

# تحلیل فرکانسی کابل خطی تحت نیروی آیرودینامیکی ناشی از تندباد اتفاقی

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران،  
ffarid.ahmadi12@gmail.com

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران،  
ghavanloo@shirazu.ac.ir

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران،  
fazelzad@shirazu.ac.ir

فرید احمدی

اسمعیل قوانلو\*

سید احمد فاضل زاده

## چکیده

هدف از این مقاله، شبیه سازی ارتعاشات ناشی از نیروی آیرودینامیکی ناشی از وزش باد می باشد. اغتشاشاتی که در اثر عبور جریان هوا بر روی کابل ایجاد می شود، باعث رشد نوسانات کابل تا نوسانات حدی با دامنه مشخص می گردد. در این مقاله از مدل آشفتگی درآیدن جهت مدل سازی نیروی آیرودینامیکی ناشی از وزش باد استفاده می شود. معادلات حرکت کابل متصل به میراگر الکترومغناطیس با استفاده از اصل همپلتون استخراج و سپس با استفاده از روش گالرکین به مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل معمولی خطی گسسته می شوند. در ادامه توابع تبدیل مود ارتعاشی اول کابل محاسبه و نمودار بود اندازه و فاز برای این توابع تبدیل با استفاده از نرم افزار MATLAB ترسیم می گردد. تاثیر پارامترهایی تندباد نظیر مقیاس طول تندباد، شدت تلاطم تندباد و سرعت باد بر پاسخ فرکانسی کابل مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج نشان می دهد که افزایش مقیاس طول تند باد و همچنین افزایش سرعت باد سبب کاهش فرکانس تشدید در سیستم می گردد.

واژه های کلیدی: کابل، ارتعاشات القایی باد، تند باد اتفاقی، شرایط تشدید، ناپایداری، تابع تبدیل.

## Frequency Analysis of Linear Cable Under Wind-induced Aerodynamic Force Caused by Random Gust

F. Ahmadi

E. Ghavanloo

S. A. Fazelzadeh

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

## Abstract

The purpose of this paper is to simulate the vibrations caused by the aerodynamic force of the wind blowing. Disturbances of air currents over the cable cause the oscillations of the cable with certain amplitude. In this paper, the Dryden turbulence model is used to model wind-induced aerodynamic force. The equations of motion of the cable connected to the electromagnetic damper is obtained by using the Hamilton principle and then they are discretized to a set of linear ordinary differential equations by adopting the Galerkin method. In the following, the transfer functions of the first vibration mode of the cable are obtained and the bode diagrams for these transfer functions are plotted using MATLAB software. Then the effects of random gust parameters, such as length scale, turbulence intensity and wind speed on the frequency response of the cable are investigated. The results show that increasing length scale and wind speed decrease the resonant frequency of the system.

**Keywords:** Cable, Wind-induced vibrations, Random gusts, Resonance conditions, Instability, Transfer function.

نوسانات در آنها می شود که در زیر به تعدادی از این مکانیزم ها اشاره

می شود [۷]:

- ۱- ارتعاش القایی گردابه<sup>۱</sup> بر اثر وزش باد
  - ۲- پدیده نوسان هادی<sup>۲</sup> کابل ها بر اثر برف انباشته
  - ۳- پدیده نوسان هادی کابل ها بر اثر وزش باد
  - ۴- تکانهای ارتعاشی شدید<sup>۳</sup> کابل ها بر اثر عبور جریان متلاطم
- پدیده نوسان هادی در کابل ها به علت ناپایداری در حالت تعادل استاتیکی در اثر اغتشاشات اولیه به وجود می آید. اگر سرعت وزش باد در راستای عمود بر کابل از سرعت بحرانی بیشتر باشد، حالت تعادل استاتیکی بر هم خورده و کابل ناپایدار می گردد. در این شرایط نوسانات

## ۱- مقدمه

امروزه کابل ها به علت وزن کم و انعطاف پذیری مناسب یکی از مهمترین اجزای به کار رفته در سازه های دینامیکی و عمرانی محسوب می شوند. از این رو تامین سلامت کابل ها، یکی از زمینه های مهم در تحقیقات اخیر دانشمندان بوده است. نیروی پیش تنیدگی کابل ها عامل اصلی تعادل استاتیکی آنها می باشد. اما نیروهای دینامیکی وارد بر آنها گاهی تعادل استاتیکی را بر هم می زند و با توجه به نوع نیرو و نحوه وارد شدن آن می تواند آثاری ناخواسته بر جای بگذارد. کابل ها به علت سفتی اندک خود در برابر تغییر مکان های بزرگ تحت اثر نیروهای دینامیکی وارد به آن دارای ضعف می باشند [۱-۶]. یکی از انواع نیروهایی که به کابل های موجود در سازه ها نظیر پل های کابلی و خطوط انتقال قدرت و ... وارد می شود، نیروی ناشی از وزش باد می باشد.

نیروهای وارد بر کابل ها به صورت گوناگون عامل تحریک و ایجاد

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ghavanloo@shirazu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۱/۰۱/۳۹

تاریخ پذیرش: ۰۱/۰۶/۲۱

<sup>1</sup>Vortex induced vibration

<sup>2</sup> Galloping

<sup>3</sup> Buffeting

کوچک اولیه به تدریج رشد می کنند و در نهایت به نوسانات حدی با دامنه بالا و فرکانس پایین می رسند [۸-۱۲].

اکثر روش های جلوگیری از تخریب و آسیب کابل ها بر مبنای جذب انرژی مکانیکی انتقال یافته توسط نیروی باد، با استفاده از جاذب های انرژی نظیر انواع میراگر ها می باشد. تاکنون تحقیقات زیادی در خصوص مدل سازی ارتعاشات ناشی از نیروی آیرودینامیکی باد بر کابل ها صورت گرفته که از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد.

در سال ۱۹۳۲ دن هارتوگ یک مدل یک درجه آزادی برای بررسی پدیده نوسان هادی ارائه کرد [۱۳]. او در این پژوهش تنها حرکت در راستای عمودی کابل را در معادلات وارد کرد و در نهایت در سال ۱۹۵۶ نظریه کلاسیک پدیده نوسان هادی را برای اولین بار مطرح نمود.

مک دونالد و لاروس در سال ۲۰۰۶ نظریه کلاسیک دن هارتوگ را گسترش دادند [۱۴] و آن را برای جسم استوانه ای شکل که در جهت عمود بر محور کابل ارتعاش می کند قابل اجرا ساختند. آنها در ادامه در سال ۲۰۰۸ یک مدل دو درجه آزادی برای شبیه سازی پدیده نوسان هادی در تونل باد مورد آزمایش قرار دادند [۱۵]. موازی با پژوهش آنها ماتسوموتو و همکارانش در سال ۲۰۰۷ تعدادی آزمایش تونل باد در این زمینه انجام دادند [۱۶]. آنها بر اساس آزمایشات انجام شده نتیجه گرفتند که پدیده نوسان هادی خشک کابل ها با تشکیل گردابه های منظم کارمن همبستگی دارد و همچنین دو راه حل برای سرکوب گردابه کارمن ارائه نمودند که عبارتند از: ۱- ایجاد یک جریان محوری در پشت کابل جهت جلوگیری از برخورد دو لایه جداگانه از جریان باد وزیده شده بر کابل ۲- جریان باد وزیده بر کابل در ناحیه عدد رینولدز بحرانی قرار نگیرد زیرا اگر رژیم جریان در ناحیه عدد رینولدز بحرانی قرار گیرد باعث ایجاد جریان نامتقارن در اطراف کابل می گردد.

وو و کاتسوجی در سال ۲۰۱۶ استفاده از سطوح ناهموار برجسته و فرورفته که تا قبل از آنها برای سرکوب پدیده نوسان هادی کابل ها در حالت وزش باد همراه با باران استفاده می شد، را برای سرکوب پدیده نوسان هادی خشک در کابل ها را مورد بررسی قرار دادند [۱۷]. هدف از پژوهش آنها بررسی جامع عملکرد سطوح فرورفته و برآمده در بازه عدد اسکورتون (پارامتری بی بعدی که نشان دهنده جرم و خواص میرایی است) پایین بود. افزایش عدد اسکورتون به معنای افزایش چگالی و میرایی کابل می باشد که خود عاملی تاثیر گذار در کاهش نوسانات کابل در وزش باد می باشد.

گلوبیوسکا و همکاران در سال ۲۰۱۷ مقدار عددی نیروی برا و پسا را در کابل یک پل کابلی در رژیم جریان با عدد رینولدز  $10^5 \times 1/4$  اندازه گیری نمودند [۱۸] و مدل سطح مقطع دایره ای و بیضی شکل را به ترتیب برای بررسی پدیده نوسان هادی با وزش باد خشک و پدیده نوسان هادی با وزش باد همراه با باران و برف ارائه نمودند. آنها همچنین در سال ۲۰۱۸ به بررسی پدیده های فیزیکی گوناگون نظیر جریان القایی گردابه، پدیده نوسان هادی، تکانه های ارتعاشی شدید و ... که در ایجاد نوسانات با دامنه بالا در کابل ها نقش دارند، پرداختند [۱۹].

مک تاویش و رژیسی در سال ۲۰۱۸ به بررسی پدیده نوسان هادی خشک در کابل یک پل کابلی در ژاپن پرداختند [۲۰] و تاثیر میرایی و همچنین وجود یک فیلتر مارپیچ در کابل را بررسی کردند. آنها عوامل تاثیر گذار بسیاری در پدیده نوسان هادی و حرکت ارتعاشی با دامنه بالا

را شناسایی کردند و نشان دادند که مکانیزم های فیزیکی متفاوتی باعث شروع نوسانات با دامنه بالا در رژیم جریان با عدد رینولدز بحرانی و فوق بحرانی می شوند. همچنین آنها دریافتند که در رژیم جریان با عدد رینولدز بحرانی، نیروی برا افزایش می یابد و نیروی پسا کاهش می یابد. گروسی و همکاران در سال ۲۰۱۹ آزمایشاتی جهت اندازه گیری ضرایب آیرودینامیکی متوسط در مدل پدیده نوسان هادی کابل های پل کابلی با برف در تونل باد انجام دادند [۲۱]. در این تحقیق برای مدل سازی پدیده نوسان هادی با برف از روش تصویرسنجی و با استفاده از چاپگر سه بعدی کابل پوشیده با برف را مدل سازی نموده اند. آنها ضرایب برا و پسا برای این کابل پوشیده با برف را در زوایای حمله متفاوت و همچنین بازه ای از اعداد رینولدز بین  $10^4 \times 2/5$  تا  $10^4 \times 13/6$  به دست آوردند و دریافتند که مقدار ضرایب آیرودینامیکی برای کابل پوشیده با برف از کابل خشک بیشتر است. نتایج این آزمایشات در نهایت منجر به ارائه یک مدل ریاضی برای توصیف بار اعمالی توسط باد بر کابل پوشیده با برف شد.

در سال ۲۰۲۰ وودای آزمایشاتی بر روی کابل ها در شرایط وزش باد خشک و همچنین وزش باد همراه با باران در سرعت های متفاوت در تونل باد انجام داد [۲۲]. او دریافت که استفاده از سیم مارپیچ در کابل ها می تواند نوسانات با دامنه بالا را کاهش دهد. در واقع گردابه های با فرکانس پایین در پشت کابل ها عامل اساسی ایجاد نوسانات با دامنه بالا می باشند که با استفاده از سیم های مارپیچ می توان از تشکیل این گردابه های با فرکانس کم و به دنبال آن نوسانات با دامنه بالا جلوگیری نمود.

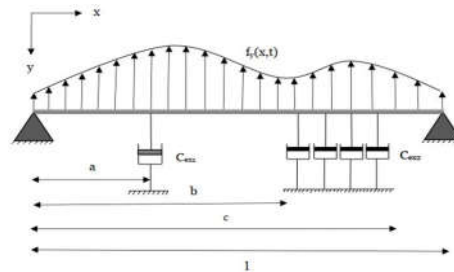
مک تاویش و همکاران در سال ۲۰۲۰ رفتار آیرودینامیکی کابل های یک پل کابلی را در شرایط مختلف نظیر زوایای حمله متفاوت و رژیم های جریانی آرام و متلاطم در تونل باد مورد آزمایش قرار دادند [۲۳]. آنها دریافتند که سطح ناهموار کابل در جریان لایه ای می تواند باعث کاهش نوسانات با دامنه بالا شود اما در جریان متلاطم این عامل تاثیر چندانی ندارد.

با بررسی مراجع مختلف می توان نتیجه گرفت که علیرغم مطالعات آزمایشگاهی و محاسباتی مختلفی که بر روی رفتار کابل ها در جریان سیال انجام شده است، تاکنون اثر تند باد اتفاقی بر روی پاسخ فرکانسی این سیستم ها بررسی نگردیده است. در این مقاله، پاسخ فرکانسی یک کابل با سطح مقطع دایره ای بر اثر وزش تندباد پیوسته بررسی می گردد. از آنجا که میراگرها در کاهش نوسانات در کابل ها تاثیر بسیار دارند، کابل مورد بررسی یک کابل متصل به میراگر الکترومغناطیس در نظر گرفته می شود. در این پژوهش همچنین از میراگرهای پیوسته نیز استفاده می شود که حاصل اتصال موازی تعدادی میراگر با فاصله کم به کابل می باشد. میراگرهای الکترومغناطیس می توانند به عنوان جاذب انرژی و کاهنده ارتعاشات ناشی از وزش باد مورد استفاده قرار گیرند. در تحقیق حاضر، نیروی آیرودینامیکی وارد بر کابل با مدل تند باد اتفاقی درآیند مدل سازی می شود.

معادلات دینامیکی حاکم بر این سیستم با استفاده از اصل همپلتون به دست می آیند و در ادامه این معادلات به روش گالرکین گسسته سازی می شوند. سپس توابع تبدیل برای مود ارتعاشی اول استخراج می گردند و نمودار بود برای این توابع تبدیل رسم و تحلیل فرکانسی مود ارتعاشی اول انجام می شود.

## ۲- معادلات دینامیکی حاکم

در شکل ۱ یک کابل انعطاف پذیر خطی متصل به میراگرهای الکترومغناطیس رسم شده است. این سیستم می تواند نمونه ای از کابل های یک پل کابلی متصل به میراگر الکترومغناطیس باشد که یک سر آن به پل و سر دیگر آن به ستون پل متصل است و تحت تحریک ناشی از وزش باد قرار گرفته است. در شکل ۱،  $l$  فاصله بین دو تکیه گاه،  $C_{ex1}$  ضریب میرایی میراگر متصل به یک نقطه از کابل و  $a$  محل اتصال این میراگر به کابل،  $C_{ex2}$  ضریب میرایی میراگر الکترومغناطیس پیوسته و  $b$  و  $c$  به ترتیب موقعیت ابتدا و انتهای اتصال میراگر پیوسته می باشد. لازم به ذکر است که ایده استفاده از میراگرهای پیوسته پیش از این در مرجع [۲۴] مطرح شده بود.



شکل ۱- پیکربندی کابل انعطاف پذیر خطی متصل به میراگر تحت تحریک نیروی آبرودینامیکی وزش تند باد

باشد. با توجه به هندسه ی سطح مقطع کابل که دایره ای می باشد. وزش تندباد سبب شروع پدیده پدیده نوسان هادی می شود و نیروی آبرودینامیکی ناشی از تندباد وزیده بر کابل مطابق رابطه ی (۵) می باشد [۲۵].

$$f_y(x,t) = \frac{l}{\pi} \rho_{air} \bar{U}^2 D \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + w_c \right) \quad (5)$$

در معادله (۵)،  $\bar{U}$  سرعت باد،  $w_c$  سرعت تندباد،  $dC_L/d\alpha + C_D$  ضریب دن هارتوگ<sup>۲</sup>،  $\alpha$  زاویه حمله،  $\rho_{air}$  چگالی هوا و  $D$  قطر کابل می باشد. متوسط ضریب برا و ضریب پسا در مقطع دایره ای نیز به صورت معادلات (۶) و (۷) نوشته می شود.

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho_{air} U^2 D l} \quad (6)$$

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho_{air} U^2 D l} \quad (7)$$

در این معادلات  $F_L$  نیروی برا و  $F_D$  نیروی پسا می باشد. براساس مطالعات تجربی انجام شده، پدیده نوسان هادی در کابل زمانی اتفاق می افتد که ضریب دن هارتوگ منفی می باشد و این ضریب معمولاً در زوایای حمله کم مقدار منفی دارد [۲۴]. تندبادهای پیوسته یا تندبادهای تصادفی، بادهایی هستند که به طور تصادفی در مکان و زمان تغییر می کنند. جهت مدلسازی این تندبادهای مدلهای مختلفی وجود دارد که در مقاله حاضر از مدل تندباد درآیدن استفاده می شود. با بهره گیری از مدل تندباد اتفاقی درآیدن می توان اتفاقی بودن وزش باد و به عبارتی تغییر سرعت باد در هر لحظه را در نظر گرفت.

با استفاده از حساب تغییرات و انتگرال گیری جزء به جزء، معادله دینامیکی حاکم بر سیستم به دست می آید.

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_m \frac{\partial w}{\partial t} + C_{ex1} \frac{\partial w}{\partial t} \delta(x-a) + C_{ex2} \frac{\partial w}{\partial t} [H(x-b) - H(x-c)] - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f_y(x,t) \quad (8)$$

معادله (۸) با استفاده از شکل مود های کابل و به روش گالرکین گسسته سازی می گردد. پاسخ سیستم به صورت سری رابطه ی (۹) در نظر گرفته می شود و با جایگذاری در معادله حاکم بر سیستم، معادله حاکم گسسته سازی می گردد.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x) \quad (9)$$

شکل مودها در کابل انعطاف پذیر به صورت زیر فرض می شود.

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) \quad (10)$$

با در نظر گرفتن  $\omega_n = \frac{i\pi}{l} \sqrt{\frac{T}{\rho A}}$  و  $\xi = \frac{C_m}{2\omega_n \rho A}$  و همچنین

استفاده از روابط تعامد و خواص توابع دلتای دیراک و هوساید معادله ی (۵) به معادله ی (۱۱) تبدیل می گردد که معادله دینامیکی گسسته

برای به دست آوردن معادله دینامیکی حاکم بر سیستم می بایست انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار نیروی خارجی وارد بر سیستم کابل محاسبه و سپس طبق اصل همیلتون معادله دینامیکی حاکم بر سیستم را می توان به دست آورد. اصل همیلتون بر اساس معادله ی (۱) می باشد.

$$\int_{t_1}^{t_2} [(\delta K - \delta U) + \bar{F}_{NC} \cdot \delta \bar{r}] dt = 0 \quad (1)$$

در معادله (۱)،  $K$  انرژی جنبشی،  $U$  انرژی پتانسیل،  $\bar{F}_{NC}$  برآیند نیروی ناپایستار وارد بر سیستم و  $\delta \bar{r}$  جابه جایی مجازی می باشند که با استفاده از معادلات (۲)-(۴) تعریف می شوند.

$$K = \frac{1}{2} \rho A \int_0^l \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} T \int_0^l \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3)$$

$$\bar{F}_{NC} = f_y(x,t) + C_m \frac{\partial w}{\partial t} + C_{ex1} \frac{\partial w}{\partial t} \delta(x-a) + C_{ex2} \frac{\partial w}{\partial t} [H(x-b) - H(x-c)] \quad (4)$$

که در این روابط  $w$  جابجایی عرضی کابل،  $\rho$  چگالی کابل،  $A$  سطح مقطع کابل و  $C_m$  ضریب میرایی لزج ناشی از میرایی ساختاری کابل می باشد. لازم به ذکر است که در مقاله میرایی ساختاری کابل با میرایی ویسکوز معادل سازی شده است.  $T$  نیروی کششی درون کابل،  $H(x)$  تابع هوساید<sup>۱</sup> و  $f_y(x,t)$  نیروی آبرودینامیکی می

<sup>2</sup> Den Hartog

<sup>1</sup> Heaviside step function

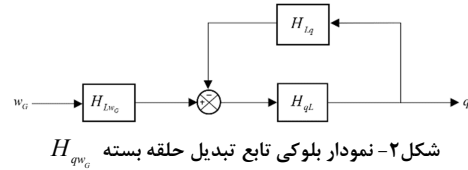
شده‌ی کابل تحت نیروی آیرودینامیکی و تندباد پیوسته وارد بر کابل می‌باشد.

$$\ddot{q}_i(t) + \left( 2\xi\omega_n + \frac{2C_{ex1}}{\rho Al} \sin^2\left(\frac{i\pi a}{l}\right) + \frac{2C_{ex2}}{\rho Al} \left[ \frac{c-b}{2} - \frac{l}{4i\pi} \left( \sin\left(\frac{2i\pi c}{l}\right) - \sin\left(\frac{2i\pi b}{l}\right) \right) \right] \right) \dot{q}_i(t) + \omega_n^2 q_i(t) = L \quad (11)$$

که

$$L = \frac{2\rho_{aw} U^2}{\rho\pi^2 D} \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{l\pi\dot{q}_i + 4w_G}{U} \right) \quad (12)$$

در این پژوهش هدف اصلی به دست آوردن تابع تبدیل  $H_{qw_G}$  است که بیانگر نسبت پاسخ سیستم به تند باد می‌باشد. با استفاده از نمودار بلوکی رسم شده در شکل (۲)، این تابع تبدیل به صورت رابطه ی (۱۳) حاصل می‌شود.



شکل ۲- نمودار بلوکی تابع تبدیل حلقه بسته  $H_{qw_G}$

$$H_{qw_G} = \frac{\bar{q}}{w_G} = \frac{-H_{Lw_G}}{-\frac{1}{H_{qL}} + H_{Lq}} \quad (13)$$

در معادله (۱۳)،  $H_{Lq}$  تابع تبدیل آیرودینامیکی ناشی از حرکت کابل،  $H_{Lw_G}$  تابع تبدیل آیرودینامیکی ناشی از تندباد و  $H_{qL}$  تابع تبدیل ساختاری (حرکت به نیروی برا) می‌باشد. جهت استخراج  $H_{Lw_G}$  مقدار  $\dot{q}_i$  در معادله (۱۲) صفر در نظر گرفته می‌شود. سپس، از معادله حاصل تبدیل لاپلاس گرفته می‌شود و با در نظر گرفتن شرایط ابتدایی صفر و جایگذاری  $s = j\omega$  معادله (۱۴) حاصل می‌شود.

$$H_{Lw_G} = \frac{\bar{L}}{w_G} = \frac{2\rho_{aw} \bar{U}^2}{\rho\pi^2 D} \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{4}{U} \right) \quad (14)$$

برای استخراج تابع تبدیل  $H_{qL}$ ، مقدار  $w_G$  در معادله (۱۲) صفر در نظر گرفته می‌شود و با انجام مراحل مشابه قبل، توابع تبدیل به شرح زیر حاصل می‌شود.

$$H_{Lq} = \frac{\bar{L}}{q} = \frac{2\rho_{aw} \bar{U}^2}{\rho\pi^2 D} \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{l\pi j\omega}{U} \right) \quad (15)$$

لازم به ذکر است که برای محاسبه  $H_{qL}$  نیز از معادله (۱۱) تبدیل لاپلاس گرفته می‌شود و با در نظر گرفتن شرایط اولیه صفر و جایگذاری  $s = j\omega$ ، این تابع تبدیل به شکل معادله (۱۶) استخراج می‌گردد. سپس با جایگذاری معادلات (۱۶)-(۱۴) در معادله (۱۳)، تابع تبدیل  $H_{qw_G}$  حاصل می‌گردد.

$$H_{qL} = \frac{\bar{q}}{L} = \frac{-1}{-\omega^2 + \left( 2\xi\omega_n + \frac{2C_{ex1}}{\rho Al} \sin^2\left(\frac{2\pi a}{l}\right) + \frac{2C_{ex2}}{\rho Al} \left[ \frac{c-b}{2} - \frac{l}{8\pi} \left( \sin\left(\frac{4\pi c}{l}\right) - \sin\left(\frac{4\pi b}{l}\right) \right) \right] \right)} (j\omega) + \omega_n^2 \quad (16)$$

$$H_{qw_G} = \frac{-\frac{2\rho_{aw} U^2}{\rho\pi^2 D} \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{l\pi j\omega}{U} \right)}{-\omega^2 + \left( 2\xi\omega_n + \frac{2C_{ex1}}{\rho Al} \sin^2\left(\frac{2\pi a}{l}\right) + \frac{2C_{ex2}}{\rho Al} \left[ \frac{c-b}{2} - \frac{l}{8\pi} \left( \sin\left(\frac{4\pi c}{l}\right) - \sin\left(\frac{4\pi b}{l}\right) \right) \right] \right)} (j\omega) + \omega_n^2 + \frac{2\rho_{aw} U^2}{\rho\pi^2 D} \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{l\pi j\omega}{U} \right) \quad (17)$$

اینکه نیروی تحریک سیستم ناشی از تند باد اتفاقی درآید می باشد، تاثیر مولفه های تندباد بر عملکرد سیستم نیز مورد بررسی قرار می-گیرد. اوج تشدید، فرکانس تشدید و پهنای باند به عنوان بارزترین مشخصه های حوزه فرکانس در نمودار بود هر یک از توابع تبدیل، مورد تحلیل و بررسی قرار می گیرد.

مقادیر عددی سیستم دینامیکی مورد بررسی و همچنین مقادیر مورد استفاده در مدل سازی نیروی ناشی از وزش باد به ترتیب در جدول های (۱) و (۲) ارائه گردیده است.

جدول ۱- مقادیر عددی سیستم دینامیکی کابل متصل به میراگر

مقدار عددی	نماد	کمیت
$۸۳۲۵ \text{ kg/m}^3$	$\rho$	چگالی کابل
$۰/۰۰۷۳۵ \text{ m}^2$	$A$	سطح مقطع کابل
$۱۲۰ \text{ m}$	$l$	طول کابل
$۲۵۰۰ \text{ N}$	$T$	نیروی کشش کابل
$۱۵ \text{ N.s/m}$	$C_m$	ضریب میرایی ساختاری
$(۱۲, ۱۰)$	$(C_{n1}, C_{n2})$	ضرایب میرایی میراگرهای متصل
$m$ $(۴۰, ۶۰, ۸۰)$	$(a, b, c)$	محل اتصال میراگر ها به کابل

مقادیر استفاده شده در جدول ۱ از مقادیر واقعی یک کابل استفاده شده در مرجع [۲۷] در نظر گرفته شده است و همچنین مقادیر جدول ۲ بسته به تندباد اعمالی و زاویه حمله باد متغییر می باشد که در این پژوهش از مقادیر مرجع [۲۵] استفاده می گردد.

جدول ۲- مقادیر عددی نیروی آبرودینامیکی ناشی از وزش باد

مقدار عددی	نماد	کمیت
$۱/۲۲۵ \text{ kg/m}^3$	$\rho_{air}$	چگالی هوا
$۱۲ \text{ m/s}$	$\bar{U}$	سرعت جریان باد
$۱/۵۴ \text{ m/s}$	$\sigma$	شدت توربولانس جریان
$۵۳۳/۴ \text{ m}$	$L_G$	مقیاس طول تندباد
$-۴/۹۵$	$\frac{dC_L}{da} + C_D$	ضریب پدیده نوسان هادی

نمودار بود تابع تبدیل  $H_{qL}$  و  $H_{q\omega}$  که به ترتیب در شکل های ۴ و ۵ ترسیم شده است، هر دو از مرتبه اول با یک ریشه منفرد می باشند. همانطور که در نمودار بود این دو تابع تبدیل مشاهده می شود. رفتار یکسان با اندازه و فاز متفاوت دارند. نمودار اندازه در فرکانس های کمتر از فرکانس تشدید ( $\omega < \omega_r$ ) به صورت ثابت و با شیب صفر می باشد و در فرکانس های بیشتر از فرکانس تشدید ( $\omega > \omega_r$ )

در نهایت با استفاده از مدل تند باد پیوسته درآید پاسخ مود اول کابل نسبت به این تند باد حاصل می شود. پاسخ فرکانسی مود ارتعاشی کابل به نیروی تندباد اتفاقی مطابق روابط زیر محاسبه می گردد.

$$\bar{q}^2 = \int_0^\infty |H_{q\omega}|^2 \phi_{\omega_G \omega_G} d\omega \quad (۱۸)$$

$$\phi_{\omega_G \omega_G} = \sigma_G^2 \frac{L_G}{\pi U} \frac{1 + 3 \left( \frac{\omega L_G}{\bar{U}} \right)^2}{\left[ 1 + \left( \frac{\omega L_G}{\bar{U}} \right)^2 \right]^2} \quad (۱۹)$$

که در این روابط  $\phi_{\omega_G \omega_G}$  تابع چگالی طیفی توان در مدل تند باد اتفاقی درآید و  $\sigma_{\omega_G}$  شدت آشفتگی جریان،  $L_G$  مقیاس طول می باشد.

### ۳- نتایج عددی

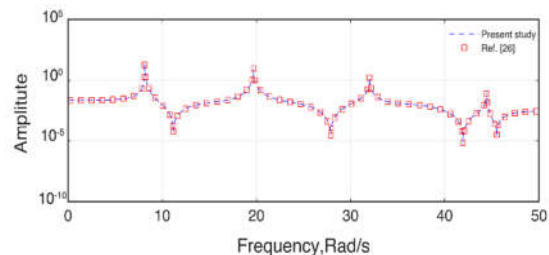
در ابتدای این بخش جهت اعتبارسنجی، رفتار یک کابل تحت نیروی تحریک هارمونیک (معادله ۲۰) و بدون میراگر مورد بررسی و با نتایج موجود در منابع مقایسه می گردد.

$$f_y(x, t) = f_0 e^{j\omega t} \delta(x - x_f) \quad (۲۰)$$

در معادله (۲۰) دامنه تحریک،  $\omega$  فرکانس تحریک،  $x_f$  محل اعمال نیرو می باشد. با استفاده از روش اشاره شده در بخش ۳، تابع تبدیل فرکانسی سیستم تحت تحریک هارمونیک به فرم معادله (۲۱) حاصل می شود.

$$H(x^*, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_k^2 - \omega^2} \sin\left(\frac{k \pi x_f}{l}\right) \sin\left(\frac{k \pi x^*}{l}\right) \quad (۲۱)$$

در شکل ۳ اندازه تابع  $H$  برای یک کابل به طول  $l = 1m$ ، چگالی خطی  $\rho = 0.5 \text{ kg/m}$ ، نیروی کشش کابل  $T = 8N$  و به ازای تحریک در محل  $x_f = 0.3m$  و  $x^* = 0.8m$  رسم شده و با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۶] مقایسه شده است. همانگونه که در شکل ۳ مشاهده می شود تطابق مناسبی میان نتایج حاصل برای حالت خاص (کابل خطی تحت تحریک نیروی هارمونیک) با نتایج گزارش شده در مرجع [۲۶] وجود دارد.

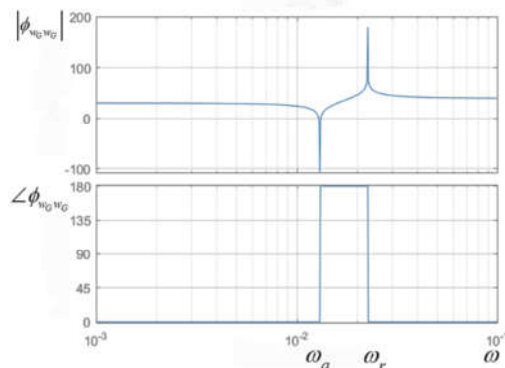


شکل ۳- تابع پاسخ فرکانسی یک کابل خطی تحت تحریک نیروی هارمونیک

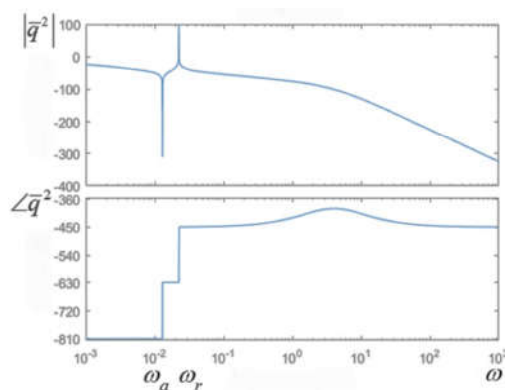
پس از اعتبارسنجی، به بررسی مشخصه های حوزه فرکانس پرداخته می شود و بر اساس آنها کیفیت عملکرد سیستم در حوزه فرکانس با استفاده از نمودار لگاریتمی بود توصیف می گردد. با توجه به

شکل ۷ نمودار بود مدل آشفتگی درآیدن را نمایش می دهد. نقاط قله اول و دوم به ترتیب نمایانگر  $\omega_a$  فرکانس ضد تشدید و  $\omega_r$  فرکانس تشدید در این مدل می باشد. همانطور که از نمودار فاز این مدل پیداست در نقاط تشدید و ضد تشدید تغییر فاز ۱۸۰ درجه ای در سیستم رخ می دهد.

شکل ۸ نمودار بود ارتعاشی کابل را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می نماییم نمودار مود ارتعاشی، دو قله تشدید و ضد تشدید دارد که در فرکانسی های مشخص رخ می دهند. همچنین با افزایش فرکانس در سیستم نمودار اندازه کاهش و فاز سیستم افزایش می یابد.



شکل ۷- نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل مدل تند باد درآیدن  $\phi_{w_g}$

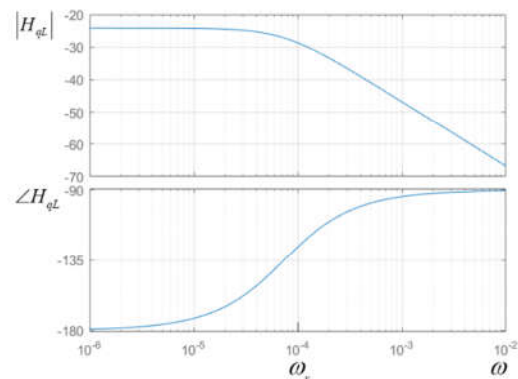


شکل ۸- نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل  $q^2$

در شکل ۹ تاثیر مقیاس طول در مدل تند باد درآیدن بر پاسخ فرکانسی مود ارتعاشی رسم شده است. همانطور که در شکل ۹ مشاهده می شود، افزایش مقیاس طول تند باد باعث می شود که پدیده تشدید در فرکانس کمتری رخ دهد. همچنین فرکانس آنتی رزونانس نیز کاهش می یابد. با تغییر مقیاس طول تند باد اندازه نمودار بود در پاسخ فرکانسی سیستم تغییر نمی یابد اما نمودار فاز سیستم دستخوش تغییر می شود.

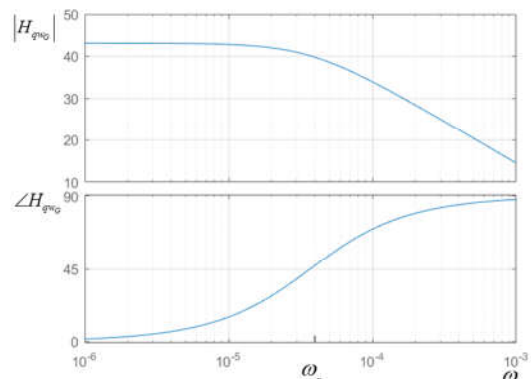
شکل ۱۰ نشان می دهد افزایش سرعت جریان باد وزیده بر کابل باعث می گردد که پدیده تشدید در فرکانس های کوچکتری رخ دهد. افزایش فرکانس تشدید باعث افزایش پهنای باند سیستم می شود و پهنای باند بزرگ تر متناظر با زمان خیز کمتر و همچنین حضور بیشتر نویز در سیستم می باشد. شکل ۱۰ همچنین نشان می دهد که با

اندازه تابع تبدیل کاهش می یابد. اوج تشدید در تابع تبدیل  $H_{qL}$  و در شکل های ۴ و ۵ هر دو در فرکانس های بسیار کم رخ می دهد. مقدار اوج تشدید در نمودار اندازه معادل بزرگ بودن حداکثر فراجهدش پاسخ در حوزه زمان می باشد.

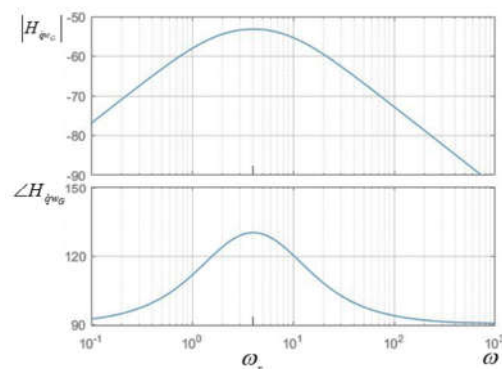


شکل ۴- نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل  $H_{qL}$

نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل  $H_{q_w_c}$  در شکل ۶ ابتدا افزایشی و سپس کاهشی می باشد. تغییر جهت در نمودار اندازه و همچنین تغییر روند افزایشی فاز در نمودار بود در فرکانس تشدید رخ می دهد.



شکل ۵- نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل  $H_{q_w_c}$



شکل ۶- نمودار بود اندازه و فاز تابع تبدیل  $H_{q_w_g}$

#### ۴- جمع بندی و نتیجه گیری

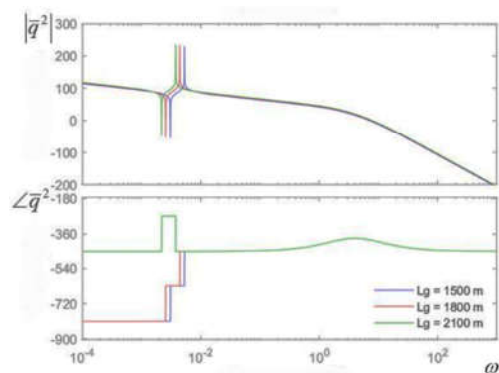
در این تحقیق پاسخ فرکانسی کابل خطی تحت نیروی آیرودینامیکی ناشی از تندباد اتفاقی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل ارائه شده، از تند باد اتفاقی درآین جهت مدلسازی نیروی آیرودینامیکی وارد بر کابل استفاده شد. برای به دست آوردن پاسخ فرکانسی سیستم ابتدا معادله دینامیکی حاکم بر سیستم، استخراج و سپس با استفاده از روش گالرکین گسسته سازی گردید. توابع تبدیل برای مود ارتعاشی اول این کابل محاسبه شد و در نهایت نمودار بود برای این توابع تبدیل رسم گردید. تاثیر پارامترهای مدل متلاطم درآین بر پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که:

- ۱- کاهش مقیاس طول در مدل تند باد درآین باعث می گردد که فرکانس تشدید افزایش یابد یا به عبارتی پدیده تشدید در فرکانس های بزرگتری رخ دهد.
- ۲- افزایش سرعت باد وزیده بر کابل باعث می گردد که فرکانس تشدید کاهش یابد و پدیده تشدید در فرکانس های کوچک تر رخ دهد.
- ۳- شدت تلاطم در مدل درآین تاثیری بر فرکانس تشدید ندارد اما افزایش آن باعث می گردد که اندازه اوج تشدید و در پی آن حداکثر فراجش پاسخ در حوزه زمان بزرگتر شود.

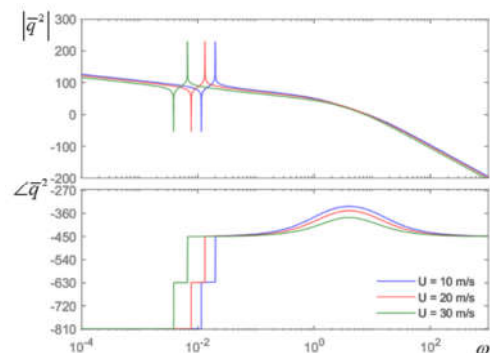
#### ۴- مراجع

- [1] Liu X., Liu L., Cai M., Yan B., Free vibration of transmission lines with multiple insulator strings using refined models. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 67, pp. 252-282, 2019.
- [2] Luongo A., Zulli D., Statics of shallow inclined elastic cables under general vertical loads: A perturbation approach. *Mathematics*, Vol. 6(2), p. 24, 2018.
- [3] Luongo A., Zulli D., Static perturbation analysis of inclined shallow elastic cables under general 3D-loads. *Curved and Layered Structures*, Vol. 5(1), pp. 250-259, 2016.
- [4] Fei H., Danhui D., Yiqing Z., Huan L., Experimental and theoretical study on cable-supporting system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 140, p. 106638, 2020.
- [5] Jafari M., Hou F., Abdelkefi A., Wind-induced vibration of structural cables. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 100(1), pp. 351-421, 2020.
- [6] Ferretti M., Piccardo G., Luongo A., Semi-analytical approaches for the nonlinear dynamics of a taut string subject to a moving load. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 98(4), pp. 2463-2474, 2019.
- [7] Kumarasena S., Jones N., Irwin P., Taylor P., Wind Induced Vibration of Stay Cables. Interim Final Report. United States. Federal Highway Administration, 2005.
- [8] Zulli D., Piccardo G., Luongo A., On the nonlinear effects of the mean wind force on the galloping onset in shallow cables. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 103(4), pp. 3127-3148, 2021.
- [9] Ferretti M., Zulli D., Luongo A., A continuum approach to the nonlinear in-plane galloping of shallow flexible cables. *Advances in Mathematical Physics*, Vol. 2019, p. 6865730, 2019.
- [10] Foti F., Martinelli L., Finite element modeling of cable galloping vibrations. Part II: Application to an iced cable in 1: 2 multiple internal resonance. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 24(7), pp. 1322-1340, 2018.
- [11] Piccardo G., Pagnini C., Tubino F., Some research perspectives in galloping phenomena: critical conditions and post-critical behavior. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 27(1), pp. 261-285, 2015.

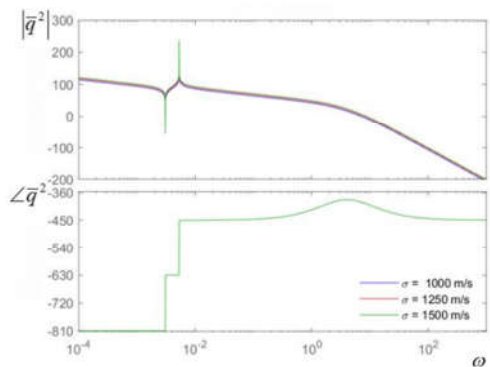
افزایش سرعت باد وزیده بر کابل، همچنان که سرعت باد به صورت خطی افزایش می یابد، نرخ کاهش فرکانس تشدید نیز افزایش می یابد. در فرکانس های بیشتر از فرکانس تشدید، افزایش سرعت جریان باد باعث کاهش نسبی فاز در نمودار بود پاسخ فرکانسی سیستم می گردد. شکل ۱۱ نشان دهنده این است که تغییر شدت تلاطم تاثیری بر فرکانس ناحیه تشدید و همچنین فاز سیستم ندارد اما افزایش شدت تلاطم باعث می شود که اندازه اوج تشدید بزرگتر گردد. در شدت تلاطم های بیشتر همچنین اندازه نمودار بود در پاسخ فرکانسی سیستم بزرگتر می باشد.



شکل ۹- پاسخ فرکانسی مود ارتعاشی اول در طول مقیاس های متفاوت



شکل ۱۰- پاسخ فرکانسی مود ارتعاشی اول در سرعت جریان باد های متفاوت



شکل ۱۱- پاسخ فرکانسی مود ارتعاشی اول در شدت تلاطم های متفاوت

- [12] Piccardo G., Zulli D., Luongo A., Dry galloping in inclined cables: linear stability analysis. *Procedia Engineering*, Vol. 199, pp. 3164-3169, 2017.
- [13] Den Hartog J., Transmission line vibration due to sleet. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, Vol. 51(4), pp. 1074-1076, 1932.
- [14] Macdonald J.H., Larose G.L., A unified approach to aerodynamic damping and drag/lift instabilities, and its application to dry inclined cable galloping. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 22(2), pp. 229-252, 2006.
- [15] Macdonald J.H., Larose G.L., Tow-degree-of-freedom inclined cable galloping-Part 1: General formulation and solution for perfectly tuned system. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 96(3), pp. 291-307, 2008.
- [16] Matsumoto M., Cross flow response of circular cylinder influenced by Karman vortex mitigation. proc. of the 7th International Symposium on Cable Dynamics, Vienna, Austria, December 10-13, 2007.
- [17] Vo D., Katsuchi H., Yamada H., Dry galloping of surface modification cable in low Scruton number range. Proc. 1st Int. Symp. flutter its Appl 629-638, 2017.
- [18] Gołębiewska I., Dutkiewicz M., Analysis of wind flow around the bridge cable. *Materials Science and Engineering. IOP Conference Series*, Vol. 245, p. 032066, 2017.
- [19] Golebiowska I., Peszynski K., Cable vibration caused by wind. In *EPJ Web of Conferences*, Vol. 180, p. 02031, 2018.
- [20] McTavish S., Raeesi A., D'Auteuil A., Yamauchi K., Sato H., An investigation of the mechanisms causing large-amplitude wind-induced vibrations in stay cables using unsteady surface pressure measurements. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 183, pp. 19-34, 2018.
- [21] Górski P., Tataru M., Pospíšil S., Kuznetsov S., Model investigations of the aerodynamic coefficients of iced cables in cable-stayed bridges. *Czasopismo Techniczne*, Vol. 8, pp. 115-128, 2019.
- [22] Vo-Duy H, Nguyen CH (2020) Mitigating large vibrations of stayed cables in wind and rain hazards. *Shock and Vibration* 2020: 5845712.
- [23] McTavish S., Raeesi A., D'Auteuil A., Effect of cable surface characteristics and flow turbulence on the aerodynamic behaviour of stay cables in dry conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 207, p. 104414, 2020.
- [24] Qin Z., Wu Y.T., Huang A., Lyu S.K., Sutherland J.W., Theoretical design of a novel vibration energy absorbing mechanism for cables. *Applied Sciences*, Vol. 10, p. 5309, 2020.
- [25] Li S.Y., Chen Z.Q., Dong G.C., Luo J.H., Aerodynamic stability of stay cables incorporated with lamps: A case study. *Wind and Structures*, Vol. 18(1), pp. 83-101, 2014.
- [26] Yang B., Stress, Strain, and Structural Dynamics: An Interactive Handbook of Formulas, Solutions, and MATLAB Toolboxes, Academic Press, 2005.
- [27] Cao S., Jalali H.H., Dragomirescu E., Wind-induced response of inclined and yawed ice-accreted stay cable models. *Shock and Vibration*, Vol. 2018, p. 6853047, 2018.