

## کنترل وضعیت فضاپیما با روش کنترل غیرخطی لیاپانوف با احتساب مد تلاطم چندگانه

دانشیار، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، m\_navabi@sbu.ac.ir

محمد نوایی\*

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، ahmad.ebrahimi1372@gmail.com

احمد ابراهیمی

### چکیده

پدیده تلاطم سیال در مخزن فضاپیما باعث ناپایداری و خارج شدن وضعیت آن از حالت مطلوب می‌گردد. این مسئله به ویژه در حین انجام مانور مداری از اهمیت بالایی برخوردار است. به طوری که عدم توجه به آن منجر به شکست مأموریت فضایی خواهد شد. در این مقاله برای اولین بار از مدل دو توپ پالسی متحرک برای مدل‌سازی تلاطم سوخت در مخزن نیمه‌پر فضاپیما استفاده شده است و همچنین برای اولین بار، برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تلاطم سوخت از طراحی سه کنترلگر کلاسیک، کنترلگر تنظیم‌کننده بهینه و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف استفاده شده است. تلاطم سوخت با استفاده از مدل دوتوپ پالسی مدل‌سازی و معادلات دینامیکی کل سیستم با استفاده از معادلات انرژی لاگرانژ استخراج شده است. مانور فضاپیما و حرکت توپ‌های پالسی در صفحه در نظر گرفته شده و در نتیجه سیستم کوپل شده فضاپیما و دو توپ پالسی دارای پنج درجه آزادی خواهد بود. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که مدل‌سازی ارائه شده برای تلاطم و کنترلگرهای طراحی شده برای کنترل همزمان تلاطم و وضعیت فضاپیما دارای عملکرد بسیار خوبی می‌باشد. **واژه‌های کلیدی:** تلاطم سوخت، مدل دوتوپ پالسی متحرک، طراحی کنترلگر، مانور مداری، وضعیت فضاپیما، کنترل غیرخطی.

## Attitude Control of a Spacecraft Using Nonlinear Lyapunov-based Controller with Multiple Sloshing Modes

M. Navabi  
A. Ebrahimi

New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran  
New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

### Abstract

The instability of the spacecraft and its deviation from the desired attitude is the product of the phenomenon of fluid sloshing in its tank. This is especially important while maneuvering, so that lack of attention leads to the failure of the space mission. In this paper, for the first time, a moving pulse two-ball model is used to model fuel sloshing in the semi-full tank of the spacecraft. As well as for the first time, for simultaneous control of the spacecraft and fuel sloshing, a classical controller, an LQR controller and a Lyapunov nonlinear controller have been designed. Fuel sloshing was modeled using the moving pulse two-ball model and the coupled dynamics equations of the spacecraft and the fuel masses are derived using Lagrangian equations. The results of simulations show that the proposed modeling and designed controllers to simultaneously control the fuel sloshing and attitude of the spacecraft have an acceptable.

**Keywords:** Fuel sloshing, moving pulse two-ball model, Controller design, Orbital maneuver, Spacecraft attitude, Nonlinear control.

### ۱- مقدمه

می‌باشد [۴]. این سوخت که درصد آن نسبت به جرم کل فضاپیما درصد قابل توجهی است، با هدف تولید نیروی پیشران برای انجام مانورمداری در فضاپیما تعبیه شده است. به عنوان مثال ۴۰ درصد از جرم ماهواره‌های زمین‌آهنگ به سوخت اختصاص دارد [۶]. در نتیجه اگر این میزان سوخت تحت تأثیر شتاب دورانی و یا محوری دچار تلاطم شود، به راحتی می‌تواند وضعیت فضاپیما را از حالت مطلوب خارج کند. بنابراین تلاطم سوخت یکی از مسائل بسیار مهم کنترل وضعیت فضاپیما در حین انجام مانورمداری است که در چند دهه اخیر مورد بحث و مطالعه قرار گرفته است [۷ و ۸].

بسیاری از فضاپیماهای جدید مدار مأموریتی ارتفاع بالا دارند که امکان فرارگیری آن‌ها درون مدار به صورت مستقیم وجود ندارد. با توجه به کاربرد گسترده استفاده از ماهواره‌ها در مدارهای ارتفاع بالا، انجام صحیح مانورمداری برای رسیدن به مدار مأموریتی آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. مانورمداری به انتقال فضاپیما از مدار اولیه به مدار نهایی گفته می‌شود و برای انجام صحیح این امر باید فضاپیما در زمان و وضعیت از پیش تعیین شده در مدار نهایی قرار گیرد. وضعیت فضاپیما در حین انجام مانورمداری تحت تأثیر عوامل مختلفی دستخوش تغییرات شده و این باعث خارج شدن وضعیت فضاپیما از حالت مطلوب می‌شود. بنابراین، کنترل وضعیت [۲ و ۱] یکی از اساسی‌ترین مسائل در انجام این قبیل مأموریت‌های فضایی است که البته کنترل وضعیت خود به دو بخش مدل‌سازی [۱-۳] و طراحی کنترلگر [۴ و ۵] تقسیم‌بندی می‌شود. یکی از مهمترین عوامل تأثیرگذار در وضعیت فضاپیما تلاطم سوخت موجود در مخزن فضاپیما

مطالعاتی در زمینه تلاطم سوخت موجود درمخازن فضاپیماها انجام شده است که نشان می‌دهد مدل‌های مکانیکی پاندول [۹ و ۱۰]، جرم-فنر [۱۱-۱۳] و توپ پالسی [۱۴] به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تلاطم را تقریب بزنند. برخی از این مطالعات کل جرم سوخت را متلاطم و برخی دیگر قسمتی از سوخت که به مخزن چسبیده که همراه آن حرکت می‌کند را غیرمتلاطم و قسمتی دیگر را متلاطم در

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m\_navabi@sbu.ac.ir

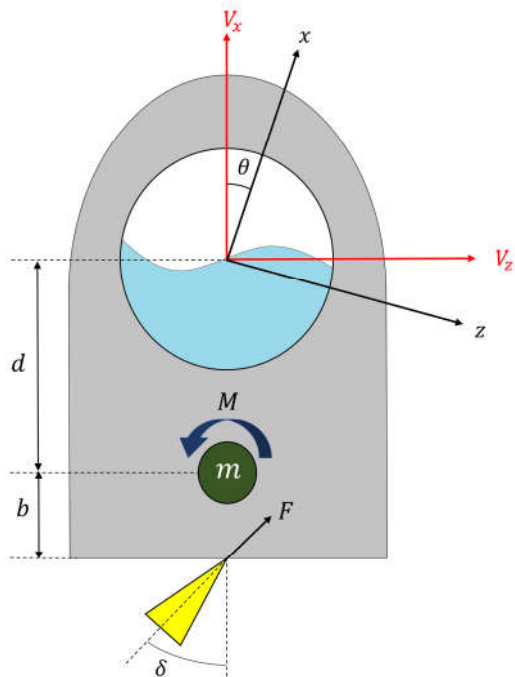
تاریخ دریافت: ۰۰/۱۰/۲۲

تاریخ پذیرش: ۰۱/۰۲/۰۵

نظر گرفته‌اند. در این مطالعات برای بررسی اولین مدل تلاطم از مدل یک پاندول [۹]، یک جرم-فنر [۱۲] و یا یک توپ پالسی [۱۴] استفاده شده است. بدین صورت که جرم متلاطم به وسیله یک جرم صلب که به مخزن چسبیده و همراه آن حرکت می‌کند، مدل شده است. همچنین برای بررسی تعداد مدهای بیشتر از مدل چند پاندول [۱۵] و یا چند جرم-فنر [۱۶] استفاده شده است.

در این مقاله برای اولین بار از مدل مکانیکی دوتوپ پالسی متحرک برای مدل‌سازی رفتار تلاطم سوخت در صفحه استفاده شده است. همچنین کنترل تلاطم سوخت و کنترل وضعیت فضاپیما به طور همزمان انجام شده است. در این مقاله فضاپیمایی در حین انجام مانور مداری در صفحه و دارای یک مخزن کروی سوخت در نظر گرفته شده است. تنها بخشی از مخزن دارای سوخت بوده و سوخت موجود در آن دچار تلاطم شده است. همچنین در اینجا بخشی از سوخت متلاطم و بخشی دیگر غیرمتلاطم در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی قسمت متلاطم سوخت از مدل دوتوپ پالسی در صفحه و برای مدل‌سازی قسمت غیرمتلاطم از یک جسم صلب کروی که در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار داشته و همراه با مخزن حرکت می‌کند، استفاده شده است. حرکت فضاپیما در صفحه و دارای سه درجه آزادی می‌باشد. همچنین، هر توپ پالسی دارای یک درجه آزادی می‌باشند. بنابراین در مجموع سیستم فضاپیما و توپ‌های پالسی معرفی شده دارای پنج درجه آزادی می‌باشد. پس از مشخص شدن مدل‌سازی، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و دو توپ پالسی متحرک با استفاده از معادلات لاگرانژ [۱۷] استخراج شده است. سپس به بخش دوم کنترل وضعیت یعنی طراحی کنترلگر خواهیم پرداخت. معادلات دینامیکی به دست آمده، معادلات غیرخطی هستند و برای رسیدن به اهداف کنترلی با استفاده از کنترلگرهای خطی بهتر است از معادلات دینامیکی خطی‌شده استفاده کرد. سپس کنترلگر کلاسیک برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و توپ‌های پالسی متحرک طراحی شده است. برای به کارگیری کنترلگر کلاسیک معادلات سیستم باید خطی شوند. بنابراین، با استفاده از یک تقریب مناسب حول نقطه تعادل پارامترهای سیستم توپ‌های پالسی و فضاپیما، معادلات دینامیکی خطی شده و براساس معادلات خطی‌شده به طراحی کنترلگر کلاسیک پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد، ورودی‌های کنترلگر طراحی شده که در واقع متغیرهایی هستند که به وسیله آن‌ها تلاطم و وضعیت فضاپیما کنترل می‌شوند، انحراف زاویه مفصل رانشگر و ممان حول مرکز جرم فضاپیما می‌باشند. برای بررسی کارایی مدل دوتوپ پالسی یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده و نتایج آن مورد مطالعه قرار گرفته است.

به خوبی می‌توانند دینامیک پیچیده تلاطم سوخت را مدل کنند. لذا در این مقاله برای اولین بار مدل‌سازی تلاطم سوخت موجود در مخزن فضاپیمایی که در حال انجام مانور مداری است با استفاده از دوتوپ پالسی متحرک برای حرکت صفحه‌ای ارائه و سپس معادلات دینامیکی آن با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج می‌شود.



شکل ۱- مدل فضاپیما همراه با مخزن

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، فضاپیمایی را در نظر بگیرید که در حال انجام مانور در صفحه مداری است. این فضاپیما دارای یک مخزن کروی است که تنها بخشی از آن دارای سوخت است. همچنین این فضاپیما دارای سه درجه آزادی می‌باشد و میزان انحراف آن از محور ثابت در امتداد محور طولی فضاپیما با  $\theta$  نشان داده می‌شود. در اینجا فرض شده است که کل جرم فضاپیما به جز جرم سوخت، به صورت یک جرم نقطه‌ای ( $m$ ) در مرکز جرم فضاپیما قرار دارد. فاصله این نقطه تا مفصل رانشگر با  $b$  و تا مرکز جرم مخزن با  $d$  نشان داده می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی سیستم

بررسی تعامل بین دینامیک تلاطم سوخت و دینامیک فضاپیما از جمله موضوعاتی است که در چند سال اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته و مطالعاتی در این زمینه انجام شده است. برای بررسی رفتار سیال متلاطم به دلیل پیچیدگی بسیار زیاد آن، از مدل‌های مکانیکی معادل استفاده می‌شود. تاکنون از مدل‌های مکانیکی مانند پاندول و یا جرم-فنر و همچنین توپ پالسی استفاده شده است که نشان می‌دهند

سرعت زاویه‌ای توپ‌های پالسی و  $\Omega$  بردار سرعت زاویه‌ای فضاپیما می‌باشد. برای بردار دلخواه  $\hat{a}$ ، ماتریس پادمتقارن است.

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{a} = \begin{bmatrix} 0 & a_3 & a_2 \\ -a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$

در این جا با توجه به حرکت دو توپ پالسی در صفحه داریم:

$$\begin{aligned} \omega_{s_1} &= [\dot{\varphi}_1] \\ \omega_{s_2} &= [\dot{\varphi}_2] \\ \Omega &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

بردارهای سرعت خطی نیز به صورت زیر خواهند بود:

$$V_c = \dot{r}_c + \hat{\Omega} \times r_c = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x-d \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$V_0 = \dot{r}_0 + \hat{\Omega} \times r_0 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x-h_0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$V_{s_1} = \dot{r}_{s_1} + \hat{\Omega} \times r_{s_1} = \begin{bmatrix} \dot{x} + l_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 \\ 0 \\ \dot{z} + l_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x-l_1 \cos \varphi_1 \\ 0 \\ z+l_1 \sin \varphi_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$V_{s_2} = \dot{r}_{s_2} + \hat{\Omega} \times r_{s_2} = \begin{bmatrix} \dot{x} + l_2 \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 \\ 0 \\ \dot{z} + l_2 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x-l_2 \cos \varphi_2 \\ 0 \\ z+l_2 \sin \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

در معادلات (۱) و (۲)،  $\tau_r$  و  $\tau_t$  به ترتیب بردار نیروی کل و گشتاور کل هستند که بر مرکز جرم فضاپیما اعمال می‌شوند و  $V$  بردار سرعت خطی مرکز جرم فضاپیما می‌باشد.

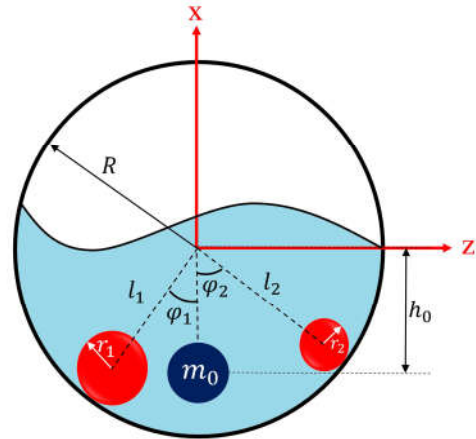
$$\begin{aligned} \tau_t &= \begin{bmatrix} F \cos \delta \\ 0 \\ F \sin \delta \end{bmatrix}, \quad \tau_r = \begin{bmatrix} 0 \\ M + F(d+b) \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_x \\ 0 \\ V_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \hat{\Omega} \times \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

در معادله (۳) نیز بردار وضعیت زاویه‌ای دو توپ پالسی، تابع اتلاف رایلی است که برای در نظر گرفتن اتلافات اجزای داخلی در این معادله ظاهر شده‌اند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= [\varphi_1] \\ \zeta_2 &= [\varphi_2] \\ R &= \frac{1}{2} \epsilon_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \epsilon_2 \dot{\varphi}_2^2 \end{aligned} \quad (11)$$

در اینجا  $\epsilon_{1,2}$  ضرایب میرایی (اصطکاک) توپ‌های پالسی هستند. با توجه به رابطه لاگرانژی و معادلات (۱) و (۲) که نشان‌دهنده دینامیک فضاپیما و معادله (۳) که نشان‌دهنده دینامیک اجزای داخلی سیستم (توپ‌های پالسی) هستند، می‌توان دریافت که دینامیک فضاپیما تحت تأثیر دینامیک توپ‌های پالسی می‌باشد و بالعکس.

با مشخص شدن پارامترهای استفاده شده در معادلات (۳-۱)، با اعمال این معادلات، معادلات دینامیک ترکیب‌شده فضاپیما و دو توپ پالسی به صورت زیر به دست خواهند آمد:



شکل ۲- مدل دو توپ پالسی متحرک

در این مقاله سوخت موجود در مخزن به دو قسمت متلاطم و غیرمتلاطم تقسیم شده است. همان‌طور که در شکل ۲ می‌توان مشاهده کرد، جرم غیرمتلاطم سوخت توسط یک جسم صلب کروی ( $m_0$ ) که همراه با مخزن و فضاپیما حرکت کرده و در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار دارد، مدل شده است. جرم متلاطم نیز توسط دو توپ پالسی متحرک ( $m_{s_1}$  و  $m_{s_2}$ ) که همواره با دیواره مخزن کروی در تماس هستند و توصیف‌کننده ویژگی‌های دو مد تلاطم سوخت می‌باشند و در فاصله  $l_1$  و  $l_2$  از مرکز هندسی مخزن کروی در حال حرکت روی دیواره مخزن می‌باشند، مدل شده است. هر یک از این توپ‌های پالسی دارای یک درجه آزادی می‌باشند. بنابراین کل سیستم دارای پنج درجه آزادی می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات دینامیک ترکیب‌شده فضاپیما و دو توپ پالسی، مرکز مختصات را در مرکز هندسی مخزن قرار می‌دهیم. فاصله مرکز مختصات تا جرم‌های  $m_0$  و  $m_{s_1}$  و  $m_{s_2}$  با  $h_0$  و  $l_1$  و  $l_2$  و موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی نسبت به امتداد محور  $x$  که یک زاویه کمتر از  $90^\circ$  درجه است، با  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  نشان داده شده است. معادلات دینامیکی مورد نظر با استفاده از معادلات انرژی لاگرانژ برای سیستم‌های چندجسمی که به صورت معادلات (۱) تا (۳) می‌باشند، به دست خواهند آمد [۱۷].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{V}} \right) + \hat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_t \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\Omega}} \right) + \hat{\Omega} \times \frac{\partial L}{\partial \Omega} + \hat{V} \times \frac{\partial L}{\partial V} = \tau_r \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \zeta} + \frac{\partial R}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

در این معادلات  $L$  لاگرانژی است و به دلیل این فرض که فضاپیما در حال انجام مانور در محیط بدون گرانش است، داریم:

$$L = T - U, U = 0 \Rightarrow L = T \quad (4)$$

در اینجا  $V_c$ ،  $V_0$ ،  $V_{s_1}$  و  $V_{s_2}$  به ترتیب بردار سرعت خطی جرم‌های  $m_0$ ،  $m_{s_1}$  و  $m_{s_2}$  می‌باشند.

همچنین  $I_0$  و  $I_{s_1}$  و  $I_{s_2}$  ممان اینرسی جرم‌های  $m_0$  و  $m_{s_1}$  و  $m_{s_2}$  و  $I_b$  ممان اینرسی جرم  $m$  می‌باشد. علاوه بر این،  $\omega_{s_1}$  و  $\omega_{s_2}$  بردارهای

$$a_x = \frac{F}{m + m_0 + m_{s_1} + m_{s_2}} \quad (21)$$

$$\dot{V}_x = \frac{F}{m + m_0 + m_{s_1} + m_{s_2}} \quad (22)$$

با تبدیل ورودی‌های کنترل ( $M$  و  $\delta$ ) به ورودی‌های جدید ( $u_1$  و  $u_2$ ) سایر معادلات غیرخطی به صورت زیر به فرم کاهش یافته نوشته می‌شوند:

$$\dot{V}_z = u_1 + \Omega_2 V_x \quad (23)$$

$$\dot{\Omega}_2 = u_2 \quad (24)$$

$$\ddot{\phi}_i = \left( \frac{-1}{m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}} \right) (m_{s_i} l_i (\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) \sin \phi_i + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_x + \Omega_2 \dot{V}_z) \cos \phi_i + \epsilon_i \phi_i) - \dot{\Omega}_2 \quad (25)$$

همچنین با تبدیل ورودی‌های جدید و برای حالت خطی به فرم کاهش یافته داریم:

$$\dot{V}_z = u_1 + \Omega_2 V_x \quad (26)$$

$$\dot{\Omega}_2 = u_2 \quad (27)$$

$$\ddot{\phi}_i = \left( \frac{-1}{m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}} \right) (m_{s_i} l_i \dot{V}_x \phi_i + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_x + \Omega_2 \dot{V}_z) + \epsilon_i \phi_i) - \dot{\Omega}_2 \quad (28)$$

### ۳-۱- قانون کنترلی PID

در این بخش با توجه به معادلات کاهش یافته خطی، با استفاده از قوانین کنترلی تناسبی (P)، انتگرال‌گیر (I) و مشتق‌گیر (D) به طراحی کنترلر برای رسیدن به اهداف کنترلی می‌پردازیم:

$$u_1 = k_{p1} V_z \quad (29)$$

$$u_2 = k_{p2} \theta + k_{d2} \dot{\Omega}_2 + k_1 \int \theta dt \quad (30)$$

در روابط بالا  $k_{p1}$ ،  $k_{d2}$ ،  $k_{p2}$ ،  $k_1$  و  $k_{d2}$  بهره‌های کنترلی می‌باشند. این ضرایب، با استفاده از روش سعی و خطا برای رسیدن به بهترین پاسخ کنترلی تعیین می‌شوند.

### ۳-۲- قانون کنترلی LQR

در این قسمت با توجه به معادلات خطی کاهش یافته دینامیکی فضاپیما و توپ‌های پالسی، با استفاده از قانون کنترلی LQR به طراحی کنترلر می‌پردازیم. بدین منظور تابع هزینه‌ای که باید حداقل شود، به صورت معادله (۲۵) تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} X^T H X + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (31)$$

در این رابطه  $H$  تابع هامیلتونی است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H = X^T H X + u^T R u + P^T (A X + B U) \quad (32)$$

در روابط (۲۵) و (۲۶) ماتریس‌های  $R$  و  $Q$  ماتریس‌های مثبت

$$(m + m_0)(\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) + m \Omega_2^2 d + m_0 \Omega_2^2 h_0 + \sum_{i=1}^2 [m_{s_i} (\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) + m_{s_i} l_i (\dot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) \sin \phi_i - m_{s_i} l_i (\phi_i + \Omega_2)^2 \cos \phi_i] = F \cos \delta \quad (12)$$

$$(m + m_0)(\dot{V}_z - \Omega_2 V_x) + m \Omega_2 d + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0 + \sum_{i=1}^2 [m_{s_i} (\dot{V}_z - \Omega_2 V_x) + m_{s_i} l_i (\dot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) \cos \phi_i - m_{s_i} l_i (\phi_i + \Omega_2)^2 \sin \phi_i] = F \sin \delta \quad (13)$$

$$m \dot{V}_x d + m \dot{\Omega}_2 d^2 + m_0 \dot{V}_x h_0 + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0^2 + (I_b + I_0) \dot{\Omega}_2 - V_z (m \dot{\Omega}_2 d + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0) + \sum_{i=1}^2 [(m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}) (\ddot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_x - \Omega_2 \dot{V}_z) \sin \phi_i + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_z + \Omega_2 \dot{V}_x) \cos \phi_i] = M + F(d + b) \sin \delta \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^2 [(m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}) (\ddot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_x + \Omega_2 \dot{V}_z) \sin \phi_i + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_z + \Omega_2 \dot{V}_x) \cos \phi_i + \epsilon_i \phi_i] = 0 \quad (15)$$

معادلات دینامیکی بدست آمده غیرخطی هستند و برای اعمال کنترلر کلاسیک باید این معادلات خطی‌سازی شوند. بنابراین با فرض تغییرات کوچک حول نقطه تعادل پارامترهای سیستم  $(\phi, \theta, \Omega_2, V_z, \theta)$  معادلات را خطی خواهیم کرد:

$$(m + m_0 + m_{s_1} + m_{s_2})(\dot{V}_x + \Omega_2 V_z) = F \cos \delta \quad (16)$$

$$m \dot{\Omega}_2 d + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0 + \sum_{i=1}^2 [(m + m_0 + m_{s_i})(\dot{V}_z - \Omega_2 V_x) + m_{s_i} l_i (\dot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2)] = F \sin \delta \quad (17)$$

$$m \dot{V}_z d + m \dot{\Omega}_2 d^2 + m_0 \dot{V}_z h_0 + m_0 \dot{\Omega}_2 h_0^2 + (I_b + I_0) \dot{\Omega}_2 + \sum_{i=1}^2 [(m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}) (\ddot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_z + \Omega_2 \dot{V}_x)] = M + F(d + b) \sin \delta \quad (18)$$

$$(m_{s_i} l_i^2 + I_{s_i}) (\ddot{\phi}_i + \dot{\Omega}_2) + m_{s_i} l_i \dot{V}_x \phi + m_{s_i} l_i (\ddot{V}_z + \Omega_2 \dot{V}_x) + \epsilon_i \phi_i = 0 \quad (19)$$

### ۳- استخراج معادلات دینامیکی کاهش یافته

در این بخش به طراحی کنترلر برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و تلاطم سوخت خواهیم پرداخت. فرض می‌کنیم ورودی‌های کنترل صفر باشند و نیروی پیشران موتور اصلی ثابت و برابر  $F$  باشد، آنگاه یک رابطه تعادل نسبی به صورت زیر برقرار خواهد بود:

$$V_z = \bar{V}_z, \theta = \bar{\theta}, \Omega_2 = 0, \zeta_1 = \zeta_2 = \omega_{s_1} = \omega_{s_2} = 0 \quad (20)$$

در اینجا  $\bar{V}_z$  و  $\bar{\theta}$  مقادیر ثابت و دلخواه هستند که در اینجا صفر در نظر گرفته شده‌اند.

با این فرض دومین معادله از معادلات دینامیکی برای حالت خطی و غیرخطی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$u_2 = -W_2 \Omega_2 - \frac{1}{f}(g) \quad (36)$$

در اینجا نیز  $W_1$  و  $W_2$  اعدادی ثابت و دلخواه هستند. اکنون با جایگذاری ( $u_2$  و  $u_1$ ) در رابطه (۲۹) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = [L] - W_1[M]^2 - W_2\Omega_2^2 \quad (37)$$

در اینجا  $[L]$  و  $[M]$  از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$[L] = -r_4 \left( \frac{\epsilon_1}{m_{s_1} l_1^2 + I_{s_1}} \right) (\dot{\varphi}_1 + \Omega_2)^2 - r_4 \left( \frac{\epsilon_2}{m_{s_2} l_2^2 + I_{s_2}} \right) (\dot{\varphi}_2 + \Omega_2)^2 \quad (38)$$

$$[M] = r_1 V_z - r_4 \left[ \left( \frac{m_{s_1} l_1}{m_{s_1} l_1^2 + I_{s_1}} \right) (\dot{\varphi}_1 + \Omega_2) \cos \varphi_1 + \left( \frac{m_{s_2} l_2}{m_{s_2} l_2^2 + I_{s_2}} \right) (\dot{\varphi}_2 + \Omega_2) \cos \varphi_2 \right] \quad (39)$$

رابطه (۳۷) حاصل جمع سه عبارت منفی است. در نتیجه مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف یک عبارت منفی است. بنابراین با توجه به این که تابع کاندید لیاپانوف همواره مثبت است و مشتق زمانی آن نیز همواره منفی است، این تابع پایدار است.

#### ۴- شبیه سازی

در این قسمت برای بررسی کارایی مدل دوتوپ پالسی ارائه شده برای تلامب سوخت و کنترلگرهای طراحی شده برای کنترل همزمان وضعیت و تلامب سوخت، یک مثال فیزیکی شبیه سازی شده است. در این مثال یک فضاپیما دارای یک مخزن کروی سوخت در حین انجام مانورمداری در صفحه  $xz$ ، در نظر گرفته شده است. فرض شده است که فضاپیما در محیط بدون گرانش و تنها بخشی از مخزن آن پر است. برای مدل سازی تلامب سوخت در این فضاپیما از مدل دوتوپ پالسی متحرک استفاده شده است. پارامترهای فیزیکی سیستم فضاپیما و توپ‌های پالسی از جدول ۱ و شرایط اولیه از جدول ۲ استخراج می‌شوند.

معادلات دینامیکی سیستم در نظر گرفته شده همانند معادلات (۱۲-۱۵) است که البته این معادلات در فرم ساده و خطی شده همانند معادلات (۱۶-۱۹) هستند. برای برطرف کردن اثر مخرب پدیده تلامب بر روی وضعیت فضاپیما از سه کنترلگر PID، LQR و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف طراحی شده در بخش قبل استفاده شده است. پارامترهای کنترلی برای کنترلگر PID در جدول ۳ و پارامترهای کنترلی برای کنترلگر غیرخطی لیاپانوف از جدول ۴ قابل استخراج هستند.

با اعمال کنترلگرهای خطی PID و LQR بر روی معادلات خطی کاهش یافته سیستم و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف بر روی معادلات غیرخطی کاهش یافته دینامیکی، می‌توان عملکرد مدل دوتوپ پالسی متحرک و کنترلگرهای طراحی شده را بر روی بردارهای سرعت و زاویه وضعیت فضاپیما و موقعیت زاویه‌ای وضعیت توپ‌های پالسی مشاهده کرد. همچنین با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی (۱۲-۱۴) و (۱۸-۱۶) می‌توان پاسخ زمانی ممان حول مرکز جرم فضاپیما و زاویه

نیمه معین هستند. برای سیستم در نظر گرفته شده، ماتریس‌های  $A$ ،  $B$  و  $X$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 m_{s_1} l_1 V_x & d_1 m_{s_1} l_1 a_x & d_1 \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_2 m_{s_2} l_2 V_x & d_2 m_{s_2} l_2 a_x & d_2 \epsilon_2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} V_z \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ d_1 m_{s_1} l_1 & -1 \\ 0 & 0 \\ d_2 m_{s_2} l_2 & -1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

در اینجا

#### ۳- طراحی کنترلگر غیرخطی لیاپانوف

در این قسمت برای دست یافتن به اهداف کنترلی به طراحی کنترلگر براساس تابع کاندید لیاپانوف پرداخته می‌شود. بدین منظور معادلات کاهش یافته غیرخطی سیستم فضاپیما و توپ‌های پالسی در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به معادلات کاهش یافته دینامیک توپ‌های پالسی، تابع کاندید  $V$  به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$V = \frac{1}{2} r_1 V_z^2 + \frac{1}{2} r_2 \theta^2 + \frac{1}{2} r_3 \Omega_2^2 + \frac{1}{2} r_4 \left[ (\dot{\varphi}_1 + \Omega_2)^2 + 2 \left( \frac{F m_{s_1} l_1}{(m_{s_1} l_1^2 + I_{s_1})(m + m_{s_1})} \right) (1 - \cos \varphi_1) + (\dot{\varphi}_2 + \Omega_2)^2 + 2 \left( \frac{F m_{s_2} l_2}{(m_{s_2} l_2^2 + I_{s_2})(m + m_{s_2})} \right) (1 - \cos \varphi_2) \right] \quad (33)$$

تابع پیشنهاد شده عبارتست از مجموع ضربی از مربعات پارامترهای دینامیکی فضاپیما که عددی مثبت است و ضربی از پارامترهای دینامیکی توپ‌های پالسی که البته تأثیر آن به دلیل این که  $r_4 \ll r_1, r_2, r_3$  بسیار کمتر خواهد بود. بنابراین تابع پیشنهاد شده عبارتی مثبت است. این تابع در دامنه زیر مثبت معین می‌باشد:

$$D = \{V_z, \theta, \Omega_2, \varphi_1, \dot{\varphi}_1 | -\pi < \varphi_1 < \pi\}$$

بنابراین مشتق زمانی تابع کاندید لیاپانوف فوق، عبارتی به صورت زیر می‌باشد:

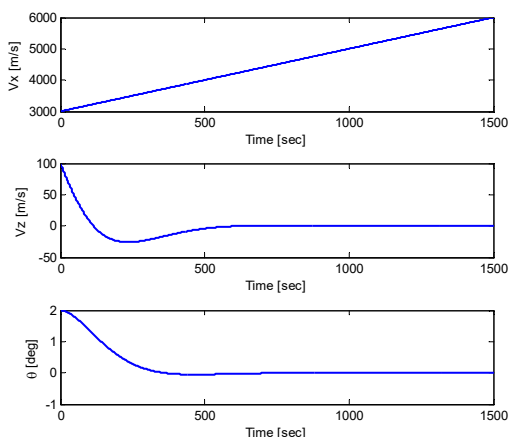
$$\dot{V} = [L] + [M]u_1 + (g + fu_2)\Omega_2 \quad (34)$$

در اینجا  $[L]$ ،  $[M]$ ،  $f$  و  $g$  توابعی از متغیرهای سیستم کوپل شده فضاپیما و توپ‌های پالسی هستند. اکنون با استفاده از روابط زیر ورودی‌های کنترل مشخص می‌شوند:

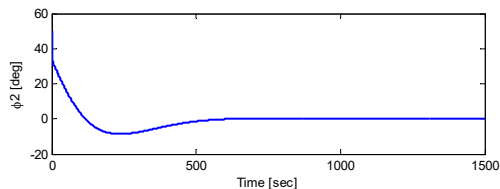
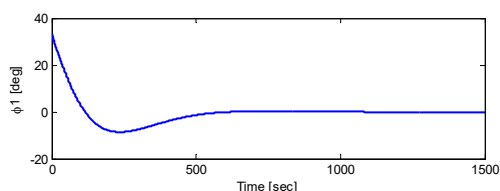
$$u_1 = -W_1[M] \quad (35)$$

انحراف مفصل رانشگر را مشاهده کرد.

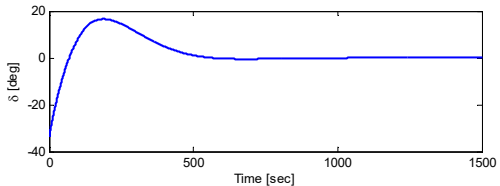
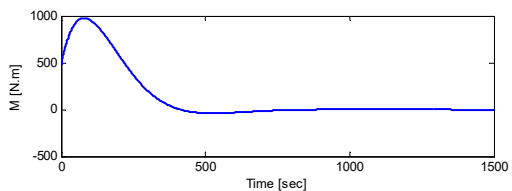
ثانیه به صفر میل می‌کنند.



شکل ۳- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاپیما برای کنترلگر PID



شکل ۴- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی برای کنترلگر PID



شکل ۵- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلگر PID

در شکل ۳ با توجه به این که هیچ کنترلی بر روی سرعت در جهت مانور مداری وجود ندارد، این سرعت با شتاب ثابت در حال افزایش در جهت مانورمداری است.

شکل ۵ نشان می‌دهد که پس از گذشت حدود ۸۰۰ ثانیه ممان اعمالی و زاویه مفصل رانشگر به صفر می‌رسند. در این زمان پایداری سیستم حاصل شده است

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی سیستم

پارامتر	مقدار	واحد
m	590	kg
I	400	kg.m <sup>2</sup>
m <sub>0</sub>	480	kg
I <sub>0</sub>	75	kg.m <sup>2</sup>
m <sub>s1</sub>	50	kg
m <sub>s2</sub>	30	kg
I <sub>s1</sub>	15	kg.m <sup>2</sup>
I <sub>s2</sub>	10	kg.m <sup>2</sup>
R	0.6	m
h <sub>0</sub>	0.07	m
ε <sub>1</sub>	3.7	kg.m <sup>2</sup> /s
ε <sub>2</sub>	0.5	kg.m <sup>2</sup> /s
F	2250	N
b	1.1	m
d	1.5	m
r <sub>1</sub>	0.3	m
r <sub>2</sub>	0.2	m

جدول ۲- مقادیر شرایط اولیه

پارامتر	مقدار	واحد
V <sub>x0</sub>	3000	m/s
V <sub>z0</sub>	100	m/s
θ <sub>0</sub>	2	deg
Ω <sub>0</sub>	0	deg/s
φ <sub>10</sub>	30	deg
φ <sub>2</sub>	-20	deg
φ <sub>10</sub>	0	deg/s
φ <sub>20</sub>	0	deg/s

جدول ۳- پارامترهای کنترلی برای کنترلگر کلاسیک

ضرایب بهره	مقدار
k <sub>p1</sub>	6 × 10 <sup>-2</sup>
k <sub>p2</sub>	8 × 10 <sup>-5</sup>
k <sub>d2</sub>	5 × 10 <sup>-2</sup>
k <sub>i</sub>	10 <sup>-3</sup>

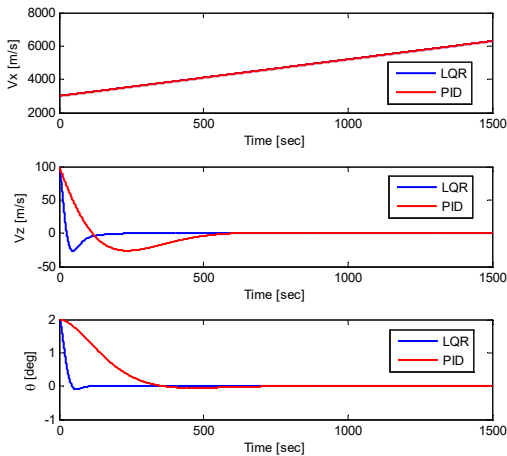
جدول ۴- پارامترهای کنترلی برای کنترلگر لیا بانوف

پارامتر کنترلی	مقدار
r <sub>1</sub>	10 <sup>-7</sup>
r <sub>2</sub>	10 <sup>2</sup>
r <sub>3</sub>	10 <sup>2</sup>
r <sub>4</sub>	10 <sup>-2</sup>
w <sub>1</sub>	10 <sup>3</sup>
w <sub>2</sub>	1

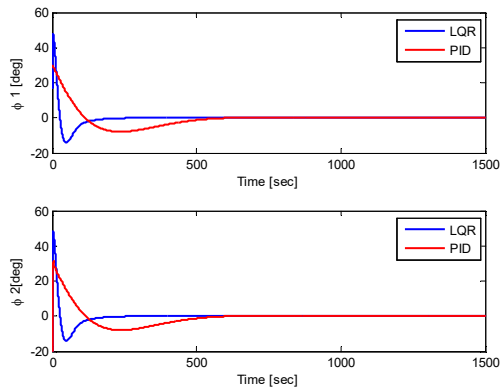
شکل‌های ۳ الی ۵ پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی، وضعیت فضاپیما، سرعت عمود بر جهت حرکت و سرعت مانورمداری را پس از اعمال کنترل نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌ها مشخص است موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی، وضعیت فضاپیما و سرعت عمود بر جهت حرکت با اعمال کنترل بر سیستم، پس از گذشت حدود ۸۰۰

شکل ۸ نیز پاسخ زمانی ورودی‌های کنترلگر LQR را نشان می‌دهد. مطابق این نتایج مقادیر ورودی‌های کنترل پس از حدود ۲۰۰ ثانیه به مقدار ثابت صفر میل می‌کنند.

برای بررسی عملکرد کنترلگر LQR طراحی شده نسبت به کنترلگر PID، مقایسه‌ای بین دو کنترلگر مذکور با انجام شبیه‌سازی با همان مقادیر و شرایط اولیه صورت گرفته است که نتایج آن در شکل‌های ۹ الی ۱۱ قابل مشاهده است. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است، زمان ایجاد پایداری با استفاده از کنترلگر LQR در حدود ۷۵٪ کاهش یافته است و فضایپایما در زمان بسیار کوتاه‌تری به وضعیت مطلوب می‌رسد.

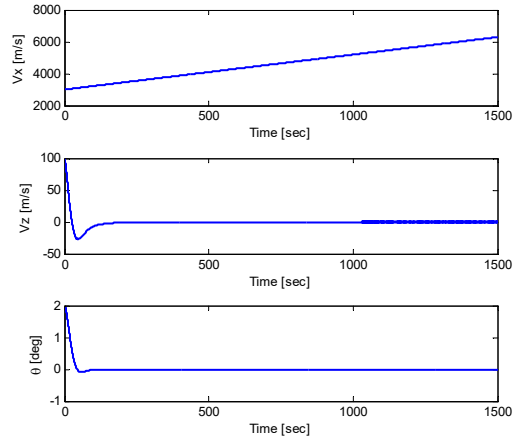


شکل ۹- پاسخ زمانی وضعیت فضایپایما برای کنترلگرهای خطی

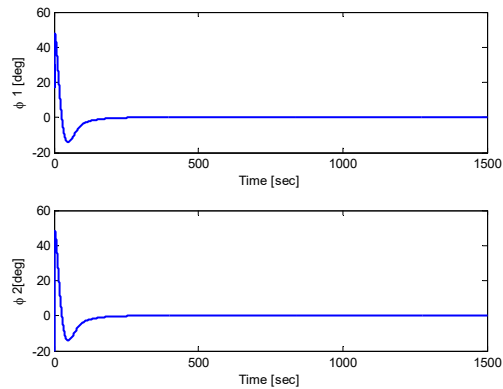


شکل ۱۰- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی برای کنترلگرهای خطی

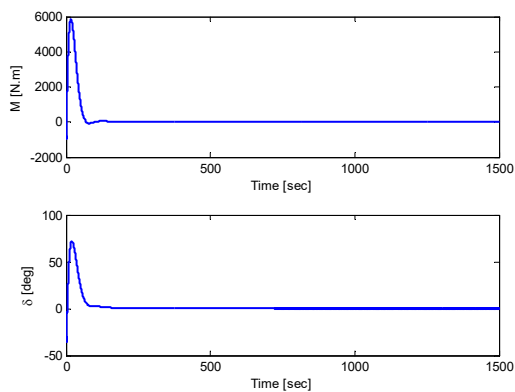
شکل‌های ۶ الی ۸ پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی متحرک، وضعیت فضایپایما، سرعت جانبی و سرعت مانورمداری را برای کنترلگر LQR نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌ها مشخص است موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی متحرک، وضعیت فضایپایما و سرعت جانبی پس از گذشت حدود ۲۰۰ ثانیه به مقدار پایدار صفر می‌رسند.



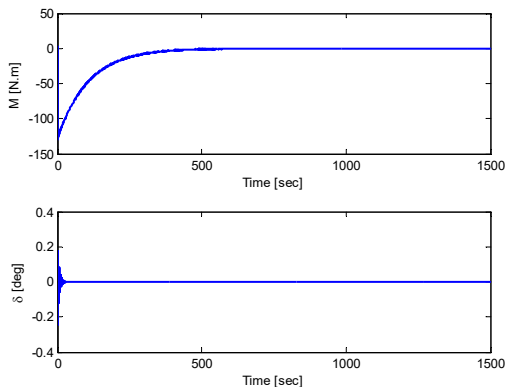
شکل ۶- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضایپایما برای کنترلگر LQR



شکل ۷- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی برای کنترلگر LQR



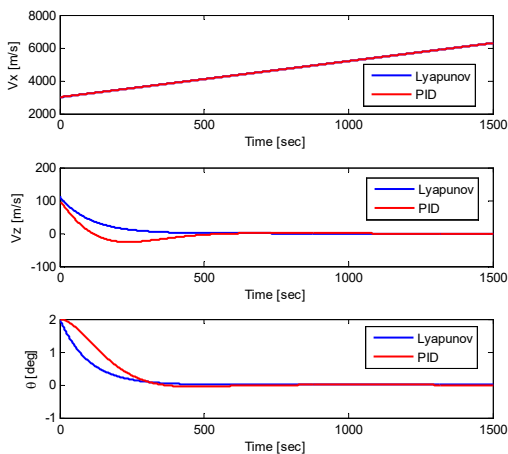
شکل ۸- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلگر LQR



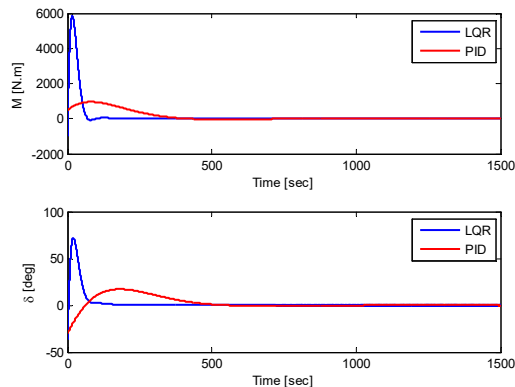
شکل ۱۴- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلگر لیاپانوف

شکل ۱۴ نیز پاسخ زمانی ورودی‌های کنترلگر غیرخطی لیاپانوف را نشان می‌دهد. مطابق این نتایج مقادیر ورودی‌های کنترل پس از حدود ۳۰۰ ثانیه به مقدار ثابت صفر میل می‌کنند. در این زمان فضاپیما به وضعیت پایدار مطلوب رسیده است.

در این قسمت نیز برای بررسی عملکرد کنترلگر غیرخطی لیاپانوف طراحی شده نسبت به کنترلگر PID، مقایسه‌ای بین دو کنترلگر مذکور انجام شده است که نتایج آن در شکل‌های ۱۵ الی ۱۷ قابل مشاهده است. مطابق این نتایج زمان ایجاد پایداری با طراحی کنترلگر غیرخطی لیاپانوف حدود ۶۰٪ کاهش یافته است و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف بسیار سریع‌تر پارامترهای سیستم را به حالت پایدار می‌رساند. دلیل این امر استفاده از معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم می‌باشد. معادلات غیرخطی به رفتار واقعی سیستم بسیار نزدیک‌تر است.

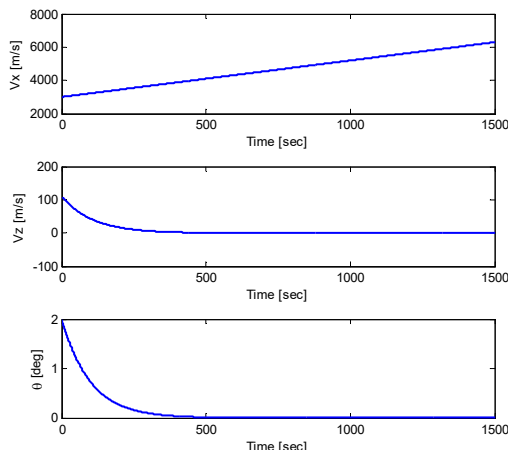


شکل ۱۵- پاسخ زمانی وضعیت فضاپیما برای کنترلگر لیاپانوف و PID

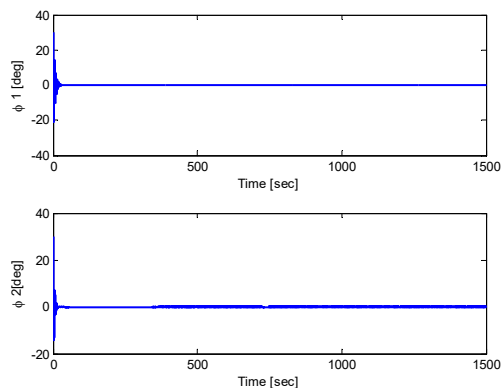


شکل ۱۱- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلگرهای خطی

شکل‌های ۱۲ الی ۱۴ پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی متحرک، وضعیت فضاپیما، سرعت جانبی و سرعت مانورمداری را برای کنترلگر غیرخطی لیاپانوف نشان می‌دهند. همان‌طور که از شکل‌ها مشخص است موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی متحرک، وضعیت فضاپیما و سرعت جانبی پس از گذشت حدود ۳۰۰ ثانیه به مقدار پایدار صفر می‌رسند.



شکل ۱۲- پاسخ زمانی بردارهای وضعیت فضاپیما برای کنترلگر لیاپانوف



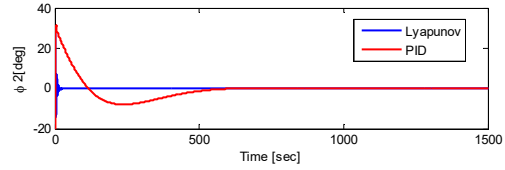
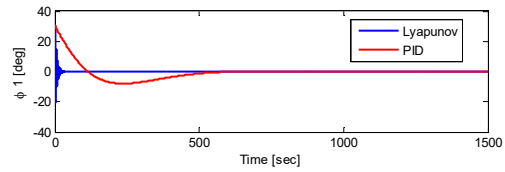
شکل ۱۳- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی برای کنترلگر لیاپانوف



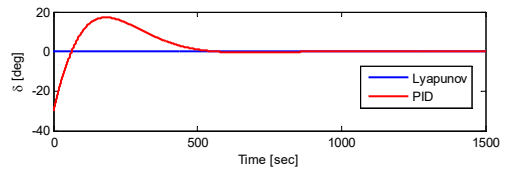
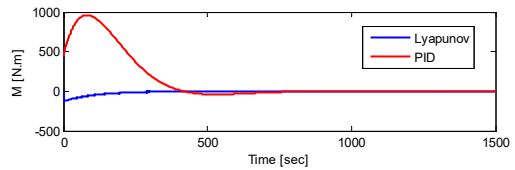
استفاده از معادلات لاگرانژ به دست آورده شده است. سپس به دلیل غیرخطی بودن معادلات دینامیکی بدست آمده، برای اعمال کنترلگرهای PID و تنظیم‌کننده بهینه این معادلات خطی‌سازی شده است. همچنین برای رسیدن به اهداف کنترلی با استفاده از کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف، از معادلات دینامیکی سیستم در حالت غیرخطی استفاده شده است. استفاده از معادلات غیرخطی سیستم باعث افزایش دقت نتایج بدست آمده شده است. این موضوع به دلیل نزدیک‌تر بودن معادلات دینامیکی غیرخطی نسبت به معادلات دینامیکی ساده‌شده خطی به مسئله واقعی است. سه کنترلگر کلاسیک، کنترلگر تنظیم‌کننده بهینه و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف برای کنترل همزمان وضعیت فضاپیما و توپ‌های پالسی طراحی شده است. برای بررسی عملکرد مدل دوتوپ پالسی و کنترلگرهای طراحی شده یک مثال فیزیکی شبیه‌سازی شده و نتایج آن مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که مدل مکانیکی دوتوپ پالسی به خوبی می‌تواند تلاطم سوخت موجود در مخزن نیمه‌پر فضاپیما را شبیه‌سازی کند. همچنین کنترلگرهای طراحی شده در این مقاله نیز برای رسیدن به همه اهداف کنترلی مناسب می‌باشند. با توجه به نتایج، کنترلگر تنظیم‌کننده بهینه کارایی بهتری نسبت به دو کنترلگر دیگر دارد. همچنین کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف طراحی شده نیز عملکرد بالاتری نسبت به کنترلگر PID دارد. مطابق نتایج، با اعمال کنترلگر تنظیم‌کننده بهینه بعد از گذشت حدود ۲۰۰ ثانیه فضاپیما به حالت پایداری می‌رسد که در این حالت، فضاپیما شرایط لازم برای انجام مانورمداری با دقت مطلوب را دارد. یکی از مزایای کنترلگر LQR طراحی شده در این مقاله نسبت به سایر کنترلگرها، زمان بسیار کوتاه ایجاد پایداری است که این موضوع گام بزرگی در بهبود طراحی کنترلگر برای تلاطم سوخت موجود در مخازن فضاپیماها می‌باشد. مقایسه نتایج حاصل شده در این پژوهش و نتایج بدست آمده از سایر مدل‌های دینامیکی مانند جرم-فنر و یا پاندول به همراه کنترلگرهای اعمال شده، صحت نتایج حاصل شده در این مقاله را تأیید می‌کند و می‌توان برای وسایل متحرک دارای مخزن نیمه‌پر از مدل دوتوپ پالسی و کنترلگرهای طراحی شده در این مقاله استفاده کرد.

## ۶- علائم و اختصارات

$F$	نیروی پیشران موتور اصلی
$L$	لاگرانژی
$\zeta_i$	بردار موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی
$R$	تابع اتلاف رایلی
$\tau_t$	بردار نیروها
$\tau_r$	مومنتم‌های کلی
$V$	بردار سرعت محوری مرکز جرم مخزن
$\epsilon_i$	ضریب میرایی توپ‌های پالسی
$a_z$ و $a_x$	مولفه‌های شتاب مرکز جرم مخزن
$m$	جرم خشک فضاپیما
$I$	ممان اینرسی فضاپیما
$m_0$	جرم سوخت غیرمتلاطم



شکل ۱۶- پاسخ زمانی موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی برای کنترلگر لیاپانوف و PID



شکل ۱۷- تغییرات ورودی‌های کنترلی برای کنترلگرهای لیاپانوف و PID

با مقایسه نتایج حاصل شده از اعمال کنترلگرهای طراحی شده در این مقاله با کنترلگرهای اعمال شده در سایر مقالات می‌توان به این نتیجه پی‌برد که مدل‌سازی انجام شده و کنترلگرهای طراحی شده در این مقاله برای بررسی تلاطم سوخت با استفاده از مدل دوتوپ پالسی متحرک عملکرد قابل قبولی دارند.

## ۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین بار مدل‌سازی تلاطم سوخت با استفاده از مدل دوتوپ پالسی متحرک برای سوخت موجود در مخزن فضاپیما انجام شده است و معادلات دینامیکی کل سیستم استخراج گردید. همچنین کنترلگرهای تنظیم‌کننده بهینه و کنترلگر غیرخطی بر پایه لیاپانوف برای کنترل همزمان تلاطم سوخت و وضعیت فضاپیما نیز طراحی شده است. در این مقاله فضاپیمایی در حین انجام مانورمداری در صفحه و دارای یک مخزن کروی سوخت، در نظر گرفته شده است. تنها بخشی از مخزن پر بوده و سوخت موجود در آن دچار تلاطم شده است. برای مدل‌سازی قسمت متلاطم سوخت از مدل دوتوپ پالسی در صفحه و برای مدل‌سازی قسمت غیرمتلاطم از یک جسم صلب کروی که در مرکز جرم سوخت غیرمتلاطم قرار داشته و همراه با مخزن حرکت می‌کند، استفاده شده است. سیستم فضاپیما و توپ‌های پالسی معرفی شده دارای پنج درجه آزادی می‌باشد. پس از مشخص شدن مدل‌سازی، معادلات دینامیک ترکیب شده فضاپیما و توپ‌های پالسی با

- [17] Reyhanoglu M. and Hervas R., Robotically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer, *Journal of Vibration and Control*, 19 (14) 2137-2144, 2012.

ممان اینرسی سوخت غیرمتلاطم	$I_0$
جرم توپ‌ها پالسی	$m_{S_{1,2}}$
ممان اینرسی توپ‌های پالسی	$I_{S_{1,2}}$
شعاع توپ‌های پالسی	$r_{1,2}$
سرعت خطی در جهت مانور	$V_x$
سرعت خطی عمود بر جهت مانور	$V_z$
وضعیت فضاپیما	$\theta$
نرخ وضعیت فضاپیما	$\Omega$
موقعیت زاویه‌ای توپ‌های پالسی	$\phi_{1,2}$

## ۷- مراجع

- [1] DU Hui and ZHANG Honghua, Attitude Control for a Kind of Spacecraft with Fuel Slosh, *Aerospace Control and Application*, Vol.36, No.2, 25-30, 2010.
- [2] Tang Y. and Yue B., Simulation of large-amplitude three-dimensional liquid sloshing in spherical tanks, *AIAA Journal* 55(6): 2052-2059, 2017.
- [3] Li Q., Ma X. and Wang T., Equivalent mechanical model for liquid sloshing during draining, *Acta Astronautica* 62 (1-2) (2011) 91-100.
- [4] Navabi M., Davoodi A., Reyhanoglu M., Optimum fuzzy sliding mode control of fuel sloshing in a spacecraft using PSO algorithm, *Acta Astronautica*, Volume 167, Pages 331-342, 2020.
- [5] Deng M. and Yue B., Attitude tracking control of flexible spacecraft with large amplitude slosh, *Acta Mech. Sin.*33, pp. 1095-1102, 2017.
- [6] Shageer H. and Tao G., Modeling and Adaptive Control of Spacecraft with Fuel Slosh: Overview and Case Studies, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, AIAA 2007-6434, pp. 1-19, 2007.
- [7] Sidi M.J., *Spacecraft Dynamics and Control, a Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, pp. 291-316, 1997.
- [8] Liu F., Yue B., Zhao L., Attitude Dynamics and Control of Spacecraft with a Partially filled Liquid Tank and Flexible Panels, *Acta Astronautica* 143 ,(2018) pp 327-336.
- [9] Yu X.S. and Yun Q., Using Sliding Mode Control Method to Suppress Fuel Sloshing of a Liquid-Filled Spacecraft, *27th Chinese Control and Decision Conference*, pp. 1268-1273, 2015.
- [10] Bandyopadhyay B., Gandhi P.S. and Kurode S., Sliding Mode Observer Based Sliding Mode Controller for Slosh-Free Motion Through PID Scheme, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 9, pp. 3432-3442, 2009.
- [11] Souza A.G. and Souza L.C.G., Design of Satellite Attitude Control System Considering the Interaction between Fuel Slosh and Flexible Dynamics, *11th International Conference on Vibration problems*, pp. 1-10, 2013.
- [12] Ibrahim R.A., *Liquid Sloshing Dynamics, Theory and Applications*, Cambridge University Press, pp. 296-334, 2005.
- [13] Reyhanoglu M., Maneuvering Control Problem for a Spacecraft with Unactuated Fuel Slosh Dynamics, *IEEE Conference on Control Applications*, pp. 695-699, 2003.
- [14] Deng M., Huang H., Li Z., Yue B., Lin Y. and Liu G., Coupling Dynamics of Flexible Spacecraft Filled with Liquid Propellant, *Journal of Aerospace Engineering*. Vol 32, pp. 10-21, 2019.
- [۱۵] نوایی محمد، داودی علی. مدل‌سازی تلاطم سوخت در یک فضاپیما و کنترل آن به‌وسیله روش کنترل فعال با استفاده از کنترل غیرخطی. مهندسی مکانیک مدرس. ۱۳۹۸؛ ۱۹ (۹): ۲۱۲۸-۲۱۲۱.
- [16] Reyhanoglu M. and Hervas R., Nonlinear Control of a Spacecraft with Multiple Fuel Slosh Modes, *Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 6192-6197, 2011.