

شکل ۲- اجزای یک سیستم لامسه‌ای.

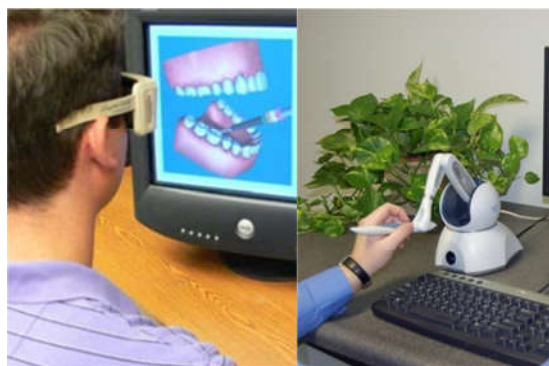
با توجه به حرکت کارگر ربات که در دست انسان است، نیروی ناشی از جسم مجازی توسط پردازشگر محاسبه و به کنترلگر منتقل می‌شود. این نیرو معمولاً با فرض یک فنر و میراگر در محیط مجازی شبیه‌سازی می‌شود. از مهم‌ترین کاربردهای ربات‌های لامسه‌ای انتقال نیروهای مجازی، با شفافیت^۱ بالا به انسان است. به این ترتیب شبیه‌سازی مناسبی از جسم مجازی برای انسان ایجاد شده است. همین مهم سبب شده ربات‌هایی پیشرفته که حس‌گرها و محرک‌های مناسب برای تضمین دقت مناسب شبیه‌سازی نیرو را دارند امروزه بیش از پیش به عنوان ربات لامسه‌ای مورد استفاده قرار گیرند [۱۰].

دینامیک ربات‌های لامسه‌ای از اهمیت بالایی در کارکرد آن برخوردار است. تلاش می‌شود در طراحی این دست از ربات‌ها اینرسی و اصطکاک پایینی باشد تا اثرات دینامیکی آن حداقل شود. با این حال به دلیل وجود اصطکاک لزجی و کولومب در مفاصل ربات، پیچیدگی دینامیک ربات اجتناب ناپذیر است.

از آن‌جا که اجسام مجازی را اغلب با در نظر گرفتن یک فنر مجازی (K_w) و یک میراگر مجازی (B_w) شبیه‌سازی می‌کنند، تعیین سفتی دیوار مجازی از اهمیت فراوانی برخوردار است. با افزایش بیش از اندازه K_w ربات به سمت ناپایداری می‌رود و دچار ارتعاشات شدیدی می‌شود که برای کاربر و ربات آسیب‌زا است [۱۱]. از این روست که تعیین محدوده‌ای دقیق برای عملکرد مناسب و پایدار ربات در بسیاری از تحقیقات مورد توجه قرار گرفته است.

از آن‌جا که در حین شبیه‌سازی اجسام مجازی، میزان جابجایی کارگر ربات لامسه‌ای کوچک است، میزان تغییرات مقادیر بردارهای دینامیکی ربات به دلیل محدودیت در تغییر زوایای ربات، کوچک خواهد بود. به این موقعیت، نقطه‌کاری ربات گفته می‌شود و دینامیک ربات لامسه‌ای در این نقطه و در راستای عمود بر جسم مجازی ساده‌سازی می‌گردد. عموماً ربات معادل، یک ربات یک درجه‌آزادی به جرم موثر m_d ، با اصطکاک کولومب موثر c_d و اصطکاک لزجی موثر b_d است. به این ترتیب مدل دینامیکی ساده شده و امکان ارائه تحلیل‌های نظری فراهم می‌شود؛ فرضی که در اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه پایداری و ناعالی ربات‌های لامسه‌ای استفاده شده و بدین ترتیب فرمول‌هایی بسته برای پایداری و یا ناعالی بدست آمده است [۱۲-۱۵]. در هیچ یک از این مقالات روشی دقیق برای تعیین این مقادیر موثر ارائه و دقت این ساده‌سازی ارائه نشده است؛ در واقع

مکانیکی (مشابه نمونه واقعی) تهیه شده است. فرد تحت آموزش از طریق صفحه نمایش محیط هدف عمل جراحی را می‌بیند و می‌تواند عمل جراحی را انجام دهد. در این محیط انواع ابزار جراحی در دسترس است و فرد با حرکت دادن کارگر ربات لامسه‌ای می‌تواند ابزار (مثلاً تیغ جراحی) را به قسمت مدنظر بزند. با برخورد ابزار مجازی به بدن مجازی، ربات لامسه‌ای نیرو و گشتاور متناسب با این عمل را به دست کاربر اعمال می‌کند. همچنین تغییراتی لازم بر اساس نوع ابزار در بدن مجازی ایجاد می‌شود (تصویر کمی تغییر می‌کند) و بدین‌گونه کاربر احساس می‌کند که با یک محیط واقعی در تماس است. مشخص است این شیوه آموزشی مزایای فراوانی از جمله کاهش خطرات، هزینه و زمان را داراست. از دیگر نکات این روند، مدیریت دقیق مراحل آموزش و امکان شبیه‌سازی اتفاقات خاص در طی یک روند دقیق، فراگیر را بسیار حرفه‌ای‌تر و پخته‌تر به محیط واقعی می‌فرستد.



شکل ۱- استفاده از ربات لامسه‌ای برای آموزش

(الف) آموزش جراحی نخاعی به پزشکان [۹]
(ب) آموزش جراحی دندان به پزشکان [۸]

به صورت کلی با در کنار هم قرار گرفتن انسان و یک رابط لامسه‌ای، سامانه لامسه‌ای شکل می‌گیرد. مطابق شکل ۲ یک رابط لامسه‌ای شامل یک ربات لامسه‌ای و یک پردازشگر است. پردازشگر وظیفه‌ی ایجاد محیط‌های مجازی برای کاربران به صورت تصویری، محاسبه‌ی پارامترهای مکانیکی و انتقال داده نیرو و حرکت متناظر به کنترلگر ربات را دارد. ربات لامسه‌ای بر اساس فرامین کنترلگر، حرکت متناظر با محیط مجازی را ایجاد و به کارگر (Stylus) ربات که در دست انسان است منتقل می‌کند. البته این یک مسیر دو طرفه است و انسان نیز با حرکت دادن کارگر ربات که در هر لحظه توسط حسگرها وضعیت آن به کنترلگر گزارش می‌شود، بر محیط مجازی تأثیر می‌گذارد.

¹ Transparency

گشتاورهای گریز از مرکز، کوریولیس و اصطکاکی با ابعاد $n \times 1$ است [۲۱]. گشتاورهای وزن ربات لامسه‌ای توسط کنترلگر خنثی می‌شوند، لذا از عبارت g صرف نظر می‌شود. در مفاصل ربات لامسه‌ای اصطکاک کولمب و میرا وجود دارد، لذا بردار v_T را می‌توان به شکل زیر تفکیک نمود:

$$v_T = c + b + \tau_{col} \quad (۳)$$

که در آن C بخش گشتاورهای کوریولیس و گریز از مرکز است و فاقد عبارت‌های اصطکاکی است. عبارت دوم و سوم به ترتیب بیانگر بخش اصطکاک میرایی و اصطکاک کولمب در مفاصل هستند که به صورت محاسبه می‌شوند.

$$b = [b_1 \theta_1, b_2 \theta_2, \dots, b_6 \theta_6]^T \quad (۴)$$

و

$$\tau_{col} = [c_1 \text{sign}(\dot{\theta}_1), c_2 \text{sign}(\dot{\theta}_2), \dots, c_6 \text{sign}(\dot{\theta}_6)]^T \quad (۵)$$

۳-۲- تاخیر زمانی

ربات‌های لامسه‌ای همچون سایر ربات‌ها به دلیل داشتن اجزای مختلف با عملکردهای متفاوت دارای تاخیر می‌باشد. اگر تاخیر در سیستمی بزرگتر از نرخ نمونه‌برداری باشد پایداری آن تحت تاثیر قرار می‌گیرد. ربات‌های لامسه‌ای معمولاً نرخ داده‌برداری بالاتر از ۱۰۰۰ هرتز دارند و به این ترتیب در صورت ایجاد تاخیرهای چند میلی ثانیه‌ای عملکرد و پایداری ربات به شدت تحت تاثیر قرار می‌گیرد. با افزایش تاخیر زمانی، پایداری ربات لامسه‌ای تحت تاثیر قرار می‌گیرد و بیشینه فنریت قابل شبیه‌سازی کاهش می‌یابد [۱۶]. یکی از روش‌های معمول در تحلیل این‌گونه سیستم‌ها، فرض وجود تاخیر زمانی t_d به عنوان حاصل جمع تاخیرهای حلقه کنترلی و جسم مجازی به صورت یکجاست [۲۲].

۳- دینامیک موثر ربات لامسه‌ای

تمامی بردارها و ماتریس‌هایی که برای بیان دینامیک ربات لامسه‌ای استفاده می‌شوند، در حالت کلی شامل عبارت‌های مثلثاتی و ضرب چندین سرعت مفاصل در یکدیگرند. از طرف دیگر اجسام مجازی که در سیستم‌های لامسه‌ای در نظر گرفته می‌شوند، ابعاد کوچک‌تری نسبت به فضای کاری ربات لامسه‌ای دارند. کاربر با حرکت دادن دست خود، کارگیر ربات را در فضای مجازی جابه‌جا می‌کند و می‌تواند دامنه‌ی وسیعی را پوشش دهد. در حین این جابه‌جایی تغییرات پارامترهای دینامیکی ربات قابل توجه است. با این وجود در زمان برخورد با جسم مجازی حرکت ربات محدود به سختی جسم مجازی می‌شود و حرکت بسیار محدود می‌گردد. به مقدار فرو رفتن کارگیر ربات لامسه‌ای در جسم مجازی، عمق نفوذ^۱ گویند که وابسته به ضریب فنریت جسم مجازی است و با افزایش ضریب فنریت جسم مجازی، عمق نفوذ کم می‌شود. اگر این ضریب از حد مشخصی فراتر برود، ربات لامسه‌ای ناپایدار می‌شود. به این ترتیب امکان شبیه‌سازی سطوح سخت که عمق نفوذ ایده‌آل در آن‌ها صفر می‌باشد، امکان‌پذیر

در این مقالات از ابتدا ربات لامسه‌ای را یک سیستم یک درجه‌آزادی فرض کرده، تحلیل پایداری یا ناعالی را انجام داده و سپس با آزمایشاتی بر روی یک ربات یک درجه‌آزادی و با یک مفصل فعال از یک ربات چند درجه‌آزادی، تئوری‌های ارائه شده را صحنه‌گذاری می‌کنند. نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر جرم، میرایی و اصطکاک کولمب موثر در مدل ساده‌شده یکی از بحث‌های چالش برانگیز است که در دقت محاسبات و دامنه‌ی پایداری ربات موثر است. در این مقاله ضمن ارائه یک روش سیستماتیک برای ساده‌سازی دینامیک ربات لامسه‌ای با درجات آزادی متعدد، دقت پاسخ برای ضریب میرایی وسختی مجازی مختلف بررسی شده است.

بررسی پایداری ربات لامسه‌ای با استفاده از نامساوی‌های خطی ماتریسی و تعریف توابع لیاپانوف کرازوفسکی در [۱۶] و [۱۷] انجام شده است. یک کنترل‌کننده لیاپانوف برای عملکرد پایدار ربات لامسه‌ای در [۱۸، ۱۹] ارائه و پیاده‌سازی شد. بررسی پایداری ربات لامسه‌ای با در نظر گرفتن رفتار چرخه حدی با استفاده از تابع لیاپانوف و تابع توصیفی در [۱۴] و پایداری سیستم لامسه‌ای با نرخ نمونه‌برداری متغیر در [۲۰] انجام شده است.

۲- مدل‌سازی واسط لامسه‌ای

پیشتر گفته شد واسط لامسه‌ای شامل یک ربات لامسه‌ای و یک پردازشگر است که جسمی مجازی را شبیه‌سازی می‌کند. در ادامه به ارائه مدل برای این دو و همچنین تاخیر زمانی خواهیم پرداخت.

۲-۱- مدل‌سازی جسم مجازی

جسم مجازی در پردازشگر ایجاد و شبیه‌سازی می‌شود. از آن‌جا که رفتار بسیاری از اجسام در راستای عمود بر سطح آن‌ها مشابه با یک فنر و میراگر است، لذا جسم مجازی به صورت دیواری متشکل از فنری مجازی با ضریب فنریت K_w و میراگری مجازی با ضریب میرایی B_w در یک بعد فرض می‌شود، که کارگیر ربات همواره در حال تماس با این جسم است. کنترل‌کننده ربات از نوع دیجیتال و در فضای گسسته است، لذا تابع تبدیل جسم مجازی به صورت بدست می‌آید که در آن Z بیانگر عملگر ذی (برای گسسته‌سازی)، T عددی ثابت و بیانگر زمان نمونه‌برداری ربات می‌باشد.

$$H(z) = K_w + B_w \frac{z-1}{Tz} \quad (۱)$$

۲-۲- مدل‌سازی ربات لامسه‌ای

ربات‌های لامسه‌ای درجات آزادی مختلفی دارند و دینامیک آن‌ها با افزایش درجات آزادی پیچیده‌تر می‌شود. ربات لامسه‌ای مطالعه شده در این پژوهش، n درجه‌آزادی با مفاصل دورانی در نظر گرفته شده است (بدون افزونگی، یعنی $n \leq 6$). لذا معادله دینامیک ربات به صورت نوشته می‌شود که در آن $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ بردار گشتاورهای مفصل،

$$\tau = B(q)\ddot{q} + v_T(q, \dot{q}) + g(q) \quad (۲)$$

$B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس جرم، $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ بردار متغیرهای مفصلی است. v_T و g به ترتیب بردار نیروهای گرانشی و بردار حاصل جمع

^۱ Penetration Depth

نیست. ناپایداری ربات لامسه‌ای سبب ارتعاشات شدیدی در ربات می‌شود که می‌تواند به ربات و حتی کاربر آن آسیب جدی برساند. از آنجا که معیارهای پایداری و نافع‌الی بدست آمده در [۱۲-۱۵]، صرفاً با فرض تبدیل دینامیک چند درجه‌آزادی و غیرخطی ربات لامسه‌ای به دینامیکی ساده قابل تعیین هستند، در صورت عدم انجام ساده‌سازی، بدست آوردن فرمول‌های بسته برای پایداری و یا نافع‌الی کاری بسیار دشوار و عملاً غیرممکن است. نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر جرم، میرایی و اصطکاک کولمب موثر در مدل ساده‌شده یکی از بحث‌های چالش برانگیز است که در دقت محاسبات و دامنه‌ی پایداری ربات موثر است. این مهم در قسمت بعد بررسی و مدل جدیدی برای آن استفاده گردیده است.

برای این منظور کارگر ربات در یک نقطه در فضای شبیه‌سازی در تماس با جسم مجازی و در حال حرکت در راستای \hat{e}_s فرض می‌شود. ماتریس ژاکوبین ربات به صورت $J \in \mathcal{R}^{m \times n}$ تعریف می‌شود. همچنین کارگر ربات سرعت انتقالی $\dot{s} = \dot{s} \hat{e}_s$ را دارد، که در آن \dot{s} مقدار سرعت است. در ادامه فرمول‌هایی برای تعیین جرم موثر، ضریب اصطکاک لزجی موثر و ضریب اصطکاک کولمب موثر ارائه خواهد شد. این محاسبات برای بیشترین درجه آزادی یک ربات غیر افزونه (شش درجه‌آزادی) ارائه شده‌اند؛ اگر رباتی دارای درجات آزادی کمتر باشد، روند ذکر شده به راحتی قابل تعمیم است.

۳-۱- محاسبه جرم موثر ربات لامسه‌ای

با توجه به معلوم بودن مکان و جهت‌گیری کارگر ربات، با استفاده از سینماتیک معکوس مقدار زاویه در هر مفصل ربات حساب شده، ماتریس ژاکوبین (J) بدست آمده و سرعت زاویه‌ای در مفاصل ربات از معادله $\dot{q} = J^{-1} \dot{s} \hat{e}_s$ تعیین می‌شود. از طرفی کل انرژی جنبشی ذخیره شده در بدنه ربات از معادله $1/2 \dot{q}^T M(q) \dot{q}$ بدست می‌آید [۱۰]. کفایت انرژی جنبشی کل ربات را با انرژی جنبشی جرم موثر ربات (m_{eff}) که در نقطه P با سرعت \dot{s} حرکت می‌کند، برابر قرار دهیم تا جرم موثر ربات به صورت یکتا، از تساوی زیر تعیین شود:

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} = \frac{1}{2} m_{eff} \dot{s}^2 \quad (6)$$

سمت چپ معادله بالا به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} = \frac{1}{2} (\hat{e}_s^T \dot{s} J^{-T}) M (J^{-1} \dot{s} \hat{e}_s) = \frac{1}{2} (\hat{e}_s^T J^{-T} M J^{-1} \hat{e}_s) \dot{s}^2 \quad (7)$$

که در آن $J^{-T} = (J^{-1})^T$ تعریف شده است. پس جرم موثر ربات لامسه‌ای به صورت یکتا از معادله زیر بدست می‌آید:

$$m_{eff} = \hat{e}_s^T J^{-T} M(q) J^{-1} \hat{e}_s \quad (8)$$

همانطور که پیداست، مقدار جرم موثر تابع سرعت ربات نیست و به ماتریس جرم ربات و زوایای مفصلی بستگی دارد.

۳-۲- محاسبه ضریب لزجت موثر

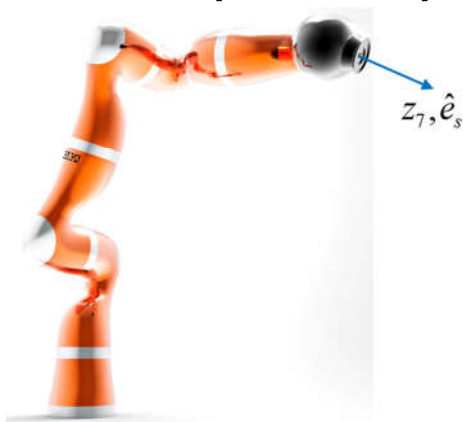
برای بدست آوردن ضریب لزجت موثر، فرض می‌شود که جمع تمامی توان‌های تلفاتی ناشی از اصطکاک لزجی در مفاصل ربات، با توان تلفاتی ناشی از یک ضریب لزجت معادل (b_{eff}) که در کارگر

ربات قرار دارد یکسان باشد. با توجه به اینکه میزان تلف شده در اثر اصطکاک میرا در مفصل دورانی شماره i از رابطه $b_i \dot{\theta}_i^2$ بدست می‌آید، لذا با مساوی قرار دادن مجموع توان‌های تلفاتی در مفاصل، با توان تلفاتی لزجت موثر در نقطه P و راستای \hat{e}_s خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^6 b_i \dot{\theta}_i^2 = b_{eff} \dot{s}^2 \quad (9)$$

برای ساده سازی فرمول بالا، فرض می‌شود که ربات لامسه‌ای در حال شبیه‌سازی یک جسم مجازی در راستای عمود بر محور انتهایی آن است (شکل ۳). در این حالت کارگر ربات دارای سرعت \dot{s} در امتداد محور Z فریم انتهایی ربات (Z_7) می‌باشد (Z_7 و \hat{e}_s بر یکدیگر منطبق هستند).

مطابق شکل ۳ کارگر ربات لامسه‌ای در حال حرکت در راستای Z_7 می‌باشد؛ لذا بردار سرعت کارگر در دستگاه شماره ۷ به صورت $\dot{s} = [0 \ 0 \ \dot{s} \ 0 \ 0 \ 0]^T$ نوشته می‌شود.



شکل ۳- ربات لامسه‌ای شش درجه‌آزادی که کارگر آن در حال حرکت با سرعت \dot{s} و در امتداد Z_7 و \hat{e}_s می‌باشد.

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{s} \hat{e}_s \quad (10)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{61} & J_{62} & \dots & J_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{13} \dot{s} \\ J_{23} \dot{s} \\ \vdots \\ J_{63} \dot{s} \end{bmatrix}$$

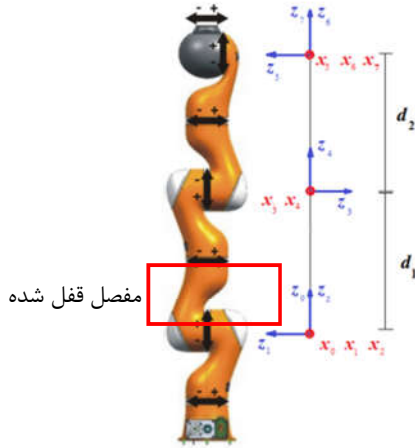
لذا سرعت زاویه‌ای مفاصل ربات از رابطه تعیین می‌شود که در آن J ماتریس جاکوبی نوشته شده در فریم انتهایی ربات و J_{ij} درایه‌های ماتریس J^{-1} هستند. لذا سرعت زاویه‌ای هر مفصل ربات مطابق معادله $\dot{\theta}_i = J_{i3} \dot{s}$ خواهد بود. در نتیجه سمت چپ معادله (۹) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\sum_{i=1}^6 b_i \dot{\theta}_i^2 = b_1 (J_{13} \dot{s})^2 + b_2 (J_{23} \dot{s})^2 + \dots + b_6 (J_{63} \dot{s})^2 \quad (11)$$

$$= (b_1 J_{13}^2 + b_2 J_{23}^2 + \dots + b_6 J_{63}^2) \dot{s}^2$$

با مقایسه (۱۱) با (۹) ضریب میرایی موثر به صورت

$$b_{eff} = b_1 J_{13}^2 + b_2 J_{23}^2 + \dots + b_6 J_{63}^2 \quad (12)$$



شکل ۴- دستگاه‌های مختصات مربوط به روش Denavit-

Hartenberg در ربات KUKA LWR IV: جهت x در تمام دستگاه‌ها برون‌سو می‌باشد. در شبیه‌سازی‌ها مفصل سوم ربات قفل و بدون حرکت فرض می‌شود.

شبیه‌سازی‌های گزارش شده، در دو پیکربندی مختلف ربات به شرح جدول ۱ و با تاخیرهای زمانی $t_d = [0 \ 1 \ 2 \ 5 \ 10]ms$ انجام شده است (جمعا ۱۰ شبیه‌سازی مختلف) و در تمامی شبیه‌سازی‌ها فرض شده است که ربات در حال شبیه‌سازی یک جسم مجازی (با ضریب میرایی B_W و فنریت K_W) در راستای Z مفصل نهایی ربات است (Z_7).

جدول ۱- پیکربندی ربات کوکا در شبیه‌سازی‌های مختلف

	θ_7 (rad)	θ_6 (rad)	θ_5 (rad)	θ_4 (rad)	θ_3 (rad)	θ_2 (rad)	θ_1 (rad)
۱	0	1.05	0	-1.57	0	1.57	1.57
۲	0.33	2.27	2.31	-0.25	0	-1.76	-2.97

در شبیه‌سازی‌ها، مرز پایداری ربات بدست می‌آید. برای این منظور به ازای هر مقدار از B_W ، مقدار K_W تغییر پیدا می‌کند تا ربات روی مرز پایداری قرار گیرد. برای تشخیص وضعیت پایداری ربات، ارتعاشات آن مورد بررسی قرار می‌گیرد: ارتعاشات همگرای ربات، نشانه عملکرد پایدار است؛ در حالیکه ارتعاشات واگرا، نشانگر عملکرد ناپایدار ربات است. لذا ارتعاشاتی که در آن دامنه نوسانات ربات تقریباً ثابت باشد، نشانگر مرز پایداری است. در هر پیکربندی و برای هر تاخیر زمانی، دو شبیه‌سازی مختلف انجام شده است. در شبیه‌سازی اول فرض می‌شود که ربات کوکا با دینامیک شش درجه‌آزادی و غیرخطی خود در حال شبیه‌سازی جسمی مجازی با ضریب میرایی B_W و فنریت K_W در نقطه‌کاری مربوطه باشد. با تکرار شبیه‌سازی‌ها به ازای هر مقدار تاخیر زمانی، نمودار مرز پایداری بدست می‌آید. در شبیه‌سازی‌های دوم، در نقطه‌کاری مورد نظر، دینامیک شش درجه‌آزادی و غیرخطی ربات کوکا تبدیل به دینامیکی با مقادیر ثابت جرم موثر، ضریب میرایی موثر و اصطکاک کولمب موثر به ترتیب از روابط (۸)، (۱۲) و (۱۴) می‌شود. سپس مرز پایداری برای این سیستم

مشاهده می‌شود که مقدار b_{eff} مستقل از مقدار سرعت کارگیر ربات بوده و صرفاً تابعی از ضریب میرایی هر مفصل، نقطه کاری ربات و راستای حرکت کارگیر آن است.

۳-۳- محاسبه ضریب کولمب موثر

برای بدست آوردن ضریب اصطکاک کولمب موثر ربات لامسه‌ای، فرض می‌شود کارگیر ربات در نقطه P ، جابجایی کوچک ΔS را در راستای $\hat{\theta}_S$ داشته باشد. میزان انرژی تلف شده در اثر اصطکاک کولمب در مفصل دورانی شماره i ، از معادله $c_i |\Delta \theta_i|$ بدست می‌آید؛ که در آن علامت $|\cdot|$ بیانگر قدر مطلق، $\Delta \theta_i$ تغییر زاویه در مفصل i و c_i ضریب اصطکاک کولمب در آن مفصل است. لذا مقدار موثر ضریب اصطکاک کولمب (c_{eff}) از تساوی زیر تعیین می‌شود:

$$\sum_{i=1}^6 c_i |\Delta \theta_i| = c_{eff} |\Delta S| \quad (13)$$

که در آن عبارت سمت چپ بیانگر مجموع انرژی تلف شده در اثر اصطکاک کولمب در مفاصل ربات، و عبارت سمت راست انرژی تلف شده در اصطکاک کولمب موثر ربات طی جابجایی کوچک ΔS است. با توجه به اینکه تغییر زوایا حول نقطه کاری ربات کوچک است، با انتگرال‌گیری از معادله $\hat{\theta}_i = J_{i3} \dot{S}$ خواهیم داشت که $\Delta \theta_i = J_{i3} \Delta S$. که در آن J_{i3} درایه‌های ماتریس J^{-1} هستند. لذا مقدار ضریب میرایی موثر از معادله حاصل شده و صرفاً تابعی از c_i ها و موقعیت کارگیر ربات بوده و از مقدار جابجایی مستقل است.

$$c_{eff} = c_1 |J_{13}| + c_2 |J_{23}| + \dots + c_6 |J_{63}| \quad (14)$$

بدین ترتیب دینامیک غیرخطی و چند درجه‌آزادی ربات لامسه‌ای، حول نقطه‌کاری و در راستای عمود بر جسم مجازی ساده‌سازی شده و پارامترهای موثر و ثابتی برای جرم، ضریب اصطکاک لزجتی و ضریب اصطکاک کولمب بدست می‌آیند (معادلات (۸)، (۱۲) و (۱۴)).

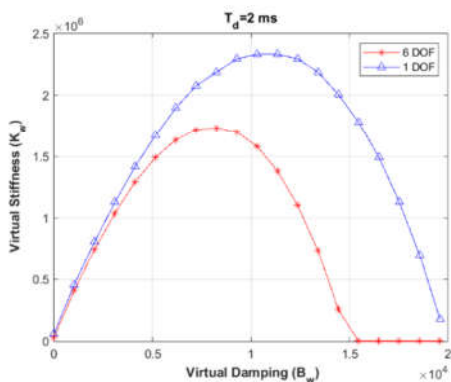
۴- شبیه‌سازی‌ها

به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از ساده‌سازی روابط دینامیکی به کمک معادلات ارائه شده در قسمت قبل، شبیه‌سازی‌های متعددی در نرم افزار MATLAB انجام شده و تعدادی از این شبیه‌سازی‌ها در این مقاله گزارش شده‌اند. ربات مدنظر در این قسمت ربات کوکای سبک وزن (KUKA LWR 4) است که دارای هفت درجه‌آزادی و زمان نمونه برداری $T = 1ms$ است و در پژوهش‌های زیادی به عنوان ربات لامسه‌ای و یا کنترل امپدانس استفاده شده است [۲۳، ۲۴]. مدل دینامیکی حاصل از شناسایی سیستم که در [۲۴] منتشر شده در شبیه‌سازی‌های این مقاله استفاده شده است. این مدل دینامیکی ربات کوکا قبلاً در کارهای همچون [۲۵] به منظور کنترل ربات به کمک کنترل‌کننده‌های برمبنای مدل به کار گرفته شده است. به دلیل افزونگی ربات، در شبیه‌سازی‌ها مفصل سوم ربات قفل و بدون حرکت فرض می‌شود تا افزونگی ربات گرفته شود و دینامیک ربات به حالت شش درجه‌آزادی و بدون افزونگی درآید (شکل ۴).

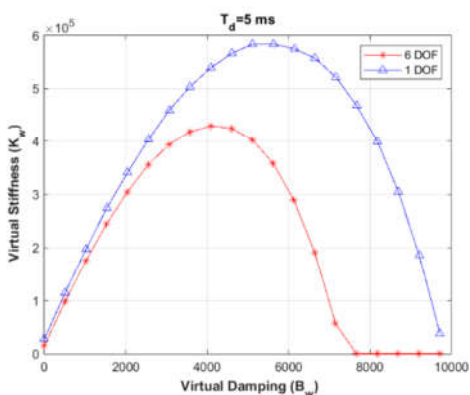
یک درجه‌آزادی ساده شده نیز تعیین شده و با مرز پایداری سیستم شش درجه‌آزادی مقایسه می‌شود.

۵- نتایج و بحث

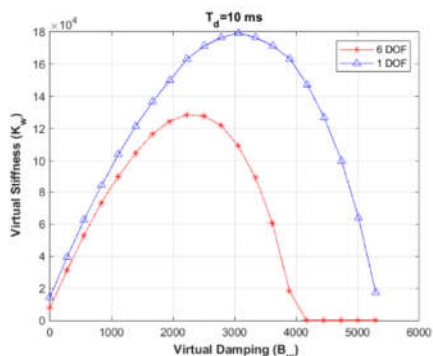
نمودار مرز پایداری بدست آمده برای ۲ پیکربندی ذکر شده در جدول ۱ و تاخیرهای زمانی ذکر شده، در شکل‌های ۵ تا ۱۴ آمده است.



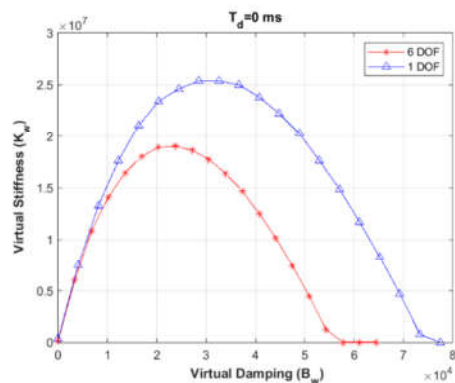
شکل ۷- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه‌آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه‌آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۱ و با تاخیر زمانی ۲ میلی ثانیه‌ای



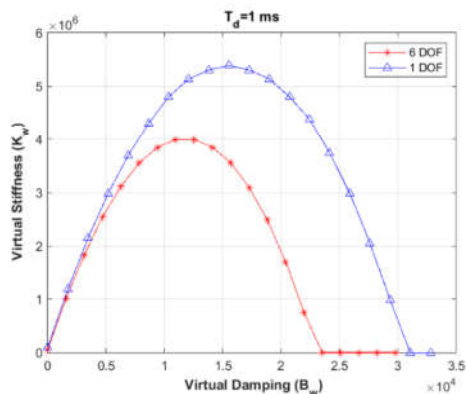
شکل ۸- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه‌آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه‌آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۱ و با تاخیر زمانی ۵ میلی ثانیه‌ای



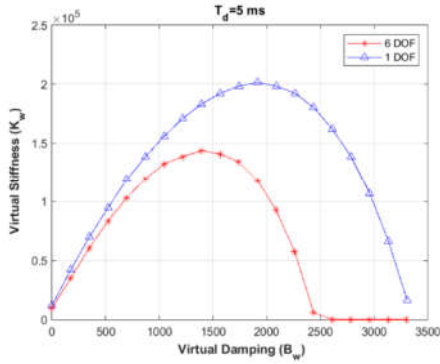
شکل ۹- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه‌آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه‌آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۱ و با تاخیر زمانی ۱۰ میلی ثانیه‌ای



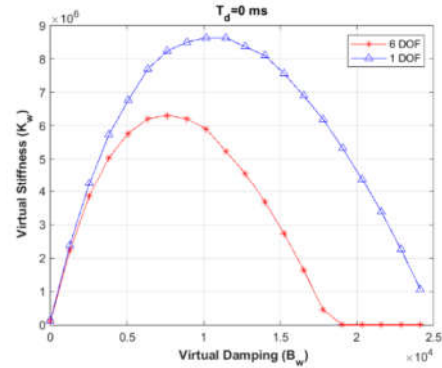
شکل ۵- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه‌آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه‌آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۱ و با تاخیر زمانی ۰ میلی ثانیه‌ای



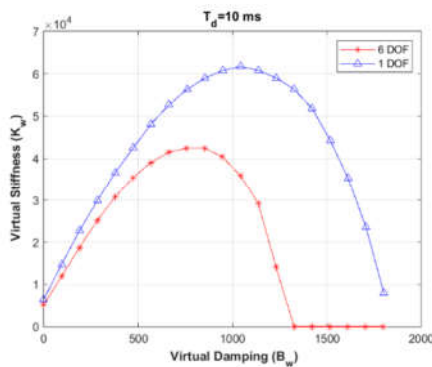
شکل ۶- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه‌آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه‌آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۱ و با تاخیر زمانی ۱ میلی ثانیه‌ای



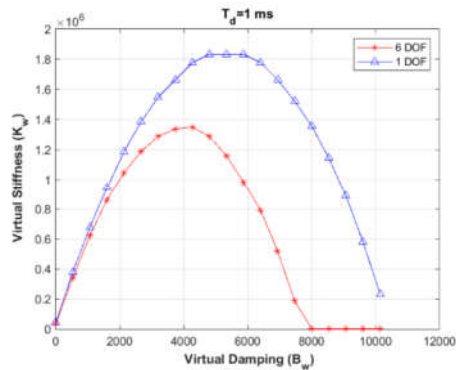
شکل ۱۳- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۲ و با تاخیر زمانی ۵ میلی ثانیه‌ای



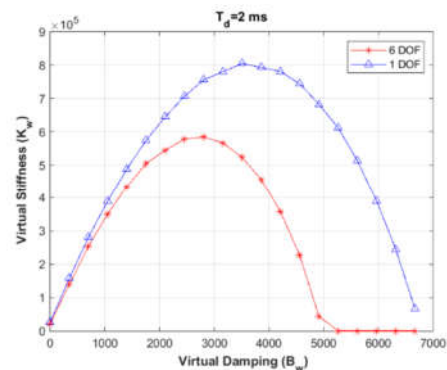
شکل ۱۰- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۲ و با تاخیر زمانی ۰ میلی ثانیه‌ای



شکل ۱۴- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۲ و با تاخیر زمانی ۱۰ میلی ثانیه‌ای



شکل ۱۱- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۲ و با تاخیر زمانی ۱ میلی ثانیه‌ای



شکل ۱۲- نمودار مرز پایداری برای ربات شش درجه آزادی غیرخطی (نمودار خط ستاره قرمز) و مرز پایداری سیستم ساده شده یک درجه آزادی (نمودار خط مثلث آبی) در پیکربندی شماره ۲ و با تاخیر زمانی ۲ میلی ثانیه‌ای

از شکل‌های ۵ تا ۱۴ می‌توان دریافت که همواره ناحیه پایدار بدست آمده از مدل غیرخطی شش درجه آزادی، درون ناحیه پایدار بدست آمده از مدل ساده‌شده آن است (مدل یک درجه آزادی). یعنی سیستم غیرخطی شش درجه آزادی، نسبت به سیستم خطی ساده شده آن، توانایی شبیه‌سازی مقادیر کوچکتری از فنریت مجازی را دارد. برای مقادیر کوچک ضریب میرایی مجازی (B_w) اختلاف بین مرز پایداری بدست آمده از مدل غیرخطی و چنددرجه آزادی با مدل ساده‌شده کم است؛ و با افزایش ضریب میرایی مجازی، این اختلاف رفته‌رفته بیشتر می‌شود. همچنین با افزایش تاخیر زمانی، اختلاف بین مرز پایداری سیستم غیرخطی و سیستم ساده‌سازی شده بیشتر می‌شود. از آنجایی که در اکثر کاربردهای ربات لامسه‌ای، ضریب میرایی مجازی و تاخیر زمانی کوچک هستند، لذا استفاده از روش پیشنهادی این مقاله و به دست آوردن مدل یک‌درجه آزادی با پارامترهای ثابت، تاثیر چندانی بر روی مرز پایداری ربات لامسه‌ای ندارد و فرضی قابل قبول است.

- [3] Singh J., Srinivasan A. R., Neumann G., and Kucukylmaz A., Haptic-Guided Teleoperation of a 7-DoF Collaborative Robot Arm with an Identical Twin Master, *IEEE transactions on haptics*, vol. 13, pp. 246-252, 2020.
- [4] Cheng L. and Tavakoli M., A multilateral impedance-controlled system for haptics-enabled surgical training and cooperation in beating-heart surgery, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, vol. 3, pp. 314-325, 2019.
- [5] Sharkawy A. -N., Koustoumpardis P. N., and Aspragathos N., A recurrent neural network for variable admittance control in human-robot cooperation: simultaneously and online adjustment of the virtual damping and Inertia parameters, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, vol. 4, pp. 441-464, 2020.
- [6] Peng Y. -C., Carabis D. S., and Wen J. T., Collaborative manipulation with multiple dual-arm robots under human guidance, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, vol. 2, pp. 252-266, 2018.
- [7] Xia J., Huang D., Li Y., and Qin N., Iterative learning of human partner's desired trajectory for proactive human-robot collaboration, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, vol. 4, pp. 229-242, 2020.
- [8] Anatomy_training. (2017-12-28). *Virtual reality surgery and anatomy training application*. Available: <http://edge.rit.edu/edge/P15083/public/Photo>
- [9] Illumen. (2017-12-28). *Dental training course featuring haptic technology*. Available: <http://illumengroup.com/portfolio-items/haptic-applied-dental-training/>.
- [10] Panariello D., Caporaso T., Grazioso S., Di Gironimo G., Lanzotti A., Knopp S., et al., Using the kuka lbr iiwa robot as haptic device for virtual reality training of hip replacement surgery, in *2019 Third IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC)*, 2019, pp. 449-450.
- [11] Mashayekhi A., Behbahani S., Ficuciello F., and Siciliano B., Analytical stability criterion in haptic rendering: The role of damping, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 23, pp. 596-603, 2018.
- [12] Mashayekhi A., Behbahani S., Ficuciello F., and Siciliano B., A novel Lyapunov function for stability of haptic device in simulating virtual objects, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, pp. 367-374, 2018.
- [13] Gil J. J., Sánchez E., Hulin T., Preusche C., and Hirzinger G., Stability boundary for haptic rendering: Influence of damping and delay, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, vol. 9, 2009.
- [14] Diolaiti N., Niemeyer G., Barbagli F., and Salisbury J. K., Stability of haptic rendering: Discretization, quantization, time delay, and coulomb effects, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, pp. 256-268, 2006.
- [15] Abbott J. J. and Okamura A. M., Effects of position quantization and sampling rate on virtual-wall passivity, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, pp. 952-964, 2005.
- [16] Mashayekhi A., Behbahani S., Ficuciello F., and Siciliano B., Delay-dependent stability analysis in haptic rendering, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 97, pp. 33-45, 2020.
- [17] Xiong D., Liu Y., Zhu C., Jin L., and Wang L., Delay-dependent stability analysis of haptic systems via an auxiliary function-based integral inequality, in *Actuators*, 2021, p. 171.
- [18] Zarei-nia K., Sepehri N., and Wu Q., A Lyapunov controller for stable haptic manipulation of hydraulic actuators, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 22, pp. 241-261, 2012.
- [19] Zarei-nia K. and Sepehri N., Lyapunov stable displacement-mode haptic manipulation of hydraulic actuators: theory and experiment, *International journal of control*, vol. 85, pp. 1313-1326, 2012.
- [20] Hashemzadeh F., Sharifi M., and Tavakoli M., Nonlinear trilateral teleoperation stability analysis subjected to time-varying delays, *Control Engineering Practice*, vol. 56, pp. 123-135, 2016.

در کاربردهای عملی، عموماً مقادیر کوچک ضریب میرایی مجازی انتخاب شده و ناحیه عملکرد ربات، ناحیه خطی در نمودار K_W بر حسب B_W است. لذا در هر شکل‌های ۵ تا ۱۴، محدوده‌ای که در آن مقادیر ضریب میرایی مجازی کمتر از ۲۰٪ بیشینه ضریب میرایی مجازی هستند، برای بررسی کمی انتخاب شده‌اند. در این نقاط درصد خطای نسبی بین ضریب فنریت مرز پایداری بدست آمده برای سیستم شش درجه‌آزادی و سیستم ساده شده، بدست آمده و در جدول ۲ گزارش شده است. میانگین خطای گزارش شده حالات مختلف در جدول ۲ کمتر از ۱۸٪ است. لذا می‌توان دریافت که با ساده‌سازی و تبدیل دینامیک بسیار پیچیده و غیرخطی شش درجه‌آزادی به دینامیکی بسیار ساده و یک درجه‌آزادی، مرز پایداری در کاربردهای واقعی با دقتی بیش از ۸۰٪ بدست می‌آید.

جدول ۲- درصد خطای نسبی بین سفتی مرز پایداری سیستم

شش درجه آزادی و سیستم ساده شده آن

شماره پیکربندی	$T_d = 0$	$T_d = 1$	$T_d = 2$	$T_d = 5$	$T_d = 10$
۱	۲۵/۵	۲۱/۹	۱۷/۹	۲۰/۲	۲۳/۶
۲	۱۱/۶	۱۱/۲	۱۲/۶	۱۵/۲	۱۸/۲

۶- نتیجه‌گیری

ربات‌های لامسه‌ای دارای چندین درجه‌آزادی بوده و دینامیکی غیرخطی و پیچیده دارند. به دلیل پیچیدگی شدید دینامیک این ربات‌ها، عملاً تحلیل پایداری و یا ناعالی آن‌ها با این دینامیک، کاری دشوار و بعضاً غیرممکن است. تاکنون برای ارائه تحلیل‌های پایداری و یا ناعالی در ربات‌های لامسه‌ای، ربات را یک درجه‌آزادی فرض می‌کردند که دقت این فرض همواره محل ابهام بوده است. در این مقاله فرمول‌هایی برای ساده‌سازی و تبدیل این دینامیک پیچیده به دینامیکی یک درجه‌آزادی با پارامترهای ثابت ارائه شده و صحت آنها طی شبیه‌سازی‌هایی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از این فرمول‌ها، دینامیک شش درجه‌آزادی و غیرخطی ربات مورد نظر (ربات کوکا)، حول نقطه کاری خود، به دینامیکی یک درجه‌آزادی با جرم موثر، لزجت موثر و کولومب موثر تبدیل شده است. شبیه‌سازی‌ها نشان دادند که این ساده‌سازی، در کاربردهای عملی که در آن ضریب میرایی مجازی و تاخیر زمانی کم است، دقت قابل قبولی داشته و با دقت خوبی می‌تواند مرز پایداری را به تعیین کند. با تبدیل دینامیک غیرخطی و چند درجه‌آزادی به دینامیک یک درجه‌آزادی با پارامترهای ساده، امکان انجام تحلیل پایداری و ناعالی فراهم شده است.

۷- مراجع

- [1] Mashayekhi A., Nahvi A., Yazdani M., Moghadam M. M., Arbabtafti M., and Norouzi M., VirSense: A novel haptic device with fixed-base motors and a gravity compensation system, *Industrial Robot: An International Journal*, 2014.
- [2] Hadi A., and Bagherian Jafarabadi M. A., Design and prototyping of a haptic user interface based on head movements for patients with cervical spinal cord injury, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, pp. 52-62, 2017.

- [21] Craig J. J., *Introduction to robotics: mechanics and control, 3/E*: Pearson Education India, 2009.
- [22] Mashayekhi A., Behbahani S., Ficuciello F., and Siciliano B., Influence of human operator on stability of haptic rendering: a closed-form equation, *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, vol. 4, pp. 403-415, 2020.
- [23] Karami A., Sadeghian H., and Keshmiri M., Hierarchical position, orientation and impedance control in redundant robots, *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, pp. 117, 125., 2017
- [24] Gaz C., Flacco F., and De Luca A., Identifying the dynamic model used by the KUKA LWR: A reverse engineering approach, in *2014 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, 2014, pp. 1386-1392.
- [25] Karami A., Sadeghian H., and Keshmiri M., Novel approaches to control multiple tasks in redundant manipulators: stability analysis and performance evaluation, *Advanced Robotics*, vol. 32, pp. 535-546, 2018.