برداری، انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج است. در این روش ابتدا با انتخاب ترکیب مناسبی از داده‌ها که بیان‌کننده مدل باشد، مدل‌سازی انجام می‌شود. سپس با نمونه‌برداری اتفاقی از مدل، مرحله نمونه‌برداری انجام می‌شود. در ادامه با داده‌های نمونه‌برداری شده یک حلقه محاسباتی طی می‌شود که در هر مرحله نتایج خروجی آن ذخیره خواهد شد. در روش شبیه‌سازی

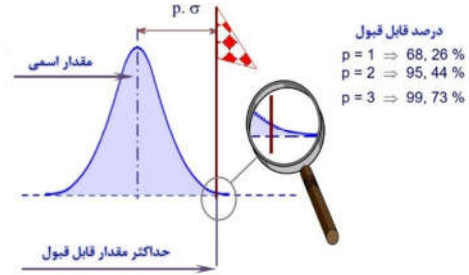
در بخش بعدی نظریه روش شبیه‌سازی مونت کارلو ارائه می‌شود. در بخش سوم تئوری تحلیل سینتیکی و سینماتیکی انجام شده، آمده است که به‌عنوان مدل ریاضی در تحلیل رواداری نیروهای سازوکار استفاده خواهد شد. در بخش چهارم نیز پس از بیان الگوریتم تحلیل آماری مورد استفاده به تحلیل رواداری با استفاده از دو روش آماری و بدترین حالت پرداخته می‌شود. در بخش انتهایی نیز نتایج این پژوهش به‌صورت جمع‌بندی ارائه خواهد شد.

## ۲- نظریه شبیه‌سازی مونت کارلو

همان‌گونه که در بخش قبل ذکر شد روش‌های مختلفی برای ارزیابی رواداری وجود دارد. به‌طور کلی این روش‌ها را می‌توان به دودسته روش بدترین حالت و روش‌های آماری تقسیم کرد. در روش بدترین حالت همان‌گونه که از نام این روش پیداست پارامترهای ورودی را در بدترین حالت آن، ابتدا و انتهای بازه در نظر می‌گیرند. سپس به محاسبه پارامتر خروجی تحلیل با استفاده از مدل ریاضی مورد استفاده که در اینجا تحلیل سینتیکی است می‌پردازند. در نتیجه با انجام تحلیل برای حالتی که تمام ورودی‌ها در بالاترین مقدار خود و همچنین تمام ورودی‌ها در پایین‌ترین مقدار خود قرار داشته باشند، دو مقدار که به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار بازه رواداری پارامتر خروجی است به دست می‌آید. تاکنون روش‌های آماری مختلفی از جمله، روش مجموع ریشه مربعات، روش نظریه فازی، روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان و همچنین روش‌های داده‌برداری در تحلیل رواداری استفاده شده است. روش شبیه‌سازی مونت کارلو نیز یکی از روش‌های داده‌برداری است که در تحلیل آماری و ارزیابی رواداری‌ها استفاده می‌شود.

شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS) روشی برای پیش‌بینی خطاهای

مونت کارلو برای ارزیابی توزیع آماری شرایط عملکردی، داده‌های آماری به‌دست‌آمده را باید به نمودار ستونی (هیستوگرام<sup>۱</sup>) تبدیل کرد. انحراف استاندارد «σ» یک پارامتر است که پراکندگی یا تغییرات توزیع مقادیر را در اطراف یک مقدار میانگین مشخص می‌کند. در یک توزیع نرمال، انحراف استاندارد «σ» برای تعیین بازه سطوح اطمینان مطلوب استفاده می‌شود. به‌طور معمول برای فرایندهای تولیدی، بازه  $\pm 3\sigma$  به‌عنوان قابلیت اطمینان قابل قبول در نظر گرفته می‌شود. بنابراین در این حالت مطابق شکل ۲، ۹۹/۷۳ درصد از مجموعه‌های همبندی و تولیدشده در بازه قابل قبول خواهند بود [۱۲].



شکل ۲- درصد قابل قبول از مجموعه‌های همبندی و تولیدشده به ازای سه بازه  $\pm 3\sigma$ ،  $\pm 2\sigma$ ،  $\pm \sigma$  و [۱۱]

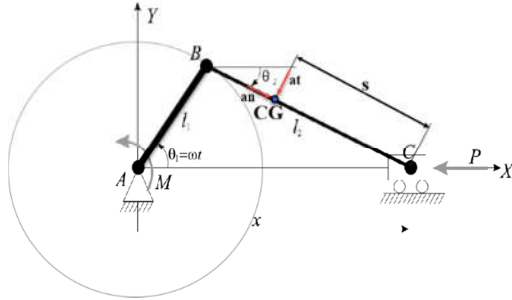
در نتیجه در صورت در نظر گرفتن بازه رواداری خواسته خروجی مسئله به‌صورت  $6\sigma$  به‌طور آماری ۹۹/۷۳ درصد از تولیدات در بازه قابل قبول از نظر عملکردی خواهند بود.

### ۳- تحلیل سینماتیکی و سینتیکی سازوکار لنگ و لغزنده

همان‌طور که ذکر شد در این تحقیق تحلیل سینماتیکی و سینتیکی به‌عنوان مدل ریاضی انتخاب می‌شود. انواع حرکت خطی و دورانی در سازوکار لنگ و لغزنده وجود دارد. در این سازوکار نیروهای اینرسی نقش مهمی در عملکرد دینامیکی دارند، بنابراین رفتار این نیرو باید شناسایی شود. برای تجزیه و تحلیل نیروی اینرسی، ابتدا سینماتیکی سازوکار باید تعریف شود. در این بخش محاسبات پارامتری فرمول‌های به‌دست‌آمده با استفاده از نرم‌افزار محاسباتی MAPLE انجام می‌شود تا فرمول‌های نهایی برای خروجی تحلیل‌های سینتیکی و سینماتیکی بدون استفاده از تقریب‌های معمول و به‌صورت مستقیم به‌دست آید. در نتیجه خطای تقریب در محاسبات تحلیلی در این قسمت وارد نشده است. یک نمونه تحلیل مشابه که دارای خطای تقریب در محاسبات تحلیلی است توسط رنجبر کوهان و همکاران [۱۳] انجام شده است.

#### ۳-۱- تحلیل سینماتیک

سازوکار لنگ و لغزنده موتور و دستگاه مختصات ثابت در شکل ۳ نشان داده شده است. سمیه حرکت خطی در جهت محور x خواهد داشت و موقعیت آن از معادله (۳) به‌دست می‌آید.



شکل ۳- سازوکار لنگ و لغزنده به همراه پارامترهای هندسی مختلف آن

$$x = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) \quad (3)$$

در معادله ۳،  $l_1$  شعاع میل لنگ،  $l_2$  طول میل به رابط (شاتون)،  $\theta_1$  زاویه چرخش میل لنگ و  $\theta_2$  زاویه میل به رابط با محور X است. با توجه به شکل ۳ برای تحلیل سینماتیکی سمیه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \sin(\theta_2) = n \sin(\theta_1) \\ n = \frac{l_1}{l_2} \end{cases} \rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{l_1 \sin(\theta_1)}{l_2}\right) \quad (4)$$

در نتیجه برای نقطه C بر روی سمیه به دست می‌آید:

$$x_c = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \sqrt{1 - n^2 \sin^2(\theta_1)} \quad (5)$$

$$= l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}$$

با دومرتبه مشتق‌گیری از رابطه بالا سرعت و شتاب نقطه C طبق معادلات (۶) و (۷) محاسبه خواهد شد. مشتق‌گیری با فرض حرکت میل لنگ با سرعت زاویه‌ای ثابت انجام شده است، به این صورت که  $\dot{\theta}_1 = \dot{\omega} = \alpha = 0$  و  $\ddot{\theta}_1 = 0$

$$\dot{x}_c = v_c = \omega \left( -l_1 \sin(\theta_1) - \frac{l_1^2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_1)}{l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}} \right) \quad (6)$$

$$\ddot{x}_c = a_c \left( -l_1 \cos(\theta_1) - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1) \cos^2(\theta_1)}{l_2^2 \left(1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{l_1^2 \cos^2(\theta_1)}{l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}} + \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}} \right) \quad (7)$$

در نتیجه با مشخص شدن موقعیت، سرعت و شتاب نقطه C، سینماتیک سمیه براساس پارامترهای معلوم مشخص می‌شود. در ادامه به تعیین سینماتیک شاتون پرداخته می‌شود. برای این منظور شتاب مرکز جرم شاتون که با  $a_{CG}$  نشان داده شده است، مطابق معادله (۸) محاسبه می‌شود.

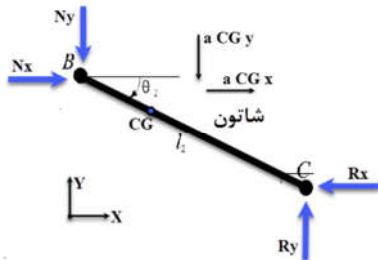
$$\vec{a}_{CG} = \vec{a}_C + \vec{a}_{CG/C} \quad (8)$$

به‌طوری که  $\vec{a}_{CG/C}$  بردار شتاب مرکز جرم شاتون نسبت به سمیه برابر می‌شود با:

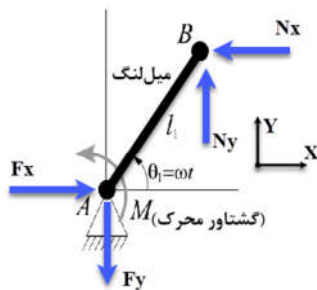
$$\vec{a}_{CG/C} = \vec{\theta}_2 \times \vec{r}_{CG/C} + \dot{\vec{\theta}}_2 \times (\vec{\theta}_2 \times \vec{r}_{CG/C}) = \vec{\eta} \times \vec{r}_{CG/C} + \vec{\lambda} \times (\vec{\lambda} \times \vec{r}_{CG/C}) \quad (9)$$

که در آن  $\lambda$  و  $\eta$  به ترتیب سرعت و شتاب زاویه‌ای شاتون هستند که باید بر اساس پارامترهای معلوم  $l_1$ ،  $l_2$  و  $\theta_1$  مشخص می‌شوند. در

<sup>1</sup> Histogram



شکل ۵- نمودار پیکره آزاد نیروهای وارد بر شاتون



شکل ۶- نمودار پیکره آزاد نیروهای وارد بر میل لنگ

در نتیجه برای محاسبه نیروی  $N_x$  با استفاده از معادله (۱۳) و (۱۴)

خواهیم داشت:

$$N_x = P + m_p \cdot a_c + m_c \cdot a_{CG_x} \quad (۱۵)$$

همچنین با توجه به شکل ۶ از رابطه تعادل گشتاور داریم:

$$\sum M_A = I_A \alpha \Rightarrow N_x l_1 \sin(\theta_1) + N_y l_1 \cos(\theta_1) = I_A \alpha \Rightarrow N_y = \frac{I_A \alpha - N_x l_1 \sin(\theta_1)}{l_1 \cos(\theta_1)} \quad (۱۶)$$

در نتیجه با انجام محاسبات پارامتری در نرم افزار MATLAB فرمول نهایی نیروهای  $N_x$ ,  $N_y$  براساس پارامترهای معلوم مشخص می شود. به عنوان مثال فرمول به دست آمده برای نیروی  $R_x$  مطابق رابطه (۱۷) است. روابط نیروهای  $N_x$  و  $N_y$  در پیوست آمده است. با توجه به اینکه سایر نیروها را هم با همین روند قابل محاسبه هستند، از ارائه روابط آن ها صرف نظر شده است.

$$R_x = m_p \omega^2 \left( \frac{-l_1 \cos(\theta_1) - \frac{l_1^4 \sin^2(\theta_1) \cos^2(\theta_1)}{l_2^3 \left(1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}\right)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{l_1^2 \cos^2(\theta_1)}{l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}} + \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2(\theta_1)}{l_2^2}}}} \right) + P \quad (۱۷)$$

#### ۴- تحلیل رواداری نیروهای روی اجزا لنگ و لغزنده

همان گونه که در بخش ۳ نشان داده شد سه نیروی  $R_x$  و  $N_x$  و  $N_y$  به پارامترهای ابعادی معلوم و فشار داخل محفظه احتراق وابسته هستند و در نهایت با تغییر هر کدام از این پارامترها، نیروهای خروجی نیز دچار تغییر خواهند شد. یکی از مهم ترین موارد تأثیرگذار در تغییر پارامترهای ابعادی ورودی در بازه رواداری آن ها، نوع توزیع پارامتر داخل بازه است. در این پژوهش برای هر کدام از پارامترهای ورودی تأثیرگذار بر روی نیروی اجزا لنگ و لغزنده، توزیع نرمال با میانگین و

رابطه (۹) بردار جابه جایی مرکز جرم شاتون نسبت به سمبه به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\vec{r}_{CG} = s(-\cos(\theta_2) i + \sin(\theta_2) j) \rightarrow \quad (۱۰)$$

$$r_{(CG/C)_x} = -s \cdot \cos(\theta_2) \quad \& \quad r_{(CG/C)_y} = s \cdot \sin(\theta_2)$$

در نتیجه با فرض  $e = \frac{s}{l_1}$  مقدار نهایی شتاب مرکز جرم شاتون در دو راستای X و Y برابر خواهد شد با:

$$a_{CG_x} = \eta \cdot r_{(CG/C)_x} + \lambda \cdot \left( \lambda \cdot r_{(CG/C)_x} \right) = \omega^2 \left( -\frac{l_1 s \left( l_1 \cos^2(\theta_1) \sqrt{l_1^2 \cos^2(\theta_1) + l_2^2 - l_1^2} - \sin(\theta_1) l_2^2 + \sin(\theta_1) l_1^2 \right)}{l_2 (l_1^2 \cos^2(\theta_1) + l_2^2 - l_1^2)} \right) \quad (۱۱)$$

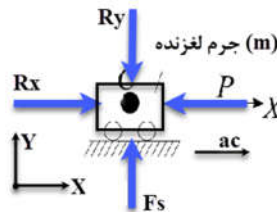
$$a_{CG_y} = \eta \cdot r_{(CG/C)_y} + \lambda \cdot \left( \lambda \cdot r_{(CG/C)_y} \right) = \omega^2 \left( \frac{\left( l_1 \cos^2(\theta_1) \sqrt{l_1^2 \cos^2(\theta_1) + l_2^2 - l_1^2} - \sin(\theta_1) l_2^2 + \sin(\theta_1) l_1^2 \right) s l_1^2 \sin(\theta_2)}{l_2 (l_1^2 \cos^2(\theta_1) + l_2^2 - l_1^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (۱۲)$$

با مشخص شدن شتاب سمبه و شتاب مرکز جرم شاتون می توان روابط سینتیک برای سازوکار لنگ و لغزنده را نوشت. در قسمت بعد این معادلات آمده است.

### ۳-۲- تحلیل سینتیکی

به دلیل اهمیت نقطه اتصال شاتون و میل لنگ و نیروی وارد بر سمبه متاثر از فشار احتراق داخل سیلندر سه نیروی  $R_x$ ,  $N_x$  و  $N_y$  که در شکل ۴ تا ۶ نشان داده شده، مورد بررسی و محاسبه قرار گرفته است. روند محاسبات برای نیروهای  $R_x$ ,  $F_s$  مشابه است به همین دلیل از ذکر آنها صرف نظر شده است.

در نتیجه با توجه به پارامترهای معلوم و مجهول، تحلیل سینتیکی از سمبه شروع می شود. نمودار پیکره آزاد نیروهای وارد بر سمبه در شکل ۴ نشان داده شده است. در نتیجه معادله تعادل نیرو در راستای X مطابق رابطه (۱۳) خواهد بود.



شکل ۴- نمودار پیکره آزاد نیروهای وارد بر سمبه

$$\sum F_x = m_p \cdot a_c \Rightarrow R_x - P = m_p \cdot a_c \Rightarrow R_x = P + m_p \cdot a_c \quad (۱۳)$$

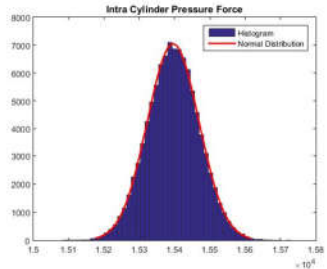
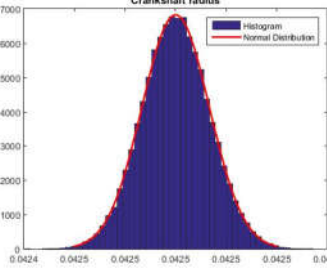
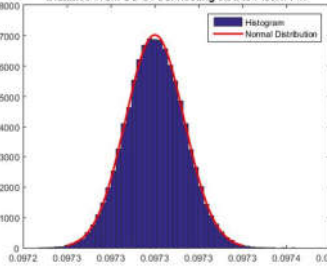
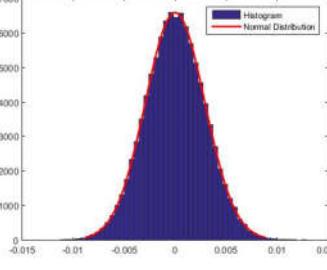
که در آن  $m_p$  جرم سمبه و  $a_c$  شتاب مرکز جرم سمبه است. نمودار پیکره آزاد نیروهای وارد بر شاتون و میل لنگ نیز به ترتیب مطابق شکل ۵ و شکل ۶ است. با نوشتن تعادل نیروها در راستای محور X برای شاتون خواهیم داشت:

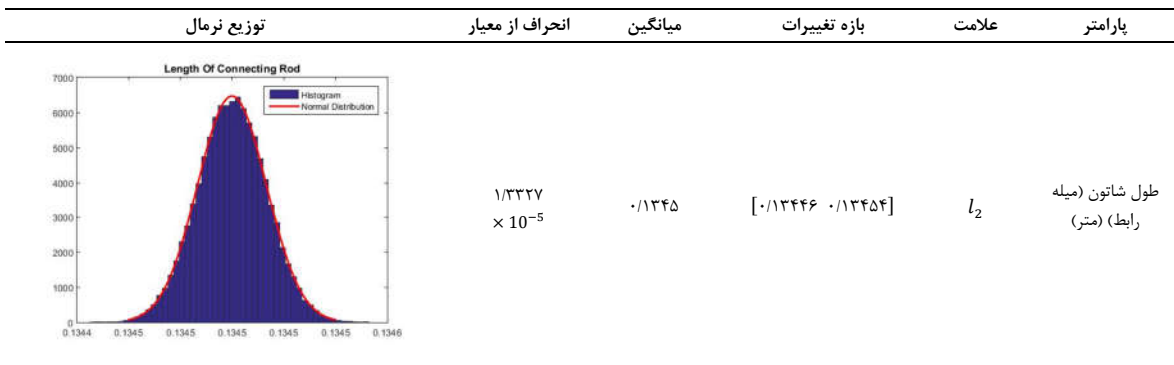
$$\sum F_x = m_{coupler} \cdot a_{CG_x} \Rightarrow N_x - R_x = m_c \cdot a_{CG_x} \quad (۱۴)$$

احتراق نیز در نقطه خاص مرگ بالا، قبل از انفجار و در نقطه  $\theta_1 = 0$  در نظر گرفته شده است.

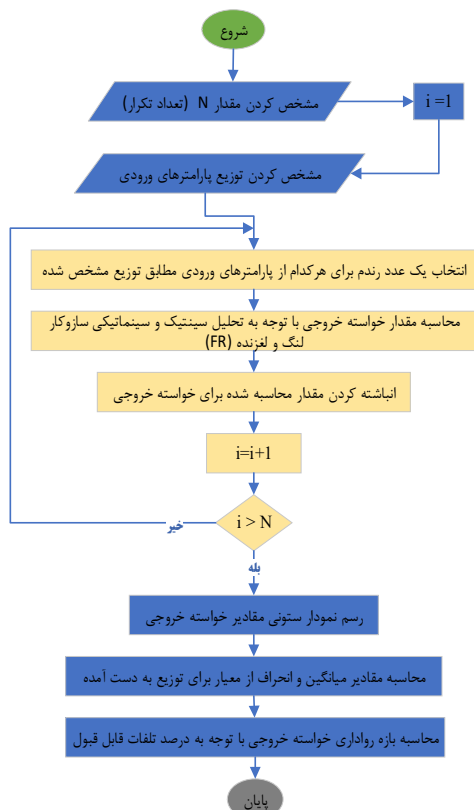
انحراف از معیار مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است. در این جدول پارامترهای ابعادی مثل شعاع میل‌لنگ، فاصله مرکز جرم شاتون تا گژن‌بین و طول شاتون براساس مقادیر طراحی آمده است و بازه مقادیر دو پارامتر زاویه چرخش میل‌لنگ و نیروی فشاری داخل محفظه

جدول ۱- توزیع نرمال پارامترهای تأثیرگذار بر رواداری نیروهای موتور مورد مطالعه

پارامتر	علامت	بازه تغییرات	میانگین	انحراف از معیار	توزیع نرمال
نیروی فشاری داخل محفظه احتراق (نیوتن)	P	[۱۵۱۷۷ ۱۵۶۱۴]	۱۵۳۹۵/۸	۷۲/۸۵۹۴	
شعاع میل‌لنگ (متر)	$l_1$	[۰/۰۴۲۴۶ ۰/۰۴۲۵۴]	۰/۰۴۲۵	$۱/۳۳۴ \times 10^{-5}$	
فاصله مرکز جرم شاتون تا گژن‌بین (متر)	s	[۰/۰۹۷۲۶ ۰/۰۹۷۳۴]	۰/۰۹۷۳	$۱/۳۳۴ \times 10^{-5}$	
زاویه چرخش میل‌لنگ (رادیان)	$\theta_1$	[-۰/۰۰۸۷۳ ۰/۰۰۸۷۲]	$-۴/۷۳۷ \times 10^{-6}$	۰/۰۰۲۹۱	



استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و تابع randi() در نرم‌افزار MATLAB مقادیر زیادی از خواسته خروجی تولید و ذخیره خواهد شد. در انتها نیز با رسم نمودار ستونی برای خروجی‌های به‌دست‌آمده و مشخص کردن مقادیر میانگین و انحراف از معیار بازه رواداشتی نیروهای روی سازوکار به ازای قبول درصد خاصی از تلفات به دست خواهد آمد. در شکل ۷ فلوجارت تحلیل نشان داده شده است.



شکل ۷- الگوریتم تحلیل رواداشتی نیروهای روی اجزا لنگ و لغزنده

#### ۲-۴- تحلیل به روش آماری

مطابق الگوریتم شکل ۷، با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو و با استفاده از نرم‌افزار MATLAB تحلیل رواداشتی برای هرکدام از نیروهای موردنظر به ازای ۱۰۰۰۰۰ تکرار در شبیه‌سازی، انجام می‌شود. نتایج خروجی برای نیروهای  $R_x$ ،  $N_x$  و  $N_y$  به ترتیب مطابق شکل ۸،

داده‌های جدول ۱ با استفاده از مشخصات ابعادی و فشار داخل محفظه احتراق یکی از موتورهای احتراقی خودروهای داخلی محاسبه شده است. لازم به ذکر است فشار محفظه احتراق وابسته به کیفیت احتراق سوخت، زمان‌بندی باز و بسته شدن دریچه‌های ورودی و خروجی و غیره است و به‌سادگی قابل‌کنترل نیست ولی از آنجایی‌که تغییرات آن برای موتور مورد مطالعه در دسترس بود، اثر آن مورد مطالعه قرار گرفت. در آزمایش‌های انجام شده، فشار محفظه احتراق در هر نیم‌درجه گردش میل‌لنگ اندازه‌گیری شده است. از تغییرات سایر پارامترها مانند جرم شاتون، جرم سمبه و گشتاور اینرسی میل‌لنگ حول محور آن صرف‌نظر شده است. مشخصات موتور مورد مطالعه در جدول ۲ داده شده است [۱۴]. لازم به ذکر است با توجه به عدم وجود اطلاعات کامل در مورد پارامترهای رواداشتی موتور مورد مطالعه، مقادیر رواداشتی برخی از پارامترها با توجه به رواداشتی پارامترهای مشابه موجود در مقاله پنگ و ونگ [۱۰] در نظر گرفته شده است. در این مرجع رواداشتی‌ها بر اساس استاندارد ISO داده شده است.

جدول ۲- مشخصات موتور مورد مطالعه

ردیف	پارامتر	واحد	مقدار
۱	فشار محفظه احتراق	پاسکال	$3/172975 \times 10^6$
۲	قطر سمبه	متر	۰/۰۷۸۶
۳	جرم سمبه	کیلوگرم	۰/۴۲۷
۴	جرم شاتون	کیلوگرم	۰/۵۹۷
۵	گشتاور اینرسی میل‌لنگ	کیلوگرم بر مترمربع	۰/۱۱۴
۶	حول محور آن شعاع میل‌لنگ	متر	۰/۰۴۲۵
۷	فاصله مرکز جرم شاتون تا گژن‌بین	متر	۰/۰۹۷۳
۸	طول شاتون	متر	۰/۱۳۴۵
۹	سرعت زاویه‌ای نامی	رادیان بر ثانیه	۶۲۸۳۱۸۵

#### ۴-۱- الگوریتم تحلیل

در این بخش الگوریتم کد نویسی روش مورد استفاده توضیح داده شده می‌شود. در این الگوریتم برای تحلیل آماری رواداشتی نیروهای روی سازوکار لنگ و لغزنده از فرمول‌های به‌دست‌آمده در تحلیل سینتیک و سینماتیکی استفاده خواهد شد. بدین ترتیب که در تحلیل با روش آماری از توزیع نرمال برای پارامترهای ورودی استفاده شده و با

شکل ۹ و شکل ۱۰ به دست می‌آید. مقدار میانگین، انحراف از معیار و بازه حداقل و حداکثر مقدار نیروهای  $R_x$ ،  $N_x$  و  $N_y$  براساس توزیع خروجی به دست آمده در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳- مقدار میانگین، انحراف معیار و بازه حداقل و حداکثر

پارامتر	میانگین (نیوتن)	انحراف از معیار	حداقل و حداکثر مقدار به دست آمده در توزیع (نیوتن)
$R_x$	۲۴۸۲۳/۹	۷۲/۸۰۷	[۲۴۵۱۲/۲۸۴ ۲۵۱۱۰/۵۶۳]
$N_x$	۱۳۱۰۶/۱	۷۵/۲۷۰۲	[۱۲۷۷۳/۰۵۸ ۱۳۴۰۲/۵۰۶]
$N_y$	-۰/۱۸۷۲	۳۷/۹۹۹	[-۱۵۸/۱۹۳ ۱۵۶/۳۵۴]

در نتیجه با فرض در نظر گرفتن بازه رواداری مجاز  $\pm 3\sigma$  برای هر کدام از نتایج خروجی و با توجه به انحراف معیار هر کدام از آنها، بازه رواداری نیروهای روی اجزا سازوکار لنگ و لغزنده برای نیروهای  $R_x$ ،  $N_x$  و  $N_y$  به ترتیب برابر [۲۵۰۴۲/۳۲۱ ۲۵۰۴۲/۳۲۱]، [۲۴۶۰۵/۴۷۹ ۲۴۶۰۵/۴۷۹]، [۱۳۳۳۱/۹۱۰ ۱۳۳۳۱/۹۱۰] و [۱۲۸۸۰/۲۸۹ ۱۲۸۸۰/۲۸۹] و [-۱۱۴/۱۸۴ ۱۱۳/۸۱۰] خواهد بود. این مقادیر در جدول ۴ آمده است.

جدول ۴- بازه‌های رواداری  $\pm 3\sigma$  به دست آمده از تحلیل آماری

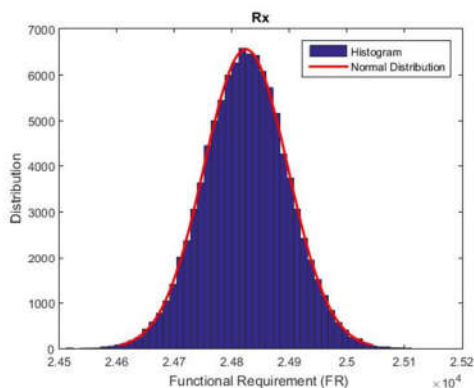
عنوان	بازه رواداری
رواداری نیروهای	$R_x$ [۲۴۶۰۵/۴۷۹ ۲۵۰۴۲/۳۲۱]
روی اجزاء لنگ و لغزنده	$N_x$ [۱۲۸۸۰/۲۸۹ ۱۳۳۳۱/۹۱۰]
	$N_y$ [-۱۱۴/۱۸۴ ۱۱۳/۸۱۰]

### ۳-۴- بررسی اثر دامنه تغییرات پارامترها بر رواداری

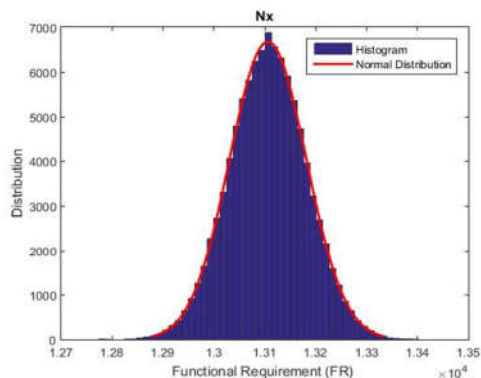
#### نیروها

در این بخش اثر بازه تغییرات سه پارامتر شعاع میل لنگ، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن‌پین و طول شاتون بر رواداری نیروها بررسی می‌شود. به دلیل این که فشار داخل محفظه احتراق و زاویه چرخش میل لنگ از داده‌های آزمایش‌های تجربی به دست آمده و فقط یک سری داده در دسترس است، مطالعه اثر تغییرات آنها امکان‌پذیر نیست.

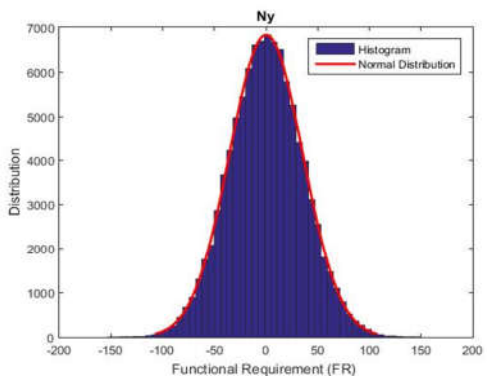
تغییرات پارامترهای مذکور در دو حالت بررسی می‌شود. در حالت اول از داده‌های مقاله [۱۰] استفاده می‌شود که در آن بازه تغییرات پارامترها به منظور بهبود عملکرد و کاهش قیمت، بهینه‌سازی و پیشنهاد شده است. در حالت دوم فرض می‌شود در ساخت از ابزار یا روش مناسب استفاده نشده است و با تغییر  $IT\ Grade^1$  بازه تغییرات این سه پارامتر تعیین شده است. این حالت به دلیل افزایش قابل توجه مقادیر رواداری از نظر عملکردی غیر قابل قبول است و فقط جهت مقایسه نتایج خروجی نیروها در یک حالت بحرانی بررسی شده است. در جدول ۵ مقادیر بازه تغییرات، میانگین و انحراف از معیار برای این دو حالت نشان داده شده است.



شکل ۸- نمودار ستونی خروجی برای تحلیل رواداری نیروی  $R_x$  روی اجزاء لنگ و لغزنده



شکل ۹- نمودار ستونی خروجی برای تحلیل رواداری نیروی  $N_x$  روی اجزاء لنگ و لغزنده



شکل ۱۰- نمودار ستونی خروجی برای تحلیل رواداری نیروی  $N_y$  روی اجزاء لنگ و لغزنده

<sup>1</sup> International tolerance grade



**جدول ۷- تحلیل رواداری به روش شبیه‌سازی بدترین حالت**

پارامتر	بازه رواداری مقدار خروجی در روش تحلیل بدترین حالت
$R_x$	[۲۴۳۶۴/۶۷ ۲۵۲۰۴/۳۱]
$N_x$	[۱۱۷۷۶/۰۶ ۱۳۳۸۸/۸۴]
$N_y$	[-۱۹۸/۴۳ ۱۹۵/۶۹]

همان‌گونه که مشاهده می‌شود بازه رواداری به‌دست‌آمده از روش بدترین حالت بزرگتر از بازه رواداری  $\pm 3\sigma$  به‌دست‌آمده به روش آماری در جدول ۴ است. دلیل این امر این است که در روش بدترین حالت تنها دو حالت از پارامترهای ورودی برای به دست آوردن مقدار خروجی در نظر گرفته می‌شوند درحالی‌که در تحلیل آماری حالت‌های مختلف زیادی به‌صورت اتفاقی در تحلیل در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه برای محاسبات قابلیت اطمینان اجزای بارگیر و یا طراحی بر پایه قابلیت اطمینان بهتر است از بازه‌های نیرویی به‌دست‌آمده از روش تحلیل آماری استفاده شود.

### ۵- نتیجه‌گیری

مقاله حاضر به تحلیل اثر رواداری‌های ابعادی و فشار محافظه احتراق بر نیروهای روی لینک‌های سازوکار یک موتور درون‌سوز پرداخته است. ابتدا روابط سینماتیکی و سینتیکی حاکم بر سازوکار (بدون تقریب) به‌عنوان مدل ریاضی استخراج شد. سپس برای موتور یکی از خودروهای داخلی ارزیابی رواداری به روش بدترین حالت و روش آماری انجام گردید. در روش آماری از شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده شد و توزیع نرمال برای پارامترهای فشار محافظه احتراق، شعاع لنگ، طول شاتون، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن‌پین و زاویه چرخش میل‌لنگ منظور گردید. پس از انجام محاسبات نتایج خروجی که شامل نمودار توزیع مقادیر نیروهای سازوکار است به همراه انحراف از معیار آن‌ها ارائه شد. بازه  $\pm 3\sigma$  به‌عنوان مقدار مجاز قابلیت اطمینان در نظر گرفته شد و بر اساس آن بازه رواداری نیروها مشخص شد.

تحلیل‌های آماری برای سه حالت مختلف بازه تغییرات شعاع لنگ، طول شاتون، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن‌پین انجام شد. در دو حالت بازه تغییرات پارامترها در محدوده قابل قبول و مناسب انتخاب شدند و در حالت سوم فرض شد به دلیل روش‌های نامناسب ساخت، بازه تغییرات پارامترها زیاد باشد. نتایج نشان می‌دهد که بازه تغییرات این پارامترها بیشترین تاثیر را بر انحراف از معیار نیروی  $R_x$  و کم‌ترین تاثیر را بر نیروی  $N_y$  دارد.

### ۶- پیوست‌ها

پیوست ۱- در ادامه روابط به‌دست‌آمده برای دونیروی  $N_x$  و  $N_y$  که در تحلیل سینتیک موردبررسی قرار گرفته آمده است.

**جدول ۵- مقادیر بازه تغییرات، میانگین و انحراف از معیار برای سه پارامتر شعاع میل لنگ، فاصله مرکز جرم شاتون تا گزن‌پین و طول شاتون**

حالت	پارامتر	شاتون		
		بازه تغییرات	میانگین	انحراف از معیار
۱	$l_2$ (m)	[۰/۱۳۴۴۹۲ ۰/۱۳۴۵۰۷]	۰/۱۳۴۵	$\frac{2/5}{\times 10^{-6}}$
	s (m)	[۰/۰۹۷۲۹۲ ۰/۰۹۷۳۰۷]	۰/۰۹۷۳	$\frac{2/5}{\times 10^{-6}}$
	$l_1$ (m)	[۰/۰۴۲۴۹۴ ۰/۰۴۲۵۰۶]	۰/۰۴۲۵	$\frac{2}{\times 10^{-6}}$
۲	$l_2$ (m)	[۰/۱۳۳ ۰/۱۳۵]	۰/۱۳۴۵	$\frac{2/5}{\times 10^{-6}}$
	s (m)	[۰/۰۹۶ ۰/۰۹۸]	۰/۰۹۷۳	$\frac{2/5}{\times 10^{-6}}$
	$l_1$ (m)	[۰/۰۴۱ ۰/۰۴۳]	۰/۰۴۲۵	$\frac{2}{\times 10^{-6}}$

با توجه به هرکدام از حالت‌های یک و دو در جدول ۵، مقادیر میانگین و انحراف از معیار برای نیروهای  $R_x$ ،  $N_x$  و  $N_y$  محاسبه و درصد اختلاف انحراف از معیار نسبت به حالت مرجع که در جدول ۳ آمده، مطابق جدول ۶ محاسبه شده است.

**جدول ۶- مقادیر میانگین، انحراف از معیار و درصد اختلاف**

**انحراف از معیار نسبت به حالت یک برای نیروهای  $R_x$ ،  $N_x$  و  $N_y$**

حالت	پارامتر	میانگین (نیوتن)	انحراف از معیار	درصد اختلاف انحراف از معیار نسبت به حالت ۱
۱	$R_x$	۲۴۸۲۴	۷۳/۱۱۸	۰/۴
	$N_x$	۱۳۱۰۶/۲	۷۵/۵۲۰۴	۰/۳
	$N_y$	-۰/۰۰۳۷۵۲	۳۷/۹۵۰۷	-۰/۱
۲	$R_x$	۲۴۶۹۵/۵	۱۱۷/۵۱۸	۶۱،۴
	$N_x$	۱۳۱۴۹/۵	۸۴/۱۷۴۹	۱۱،۸
	$N_y$	-۰/۰۱۵۲۵۴	۳۸/۴۵۱۷	۸،۴

همان‌گونه که در جدول ۶ مشاهده می‌شود درصد اختلاف انحراف از معیار بین دو حالت یک و مرجع بسیار کم است اما بین حالت دو و مرجع قابل توجه است. در حالت دو با تغییر بازه پارامترهای ورودی با فرض روش ساخت نامناسب، تغییر قابل توجهی در دو نیروی  $R_x$  و  $N_x$  به وجود می‌آید. میزان تاثیر بازه تغییرات این سه پارامتر در نیروی  $N_y$  کمتر است که این نشان دهنده تاثیرگذاری کمتر این سه پارامتر بر مقدار نیروی  $N_y$  است.

### ۴-۴- تحلیل به روش بدترین حالت

در این بخش تحلیل رواداری به روش بدترین حالت انجام می‌شود. در این روش، پارامترهای ورودی در بدترین حالت آن یعنی ابتدا و انتهای بازه در نظر گرفته می‌شوند سپس به محاسبه پارامتر خروجی تحلیل با استفاده از روش مورد استفاده که در اینجا تحلیل سینتیکی است پرداخته می‌شود. در نتیجه دو مقدار که به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار بازه رواداری پارامتر خروجی است به دست می‌آید. در جدول ۷ خروجی نرم‌افزار MATLAB برای تحلیل رواداری به روش شبیه‌سازی بدترین حالت نشان داده شده است.

Applications, 2016.

[13] Ranjbarkohan M., Rasekh, M., Hoseini A.H., Kheiralipour K. and Asadi M.R., Kinematics and kinetic analysis of the slider-crank mechanism in otto linear four cylinder Z24 engine. *Journal of mechanical engineering research*, 3(3), pp.85-95, 2011.

[۱۴] همایون خاوری، مریم قصاب زاده و عبدالرضا اوحدی، کنترل ارتعاشات موتور COD با به‌کارگیری نگاه‌دارنده‌های فعال، کارشناسی ارشد، تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، اردیبهشت ۱۴۰۰.

$$N_x = \left( \frac{l_1 * \sin(\theta_1) * (\cos(\theta_1)^2 * l_1^2 + l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 - l_2^2) * s}{l_2 * (l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 - l_2^2)} - \frac{\cos(\theta_1)^2 * l_1^2 * s}{l_2^2 * \sqrt{\left( \frac{-l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 + l_2^2}{l_2^2} \right)}} \right) * mc * \omega^2 + P$$

$$N_y = - \left( \left( \frac{l_1 * \sin(\theta_1) * (\cos(\theta_1)^2 * l_1^2 + l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 - l_2^2) * s}{l_2 * (l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 - l_2^2)} - \frac{\cos(\theta_1)^2 * l_1^2 * s}{l_2^2 * \sqrt{\left( \frac{-l_1^2 * \sin(\theta_1)^2 + l_2^2}{l_2^2} \right)}} \right) * mc * \omega^2 + P \right) * \tan(\theta_1)$$

## ۷- مراجع

- [۱] محمد حسین شجاعی فرد، حامد سعیدی گوگرچین و سجاد حسین اوغلی، «تحلیل مفهومی استحکام شاتون به کمک روش جرم‌های متمرکز»، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۴، صفحه ۱۴۹-۱۵۸، بهمن ۱۳۹۵.
- [2] Hallmann M., Schleich B. and Wartzack S., From tolerance allocation to tolerance-cost optimization: a comprehensive literature review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 107(11-12), pp.4859-4912, 2020.
- [3] Chen H., Jin S., Li Z. and Lai X., A comprehensive study of three dimensional tolerance analysis methods. *Computer-Aided Design*, 53, pp.1-13, 2014.
- [4] Stuppy J. and Meerkamm H., TOLERANCE ANALYSIS OF GEOMETRICALLY NON-IDEAL SYSTEMS IN MOTION. In *DS 48: Proceedings DESIGN 2008, the 10th International Design Conference, Dubrovnik, Croatia* (pp. 697-704), 2008.
- [5] Stuppy J. and Meerkamm H., Tolerance analysis of mechanisms taking into account joints with clearance and elastic deformations. In *DS 58-5: Proceedings of ICED 09, the 17th International Conference on Engineering Design, Vol. 5, Design Methods and Tools (pt. 1), Palo Alto, CA, USA, 24.-27.08. 2009*, 2009.
- [6] Stuppy J., Meerkamm H. and Wartzack S., Statistical tolerance analysis and result visualisation for systems in motion. In *DS 60: Proceedings of DESIGN 2010, the 11th International Design Conference, Dubrovnik, Croatia* (pp. 1431-1440), 2010.
- [7] Kawlra R.K., *Development and application of a methodology for minimizing manufacturing costs based on optimal tolerance allocation* (Doctoral dissertation, University of Michigan), 1994.
- [8] Bora B.J., Saha U.K., Chatterjee S. and Veer V., Effect of compression ratio on performance, combustion and emission characteristics of a dual fuel diesel engine run on raw biogas. *Energy conversion and management*, 87, pp.1000-1009, 2014.
- [9] Peng H. and Wang B., July. 3D statistical tolerance analysis technique and the application in piston aeroengine assembly. In *2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)* (pp. 400-404). IEEE, 2017.
- [10] Peng H. and Peng Z., An iterative method of statistical tolerancing based on the unified Jacobian-Torsor model and Monte Carlo simulation. *Journal of Computational Design and Engineering*, 7(2), pp.165-176, 2020.
- [11] Turner J. U., A feasibility space approach for automated tolerancing," *Journal of Engineering for industry*, pp. 341-346, 1993.
- [12] Naima JO., M'hammed EL., Mohammed RA., Benaissa EF., Nonlinear condition tolerancing using Monte Carlo simulation. *International Journal of Advanced Computer Science and*