

تعیین خواص پلاستیسیته مواد شامل سخت‌شوندگی سینماتیکی و ایزوتروپیکی با استفاده از کد کامپیوتری تدوین شده

علی صالحی
 آرمن رحمت‌فام*
 محمد زهساز
 فرید وکیلی تهامی

کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، ali.salehi93@ms.tabrizu.ac.ir
 پژوهشگر فرا دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، a.rahmatfam@tabrizu.ac.ir
 استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، zehsaz@tabrizu.ac.ir
 دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، f_vakili@tabrizu.ac.ir

چکیده

یکی از مهم‌ترین مباحث در مبحث پلاستیسیته، محاسبه خواص سخت‌شوندگی مواد جهت انجام تحلیل‌های عددی می‌باشد. علی‌الخصوص هنگامی که بارگذاری به صورت چرخه‌ای اعمال می‌شود و مقدار بارگذاری فراتر از حد الاستیک ماده مربوطه می‌باشد، در این حالت بررسی خواص سخت‌شوندگی سینماتیکی به دلیل لحاظ کردن اثر پوشینگر بسیار اهمیت می‌یابد. از آنجایی که به دست آوردن ضرایب مربوط به خواص سخت‌شوندگی مواد به روش دستی، علاوه بر دشواری، دارای مشکلات و محدودیت‌های بسیار از لحاظ احتمال ایجاد خطا می‌باشد، به همین دلیل ارائه یک کد کامپیوتری، در این زمینه جهت محاسبه این خواص بسیار ارزشمند خواهد بود. در این پژوهش برای اثبات درستی ضرایب سخت‌شوندگی محاسبه شده، یک مقاله تجربی شامل لوله زانویی شکل تحت فشار داخلی به همراه خمش‌های چرخه‌ای و با جنس فولاد ضدزنگ 304LN که کرنش‌های پیش‌رونده در آن اتفاق می‌افتد، پس از محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی مربوط به جنس مربوطه به دو روش دستی و کد نویسی که در تحلیل‌های عددی به این ضرایب نیاز می‌باشد، تحت صحت‌سنجی قرار گرفته است. در نهایت نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شده که حاکی از قابل قبول بودن کد نوشته شده و دقت بسیار بالای آن است.

واژه‌های کلیدی: سخت‌شوندگی ایزوتروپیکی، سخت‌شوندگی سینماتیکی، اثر پوشینگر، کرنش‌های پیش‌رونده.

Determining the plasticity properties of materials including the kinematic and isotropic hardening properties using a developed computer code

A. Salehi Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
 A. Rahmatfam Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
 M. Zehsaz Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
 F. Vakili Tahami Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

One of the most important topics in the context of plasticity is obtaining the material hardening properties to be used in performing numerical analysis, especially when the applied load is cyclic and its value is higher than elastic limit. In this case, investigation of the kinematic hardening, which considers bauschinger effect, is very important. Since obtaining hardening coefficients of the materials using analytical methods, not only is difficult but also it usually provides significant error in the results. Hence, a computer code is developed for calculating these coefficients. In this study, to validate the calculated coefficients, the associated parameters are obtained for SS 304LN using both numerical and analytical methods and the results are compared with the experimental data. Then, these coefficients are used to study the ratcheting behavior of a SS 304LN elbow which is subjected to constant internal pressure and cyclic bending moment. The results of this case study are also compared with the experimental data provided in the literature and good agreement is obtained.

Keywords: isotropic hardening, kinematic hardening, bauschinger effect, ratcheting.

گویند، تاکنون نظریه‌های زیادی برای تفهیم مفهوم سخت‌شوندگی مواد ارائه شده است که هر یک قانون جریان و سطوح تسلیم خاص خود را دارد و رفتار جسم پلاستیک را به نوع متفاوتی توجیه می‌کند.

سطح بارگذاری در حقیقت سطح تسلیم ثانویه ماده مورد نظر بوده و همچنین تعیین کننده و معرف مرز الاستیک است، چنانچه نقطه تنش داخل این ناحیه قرار گیرد تغییر شکل پلاستیک رخ نمی‌دهد، ولی اگر حالت تنش به گونه‌ای باشد که موقعیت آن روی مرز ناحیه

۱- مقدمه

وقتی که سازه‌ای تحت بارگذاری قرار می‌گیرد در صورتی که بارهای خارجی اعمالی، سازه مورد نظر را به مرز تسلیم برسانند و از نقطه تسلیم اولیه عبور دهند یک کرنش پلاستیک در سازه مربوطه ایجاد می‌گردد. که در اثر این کرنش پلاستیک سطح تسلیم رشد نموده و در تابع تسلیم تغییراتی ایجاد می‌شود که به این پدیده سخت‌شوندگی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: a.rahmatfam@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۲/۱۵

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۷/۱۸

پلاستیک قرار داشته باشد و به قسمت خارج یا بیرون از سطح بارگذاری حرکت کند در این حالت تغییر شکل پلاستیک رخ خواهد داد، که تغییر سطح بارگذاری را در پی خواهد داشت. حال اینکه سطوح بارگذاری بعدی به چه صورت خواهد بود یکی از مسائل مهم و بنیادی در مبحث پلاستیسیته است.

ارائه پاسخ ماده بعد از تسلیم اولیه قانون سخت شدن نامیده می‌شود و نظریه‌های زیادی برای ارائه و پیش‌بینی سطح بارگذاری بعدی یا همان قانون سخت شدن ارائه گردیده که به صورت قابل توجهی باهم متفاوت‌اند.

برای شبیه‌سازی رفتار غیر الاستیک فلزات، ناگزیر باید از مدل‌های سخت‌شوندگی استفاده شود.

آسان‌ترین راه برای مدل کردن سخت‌شوندگی این است که اندازه سطح تسلیم در فضای سه‌بعدی تنش افزایش پیدا کند اما شکلش مثل قبل باقی بماند. یا به عبارت دیگر سطح تسلیم به‌طور یکنواخت حول مرکزش منبسط شود، که به این نوع از سخت‌شوندگی، سخت‌شوندگی ایزوتروپیک گفته می‌شود [۱].

در نوع دیگری از مدل‌های سخت‌شوندگی، اندازه سطح تسلیم در فضای سه‌بعدی تنش افزایش پیدا نکرده ولی این سطح تسلیم در فضای مربوطه حرکت کرده و تغییر مکان می‌دهد، که به این نوع از سخت‌شوندگی، سخت‌شوندگی سینماتیکی خطی گفته می‌شود [۱].

روز [۲] در بهبود بخشیدن به قانون سینماتیکی خطی، قانون چند خطی را که در آن هر خط نشانگر مدول کارسختی انجام شده روی جسم است را پیشنهاد نمود. در ادامه اصلاحات زیادی به‌وسیله جایگزینی تقریب رفتار پس از تسلیم مواد با دو خط به جای خطوط متعدد توسط محققانی همچون دافالیاس و پوپوف صورت پذیرفت.

در ادامه اهنو و وانگ [۳] قانون سخت‌شوندگی سینماتیکی خطی تکه‌ای را ارائه نمودند.

مشهورترین قانون سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی در ابتدا توسط آرمسترانگ و فردریک پیشنهاد شد [۴].

در ادامه برای بهبودی نتایج مربوط به نظریه آرمسترانگ-فردریک چابوکی مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی با ثوابت بیشتر نسبت به نظریه آرمسترانگ-فردریک را برای افزایش دقت ارائه نمود [۵].

در این مقاله، هدف بررسی و محاسبه ضرایب مربوط به خواص سخت‌شوندگی مواد، به صورت دستی و همچنین ارائه یک مدل کامپیوتری تدوین شده، جهت محاسبه بهترین ضرایب سخت‌شوندگی برای مواد، با توجه به دشواری و احتمال زیاد وجود خطا در روش دستی و همچنین عدم توان استفاده از شیوه کد نویسی شده در روش دستی، می‌باشد.

در ادامه برای اثبات صحت ضرایب به دست آمده در روش دستی و کد نویسی شده، و همچنین نشان دادن دقت ضرایب به دست آمده در هریک از روش‌ها، یک مقاله تجربی انجام شده توسط ویشنوواردهان [۶] شامل یک لوله زانویی شکل از جنس فولاد ضدزنگ 304LN که به‌طور همزمان تحت فشار داخلی و ممان‌های خمشی چرخه‌ای قرار دارد تحت صحت سنجی قرار داده شده است. در مقاله مذکور لوله زانویی شکل تحت بارگذاری مربوطه از همان چرخه اول وارد ناحیه پلاستیک شده و در ادامه پدیده کرنش‌های پیش‌رونده در آن اتفاق می‌افتد.

در نهایت نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شده که نتایج حاکی از دقت بالای نتایج عددی مربوط به حالتی که ضرایب سخت‌شوندگی به صورت کد نویسی به دست آمدند نسبت به روش دستی می‌باشد.

۲- انواع مدل‌های سخت‌شوندگی

در حالت کلی برای تعریف سخت‌شوندگی مواد، پنج مدل اساسی وجود دارد که به شرح زیر است:

۱-۲ مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک دوخطی (Biso)

۲-۲ مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی دوخطی (Bkin)

۳-۲ مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک غیرخطی (Nilso)

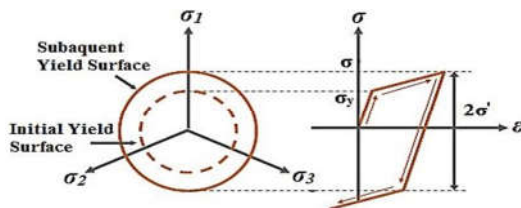
۴-۲ مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی

(Chaboche)

۵-۲ ترکیب مدل Nilso و Chaboche

مدل‌های غیرخطی برای رفع نواقص موجود در مدل‌های دوخطی ارائه گردیده است و از آنجایی که ماهیت رفتاری آن‌ها همانند مدل‌های دوخطی می‌باشد، در اینجا فقط مدل‌های دوخطی توضیح داده شده‌اند چراکه در این بخش هدف فقط توضیح ماهیت رفتاری مدل‌های سخت‌شوندگی است.

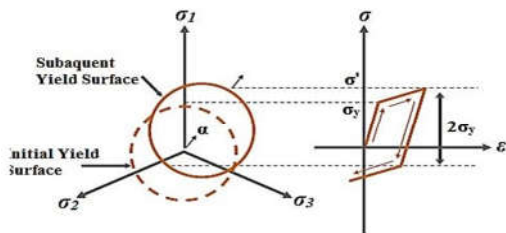
در مدل‌های سخت‌شوندگی ایزوتروپیک مانند شکل ۱ سطح تسلیم در فضای سه بعدی تنش تغییر حجم داده و هیچ تغییر مکانی برای این سطح تسلیم در فضای مربوطه صورت نمی‌گیرد.



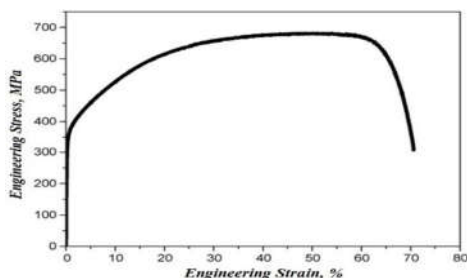
شکل ۱- مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک [۷]

در شکل فوق σ' شعاع سطح تسلیم می‌باشد، در این مدل تسلیم کششی و فشاری همواره برابر بوده و به همین دلیل این مدل نمی‌تواند اثر بوشینگر را در نظر بگیرد، از این رو برای مدل‌سازی بارهای چرخه‌ای مناسب نمی‌باشد [۸].

در مدل‌های سخت‌شوندگی سینماتیکی عکس حالت ایزوتروپیک سطح تسلیم در فضای سه بعدی تنش فقط تغییر مکان داده و هیچ تغییر حجمی در آن صورت نمی‌گیرد که نحوه عملکرد این مدل در شکل ۲ نمایش داده شده است.

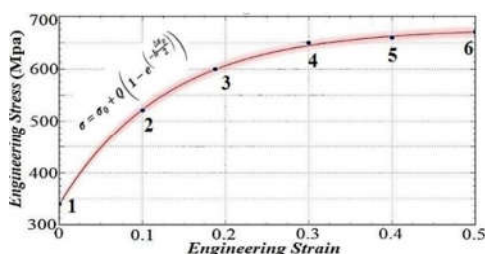


شکل ۲- مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی [۷]



شکل ۳- منحنی تنش- کرنش فولاد ضدزنگ 304LN

به گونه‌ای که از نقطه شروع تسلیم تا تنش نهایی چند نقطه انتخاب و معادله فوق حول نقاط انتخاب شده کالیبره یا فیت شده و ضرایب مربوطه به دست آمده است [۱۰]. هرچه تعداد نقاط انتخابی بیشتر باشد، ضرایب به دست آمده دقیق‌تر خواهند بود. همان‌طور که در شکل ۴ مشخص است در این مقاله ۶ نقطه در محدوده مذکور انتخاب شده است.



شکل ۴- نمودار کالیبره شده مربوط به ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک

بدین ترتیب مقدار ضرایب سخت‌شوندگی Q و b به ترتیب ۳۲۷ مگاپاسکال و ۷/۸ به دست آمده است.

۳-۳- تعیین پارامترهای سخت‌شوندگی سینماتیکی

سه روش برای محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی با توجه به داده‌های تجربی وجود دارد که به شرح زیر است:

- استفاده از یک نیم چرخه هیستریزس
 - استفاده از یک چرخه کامل هیستریزس پایدار شده
 - استفاده از چند چرخه کامل هیستریزس پایدار شده
- که در این مقاله از مدل چند چرخه کامل پایدار شده برای محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی مربوطه استفاده شده است.

معمولاً برای کالیبره کردن داده‌های تجربی با معادله پلاستیسیته مربوطه از سه یا چهار منحنی هیستریزس پایدار شده استفاده می‌کنند، در این مقاله برای دقت بالای ضرایب محاسبه شده از سه منحنی استفاده شده است. نه چرخه کامل هیستریزس پایدار شده با دامنه‌های کرنشی متفاوت حاصل از داده‌های تجربی برای جنس مربوطه در شکل ۵ ارائه گردیده است.

این مدل عکس مدل قبل اثر بوشینگر را در نظر می‌گیرد، از این رو برای مدل‌سازی بارهای چرخه‌ای مناسب‌تر از مدل قبل می‌باشد. در این مقاله برای افزایش دقت تحلیل از مدل پنجم استفاده شده است، یعنی از هر دو ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک و سینماتیکی برای افزایش هرچه بیشتر دقت محاسباتی استفاده شده است که نحوه به دست آوردن این ضرایب در ادامه به طور کامل توضیح داده شده است.

۳- نحوه محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی

در ادامه نحوه محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی، در غالب یک مثال و برای یک جنس خاص، که مربوط به مقاله انتخاب شده، برای صحت سنجی می‌باشد، ارائه خواهد شد تا علاوه بر این که توضیحات به صورت کامل در غالب یک مسئله واقعی ارائه گردد، از طرف دیگر نیز با انجام تحلیل‌های عددی و مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی موجود در مقاله انتخاب شده برای صحت‌سنجی، بتوان به درستی یا نادرستی ضرایب سخت‌شوندگی به دست آمده، پی برد و به اصطلاح صحت‌سنجی موردنظر را در مورد ضرایب محاسبه شده، انجام داد. مقاله انتخاب‌شده برای صحت‌سنجی شامل یک لوله زانویی شکل از جنس فولاد ضدزنگ 304LN، تحت فشار داخلی به همراه ممان‌های چرخه‌ای بوده که تحت بارگذاری مربوطه نمونه تحت بار از همان چرخه اول وارد ناحیه پلاستیک شده و در ادامه پدیده کرنش‌های پیش‌رونده در آن اتفاق می‌افتد.

۳-۱- محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی به روش دستی

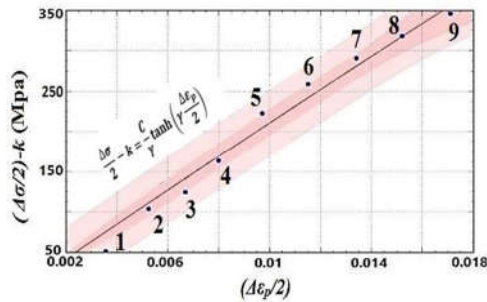
در این قسمت ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک و سینماتیکی مربوط به جنس فولاد ضدزنگ 304LN به روش دستی به شرح زیر ارائه خواهد شد.

۳-۲- تعیین ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک

این ضرایب با نمادهای b ، Q در رابطه مدل پلاستیسیته مربوط به سخت‌شوندگی ایزوتروپیک به شکل رابطه (۱) قابل مشاهده هستند [۹]:

$$\sigma = \sigma_0 + Q \left(1 - e^{\left(-b \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \right)} \right) \quad (1)$$

برای به دست آوردن این ضرایب از اطلاعات تجربی مربوط به آزمون کشش ساده استفاده شده که در شکل ۳ ارائه شده است،



شکل ۷- نمودار کالیبره شده مربوط به ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی

ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی C و γ بعد از کالیبره نمودن معادله (۲) حول نقاط موجود طبق شکل ۷ به ترتیب ۲۱۲۹۳ مگاپاسکال و ۱۴/۷ به دست آمده است.

۴-۳- محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی با استفاده از کد

کامپیوتری تدوین شده

در مبحث کرنش‌های پیش‌رونده ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کنند چراکه اثر پوشینگر در مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی لحاظ شده است، از طرفی نیز خطای ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک در روش فوق به دلیل ساده بودن مراحل آن، ناچیز می‌باشد. به همین دلیل در این قسمت روی دست-یابی به ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی مانور داده شده است، همچنین از آنجایی که در محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی به روش فوق امکان وجود خطا زیاد است به همین دلیل برای ارزیابی نتایج به دست آمده در روش دستی و همچنین ارائه یک روش بسیار مطمئن برای دست‌یابی به این ضرایب در تمامی جنس‌ها، در این مقاله یک کد کامپیوتری برنامه‌نویسی شده، ارائه شده است. در اینجا نیز محاسبات برای فولاد ضدزنگ 304LN صورت گرفته است.

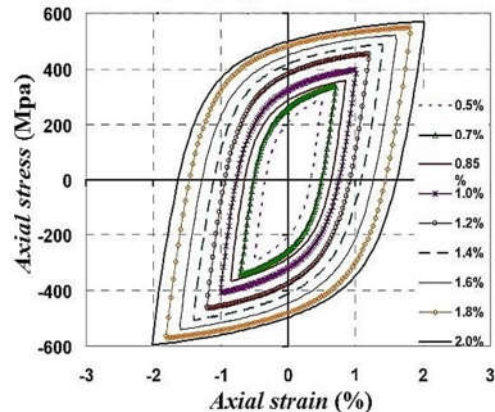
۵-۳- نحوه محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی

در این نظریه، اثر مسیر کرنش در منحنی کشش و فشار و انتقال سطح تسلیم در فضای تنش در طول بارگذاری و باربرداری با مدول‌های پلاستیسیته متفاوت در بارگذاری و باربرداری، اعمال می‌شود، رابطه کلی این نظریه به صورت زیر قابل بیان است.

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma \alpha \sqrt{d\varepsilon^p d\varepsilon^p} \quad (3)$$

که در رابطه فوق α تانسور بک‌استرس است، که نشان‌دهنده موقعیت مرکز سطح تسلیم نسبت به مبدأ فضای تنش مربوطه می‌باشد، C و γ ضرایب مربوط به سخت‌شوندگی سینماتیکی و $d\varepsilon^p$ نیز نرخ رشد کرنش پلاستیک می‌باشد.

در ادامه برای در نظر گرفتن قسمت الاستیک منحنی‌های هیستریزس که با 2k نمایش داده می‌شود، و تأثیر مستقیم در دستیابی به ضرایب سخت‌شوندگی مربوطه دارد، محدوده مناسبی با توجه به هر منحنی هیستریزس در نظر گرفته شد، به‌گونه‌ای که این محدوده در هریک از منحنی‌های هیستریزس، از کمی پایین‌تر از ناحیه تسلیم

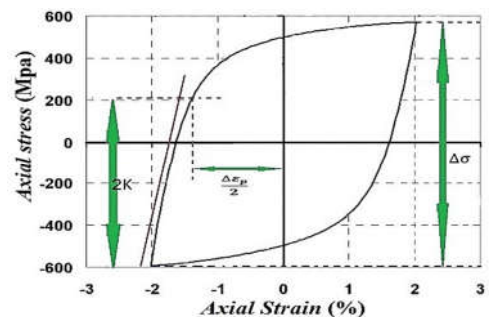


شکل ۵- منحنی‌های هیستریزس پایدار شده تحت دامنه‌های کرنشی متفاوت [۱۱]

معادله (۲) معادله پلاستیسیته مربوط به مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی می‌باشد که C و γ موجود در رابطه، ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی هستند [۹].

$$\frac{\Delta\sigma}{2} - k = \frac{C}{\gamma} \tanh\left(\gamma \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}\right) \quad (2)$$

در معادله (۲)، k معرف نصف بخش الاستیک منحنی‌های هیستریزس می‌باشد که در شکل ۶ تمامی پارامترهای موجود در رابطه فوق نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۶ نیز قابل مشاهده است $\Delta\sigma$ و $\Delta\varepsilon_p$ به ترتیب کل بازه تنش و کرنش پلاستیک اعمالی به نمونه استاندارد جهت دستیابی به منحنی هیستریزس مرتبط است.



شکل ۶- نحوه به دست آوردن پارامترهای k, $\Delta\sigma/2$ و $\Delta\varepsilon_p/2$ در منحنی هیستریزس

در ادامه هرکدام از منحنی‌های هیستریزس در فضای دوبعدی با محور عمودی $\Delta\sigma/2-k$ و محور افقی $\Delta\varepsilon_p/2$ معرف یک نقطه می‌باشند که با کالیبره کردن معادله پلاستیسیته (۲) حول نقطه‌های موجود ضرایب سخت‌شوندگی مربوط به جنس مورد نظر قابل دست‌یابی است [۱۰]. در شکل ۷ نمودار کالیبره شده معادله مربوطه حول نقاط مربوط به منحنی‌های هیستریزس نمایش داده شده است.

$$a_{xp} = \sum a_{ixp} = \frac{2}{3}(\sigma_x - \sigma_0) \quad (5)$$

$$a_{xn} = \sum a_{ixn} = \frac{2}{3}(\sigma_x + \sigma_0) \quad (6)$$

در اینجا منظور از آزمایش تجربی، یک آزمایش کرنش پیش‌رونده تک‌محوری می‌باشد یعنی هم دامنه تنش و هم تنش میانگین هردو در جهت محوری می‌باشند که در اینجا در روند کدنویسی از نتایج تجربی آزمایش‌های صورت گرفته توسط K. Dutta استفاده شده است [۱۳]. همچنین با تک‌محوری در نظر گرفتن آزمون تجربی معادله (۳) به شکل معادله زیر درمی‌آید.

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma \alpha |d\varepsilon^p| \quad (7)$$

با حل معادله فوق برای بکاسترس به پاسخ‌های زیر قابل دست‌یابی است که در واقع معادلات زیر مقدار بکاسترس در هر چرخه دلخواه را می‌توانند نشان دهند [۱۲].

$$a_x = \frac{2C}{3\gamma} = \left(a_{x0} - \frac{2C}{3\gamma} \right) \exp[-\gamma(\varepsilon_x^p - \varepsilon_{x0}^p)], \quad d\varepsilon_p \geq 0 \quad (8)$$

$$a_x = -\frac{2C}{3\gamma} = \left(a_{x0} + \frac{2C}{3\gamma} \right) \exp[\gamma(\varepsilon_x^p - \varepsilon_{x0}^p)], \quad d\varepsilon_p < 0 \quad (9)$$

که روابط فوق مقدار بکاسترس در هر چرخه را، در ناحیه بارگذاری و باربرداری نشان می‌دهند. تابع خطا را نیز به صورت زیر تعریف شده است.

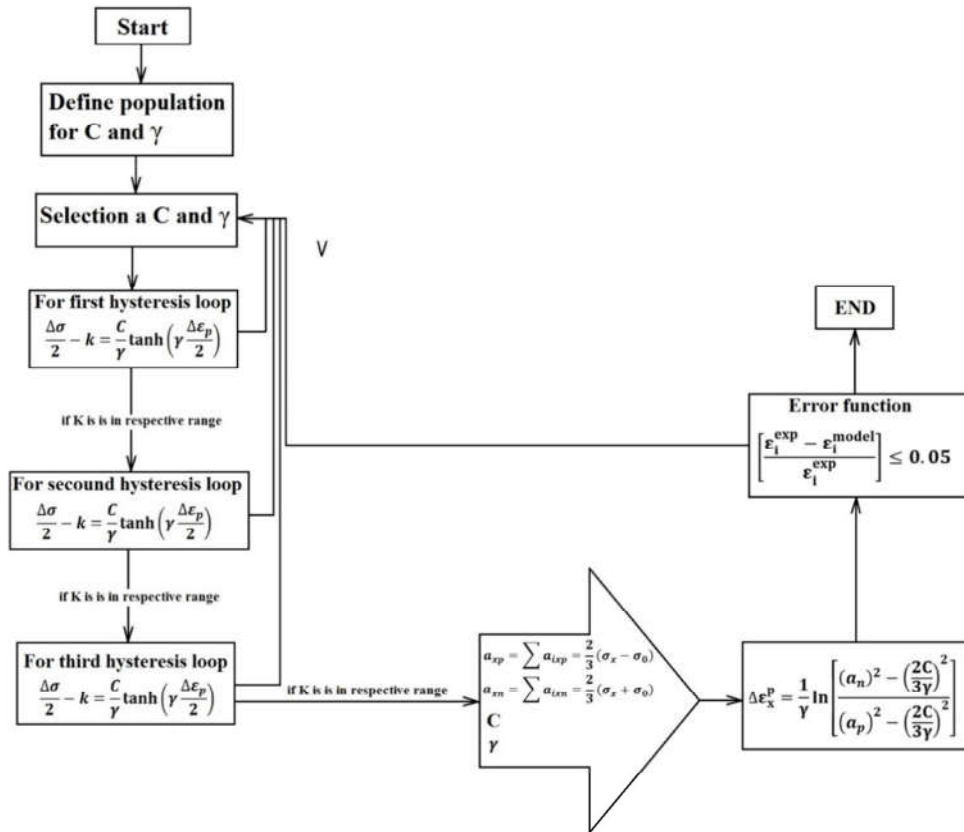
$$\left| \frac{\varepsilon_i^{\text{exp}} - \varepsilon_i^{\text{model}}}{\varepsilon_i^{\text{exp}}} \right| \leq 0.05 \quad (10)$$

به این ترتیب در صورتی که خطای بین حالت تجربی و تحلیلی بیش از مقدار معین باشد حلقه آن قدر تکرار می‌شود که این خطا به مقدار مطلوب خود برسد. در شکل زیر فلوجارت کلی کد نوشته شده ارائه شده است.

منحنی هیستریزس شروع شده و تا کمی بعد از تسلیم آن ادامه می‌یابد. دلیل این کار نیز دشوار بودن مشخص نمودن مقدار دقیق $2k$ در منحنی‌های هیستریزس به دلیل خطای موجود در تجهیزات مربوط به آزمایش‌های تجربی که منحنی‌های هیستریزس به صورت کاملاً متقارن و یکنواخت حاصل نمی‌شوند، و همچنین وجود احتمال بالای خطای اندازه‌گیری این ناحیه که ممکن است در روند کاری پیش‌آید که با توجه به حساسیت زیاد روابط به مقدار $2k$ در روند دست‌یابی به این ضرایب ممکن است در نهایت خطای قابل توجهی حاصل شود. همچنین نظریه‌های متفاوتی مبنی بر اینکه باید محدوده $2k$ به مقدار بسیار کمی بالاتر یا پایین‌تر از نقطه تسلیم در نظر گرفته شود، نیز وجود دارد که این امر دشواری کار را دوچندان می‌کند. به همین دلیل برای قسمت الاستیک هر منحنی، محدوده معقولی با توجه به همان منحنی هیستریزس در نظر گرفته شده است، و کد کامپیوتری تدوین شده، به نحوی تعریف شده است که با دستور تکرار در حلقه، انتخاب مقدار $2k$ مربوط به هر منحنی، به تعداد یک عدد بسیار بزرگ، و با توجه به مقایسه با نتایج تجربی و تابع خطایی که در ادامه توضیح داده خواهد شد، بهترین مقدار $2k$ در هر منحنی هیستریزس در نظر گرفته شود که انجام این کار به روش قبلی که توضیح داده شد، غیرممکن است. یکی از روابط مهمی که در این فرایند کدنویسی از آن استفاده شده، رابطه (۲) می‌باشد که در مطالب فوق نیز بدان اشاره شد. همچنین یکی دیگر از روابط مهمی که برای وارد نمودن نتایج تجربی در فرایند کد نویسی از آن استفاده شده، رابطه زیر می‌باشد [۱۲]

$$\Delta\varepsilon_x^p = \frac{1}{\gamma} \ln \left[\frac{(a_n)^2 - \left(\frac{2C}{3\gamma}\right)^2}{(a_p)^2 - \left(\frac{2C}{3\gamma}\right)^2} \right] \quad (4)$$

که در رابطه فوق a_n و a_p به ترتیب ماکسیمم و مینیمم مقدار بکاسترس به ترتیب در بارگذاری فشاری و کششی می‌باشند که با توجه به نحوه بارگذاری از لحاظ مقدار دامنه تنش و تنش میانگین، همواره ثابت می‌باشند که روابط مربوط به این دو بکاسترس در رابطه‌های زیر نشان داده شده است [۱۲].



شکل ۸- فلوجارت مربوط به کد نوشته شده جهت دستیابی به ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی

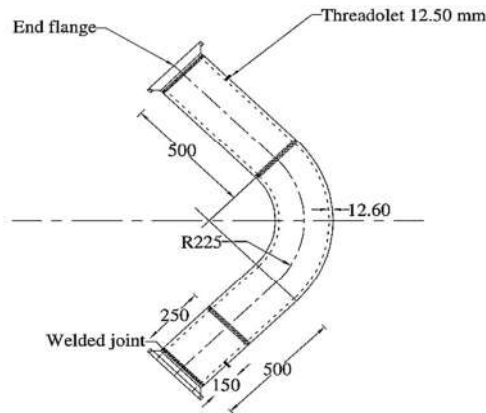
برای سه نقطه بسیار نزدیک بالای اولین مقدار $2k$ انتخاب شده و سه نقطه بسیار نزدیک نیز در پایین اولین $2k$ انتخاب شده انجام گیرد و در نهایت ضرایبی انتخاب شود که نتایج مربوط به تحلیل عددی آن نزدیک‌ترین نتایج به نتایج تجربی باشد. که در روش دستی که در این مقاله نیز که در مطالب فوق توضیح داده شد نیز از همین تکنیک برای هرچه دقیق‌تر کردن ضرایب سخت‌شوندگی، استفاده شده است. ولی از آنجایی که تحلیل‌های عددی بسیار زمان‌بر بوده و همچنین با انتخاب نقاط زیاد برای هرچه دقیق‌تر محاسبه نمودن ضرایب سخت‌شوندگی با توجه به این که سه منحنی هیستریزس وجود دارد، این زمان بسیار زیاد می‌شود و همچنین با توجه به این نکته که نتایج عددی مربوط به ضرایب سخت‌شوندگی مربوط به نقاط، حتی بسیار نزدیک به هم نیز، در بعضی موارد اختلاف کمی ندارند، حتی با انتخاب نقاط زیاد نیز احتمال خطا در این روش وجود دارد. همچنین در روش دستی در روند به دست آوردن ضرایب هیچ مقایسه‌ای با نتایج تجربی صورت نمی‌گیرد ولی در روند محاسبه ضرایب در روش کد کامپیوتری تدوین شده، طبق رابطه (۳) این مقایسه گام‌به‌گام در روند به دست آوردن ضرایب تأثیرگذار بوده و کمک به هرچه دقیق‌تر به دست آمدن ضرایب می‌نماید. در روند کد نویسی تمامی مشکلات موجود در روش دستی حل شده و همچنین ضرایب به دست آمده نیز دقیق‌تر از روش دستی است، به طوری که در این مقاله در روش دستی برای دقیق‌تر به دست آوردن ضرایب بیست نقطه بسیار نزدیک به هم در محدوده تسلیم

در نهایت برآورد ضرایب سخت‌شوندگی با این روش برای جنس فولاد ضدزنگ 304LN برای ضرایب c و γ به ترتیب ۲۱۵۱۱ مگاپاسکال و ۱۲/۹ به دست آمده است.

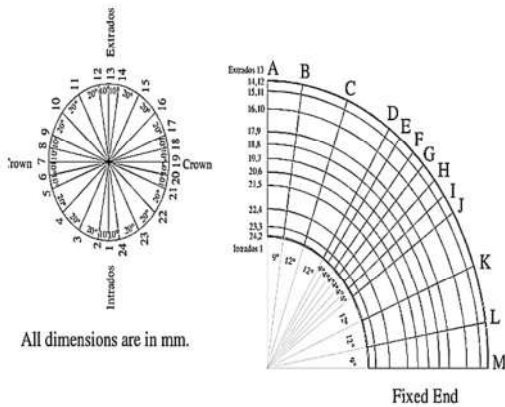
۳-۶- نتیجه‌گیری در مورد ضرایب به دست آمده از دو

روش دستی و کد کامپیوتری تدوین شده

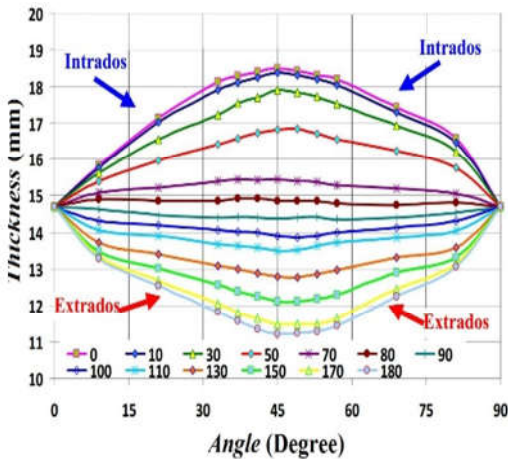
ضرایب سخت‌شوندگی به دست آمده در روش دستی به گونه‌ای است که بسیار حساس به انتخاب مقادیر $2k$ و $\Delta\epsilon_p/2$ طبق شکل ۶ می‌باشند. طوری که در صورت کم و زیاد شدن این مقادیر حتی در حد بسیار کوچک نیز باعث به وجود آمدن یک اختلاف زیاد در ضرایب سخت‌شوندگی به دست آمده می‌گردد. در روش دستی پس از آنکه ضرایب سخت‌شوندگی محاسبه شد باید یک تحلیل عددی در حیطه صحت سنجی یک مقاله تجربی صورت پذیرد و سپس نتایج تجربی با نتایج عددی مقایسه گردد، تا بتوان به درستی ضرایب سخت‌شوندگی محاسبه شده پی برد، از طرفی نیز نتایج تحلیل‌های عددی در ارتباط مستقیم با ضرایب سخت‌شوندگی محاسبه شده است. سپس با مقدار بسیار کمی بالا و پایین در نظر گرفتن مقدار $2k$ که خود به مقدار $\Delta\epsilon_p/2$ نیز تأثیرگذار است، دوباره مقادیر ضرایب سخت‌شوندگی را محاسبه و دوباره پس از آن، یک تحلیل عددی صورت پذیرد و باز هم نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه گردد. برای به دست آوردن بهترین ضرایب سخت‌شوندگی در روش دستی، این عمل باید حداقل



شکل ۹- ابعاد نمونه زانویی شکل [۶]



شکل ۱۰- شبکه‌بندی نمونه برای شناسایی نواحی مختلف [۶]



شکل ۱۱- تفاوت ضخامت در جهت محوری و در محل شبکه‌ها [۱۱]

همچنین در شکل ۱۲ و شکل ۱۳ به ترتیب نحوه بارگذاری نمونه مربوطه در آزمایش تجربی به صورت واقعی و شماتیک نشان داده شده است.

منحنی‌های هیستریزس انتخاب‌شده، و زمان بسیار زیادی صرف آن شده، باوجوداین بازمه نتایج مربوط به تحلیل عددی مربوط به روش کد کامپیوتری تدوین شده، در به دست آوردن ضرایب سخت‌شوندگی، حدود ۲/۵ درصد دقیق‌تر است. باوجود این که اختلاف بسیار کم است ولی زمان بسیار زیادی در روش دستی صرف شده است و این زمان برای یک جنس دیگر دوباره باید صرف شود و به خاطر حجم زیاد محاسبات احتمال خطا نیز در روش دستی زیاد است. ولی در روند کد نویسی علاوه بر اینکه احتمال بروز خطا وجود ندارد، از کد نوشته‌شده برای تمامی جنس‌ها نیز می‌توان استفاده نمود. در مرحله بعد صحت‌سنجی انجام‌شده در حیطة اثبات درستی ضرایب به‌دست‌آمده ارائه خواهد شد.

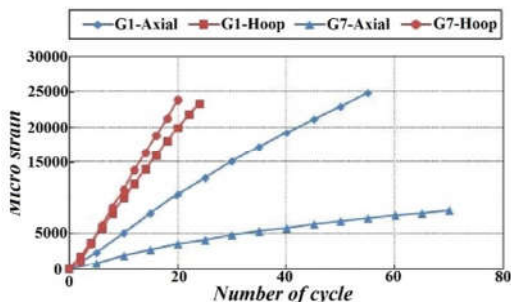
۴- صحت‌سنجی ضرایب محاسبه‌شده

در این صحت‌سنجی از ضرایب به دست آمده از روش کد کامپیوتری تدوین شده، استفاده شده است. و به دلیل نزدیکی زیاد ضرایب مربوط به هر دو روش دستی و کد کامپیوتری تدوین شده، به خاطر صرف زمان زیاد و بررسی تعداد نقاط زیاد در ناحیه تسلیم منحنی‌های هیستریزس در روش دستی برای افزایش دقت، دیگر نتایج مربوط به تحلیل‌های عددی مربوط به صحت‌سنجی، دو روش باهم مقایسه نشده است.

در این قسمت برای اثبات صحت ضرایب سخت‌شوندگی به دست آمده یک مقاله شامل لوله زانویی شکل تحت فشار داخلی و ممان‌های چرخه‌ای داخل صفحه‌ای که توسط ویشنواردهان صورت گرفته شده [۶]، به‌وسیله نرم‌افزار ABAQUS مورد تحلیل عددی قرار گرفته است.

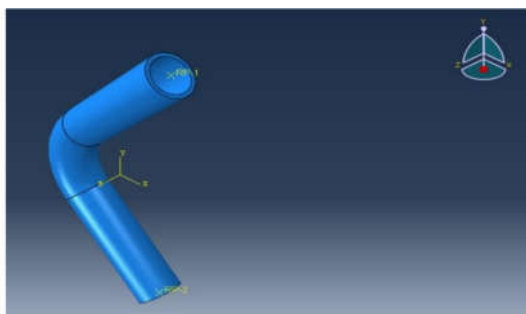
در کار تجربی انجام شده توسط ویشنواردهان فشارها و ممان‌های متفاوتی بر روی لوله زانویی شکل اعمال شده که در این مقاله حالتی که دارای فشار ۳۷/۹ مگاپاسکال و ممان‌های ناشی از اعمال کورس‌های جابه‌جایی چرخه‌ای به‌اندازه ۵۱+ و ۵۱- میلی‌متر و ابعاد توصیف‌شده مربوط به این حالت، مورد بررسی قرار گرفته است؛ همچنین شرایط مرزی و سایر شرایط انجام آزمایش تجربی در مقاله مذکور به‌طور کامل توصیف‌شده که در اینجا به‌صورت مختصر به آن‌ها اشاره شده است، جنس نمونه تحت آزمایش نیز فولاد ضدزنگ 304LN می‌باشد.

در شکل ۹ ابعاد زانویی مورد بررسی با قطر خارجی ۱۶۸ میلی‌متر ارائه شده است؛ ضخامت جداره این نمونه در همه‌جا یکسان نبوده، به‌گونه‌ای که ضخامت در ناحیه قوس داخلی نمونه زانویی شکل بیشتر از ضخامت در قوس خارجی بوده که در مقاله مذکور ضخامت میانگین ۱۴/۷ میلی‌متر بیان شده است؛ در شکل ۱۰ نحوه شبکه‌بندی زانویی برای آدرس‌دهی کرنش‌های پیش‌رونده در محل‌های مختلف نمونه مورد بررسی نشان داده شده است؛ همان‌طور که قابل‌مشاهده است خط G خط محوری زانویی را به دو قسمت متقارن تقسیم می‌کند و در شبکه‌بندی محیطی هم نوده‌های ۱، ۷ و ۱۳ نقاط حساس زانویی یعنی نقاط تقارن در قوس‌های داخلی، بیرونی و میانی هستند که مورد بررسی قرار می‌گیرند؛ همچنین در شکل ۱۱ ضخامت دقیق تمامی نواحی نمونه مربوطه نشان داده شده است.



شکل ۱۴- منحنی کرنش‌های پیش‌رونده در نواحی قوس داخلی و قوس میانی [۶]

بدین ترتیب زانویی فوق در نرم‌افزار ABAQUS با شرایط مرزی، بارگذاری و ضرایب سخت‌شوندگی مربوطه مدل‌سازی شده است به نحوی که برای سطح مقطع بالایی و پایینی یک نقطه مینا تعریف و سطح مقطع مربوطه را به آن کوپل شده است و سپس با توجه به شکل ۱۱ برای سطح مقطع پایینی تمام درجه‌های آزادی به جز چرخش حول محور z محدود شده است و برای سطح مقطع بالا نیز تمام درجه‌های آزادی به جز چرخش حول محور z و حرکت در راستای محور y محدود شده است. همچنین برای مش بندی زانویی مربوطه از ۳۴۲۰۰ المان از نوع C3D8R استفاده شده است، که با افزایش تعداد المان‌ها تا ۶۸۴۰۰ المان نتایج در حدود ۱/۵ درصد تغییر می‌کرد که قابل چشم پوشی و می‌توان گفت که نمونه مربوطه در تعداد المان ۳۴۲۰۰ دارای استقلال از شبکه است، همچنین در این تحلیل از مدل سخت‌شوندگی ترکیبی ایزوتروپیک-سینماتیکی استفاده شده و در این مدل از ضرایب γ, b, Q که در بخش قبل به دست آمد، استفاده شده است. در شکل ۱۵ نمونه ساخته‌شده در نرم‌افزار ABAQUS نمایش داده شده است.

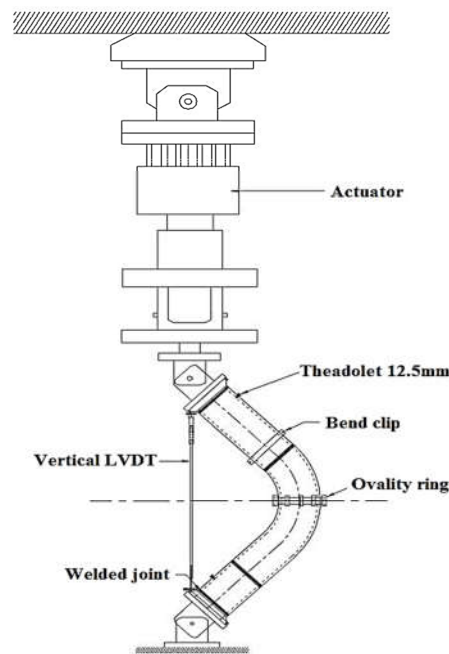


شکل ۱۵- نمونه ساخته‌شده در نرم‌افزار ABAQUS

در نهایت نتایج حاصله با نتایج تجربی مقایسه شده است که نمودارهای مربوط به مقایسه کرنش‌های پیش‌رونده برای تحلیل‌های عددی و نتایج تجربی را در شکل ۱۶ و شکل ۱۷ برای کرنش‌های پیش‌رونده در ناحیه G1، به ترتیب در جهت محیطی و محوری و همچنین در شکل ۱۸ و شکل ۱۹ نیز همین مقایسه در ناحیه G7، به ترتیب در جهت محیطی و محوری ارائه شده است که نشانگر تطابق خوب بین نتایج تجربی و نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی است.



شکل ۱۲- آزمایش تجربی نمونه زانویی شکل [۱۴]



شکل ۱۳- آرایش طرحواره‌ای آزمون تجربی [۱۵]

در نهایت نتایج تجربی حاصل از آزمایش به صورت نمودارهای شکل ۱۴ ارائه شده است.

گرفته در این مقاله، دقت نتایج عددی بسیار مناسب و نزدیک به نتایج تجربی است.

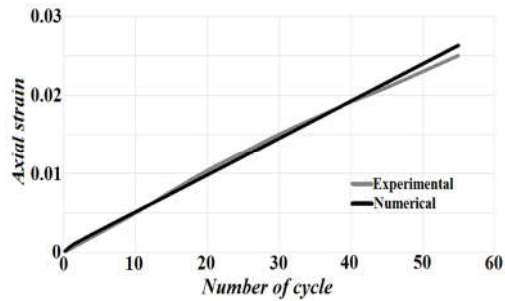
همان‌طور که در نمودارهای فوق قابل‌مشاهده است، درصد خطای نمودارهای مربوط به تحلیل عددی با رشد چرخه‌های اعمال‌شده، رفته‌رفته کاهش پیدا کرده و در پر خطاترین نمودار که مربوط به کرنش محیطی در نود G1 می‌باشد بعد از گذر تنها ۲۰ چرخه مقدار خطا حدوداً به ۴/۵ درصد رسیده که بسیار مطلوب است. دلیل این که در چرخه‌های ابتدایی مقدار خطا نسبت به چرخه‌های انتهایی کمی بیشتر است را این‌گونه می‌توان توجیه نمود که قاعده کلی پدیده کرنش پیش‌رونده به این صورت است که رشد کرنش در هر چرخه نسبت به چرخه قبلی با یک نرخ خاصی کاهش می‌یابد و این نرخ کاهش آن‌قدر ادامه می‌یابد که در نهایت در صورتی که خود پدیده کرنش پیش‌رونده منجر به فروپاشی قطعه نگردد، به مقدار صفر میل نموده و دیگر با اعمال چرخه‌های بارگذاری رشد کرنش وجود نخواهد داشت. طبق این تئوری نرخ رشد کرنش در چرخه‌های ابتدایی بالا بوده و این نرخ رفته‌رفته کاهش پیدا می‌کند که به همین صورت نیز برای نرم‌افزار ABAQUS تعریف شده است. نتایج عددی صورت گرفته در این مقاله نیز صحت ادعای فوق را تأیید می‌کند، در واقعیت نیز به همین صورت است، ولی ممکن است گاه این کاهش نرخ رشد کرنش بنا به دلایلی چه در واقعیت و چه در تحلیل‌های عددی کاهش یا افزایش یابد که از دلایل آن نیز می‌توان به دشواری مدل‌سازی سخت‌شوندگی جنس مربوطه و غیرممکن بودن مدل‌سازی آن با خطای صفر در تحلیل‌های عددی اشاره نمود و همچنین در واقعیت نیز ممکن است با توجه به هندسه مدل و نحوه بارگذاری و سایر شرایط مرتبط به آزمایش این نرخ کاهش در رشد کرنش تغییر کرده و کم و زیاد شود.

۵- نتایج کلی

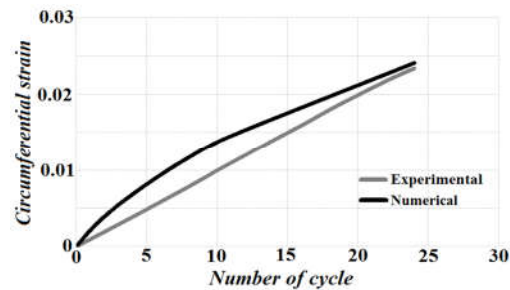
۱- محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیکی به روش کد کامپیوتری تدوین شده، علاوه بر این که دارای دقت بالایی می‌باشد، همچنین زمان دسترسی به آن نسبت به روش دستی بسیار کمتر و احتمال ایجاد خطا در آن وجود ندارد.

۲- در روند کد نویسی تمامی مشکلات موجود در روش دستی حل شده و همچنین ضرایب به دست آمده نیز دقیق‌تر از روش دستی است، به‌طوری‌که در این مقاله در روش دستی برای دقیق‌تر به دست آوردن ضرایب بیست نقطه بسیار نزدیک به هم در محدوده تسلیم منحنی‌های هیستریزیس برای مقدار 2K که در روند به دست آوردن ضرایب سخت‌شوندگی در رابطه‌ها باید وارد نمود، انتخاب‌شده و زمان زیادی صرف به دست آوردن ضرایب سخت‌شوندگی با استفاده از هرکدام از این بیست نقطه شده، و دوباره زمان بسیار زیادی جهت انجام تحلیل‌های عددی با داده‌های مربوط به هرکدام از این بیست نقطه صرف شده و در نهایت با دقت‌ترین نتیجه با مقایسه با نتایج تجربی انتخاب و ضرایب مربوط به همان تحلیل پذیرفته‌شده، با وجود این بازهم نتایج مربوط به تحلیل عددی مربوط به روش کد کامپیوتری تدوین شده، در به دست آوردن ضرایب سخت‌شوندگی، حدود ۲/۵ درصد دقیق‌تر از روش دستی است.

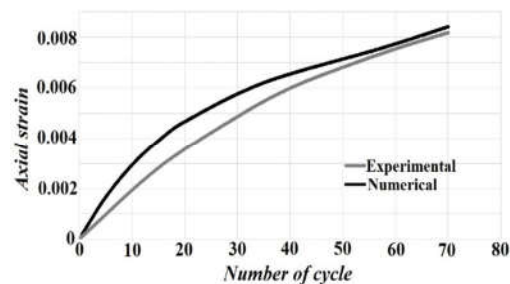
۳- در روش محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی به روش کد نویسی پس از آن که کد مربوطه نوشته شد، کد نوشته شده برای تمامی



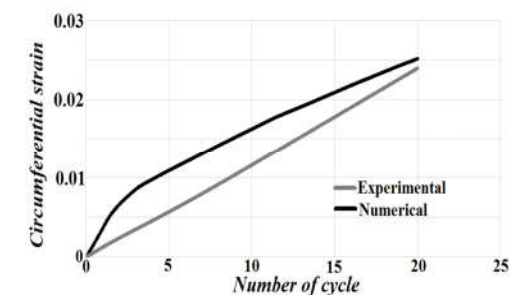
شکل ۱۶- رشد کرنش‌های پیش‌رونده محوری عددی و تجربی در ناحیه G1



شکل ۱۷- رشد کرنش‌های پیش‌رونده محیطی عددی و تجربی در ناحیه G1



شکل ۱۸- رشد کرنش‌های پیش‌رونده محوری عددی و تجربی در ناحیه G7



شکل ۱۹- رشد کرنش‌های پیش‌رونده محیطی عددی و تجربی در ناحیه G7

علازغم اینکه در زمینه کرنش‌های پیش‌رونده و پیش‌بینی رفتار ماده بعد از ناحیه الاستیک نظریه بسیار دقیق و کاملی وجود ندارد، و با تمام تلاش‌هایی که در این زمینه صورت گرفته هنوز اختلاف بین نتایج روش‌های نظری و تجربی زیاد است، ولی در تحلیل عددی صورت

formation and ratcheting fatigue behavior of AISI 304LN stainless steel, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 527, No. 29, pp. 7571-7579, 2010.

- [14] Vishnuvardhan S., Raghava G., Gandhi P., Saravanan M., Goyal S., Arora P., Gupta S. K., Bhasin V., Ratcheting failure of Pressurized straight pipes and elbows under reversed bending, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 105, pp. 79-89, 2013.
- [15] Vishnuvardhan S., Raghava G., Gandhi P., Saravanan M., Pukazhendhi D. M., Goyal S., Gupta S. K., Bhasin V., Vaze K. K., Ratcheting studies on type 304LN stainless steel elbows subjected to combined internal pressure and in-plane bending moment, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 134, No. 4, 2012.

جنس‌ها قابل استفاده می‌باشد.

۴- در محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی به روش کد کامپیوتری تدوین شده، در روند محاسبه ضرایب نتایج دائماً با نتایج تجربی مربوط به یک آزمایش تجربی تک‌محوری مقایسه می‌شود و در صورت عدم همخوانی حلقه دائمه تکرار می‌شود، و در نهایت تحلیل عددی با ضرایب به‌دست‌آمده در حیطه مقاله انتخاب شده جهت صحت سنجی صورت می‌گیرد تا دقت ضرایب محاسبه شده مورد ارزیابی قرار گیرد. در صورتی‌که در روش دستی در روند محاسبه ضرایب سخت‌شوندگی، نتایج تجربی هیچ آزمایشی دخیل نبوده و در نهایت پس از به‌دست آمدن ضرایب، تحلیل‌های عددی در حیطه مقاله انتخاب شده جهت صحت سنجی صورت می‌گیرد تا دقت ضرایب محاسبه شده مورد ارزیابی قرار گیرد. این امر باعث افزایش دقت ضرایب به‌دست‌آمده در روش کد کامپیوتری تدوین شده، می‌شود.

۶- مراجع

- [1] de Souza Neto, Eduardo A., Peric D., Owen D. R. J., *Computational methods for plasticity: theory and applications*, John Wiley & Sons, 2011.
- [2] Mroz Z., An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model, *Acta mechanica*, Vol.7, No. 2, pp. 199-212, 1969.
- [3] Ohno N., Wang J. D., Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery, *Int. J. Plast*, Vol. 9, No. 3, pp. 375-390, 1993.
- [4] Prager W., A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids, *Journal of Applied Mech*, Vol 23, pp. 493-496, 1976.
- [5] Chaboche J. L., Dang Van K., Cordier G., Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel, *Structural mechanics in reactor technology*. Transactions, Vol. L, 1979.
- [6] Vishnuvardhan S., Raghava G., Gandhi P., Goyal S., Gupta S. K., Bhasin V., Ratcheting Strain Assessment in Pressurized Stainless Steel Elbows Subjected to In-plane Bending, *Procedia Engineering*, Vol. 55, pp. 666-670, 2013.
- [7] Limam A., Lee L. H., Corona E., Kyriakides S. Inelastic wrinkling and collapse of tubes under combined bending and internal pressure, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, No. 5, pp. 637-647, 2010.
- [8] Chang, K. H., Pan W. F., Buckling life estimation of circular tubes under cyclic bending, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 2, pp. 254-270, 2009.
- [9] Sheldon, I. Chaboche nonlinear kinematic hardening model. STI0805, ANSYS Release: 11. 2008.
- [10] Imaoka S., Chaboche Nonlinear Kinematic Hardening Model, Memo Number STI0805A, ANSYS Release, Vol. 12, No. 1, 2008.
- [11] Goyal S., Gupta S. K., Bhasin V., Vaze K. K., Cyclic plasticity and fatigue-ratcheting behavior of SS304LN stainless steel material, In *Proceedings of SMIRT*, Vol. 21. 2011.
- [12] Rezaiee-Pajand M., Sinaie S., On the calibration of the Chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 16, pp. 3009-3017, 2009.
- [13] Dutta, K., Sivaprasad S., Tarafder S., Ray K. K., Influence of asymmetric cyclic loading on substructure