

همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس درون حفره‌ای مربعی شکل با دو دیواره متحرک حاوی سیلندره‌ای چرخان با استفاده از روش بونجیورنو

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، fmobadersani@gmail.com

فرخ مبادرثانی*

دانشجو کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، a.jamshid.malekara@gmail.com

امیررضا جمشید ملک آرا

چکیده

در مقاله‌ی حاضر، انتقال گرمای همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس در محفظه‌ای مربعی شکل با دو دیواره متحرک که شامل دو سیلندر چرخان و عایق است، به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. به منظور مدلسازی میدان نانوسیال از مدل بونجیورنو استفاده شده است. معادلات حاکم با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. پارامترهای مورد بررسی در این مقاله شامل: تاثیر پیکربندی مختلف سیلندرها، جهت چرخش سیلندرها، سرعت زاویه‌ای سیلندرها (Ω)، فاصله‌ی سیلندرها از دیواره‌های متحرک (x_c) و عدد رینولدز (Re) می‌باشد. طبق نتایج ارائه شده، قرارگیری استوانه‌های چرخان به صورت افقی حالت بهینه‌ی پیکربندی می‌باشد. جهت چرخش سیلندرها تاثیر مهمی بر انتقال گرما از سطح گرم دارد و طبق نتایج جهت بهینه تابعی از فاصله‌ی سیلندرها از دیواره‌ها می‌باشد. از طرف دیگر، با افزایش عدد رینولدز آهنگ انتقال گرما نیز افزایش می‌یابد، بگونه‌ای که با افزایش این عدد از ۵۰ به ۲۰۰ نرخ انتقال حرارت در حدود ۱۰۵٪ افزایش نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: جابجایی طبیعی، نانوسیال، سیلندر چرخان، روش بونجیورنو، عدد ناسلت، روش المان محدود.

Mixed convection of Cu-water nanofluid inside a double lid-driven square cavity including rotating cylinders utilizing Buongiorno model

F. Mobadersani

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

A. R. Jamshid MalekAra

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

In the present paper, mixed convection of water-copper nanofluid in a double lid-driven square cavity consisting of two insulated rotating cylinders is studied numerically. To solve two phase modeling of the nanofluid, the Buongiorno model has been implemented. The governing equations have been solved utilizing the Finite Element Method. The parameters studied in this paper include the effect of different configurations of the cylinders, the rotation direction of the cylinders, the angular speed of the cylinders (Ω), the distance of the cylinders from the moving walls (x_c), and the Reynolds number (Re). According to the presented results, the horizontal positioning of the rotating cylinders is the optimal configuration. The rotation direction of the cylinders has an important effect on the heat transfer rate from the hot surface and according to the results, the optimal direction depends on the distance of the cylinders from the walls. Furthermore, with the increase of Re , the heat transfer rate also enhances, so by increasing this number from 50 to 200, the heat transfer rate augments by about 105%.

Keywords: Natural convection, Nanofluid, Rotating cylinder, Buongiorno model, Nusselt number, Finite element method.

۱- مقدمه

نانوسیال‌ها، سیالاتی هستند که از پراکنده شدن ذراتی به قطر کوچکتر از ۱۰۰ نانومتر (مس، آهن، نقره، طلا، گرافیت) در سیالات مرسوم (آب، روغن، مایعات بیولوژیکی، اتیلن و غیره) تشکیل شده‌اند. این نوع سیالات در مقایسه با سایر سیالات که فاقد نانوذرات هستند از خواص ترموفیزیکی به سزایی برخوردار هستند. ایده اضافه کردن نانوذرات به سیال پایه برای اولین بار توسط چوی [۱] انجام گرفته است، که در سال ۱۹۹۵ واژه نانوسیال را به جامعه‌ی علمی معرفی کرد. امروزه، نانوسیال‌ها با توجه به عملکرد حرارتی عالی آنها جایگزین مناسبی برای سیالات مرسوم در سیستم‌های گرمایی شده‌اند.

جریان جابه‌جایی ترکیبی و انتقال گرما در محفظه‌هایی با درپوش متحرک از مسائل معروف در مهندسی با توجه به کاربرد گسترده آنها در صنعت و تجهیزات مهندسی از قبیل: خنک کاری قطعات

الکترونیکی، مبادله‌کن‌های حرارتی، سیستم‌های روغنکاری، گردآورها، خورشیدی، فناوری‌های خشک کردن و غیره به شمار می‌آیند [۴-۲]. از این رو پژوهشگران زیادی از جمله، تیواری و داس [۵]، چنگ و لیو [۶]، وحید [۷] و گانگوان و همکاران [۸] به بررسی جریان همرفت ترکیبی در محفظه‌هایی با درپوش متحرک (جابه‌جایی اجباری حاصل از حرکت سطح (ها) و جابه‌جایی آزاد حاصل از وجود اختلاف دما)، به دلیل کاربردهای مختلف در تجهیزات حرارتی، پرداختند. در این زمینه، خانافر و ایتال [۹] طی یک مطالعه‌ی عددی به بررسی انتقال گرما همرفت ترکیبی جریان هوا درون حفره‌ای مربعی که حاوی یک سیلندر چرخان است و دیواره‌ی بالایی با سرعت ثابت به سمت راست حرکت می‌کند، پرداختند. نتایج نشان داد که وجود سیلندر چرخان در مقایسه با حالت بدون سیلندر باعث بهبود نرخ انتقال گرما می‌شود. طی یک مطالعه‌ی دیگر، انتقال گرما همرفت ترکیبی جریان دوبعدی و لایه‌ای هوا درون حفره‌ای مربعی شکل با دو سیلندر چرخان، توسط خانافر و

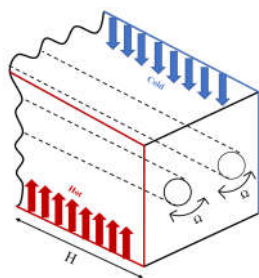
* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: fmobadersani@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۳/۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۶/۱/۴

همکاران [۱۰] با استفاده از روش المان محدود مورد مطالعه عددی قرار گرفته است. نتایج آشکار کرد که جهت چرخش و مقدار سرعت زاویه‌ای سیلندرها، عدد ریچاردسون و عدد رینولدز تأثیر چشم‌گیری در تغییرات عدد ناسلت متوسط دارد. علاوه بر این در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی درباره بررسی جریان جابه‌جایی ترکیبی حاوی نانوسیال درون محفظه‌هایی با درپوش متحرک انجام گرفته است. علی و همکاران [۱۱] با استفاده از روش حجم محدود به مطالعه انتقال گرما همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس+آلومنیوم اکسید درون محفظه‌ای مستطیلی شکل با دو دیواره متحرک پرداختند. آنها دریافتند که میزان اندرکنش بین نانوذرات و سیال پایه بر آهنگ انتقال گرما تأثیر گذار است. حسین و همکاران [۱۲] به صورت عددی به مطالعه تأثیر پره‌ها و میدان مغناطیسی مایل درون محفظه‌ای مربعی شکل با دو دیواره‌ی متحرک که با نانوسیال آب-مس پر شده است، پرداختند. آنها نشان دادند که افزایش تعداد پره‌های عایق منجر به کاهش آهنگ انتقال گرما می‌شود. آلساری و همکاران [۱۳] تأثیر مدل دوفازی بونجیورنو بر انتقال گرما همرفت ترکیبی نانوسیال آب-آلومنیوم اکسید در یک محفظه مربعی با درپوش متحرک دوگانه که حاوی یک مانع مربعی شکل جامد در مرکز است، آنها مشاهده کردند که در مقادیر بالای عدد رایلی، توزیع نانوذرات یکنواخت‌تر و همگن‌تر می‌شوند. مطالعه عددی در مورد جریان و رفتار انتقال گرما نانوسیال آب-آلومنیوم اکسید که درون محفظه‌ای مربعی با دیواره بالایی متحرک و منبع گرمایی مربعی شکل، پر شده است، توسط بوندانکو و همکاران [۱۴] ارائه شده است. آنها دریافتند که افزایش عدد رینولدز منجر به تشدید انتقال گرما می‌شود. آلساری و همکاران [۱۵] به روش المان محدود جریان همرفت ترکیبی نانوسیال هیبریدی آب-مس+آلومنیوم اکسید را درون محفظه‌ای که دیواره‌های جانبی آن موجدار و دیواره بالایی با سرعت ثابت به سمت راست حرکت می‌کند و همچنین شامل یک مانع جامد مربعی شکل است، مورد بررسی قرار دادند. نتایج بدست آمده نشان داد که با قرار دادن مانع جامد در مرکز محفظه، آهنگ انتقال گرما کلی بهبود می‌یابد. بررسی تأثیر وجود یک سیلندر چرخان درون حفره‌ای مربعی شکل که نیمه‌ی پایینی آن از مواد متخلخل پر شده است، بر انتقال گرمای جریان همرفت ترکیبی نانوسیال آب-آلومنیوم اکسید، توسط الفرهانی و عبدالصاحب [۱۶] انجام گرفته است. نتایج نشان داد که آهنگ انتقال گرما با افزایش عدد رایلی و همچنین کسر حجمی نانوذرات، رشد پیدا می‌کند. آلساری و همکاران [۱۷]، جریان انتقال گرمای ترکیبی نانوسیال آب-آلومنیوم اکسید را با استفاده از مدل دوفازی بونجیورنو داخل محفظه‌ای با دیواره گرم موجدار که دارای یک سیلندر چرخان جامد است، بررسی کردند. آنها نشان دادند که با افزایش عدد ریچاردسون برای دو جهت چرخش متفاوت (ساعتگرد و پادساعتگرد) سیلندر، آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد. اخیراً، حق و همکاران [۱۸] با استفاده از متد المان محدود به بررسی عددی سیال درون حفره شش ضلعی با سرپوش به همراه مانع دایروی شکل پرداختند. نتایج حاصله نشان داد که عدد رینولدز یک پارامتر کلیدی در نحوه ساختار و شکل گیری خطوط جریان و خطوط دما ثابت است، به طوریکه در اعداد رینولدز بالا، مولکول‌های سیال تمایل به حرکت‌های نامنظم دارند. علاوه بر مطالعات ذکر شده در بالا، بررسی‌های زیادی در مورد تأثیر نانوسیالات بر آهنگ انتقال گرما در

محفظة‌های مختلف با دیواره (ها) متحرک انجام شده است [۲۱-۱۹]. کار حاضر جریان همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس درون محفظه‌ای مربعی شکل با دو دیواره متحرک که حاوی دو سیلندر دوار عایق هم اندازه که به صورت هم جهت در حال چرخش هستند را ارائه می‌نماید. شکل ۱ نمای سه بعدی از هندسه‌ی مسئله را نمایش می‌دهد. در طی مطالعه‌ی حاضر به بررسی تأثیر فاصله‌ی دو سیلندر چپ و راست به ترتیب از دیواره‌های متحرک چپ و راست، سرعت زاویه‌ای و جهت چرخش سیلندرها، و همچنین عدد رینولدز بر روی آهنگ انتقال گرما پرداخته شده است.



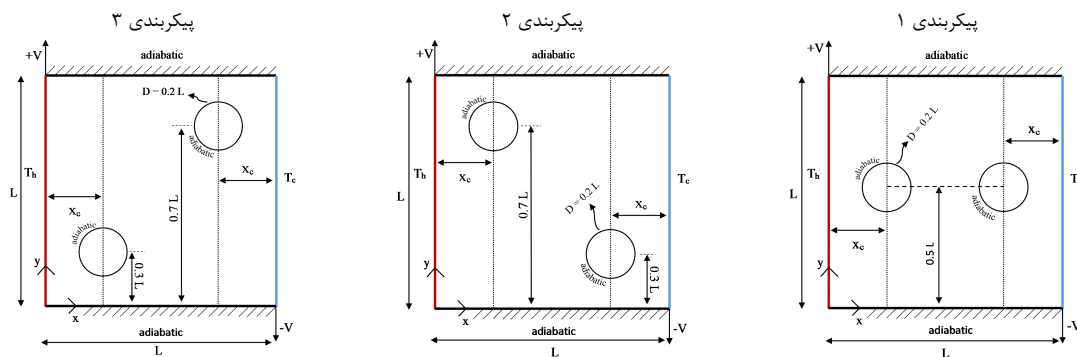
شکل ۱- نمای سه بعدی از هندسه‌ی مسئله

۲- مطالعه هندسه و بیان مسئله

حفره‌ای دو بعدی و مربعی شکل به طول بی بعد L حاوی نانوسیال آب-مس، که دیواره‌های بالایی و پایینی عایق و دیواره‌های سمت چپ و راست به ترتیب در دمای گرم T_h و دمای سرد T_c ($T_h > T_c$) قرار دارند، در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، دیواره سمت چپ و راست با سرعت ثابت U در خلاف جهت هم در حال حرکت هستند. همان‌طور که از شکل ۲ قابل مشاهده است، حفره شامل دو سیلندر (مشابه) چرخان عایق است که با توجه به چینش آنها به سه حالت مختلف تقسیم شده است. قابل ذکر است که در سراسر مطالعه حاضر سیلندر چپ و راست هم اندازه و هم جهت در حال چرخش هستند.

۳- معادلات حاکم

شکل ۲، طرحواره‌ای از مسئله مورد مطالعه را نشان می‌دهد. محفظه‌ای مربعی شکل به طول L که حاوی نانوسیال آب-مس است، در نظر گرفته شده است. حفره شامل دو سیلندر چرخان و عایق به قطر D است، که هم جهت و با سرعت زاویه‌ای ω در حال چرخش هستند. دیواره‌های سمت چپ و راست حفره با سرعت ثابت در خلاف جهت هم در حال حرکت هستند. همچنین دیوار سمت چپ در دمای ثابت گرم T_h ، درحالی‌که دیوار سمت راست در دمای ثابت سرد T_c قرار دارد ($T_h > T_c$). دیواره‌های افقی بالا و پایین عایق فرض شده است. شرط عدم لغزش بر روی تمامی دیواره‌های حفره و دو سیلندر موجود، برقرار است. نانوسیال درون حفره نیوتنی، لایه‌ای، دو بعدی، پایا و غیر قابل تراکم پذیر فرض شده است. همچنین از جمله اتلاف لزجت نیز صرف نظر شده است. به منظور شرح تغییرات چگالی با دما، از تقریب بوزینسک در جمله نیروهای حجمی معادله‌ی بقاء مومنتم در جهت y استفاده شده است. خواص ترموفیزیکی سیال پایه (آب) و نانوذرات (مس) در جدول ۱ ارائه شده است. بر اساس فرضیات بالا معادلات حاکم به فرم زیر بدست می‌آید:



شکل ۲- پیکربندی هندسه مسئله بر اساس موقعیت قرارگیری سیلندرها

همچنین، عدد ناسلت متوسط به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_{avg} = \int_0^1 Nu_{loc} dW \quad (10)$$

و ضریب اصطکاک متوسط به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$(C_f)_x = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_{nf} V_1^2} \rightarrow (C_f)_{avg} = -\frac{1}{L} \int_0^L (C_f)_x dx \quad (11)$$

۲-۳- شرایط مرزی

شرایط مرزی بی‌بعد، حفره‌ای با دو دیواره‌ی متحرک سمت چپ و راست به همراه دو سیلندر چرخان و عایق به شرح زیر است: دیواره‌های افقی بالا و پایین:

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

دیوار سمت چپ:

$$U = 0, V = +1, \theta = 1, \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{N_b}{N_t} \frac{\partial \theta}{\partial n}$$

که N_b و N_t به ترتیب ضرایب براونی و ترموفورسس می‌باشد.

دیوار سمت راست:

$$U = 0, V = -1, \theta = 0$$

در امتداد سطح سیلندرها:

$$V_t = R\Omega, \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

که در روابط بالا n ، بردار عمود بر سطح است.

۳-۳- نانو سیال

برای بدست آوردن چگالی (ρ_{nf}) ، گرمای ویژه $(c_{p,nf})$ و ضریب انبساط حرارتی (β_{nf}) نانو سیال به ترتیب از روابط زیر استفاده شده است:

$$\rho_{nf} = \rho_f(1 - \phi \cdot c_0) + \rho_{Cu} \cdot \phi \cdot c_0 \quad (12)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (\rho c_p)_f(1 - \phi \cdot c_0) + (\rho c_p)_{Cu} \cdot \phi \cdot c_0 \quad (13)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (\rho \beta)_f(1 - \phi \cdot c_0) + (\rho \beta)_{Cu} \cdot \phi \cdot c_0 \quad (14)$$

از مدل برینکمن [۲۲] برای تعریف لزجت دینامیکی استفاده شده است:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi \cdot c_0)^{2.5}} \quad (15)$$

و همچنین رسانایی گرمایی نانو سیال با استفاده از رابطه‌ی واسپ [۲۳] به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$k_{nf} = \frac{k_f(k_{Cu} + 2(k_f) - 2(\phi \cdot c_0)(k_f - k_{Cu}))}{k_{Cu} + 2(k_f) + \phi \cdot c_0(k_f - k_{Cu})} \quad (16)$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله بقاء مومنتوم در جهت x:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

معادله بقاء مومنتوم در جهت y:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho \beta)_{nf} (T - T_c) g \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$(\rho c_p)_{nf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

معادله پیوستگی نانوذرات:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \nabla \cdot \left(D_B \vec{c} + \frac{D_T}{T_c} \vec{T} \right) \quad (5)$$

D_B ضریب دیفیوژن براونی است، که از معادله‌ی انیشتین-استوکس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_B = \frac{K_B T}{3\pi \mu_f d_p} \quad (6)$$

که در آن K_B ضریب بولتزمن است ($K_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$).

D_T و ضریب دیفیوژن ترموفورسس است که به صورت زیر می‌توان بیان نمود:

$$D_T = 0.26 \frac{K_f}{2K_f + K_p} \frac{\mu_f}{\rho_f T} \phi \quad (7)$$

۳-۱- پارامترهای بی‌بعد

با تعریف پارامترهای بی‌بعد زیر، معادلات حاکم بی‌بعد بدست می‌آید:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{u_1}, V = \frac{v}{v_1}, P = \frac{p}{\rho_f u_1^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$\phi = \frac{c}{c_0}, Re = \frac{\rho_f v_1 L}{\mu_f}, Gr = \frac{g \beta_f (T_h - T_c) L^3}{\theta_f^2}, Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (8)$$

$$Pr = \frac{\mu_f c_{p,f}}{K_f}, \Omega = \frac{\omega (D/2)}{v_1}$$

عدد ناسلت، یک پارامتر بی‌بعد مهم در مطالعه حاضر است که به منظور توصیف آهنگ انتقال گرما روی دیواره گرم از آن استفاده شده است. رابطه‌ی ناسلت محلی در امتداد دیواره گرم سمت چپ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu_{loc} = \left[- \left(\frac{K_{nf}}{K_f} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right] \quad (9)$$

جدول ۱- خصوصیات ترموفیزیکی سیال پایه‌ی آب و نانوذرات مس

مس	آب	خواص
۸۹۳۳	۹۹۷٫۱	$\rho \left(\frac{kg}{m^3}\right)$
۳۸۵	۴۱۷۹	$C_p \left(\frac{J}{kgK}\right)$
۴۰۱	۰٫۶۱	$k \left(\frac{W}{mK}\right)$
$۱٫۶۷ \times 10^{-۵}$	$۲٫۱ \times 10^{-۴}$	$\beta \left(\frac{1}{K}\right)$

۴- حل عددی

معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی متناظر از روش المان محدود گالرکین حل شده‌اند. و همچنین از نرم افزار کامسول (Comsol) برای شبیه سازی مسئله استفاده شده است. تصحیح متغیرها و کمینه سازی آنها در سراسر دامنه‌ی محاسباتی با استفاده از توابع وزن دار صورت می‌گیرد.

$$\int_{\Omega} wf(x) R d\omega = 0 \quad (۱۷)$$

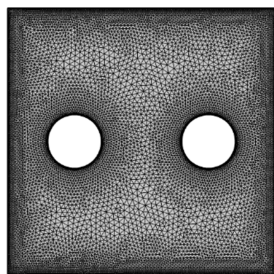
که در آن wf ، ω ، R و Ω به ترتیب تابع وزنی، موقعیت متغیر، باقی‌مانده و کل دامنه است. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم با استفاده از روش باقی‌مانده، به معادلات انتگرالی ساده می‌شوند، که سپس در یک ماتریس با به کارگیری روش تکرار نیوتن-رافسون حل می‌شوند.

۴-۱- مطالعه شبکه

در کار حاضر، همان‌طور که از شکل ۳ قابل مشاهده است از المان‌های مثلثی برای مطالعه‌ی دامنه‌ی محاسباتی استفاده شده است. به منظور بررسی استقلال نتایج شبیه سازی از تعداد مش‌های مورد استفاده، برای پیکربندی ۱ عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم به ازاء تعداد مش‌های متفاوت مورد بررسی قرار گرفته و در جدول ۲ مقایسه شده است. بر اساس مقادیر گزارش شده مشاهده می‌شود که اختلاف نتایج ناسلت متوسط روی دیواره گرم پس از تعداد مش ۲۱۵۰۶ ناچیز بوده و این تعداد مش برای تمامی محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که براس بدست آوردن این نتایج $\phi = ۰٫۰۴$ ، $Re = ۱۰۰$ ، $\alpha_c = ۰٫۲۵$ در نظر گرفته شده است.

$$\left| \frac{\Gamma^{n+1} - \Gamma^n}{\Gamma^{n+1}} \right| < 10^{-5} \quad (۱۸)$$

قابل ذکر است که با افزایش معیار همگرایی به $۱۰^{-۶}$ ، مقدار تغییرات عدد ناسلت متوسط زیر یک درصد است. همچنین در رابطه‌ی فوق، n نشان دهنده‌ی تعداد تکرار است.



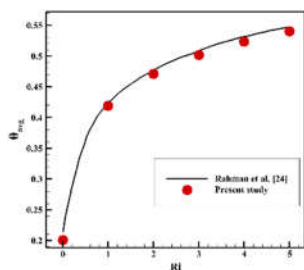
شکل ۳- ساختار شبکه برای تعداد المان ۲۱۵۰۶

جدول ۲- مقایسه عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم به ازاء تعداد مش‌های مختلف

تعداد مش	Nu_{avg}
۲۱۹۰	۲۲٫۰۷۳
۳۱۷۴	۲۲٫۳۲۶
۷۳۶۶	۲۲٫۸۷۴
۲۱۵۰۶	۲۳٫۱۴۴
۲۷۳۵۸	۲۳٫۱۳۱

۴-۲- اعتبارسنجی برنامه عددی

به منظور اعتبارسنجی نتایج عددی بدست آمده، مقایسه‌ای کمی و کیفی با نتایج شبیه‌سازی عددی بدست آمده توسط رحمان و همکاران [۲۴] که جریان همرفت ترکیبی درون حفره‌ای مربعی شکل با دیواره متحرک که حاوی نانوسیال آب-مس است، انجام شده است. شکل ۴ مقایسه‌ی دمای متوسط بی‌بعد و شکل ۵ مقایسه‌ی خطوط جریان و دما ثابت برای کد حاضر و مرجع [۲۴] را نشان می‌دهد. همان‌طور که قابل ملاحظه است، تطابق بسیار خوبی ما بین نتایج مشاهده می‌شود.



شکل ۴- دمای متوسط بی‌بعد بر حسب ریچاردسون‌های مختلف

$$\phi = ۰٫۰۴ \text{ و } Re = ۱۰۰$$

۵- نتایج

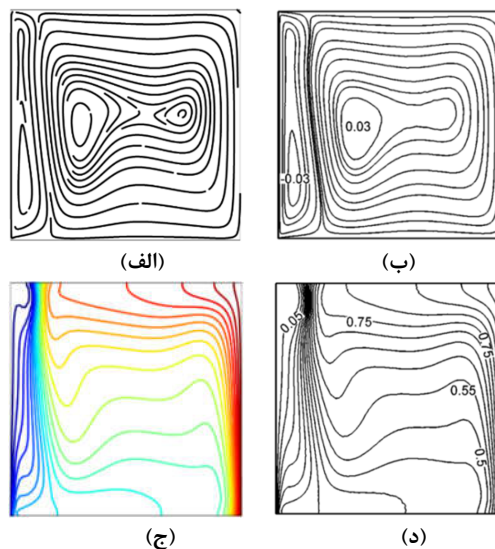
در مطالعه‌ی عددی حاضر، جریان همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس درون حفره‌ای مربعی شکل، با استفاده از مدل دو فازي بونجیورنو شبیه‌سازی شده است. تأثیر عدد رینولدز (Re)، سرعت و جهت چرخش سیلندرها ($\pm\Omega$)، فاصله‌ی سیلندرها از دیوارهای متحرک (x_c) و موقعیت قرار گیری سیلندرها درون حفره، بر روی آهنگ انتقال گرما بررسی شده است. علاوه بر این، بازه تغییرات و مقادیر پیش فرض پارامترهای کنترلی در جدول ۳ ارائه شده است. قابل ذکر است که در تمامی بررسی‌های انجام شده، اندازه سرعت‌های زاویه‌ای و جهت چرخش دو سیلندر یکسان فرض شده است.

جدول ۳- بازه تغییرات و مقادیر پیش فرض پارامترهای کنترلی

پارامتر	بازه تغییرات	مقدار پیش فرض
Ω	$[-80 - +80]$	$+20$
x_c	$[0.2 - 0.35]$	0.25
Re	$[20 - 200]$	100
Ri	-----	5
φ	-----	0.04
N_b	-----	10×10^{-4}
N_t	-----	10×10^{-5}

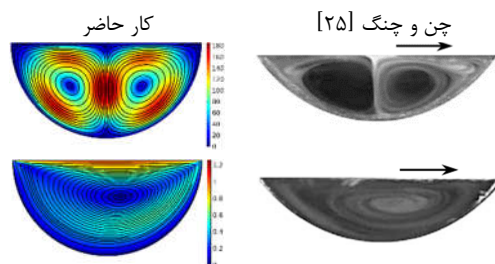
۵-۱- انتخاب پیکربندی بهینه

سه پیکربندی اشاره شده در شکل ۲، به دو حالتی که هر دو سیلندر پادساعتگرد و ساعتگرد در حال چرخش هستند، تقسیم می‌شود، و پیکربندی بهینه از نظر انتقال حرارت انتخاب می‌گردد. ابتدا به بررسی تأثیر سه پیکربندی مختلف بر روی خطوط جریان، خطوط دما ثابت و عدد ناسلت متوسط، هنگامی که سیلندرها به صورت پادساعتگرد در حال چرخش هستند، پرداخته شده است. شکل ۸ خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط دما ثابت (ردیف پایین) برای سه پیکربندی مختلف در شرایط پیش فرض ذکر شده در جدول ۳، را نشان می‌دهد. بررسی خطوط جریان نشان می‌دهد که در پیکربندی ۱ دو گردابه‌ی ساعتگرد در بالا و پایین سیلندر چپ و راست، همچنین یک گردابه‌ی دمبلی شکل مابین دو سیلندر ظاهر شده است. در پیکربندی‌های ۲ و ۳ برخلاف پیکربندی ۱، تنها یک گردابه‌ی ساعتگرد در اطراف سیلندرها مشاهده می‌شود، و گردابه‌ی دمبلی شکل ما بین دو سیلندر به حالت مورب در امتداد قطر فرعی و اصلی حفره در پیکربندی ۲ و ۳ تبدیل شده است. به طوری‌که وسعت گردابه‌ی دمبلی شکل در پیکربندی ۳ بزرگتر است. شکل ۸ ردیف پایین، خطوط دما ثابت را برای سه پیکربندی نشان می‌دهد. قابل مشاهده است که توزیع دما درون حفره به شدت تابع موقعیت سیلندرها است. به طوری‌که در پیکربندی ۲ و ۳ نواحی بالایی حفره در مقایسه با پیکربندی ۱ در دمای بالاتری قرار دارند. علاوه بر این، در پیکربندی ۳ خطوط دما ثابت گرم تا نیمه‌های حفره گسترش پیدا کرده است.

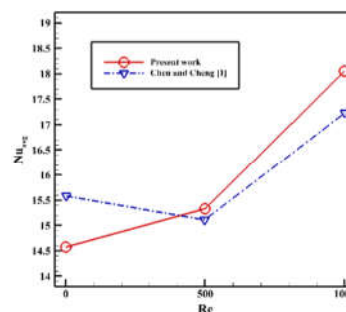


شکل ۵- نتایج کیفی (الف) خطوط جریان در کار حاضر (ب) خطوط جریان در رحمان و همکاران [۲۴] (ج) کانتور دما در کار حاضر (د) کانتور دما در رحمان و همکاران [۲۴] در $Re = 100$ ، $\Delta = 5$ ، $Ri = 0.04$ و $\varphi = 0.04$

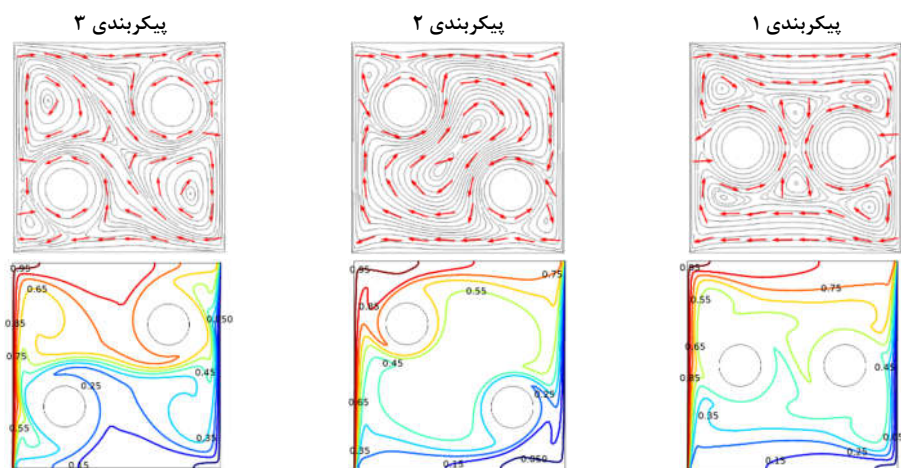
برای اطمینان از صحت حل عددی، آزمایشات چن و چنگ [۲۵] مدلسازی شده و نتایج کد حاضر با نتایج آزمایشگاهی به صورت کیفی و کمی مقایسه شده است (شکل ۶ و ۷). آزمایش‌های مرجع [۲۵] شامل مطالعه‌ی جریان جابه‌جایی ترکیبی درون حفره‌ای قوسی شکل که دیواره بالایی آن با سرعت ثابت در حال حرکت است، می‌باشد. با توجه به تطابق نتایج، صحت مدلسازی با کد حاضر تأیید می‌گردد.



شکل ۶- خطوط جریان به ازاء $Gr = 10^6$ و $Re = 0$ (ردیف بالا) و $Re = 0$ (ردیف پایین)



شکل ۷- عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رینولدزهای مختلف در $Gr = 10^6$



شکل ۸- خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط دما ثابت (ردیف پایین) برای سه حالت مختلف در شرایط پیش فرض

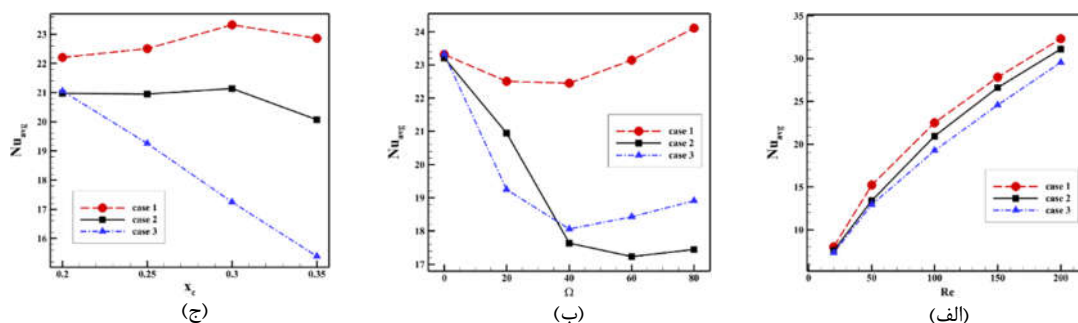
که برای فواصل مختلف سیلندرها (x_c) در $Re = 100$ و $\Omega = +20$ ، آهنگ انتقال گرما پیکربندی ۱ در مقایسه با سایر حالات بالاتر است. به طوری که در $x_c = 0.3$ ، عدد ناسلت متوسط برای پیکربندی ۱ و ۲ به ترتیب 23.327 ، 21.134 و 17.248 است.

به منظور اطمینان از انتخاب صحیح پیکربندی بهینه از نظر گرمایی در تمامی شرایط مطالعاتی کار حاضر، در این راستا سه پیکربندی اشاره شده این بار برای حالتی که هر دو سیلندر ساعتگرد در حال چرخش هستند، مورد مطالعه قرار داده شده است. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شده است، در بررسی تغییرات عدد ناسلت متوسط بر اساس یک متغیر مشخص، بقیه‌ی پارامترهای کنترلی در مقادیر پیش فرض خود قرار دارند.

در شکل ۱۰ (الف) نمودار تغییرات عدد ناسلت میانگین روی دیواره گرم بر حسب عدد رینولدز برای پیکربندی‌های مختلف در حالتی که هر دو سیلندر با سرعت زاویه‌ای برابر با $\Omega = -20$ در $x_c = 0.25$ در حال چرخش هستند، رسم شده است. با توجه به شکل ۱۰ (الف) مشاهده می‌شود که همانند حالت قبلی (چرخش پادساعتگرد سیلندرها) در این حالت نیز با افزایش عدد رینولدز، عدد ناسلت متوسط در همه‌ی پیکربندی‌ها به دلیل افزایش مومنوم سیال افزایش می‌یابد، و آهنگ انتقال گرما در پیکربندی ۱ بر حسب مقادیر مختلف عدد رینولدز، بیشتر است. شکل ۱۰ (ب) نشان می‌دهد که افزایش اندازه سرعت زاویه‌ای در پیکربندی ۲ منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود، در حالی که افزایش اندازه سرعت زاویه‌ای تا $\Omega = 40$ برای پیکربندی ۱ و $\Omega = 60$ برای پیکربندی ۳، به دلیل انتقال جریان سیال به سمت دیواره گرم و کم شدن ضخامت لایه‌ی مرزی، باعث افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. درحالی که برای اندازه سرعت‌های زاویه‌ای بزرگتر از مقادیر ذکر شده در فوق، عدد ناسلت میانگین به دلیل تشکیل گردابه‌ها در نزدیکی دیواره گرم، کاهش می‌یابد.

در حالت کلی از مقایسه‌ی خطوط جریان و خطوط دما ثابت می‌توان دریافت که گردابه‌های ایجاد شده در نزدیکی دیوار گرم مانع از انتقال گرما به نواحی سرد شده و گرما را در خود حبس کرده و منجر به افزایش دمای آن ناحیه می‌شود که این موضوع در پیکربندی ۲ به وضوح قابل رؤیت است.

شکل ۹ تغییرات عدد ناسلت متوسط (روی دیوار گرم) را بر حسب پارامترهای کنترلی مختلف مسئله برای سه پیکربندی متفاوت هنگامی که سیلندرها به صورت پادساعتگرد در حال چرخش هستند، را ارائه می‌دهد. قابل ذکر می‌باشد که پارامترهای کنترلی در رسم نمودار تغییرات عدد ناسلت میانگین بر حسب یک متغیر مشخص، در مقادیر پیش فرض ارائه شده در جدول ۳ قرار دارند. شکل ۹ (الف)، تغییرات عدد ناسلت میانگین بر حسب رینولدز در $x_c = 0.25$ و $\Omega = +20$ که برای سه پیکربندی مختلف را نشان می‌دهد. قابل مشاهده است که با افزایش عدد رینولدز مقدار عدد ناسلت متوسط نیز به دلیل افزایش مومنوم، روند اکیداً صعودی دارد. به طوری که پیکربندی ۱ عملکرد حرارتی بهتری نسبت به بقیه پیکربندی‌ها دارد. بررسی تأثیر سرعت زاویه‌ای سیلندرها بر میزان نرخ انتقال حرارت در $Re = 100$ و $x_c = 0.25$ برای سه پیکربندی مختلف در شکل ۹ (ب) گزارش شده است. در تمامی پیکربندی‌ها ابتدا با افزایش سرعت زاویه‌ای، مکانیزم‌های انتقال گرما همرفت طبیعی و اجباری در خلاف جهت هم عمل کرده و همدیگر را تضعیف و منجر به کاهش آهنگ انتقال گرما می‌شوند، ولی از یک مقداری مشخص به بعد ($\Omega = +40$) برای پیکربندی ۱ و ۲ و همچنین $\Omega = +60$ برای پیکربندی ۳، افزایش سرعت زاویه‌ای در جهت بهبود مقدار ناسلت متوسط عمل می‌کند. قابل ذکر است که عدد ناسلت متوسط برای پیکربندی ۱ در تمامی سرعت‌های زاویه‌ای در مقایسه با سایر پیکربندی‌ها، برتری چشم‌گیری دارد. علاوه بر بررسی‌های فوق، بر اساس شکل ۹ (ج) می‌توان دریافت

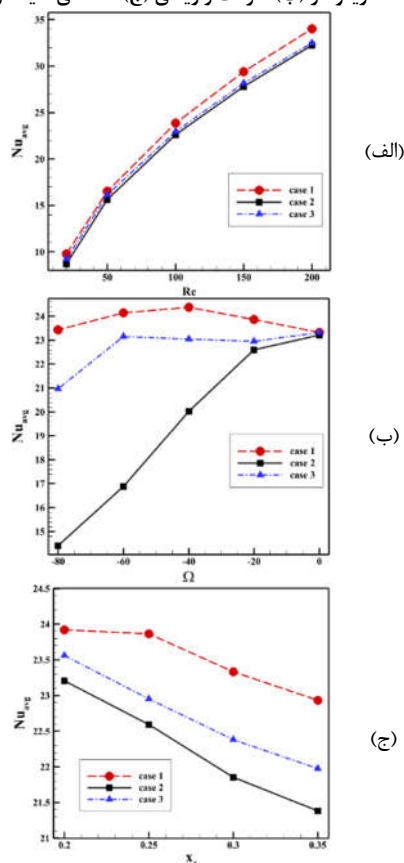


شکل ۹- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بر حسب مقادیر مختلف (الف) عدد رینولدز (ب) سرعت زاویه‌ای (ج) فاصله‌ی سیلندرها

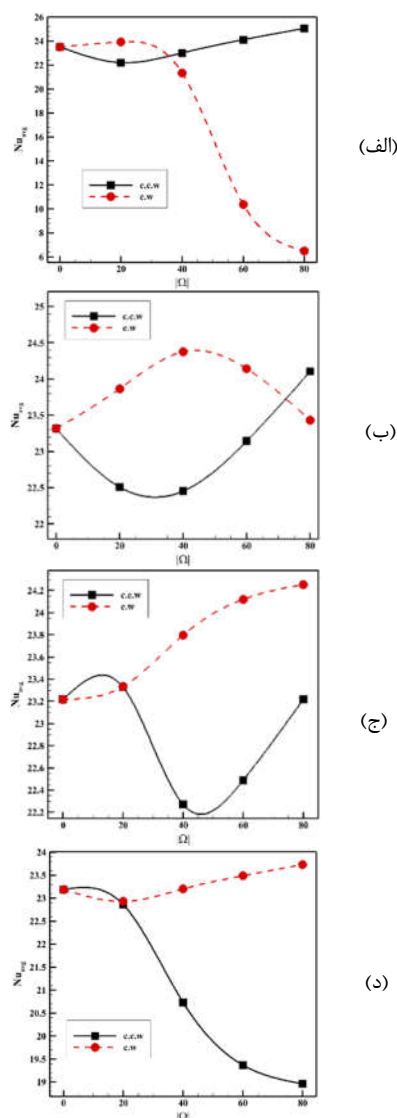
علاوه بر این، همانطور که از شکل ۱۰ (ج) قابل مشاهده است، با افزایش x_c عدد ناسلت متوسط برای تمامی پیکربندی‌ها در مقادیر پیش فرض عدد رینولدز و اندازه سرعت زاویه‌ای، به دلیل دور شدن سیلندر سمت چپ از دیواره گرم سیر اکیدا نزولی دارد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که پیکربندی ۱ در تمامی شرایط حاضر در مسئله از عملکرد گرمایی بهتری در مقایسه با سایر پیکربندی‌ها برخوردار است. بنابراین، بقیه نتایج برای پیکربندی ۱ استخراج شده و گزارش می‌گردد.

۵-۲- تأثیر فاصله‌ی سیلندرها از دیواره‌های متحرک (x_c)

بررسی جهت چرخش سیلندرها بر حسب x_c های مختلف در سرعت‌های زاویه‌ای متفاوت در پیکربندی ۱ از پارامترهای حیاتی هستند که تأثیر چشم‌گیری در افزایش و یا کاهش آهنگ انتقال گرما دارند. برای درک بهتر اهمیت این موضوع، شکل ۱۱ نتایج عدد ناسلت متوسط روی دیوار گرم، برای حالت‌های مختلف جهت چرخش و سرعت زاویه‌ای سیلندرها و هم‌بطور x_c های متفاوت در $Re = 100$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که عدد ناسلت میانگین به شدت تحت تأثیر جهت چرخش در x_c های مختلف است. تحلیل نمودارها نشان می‌دهد که به غیر از $x_c = 0.2$ تقریباً در تمامی x_c ها، ساعتگرد چرخیدن سیلندرها منجر به بهبود عدد ناسلت متوسط می‌شود. ولی در $x_c = 0.2$ پادساعتگرد چرخیدن سیلندرها تأثیر مثبتی بر روی نرخ انتقال حرارت دارد به طوریکه در $x_c = 0.2$ و در $\Omega = +80$ آهنگ انتقال گرما به بیشترین مقدار خود در مقایسه با سایر حالات رسیده است. بنابراین نکته‌ای که می‌توان نتیجه گرفت اینست که در x_c های خیلی بزرگ ($x_c = 0.35$) یعنی در حالاتی که هر دو سیلندر به هم خیلی نزدیک هستند، استفاده از جهت چرخش ساعتگرد سیلندرها توصیه می‌شود. بالعکس در x_c های خیلی کوچک ($x_c = 0.2$) استفاده از جهت چرخش پادساعتگرد توصیه می‌شود.



شکل ۱۰- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بر حسب مقادیر مختلف (الف) عدد رینولدز (ب) سرعت زاویه‌ای (ج) فاصله‌ی سیلندرها برای حالتی که هر دو سیلندر ساعتگرد در حال چرخش هستند.



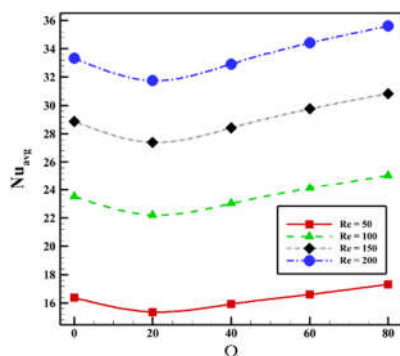
شکل ۱۱- تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب اندازه‌ی سرعت‌های زاویه‌ای و جهت چرخش سیلندرها برای (الف) $0.2 = x_c$ ، (ب) $0.25 = x_c$ ، (ج) $0.3 = x_c$ و (د) $0.35 = x_c$ در $Re = 100$

۵-۳- تأثیر سرعت زاویه‌ای و عدد رینولدز در $0.2 = x_c$

شکل ۱۲ تأثیر مقادیر مختلف سرعت زاویه‌ای و عدد رینولدز بر روی خطوط جریان را در حالتی که هر دو سیلندر پادساعتگرد و هم اندازه در حال چرخش هستند، را نمایش می‌دهد. همان‌طور که قابل مشاهده است، در $\Omega = 0$ با افزایش عدد رینولدز ورتکس‌های موجود در بالای سیلندر چپ و پایین سیلندر راست بزرگتر درحالی‌که گردابه‌های پایین و بالای به ترتیب سیلندر چپ و راست و همچنین گردابه‌ی دمبلی شکل بین آنها ناپدید می‌شود. هنگامی که مقدار سرعت زاویه‌ای و عدد رینولدز به ترتیب برابر با ۲۰ و ۵۰ است، گردابه‌های موجود در بالا و پایین هر دو سیلندر بزرگتر و با افزایش عدد رینولدز قوی‌تر می‌شوند. در حالت کلی با افزایش سرعت زاویه‌ای گردابه‌ی ما بین دو سیلندر از حالت افقی به حالت عمودی تبدیل

شده، که با افزایش عدد رینولدز به صورت مورب در جهت قطر اصلی حفره تغییر وضعیت می‌دهد. همچنین، در مقادیر پایین عدد رینولدز ($Re = 50$) با افزایش سرعت زاویه‌ای، گردابه‌های موجود در بالا و پایین سیلندرها به گردابه‌ی ما بین دو سیلندر می‌پیوندند.

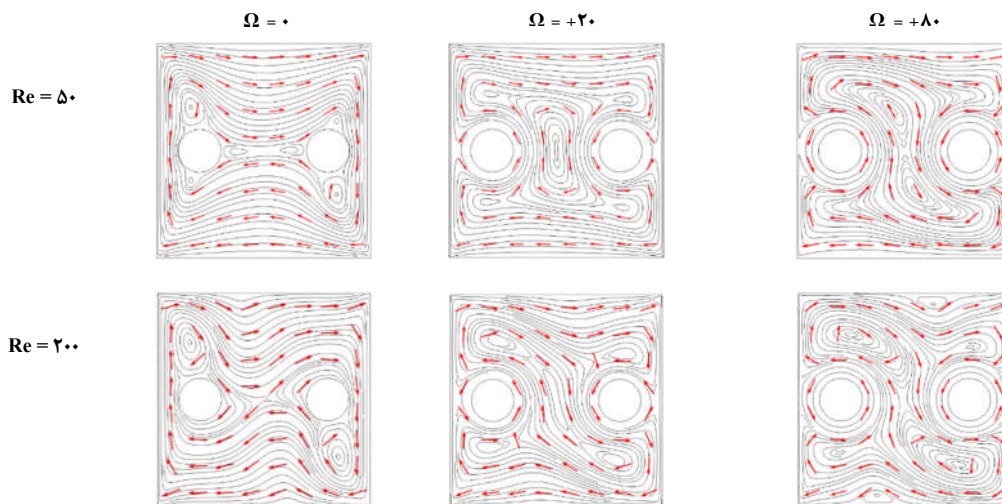
تغییرات عدد ناسلت متوسط (روی دیوار گرم) بر حسب سرعت‌های زاویه‌ای و اعداد رینولدز مختلف در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است، با افزایش سرعت زاویه‌ای مقدار عدد ناسلت متوسط ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد، به طوری که یک سرعت زاویه‌ای بحرانی مهم از دیدگاه مهندسی در نتایج حاصله مشاهده می‌شود. در $\Omega = 0$ مکانیزم غالب انتقال گرما جریان نانوسیال به صورت ترکیب همرفت طبیعی و حرکت دیواره‌ها است. در این راستا با افزایش سرعت زاویه‌ای جابه‌جایی اجباری ناشی از چرخش سیلندرها نیز افزایش یافته و منجر به مخالفت با همرفت ترکیبی شده (با توجه به جهت چرخش پادساعتگرد)، و در نتیجه این دو مکانیزم انتقال گرما همدیگر را تضعیف و باعث کاهش آهنگ انتقال گرما می‌شوند. اما هنگامی که سرعت زاویه‌ای به مقادیر بزرگتر از ۲۰ می‌رسد، مکانیزم غالب انتقال گرما به صورت همرفت اجباری بوده، و بنابراین با افزایش سرعت زاویه‌ای عدد ناسلت متوسط نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این، با افزایش عدد رینولدز آهنگ انتقال گرما به دلیل افزایش مومنوم سیال و همچنین افزایش همرفت اجباری، تقویت می‌شود. با توجه به توضیحات اخیر، در سرعت زاویه‌ای ثابت همانند $\Omega = +80$ ، با افزایش مقدار عدد رینولدز از ۵۰ به ۲۰۰، عدد ناسلت متوسط از ۱۷٫۳۱ به ۳۵٫۶ افزایش می‌یابد.



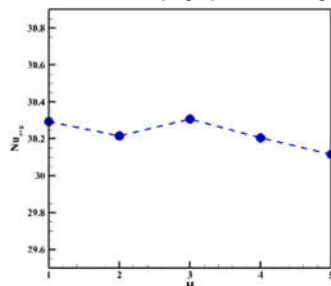
شکل ۱۳- تأثیر سرعت‌های زاویه‌ای دو سیلندر و اعداد رینولدز مختلف بر روی عدد ناسلت میانگین روی دیوار گرم

۵-۴- تأثیر عدد رینولدز و سرعت زاویه‌ای بر ضریب اصطکاک

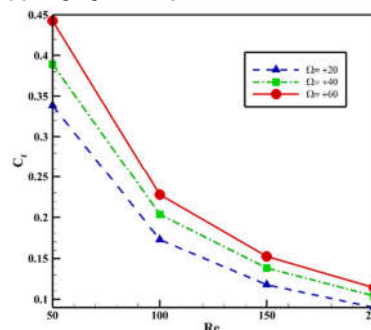
شکل ۱۴ تغییرات ضریب اصطکاک متوسط بر روی دیواره بالایی حفره را به ازاء مقادیر مختلف عدد رینولدز و سرعت زاویه‌ای نشان می‌دهد. اگر چه با افزایش عدد رینولدز گرادیان سرعت (و در نتیجه تنش برشی)



شکل ۱۲- تأثیر سرعت زاویه‌ای بر روی خطوط جریان برای مقادیر مختلف عدد رینولدز



شکل ۱۵- تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب طول عمق حفره (H)



شکل ۱۴- تغییرات ضریب اصطکاک متوسط بر حسب مقادیر مختلف عدد رینولدز و سرعت زاویه‌ای در $x_c = 0.2$

۶- نتیجه‌گیری

در کار حاضر، با استفاده از روش المان محدود به بررسی عددی جریان همرفت ترکیبی نانوسیال آب-مس درون حفره‌ای مربعی شکل با دو دیواره عمودی متحرک و در حضور دو سیلندر چرخان و آدیاباتیک که هم جهت و هم اندازه در حال چرخش هستند، پرداخته شده است. تأثیر پیکربندی، جهت چرخش و اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای سیلندرها، عدد رینولدز و فواصل سیلندرها از دیواره‌های متحرک بر روی پدیده‌های انتقال گرما و جریان سیال، با استفاده از مدل دو فازي بونجیورنو مورد مطالعه قرار گرفته است. یافته‌های حاصل از نتایج شبیه‌سازی به شرح زیر است:

- پیکربندی ۱ در مقایسه با سایر پیکربندی‌ها، عملکرد گرمایی بهتری داشته است. به‌طوری که در $Re = 100$ ، $\Omega = +20$ و $x_c = 0.3$ ، آهنگ انتقال گرما در پیکربندی ۱، تقریباً 10.37 از پیکربندی ۲ و 35.24 درصد بیشتر از پیکربندی ۳ است. بنابراین تأثیر پارمترهای مختلف برای این پیکربندی گزارش شده است.
- در $x_c = 0.2$ ، $Re = 100$ و $|\Omega| = 60$ ، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم در جهت چرخش پادساعتگرد و ساعتگرد به ترتیب برابر است با 24.11 و 10.37 ، بنابراین در $0.2 = x_c$ برای افزایش آهنگ انتقال گرما (به ویژه در سرعت‌های

بر روی دیواره بالایی افزایش می‌یابد، ولی به دلیل افزایش اندازه سرعت در نزدیکی دیواره ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. همان‌طور که شکل ۱۴ نشان می‌دهد، بالاترین ضریب اصطکاک مربوط به $Re = 50$ و کمترین آن در $Re = 200$ بدست می‌آید. از طرف دیگر با افزایش سرعت زاویه‌ای سیلندرها، گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره شدت پیدا کرده و باعث افزایش ضریب اصطکاک می‌شود.

۵-۵- مقایسه جریان دوبعدی با سه‌بعدی

به منظور مقایسه‌ی نتایج بدست آمده در سه بعد با مسئله‌ی دوبعدی، شکل ۱۵ تغییرات عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره‌ی گرم را به ازاء طول‌های مختلف عمود بر صفحه نشان می‌دهد. این نتایج با فرضیات $\Omega = +20$ ، $Re = 200$ ، $Ri = 5$ ، $x_c = 0.2$ و $\phi = 0.04$ بدست آمده‌اند. در حالت دو بعدی و با مقادیر پارامترهای کنترلی یکسان، عدد ناسلت میانگین برابر با $31/7$ می‌باشد، که با توجه به نتایج بدست آمده در حالت سه بعدی (شکل ۱۵)، اختلاف چشمگیری وجود نداشته و می‌توان با فرض دو بعدی مسأله را مورد تحلیل قرار داد. این نتیجه‌گیری توسط مطالعات گذشته نیز تأیید گردیده است [۲۵].

M.E., Impacts of moving wall and heat-generating element on heat transfer and entropy generation of Al_2O_3/H_2O nanofluid. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 136(2), pp.673-686, 2019.

[15] Alsabery A.I., Tayebi T., Kadhim H.T., Ghalambaz M., Hashim I. and Chamkha A.J., Impact of two-phase hybrid nanofluid approach on mixed convection inside wavy lid-driven cavity having localized solid block. *Journal of Advanced Research*, 30, pp.63-74, 2021.

[16] Al-Farhany K. and Abdulsahib A.D., Study of mixed convection in two layers of saturated porous medium and nanofluid with rotating circular cylinder. *Progress in Nuclear Energy*, 135, p.103723, 2021.

[17] Alsabery A.I., Ghalambaz M., Armaghani T., Chamkha A., Hashim I. and Saffari Pour M., Role of rotating cylinder toward mixed convection inside a wavy heated cavity via two-phase nanofluid concept. *Nanomaterials*, 10(6), p.1138, 2020.

[18] Haq R.U., Soomro F.A., Wang X. and Tili I., Partially heated lid-driven flow in a hexagonal cavity with inner circular obstacle via FEM. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 117, p.104732, 2020.

[19] Korei Z., Benissaad S., Berrahil F. and Filali A., MHD mixed convection and irreversibility analysis of hybrid nanofluids in a partially heated lid-driven cavity chamfered from the bottom side. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 132, p.105895, 2022.

[20] Ismael M.A., Armaghani T. and Chamkha A.J., Mixed convection and entropy generation in a lid-driven cavity filled with a hybrid nanofluid and heated by a triangular solid. *Heat Transfer Research*, 49(17), 2018.

[21] Alshuraiaan B. and Pop I., Numerical simulation of mixed convection in a lid-driven trapezoidal cavity with flexible bottom wall and filled with a hybrid nanofluid. *The European Physical Journal Plus*, 136(5), pp.1-18, 2021.

[22] Brinkman H.C., The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *The Journal of chemical physics*, 20(4), pp.571-571, 1952.

[23] Wasp E.J., Kenny J.P. and Gandhi R.L., Solid-liquid flow: slurry pipeline transportation. [Pumps, valves, mechanical equipment, economics]. *Ser. Bulk Mater. Handl. (United States)*, 1(4), 1977.

[24] Rahman M.M., Billah M.M., Hasanuzzaman M., Saidur R. and Rahim N.A., Heat transfer enhancement of nanofluids in a lid-driven square enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 62(12), pp.973-991, 2012.

[25] Chen C.L. and Cheng C.H., Experimental and numerical study of mixed convection and flow pattern in a lid-driven arc-shape cavity. *Heat and mass transfer*, 41(1), pp.58-66, 2004.

زاویه‌ای بالا)، جهت چرخش پادساعتگرد سیلندرها توصیه می‌شود. در حالی که برای x_c های بزرگتر از ۰٫۲، جهت چرخش ساعتگرد برای بهبود انتقال گرما پیشنهاد می‌گردد.

- هرگونه افزایشی در مقدار عدد رینولدز با افزایش عدد ناسلت متوسط همراه است. به طوری که در پیکربندی ۱، $x_c = ۰٫۲$ و $\Omega = ۸۰$ با افزایش عدد رینولدز از ۵۰ به ۲۰۰، عدد ناسلت میانگین روی دیواره گرم تقریباً ۱۰۵ درصد بهبود می‌یابد.

۷- مراجع

[1] Choi S.U. and Eastman J.A., *Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles* (No. ANL/MSD/CP-84938; CONF-951135-29). Argonne National Lab.(ANL), Argonne, IL (United States), 1995.

[2] Chen C.L. and Cheng C.H., Experimental and numerical study of mixed convection and flow pattern in a lid-driven arc-shape cavity. *Heat and mass transfer*, 41(1), pp.58-66, 2004.

[3] Al-Amiri A. and Khanafer K., Fluid-structure interaction analysis of mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity with a flexible bottom wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(17-18), pp.3826-3836, 2011.

[4] Haese P.M. and Teubner M.D., Heat exchange in an attic space. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(25), pp.4925-4936, 2002.

[5] Tiwari R.K. and Das M.K., Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of heat and mass transfer*, 50(9-10), pp.2002-2018, 2007.

[6] Cheng T.S. and Liu W.H., Effects of cavity inclination on mixed convection heat transfer in lid-driven cavity flows. *Computers & Fluids*, 100, pp.108-122, 2014.

[7] Waheed M.A., Mixed convective heat transfer in rectangular enclosures driven by a continuously moving horizontal plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(21-22), pp.5055-5063, 2009.

[8] Gangawane K.M., Oztop H.F. and Abu-Hamdeh N., Mixed convection characteristic in a lid-driven cavity containing heated triangular block: Effect of location and size of block. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 124, pp.860-875, 2018.

[9] Khanafer K. and Aithal S.M., Mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity with a rotating circular cylinder. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 86, pp.131-142, 2017.

[10] Khanafer K., Aithal S.M. and Vafai K., Mixed convection heat transfer in a differentially heated cavity with two rotating cylinders. *International Journal of Thermal Sciences*, 135, pp.117-132, 2019.

[11] Ali I.R., Alsabery A.I., Bakar N.A. and Roslan R., Mixed convection in a double lid-driven cavity filled with hybrid nanofluid by using finite volume method. *Symmetry*, 12(12), p.1977, 2020.

[12] Hussain S., Jamal M. and Geridonmez B.P., Impact of fins and inclined magnetic field in double lid-driven cavity with Cu-water nanofluid. *International Journal of Thermal Sciences*, 161, p.106707, 2021.

[13] Alsabery A.I., Sheremet M.A., Chamkha A.J. and Hashim I.J.S.R., MHD convective heat transfer in a discretely heated square cavity with conductive inner block using two-phase nanofluid model. *Scientific reports*, 8(1), pp.1-23, 2018.

[14] Bondarenko D.S., Sheremet M.A., Oztop H.F. and Ali