

بررسی انتشار موج در یک نانوتیر دوار ویسکوالاستیک کلوین-ویت به روش غیرمحلّی عمومی با در نظر گرفتن اثرات بستر الاستیک

آرش رحمانی رضاییه*، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، arash.rahmani@uut.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی جامع انتشار موج در یک نانوتیر دوار ویسکوالاستیک که در بر روی یک بستر ویسکوالاستیک نیز قرار گرفته، پرداخته شده است. در مطالعه حاضر از روش غیرمحلّی عمومی به جهت قابلیت آن در انعکاس رفتارهای نرم شونده و سفت شونده مواد مختلف که نقش بسزایی در افزایش دقت تحلیل انتشار موج در یک ماده دارد، استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا با توجه به نظریه تیر تیموشنکو و مدل ویسکوالاستیک سازه ای کلوین-ویت و استفاده از روش همیلتن، معادلات حرکت نانوتیر بر روی بستر ویسکو الاستیک وینکلر-پاسترنیک استخراج گردیده و سپس به کمک روش تحلیلی نتایج عددی لازم برای تحلیل انتشار موج طولی، پیچشی و عرضی محاسبه شده اند. بدلیل ماهیت نظریه غیرمحلّی عمومی و برخلاف نظریه غیرمحلّی ارینگن، معادلات حرکت استخراج شده شامل دو فاکتور غیرمحلّی برای تخمین صحیح رفتار انتشار موج می باشد. همچنین تاثیر اثرات فاکتورهای غیرمحلّی، سرعت زاویه ای دوران نانوتیر دوار و ضرایب استهلاک سازه و بستر بر روی فرکانس های انتشار انواع موج به ویژه امواج پیچشی و عرضی مورد بررسی جامع قرار گرفته است.

واژه های کلیدی: انتشار، موج، غیرمحلّی، کلوین-ویت، نانوتیر، دوار.

Wave Propagation Analysis in Kelvin-Voigt Visco-Elastic Rotating Nano-Beams Using General Nonlocal Elasticity Resting on Elastic Foundation

A. Rahmani

Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

In this work, a comprehensive wave propagation analysis is performed on rotating viscoelastic nanobeams resting on viscoelastic Winkler-Pasternak foundations. Here, a novel non-classical mechanical model is developed to describe accurate wave propagation behavior for viscoelastic nanobeams. In fact, to capture both hardening and softening behaviors of materials during wave propagation, general nonlocal theory (GNT) is applied to establish the governing motion of equations. Unlike Eringen's nonlocal theory, general nonlocal theory employs two different nonlocal parameters refers to normal and shear strains. Also, Kelvin-Voigt model along with Timoshenko beam theory are considered to extract the equations and analytical solution is employed to make the results. The results are obtained for longitudinal (LA), torsional (TO) and transverse (TA) types of wave propagations. Moreover, the effects of nonlocal parameters, Kelvin-Voigt damping, foundation damping, Winkler-Pasternak coefficients and rotating velocity are illustrated and discussed in details especially for TO and TA types of wave propagation. The results show the effect of each of the mentioned parameters on the frequency for all types of wave propagation.

Keywords: Wave, Propagation, Nonlocal, Kelvin-Voigt, Nano-Beam, Rotating

مدرج را مورد بررسی قرار دادند. آنها از نظریه گرادیان کرنشی و مدل مرتبه بالاتر تیر به همراه توجه به اثرات حرارتی استفاده نمودند. لی و همکاران [۵] به کمک نظریه الاستیسیته گرادیان کرنشی غیرمحلّی و مدل تیر اویلر - برنولی انتشار موج در یک نانوتیر تابعی مدرج را تحلیل نمودند. ما و همکاران [۶] انتشار موج در یک نانوتیر تیموشنکو هوشمند را به کمک روش غیرمحلّی ارینگن مطالعه کردند. خورشیدی و شریعتی [۷] انتشار موج خمشی (عرضی) در یک نانوتیر مرتبه بالا به کمک نظریه تنش کوپل اصلاح شده را مورد توجه قرار دادند. کیانی [۸] با استفاده از نظریه ارینگن و مدل مرتبه بالاتر تیر، انتشار موج عرضی در یک نانولوله کربنی تک جداره را که تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی طولی قرار داشت را بررسی نمود. ابراهیمی و حقی [۹] تحلیل انتشار موج در یک نانوتیر دوار تابعی مدرج که تحت تاثیر اثرات حرارتی نیز قرار داشت را با استفاده از الاستیسیته گرادیان کرنشی غیرمحلّی گزارش نمودند. ابراهیمی و دباغ [۱۰] با استفاده از روش گرادیان کرنشی غیرمحلّی و مدل کیرشلف به تحلیل انتشار موج در یک نانوصفحه پیزوالکتریک که بر روی یک بستر الاستیک قرار داشت پرداختند. آنها در تحلیل خود اثرات سطح را نیز مورد توجه قرار دادند.

۱- مقدمه

در سال های اخیر کاربرد سازه ها در ابعاد میکرو و نانو بدلیل ویژگی های منحصر بفرد آنها از نظر خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی، توسعه زیادی یافته است. از اینرو تحلیل رفتارهای مکانیکی این ریزساختارها از جمله مطالعه انتشار موج و ارتعاشات [۱ و ۲] به جهت دستیابی به اطمینان و ایمنی بالا در طراحی، ساخت و کاربرد این نوع سازه ها بسیار ضروری و اجتناب ناپذیر می باشد. از طرف دیگر و باتوجه به ضعف نظریه های الاستیسیته کلاسیک در عدم توجه به اثرات مقایس کوچک، نظریه های الاستیسیته نوین مانند تنش کوپل اصلاح شده، گرادیان کرنش، نظریه غیرمحلّی ارینگن، گرادیان کرنش غیرمحلّی، تنش کوپل غیرمحلّی و ... جهت تحلیل رفتار مکانیکی ریزسازه ها ارائه گردیده و مورد توجه و استفاده پژوهشگران متعددی قرار گرفته است.

کوکاتورک و آکباس [۳] با استفاده از نظریه تنش کوپل اصلاح شده و مدل تیر اویلر - برنولی به بررسی انتشار موج در یک نانوتیر پرداختند. ابراهیمی و همکاران [۴] انتشار موج در یک نانوتیر تابعی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: arash.rahmani@uut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۰/۰۷/۰۲

تاریخ پذیرش: ۰۱/۰۱/۱۵

ابراهیمی و همکاران [۱۱] پدیده انتشار موج در نانوساختارهای متخلخل متشکل از مواد تابعی مدرج را بررسی نمودند. آنها اثرات جفت‌شدگی بین ضریب الاستیسیته و چگالی در مواد متخلخل را در نظر گرفته و از نظریه الاستیسیته گرادیان کرنشی غیرمحللی استفاده نمودند. کرمی و همکاران [۱۲] به کمک الاستیسیته گرادیان کرنشی غیرمحللی انتشار موج در پوسته‌های نانو متخلخل ساخته شده از مواد تابعی مدرج را بررسی نمودند. معصومی و همکاران [۱۳] انتشار موج در نانوتیرهای پیزوالکتریک را با استفاده از نظریه گرادیان کرنشی غیرمحللی و مدل تیر ردی مطالعه کرده و روش پراکندگی موج هارمونیک را برای یافتن نتایج بکاربردند. وانگ و لیانگ [۱۴] به مطالعه رفتار پراکندگی و انتشار موج در نانوتیرهای ساخته شده از فوم‌های فلزی نانو متخلخل پرداختند. آنها برای استخراج معادلات و بررسی رفتار انتشار موج از نظریه الاستیسیته غیرمحللی ارینگن و مدل‌های تیر اویلر-برنولی و تیر تیموشنکو استفاده نمودند. صبحی و ذکندر [۱۵] به کمک الاستیسیته گرادیان کرنشی غیرمحللی انتشار موج در صفحات نانو متخلخل تابعی مدرج دو لایه در محیط الاستیک وینکلر را مطالعه کردند. آرائی و همکاران [۱۶] به تحلیل انتشار موج در نانوتیرهای تابعی مدرج در بستر الاستیک پرداخته و از نظریه غیرمحللی ارینگن و مدل تیر تیموشنکو و با در نظر گرفتن اثرات سطح و تنش‌های پسماند در سازه، استفاده نمودند. ابراهیمی و دباغ [۱۷] با استفاده از نظریه گرادیان کرنشی غیرمحللی به مطالعه انتشار موج در نانورق دو لایه گرافن بر روی بستر ویسکوالاستیک پرداختند. کائو و وانگ [۱۸] انتشار موج در نانولوله‌های لیپیدی ویسکوالاستیک انتقال دهنده پروتئین را با استفاده از نظریه گرادیان کرنشی غیرمحللی و مدل ریلی، ارزیابی نمودند. فاروقی و همکاران [۱۹] برای اولین بار با استفاده از نظریه الاستیسیته غیرمحللی عمومی و مدل تیر ردی به بررسی جامع انتشار انواع موج طولی، عرضی و پیچشی در یک نانوتیر دوار مدرج تابعی دوبعدی متخلخل پرداختند.

با بررسی ادبیات فن و توجه به پیشینه پژوهش‌های انجام شده، بخوبی واضح است که بررسی انتشار امواج در نانوساختارها عمدتاً به کمک نظریه‌های تنش کوپل اصلاح شده، ارینگن و گرادیان کرنش غیرمحللی انجام شده و نظریه الاستیسیته غیرمحللی عمومی علیرغم قابلیت آن در بررسی دقیق رفتار انتشار موج، هنوز بصورت گسترده مورد استفاده قرار نگرفته است از اینرو در این مقاله برای بررسی انتشار موج در نانوتیر دوار از نظریه الاستیسیته غیرمحللی استفاده شده است. همچنین برای اولین بار تحقیق حاضر دربرگیرنده یک مطالعه جامع در مورد بررسی همزمان انتشار سه نوع موج طولی (LA)، پیچشی (TO) و عرضی (TA) در یک نانوتیر دوار ویسکوالاستیک کلونین - ویت می‌باشد. مطالعه همزمان اثرات ویسکوالاستیک تیر، ویسکوالاستیک بستر و دوران نانوتیر همراه با بررسی تاثیر دو فاکتور غیرمحللی بر رفتار انتشار امواج بر جامعیت و نوآوری تحقیق حاضر افزوده است.

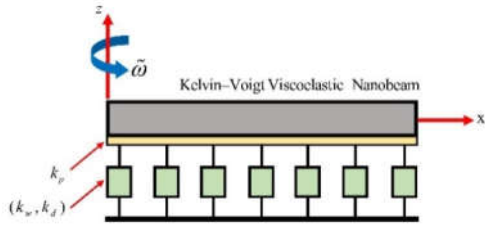
۲- معادلات حرکت حاکم بر مساله

در این بخش با استفاده از رابطه همیلتن به استخراج معادلات حرکت حاکم بر مساله خواهیم پرداخت. برای این منظور نانوتیر دوار نشان داده شده در شکل (۱) که بر روی بستر ویسکوالاستیک وینکلر - پاسترنیک (Winkler-Pasternak) قرار دارد، براساس نظریه تیر

تیموشنکو مدل و میدان‌های جابجایی در امتداد محورهای مختصات بصورت زیر ارائه شده‌اند:

$$\begin{aligned} u_1(x, t) &= u(x, t) - z\varphi(x, t) \\ u_2(x, t) &= 0 \\ u_3(x, t) &= w(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ به ترتیب میدان‌های جابجایی در راستای محوره‌های (x, y, z) می‌باشند. همچنین توابع $u(x, t)$ و $w(x, t)$ به ترتیب مولفه‌های میدان جابجایی در راستای محوره‌های x و z و نیز دوران سطح مقطع تیر می‌باشد.



شکل ۱- شمایک نانوتیر دوار کلونین - ویت بر روی بستر ویسکوالاستیک

کرنش‌های محوری ε_{xx} و برشی ε_{xz} نانوتیر نیز بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ 2\varepsilon_{xz} &= \gamma_{xz} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

با توجه به معادلات کرنش در رابطه (۲)، انرژی کرنشی، Π_s ، نانوتیر مورد بررسی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Pi_s &= \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dA dx \\ &= \int_0^L \left[N_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} - M_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + N_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) \right] dx \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \int_A \sigma_{xx} dA \\ M_{xx} &= \int_A z \sigma_{xx} dA \\ N_{xy} &= \int_A \sigma_{xy} dA \end{aligned} \quad (4)$$

همچنین انرژی جنبشی نانوتیر، Π_k ، برابر است با:

$$\begin{aligned} \Pi_k &= \frac{1}{2} \rho \int_0^L \int_A \left(\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right)^2 \right) dA dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[m_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - 2m_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + m_2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + m_0 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx \end{aligned} \quad (5)$$

با استفاده از حساب تغییرات و اصل همیلتن، داریم:

$$\delta H = \delta \int_{t_1}^{t_2} (\Pi_s - \Pi_k + \Pi_w) dt = 0 \quad (6)$$

که در آن، Π_w کار نیروهای خارجی اعمالی بر نانوتیر می‌باشد. با اعمال حساب تغییرات می‌توان نوشت:

$$\delta \Pi_s = \int_0^L \left[-\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} \delta u + \left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - N_{xy} \right) \delta \varphi - \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \delta w \right] dx \quad (7)$$

که در آن، $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ضرایب پارامتر غیرمحملی، λ, μ ضرایب لامه، ε_{ij} تانسور کرنش، δ_{ij} دلتای کرانیکر و $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2$ می‌باشد. برای نانوتیر تیموشنکو می‌توان معادله (۱۳) را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \sigma_{xx} = \lambda(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \varepsilon_{xx} + \quad (14-f)$$

$$2\mu(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \varepsilon_{xx} \quad (14-f)$$

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \sigma_{xy} = 2\mu(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \varepsilon_{xy} \quad (14-b)$$

بنابراین جهت تعیین معادلات حرکت نانوتیر دوار به روش الاستیسیته غیرمحملی عمومی و باتوجه به معادلات (۲)، (۳) و (۴)، می‌توان نوشت:

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) N_{xx} = (1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \left[A_0 \frac{\partial u}{\partial x} - A_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + 2(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \left[B_0 \frac{\partial u}{\partial x} - B_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \quad (15-f)$$

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) M_{xx} = (1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \left[A_1 \frac{\partial u}{\partial x} - A_2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + 2(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \left[B_0 \frac{\partial u}{\partial x} - B_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \quad (15-b)$$

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) N_{xy} = 2B_0(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \left[\frac{\partial w}{\partial x} - \phi \right] \quad (15-c)$$

که در آن:

$$(A_0, A_1, A_2) = \int_A \lambda(1, z, z^2) dA \quad (16-f)$$

$$(B_0, B_1, B_2) = \kappa_s \int_A \mu(1, z, z^2) dA \quad (16-b)$$

در رابطه فوق κ_s ضریب تصحیح سطح مقطع در مدل تیر تیموشنکو می‌باشد که برای سطح مقطع مستطیلی برابر $5/6$ است. اکنون با اعمال نظریه غیرمحملی عمومی به معادلات (۱۲) و توجه به معادلات (۱۵)، می‌توان معادلات حرکت نانوتیر دوار بر روی بستر ویسکو الاستیک را برحسب میدان های جابجایی، بصورت روابط (۱۷) استخراج نمود. نکته قابل توجه این است که اگر $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ در نظر گرفته شود، نظریه غیرمحملی عمومی به نظریه غیرمحملی ارینگن تبدیل خواهد شد [۲۲].

$$\delta u : (A_0 + 2B_0) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (\varepsilon_2 A_0 + 2\varepsilon_1 B_0) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + (A_1 + 2B_1) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - (\varepsilon_2 A_1 + 2\varepsilon_1 B_1) \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} = \quad (17-f)$$

$$m_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 u}{\partial x^4 \partial t^2} \right) \delta \phi : (A_1 + 2B_1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (\varepsilon_2 A_1 + 2\varepsilon_1 B_1) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + B_0 \phi - (A_2 + 2B_2 + \varepsilon_1 B_0) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (\varepsilon_2 A_2 + 2\varepsilon_1 B_2) \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - B_0 \frac{\partial w}{\partial x} + \quad (17-b)$$

$$\varepsilon_1 B_0 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = -m_2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 \phi}{\partial x^4 \partial t^2} \right)$$

$$\delta \Pi_k = - \int_0^L \left[(m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - m_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}) \delta u + (m_2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}) \delta \phi + (m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}) \delta w \right] dx \quad (8)$$

$$\delta \Pi_w = - \int_0^L \left[\left(q - k_w w - k_d \frac{\partial w}{\partial t} + k_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (T(x) \frac{\partial w}{\partial x}) \right) \delta w + f \delta u \right] dx \quad (9)$$

در روابطه فوق، f, q, k_d, k_p, k_w به ترتیب ضریب وینکلر، ضریب پاسترنیک، ضریب میرایی بستر، نیروی عرضی و نیروی محوری وارده بر نانوتیر می‌باشند. همچنین $T(x)$ نیز نیروی جانب مرکز ناشی از دوران نانوتیر می‌باشد که طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$T(x) = b \int_x^L \int_{-h/2}^{h/2} \rho \bar{\omega}^2 x \, dz \, dx \quad (10)$$

با توجه به شکل (۱)، دوران تیر در صفحه xy و با سرعت ثابت $\bar{\omega}$ حول محور z صورت می‌پذیرد. همچنین داریم:

$$m_i = \int_A \rho z^i dA \quad (i = 0, 1, 2) \quad (11)$$

با جایگذاری روابط (۷)-(۹) در رابطه (۶)، معادلات حرکت بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\delta u : - \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + f + m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (12-f)$$

$$\delta \phi : \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - N_{xy} + m_2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (12-b)$$

$$\delta w : - \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + q - k_w w - k_d \frac{\partial w}{\partial t} + k_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (T(x) \frac{\partial w}{\partial x}) + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (12-c)$$

۳- نظریه الاستیسیته غیرمحملی عمومی

نظریه الاستیسیته غیرمحملی عمومی برای اولین بار توسط شعات و همکاران [۲۱ و ۲۲] و براساس تفاوت بین کرنش های محوری و برشی در میدان های غیرمحملی ارائه گردید. شعات و همکاران با معرفی نظریه غیرمحملی عمومی، علاوه بر اینکه بینش جدیدی در کاربرد نظریه غیرمحملی ارینگن ارائه نمودند، نشان دادند که الاستیسیته غیرمحملی ارینگن قادر به توصیف همزمان انتشار موج برشی (عرضی) و طولی در مواد مختلف نمی‌باشد. از اینرو، آنها جهت رفع این کاستی، نظریه غیرمحملی عمومی را معرفی نمودند که قابلیت انعکاس رفتارهای نرم شونده و سفت شونده ماده را دارا می‌باشد. بر این اساس، بهترین نظریه برای تحلیل انتشار موج در مواد مختلف، نظریه غیرمحملی عمومی می‌باشد که در این مقاله از آن استفاده شده است [۲۱].

برخلاف نظریه غیرمحملی ارینگن که از یک ضریب پارامتر غیرمحملی برای بررسی اثر اندازه استفاده می‌کند، در نظریه غیرمحملی عمومی از دو ضریب پارامتر غیرمحملی استفاده می‌شود. بر اساس نظریه الاستیسیته غیرمحملی عمومی، رابطه تانسور تنش غیرمحملی σ_{ij} ، بر حسب کرنش ها بصورت زیر بیان می‌گردد [۲۲]:

$$(1 - \varepsilon_1 \nabla^2)(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \sigma_{ij}(x) = \lambda(1 - \varepsilon_2 \nabla^2) \varepsilon_{rr}(x) \delta_{ij} + 2\mu(1 - \varepsilon_1 \nabla^2) \varepsilon_{ij}(x) \quad (13)$$

$$\delta w: \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \Delta_w + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (k_p + T(x)) \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right) \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} - \left((\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(T(x) + k_p) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 k_w\right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \left(\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \left(\begin{array}{l} T(x) + k_p - \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \left(\frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} + k_w\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial^4 T(x)}{\partial x^4}\right) \end{array} \right) \quad (ج-۲۰)$$

$$k_w w - k_d \left(\frac{\partial w}{\partial t} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) = -m_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial t^2} \right)$$

در روابط فوق داریم:

$$\Delta_u = (A_0 + 2B_0) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (\varepsilon_2 A_0 + 2\varepsilon_1 B_0) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - (A_1 + 2B_1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + (\varepsilon_2 A_1 + 2\varepsilon_1 B_1) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} \quad (الف-۲۱)$$

$$\Delta_\varphi = (A_1 + 2B_1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (\varepsilon_2 A_1 + 2\varepsilon_1 B_1) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + B_0 \varphi - (A_2 + 2B_2 + \varepsilon_1 B_0) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + (\varepsilon_2 A_2 + 2\varepsilon_1 B_2) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - B_0 \frac{\partial w}{\partial x} + \varepsilon_1 B_0 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad (ب-۲۱)$$

$$\Delta_w = B_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \varepsilon_1 B_0 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \varepsilon_1 B_0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - B_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (ج-۲۱)$$

۵- حل معادلات به روش تحلیلی

در این بخش حل تحلیلی مساله انتشار موج در نانوتیر دوار مدل کلون-ویت که معادلات حرکت آن در روابط (الف-۲۱) تا (ج-۲۱) بدست آمد، ارائه می‌شود. به این منظور و باتوجه به روش حل هارمونیک انتشار موج، میدان‌های جابجایی انتشار موج بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{cases} u(x, t) = u_0 \exp[i(Kx - \omega t)] \\ \varphi(x, t) = \varphi_0 \exp[i(Kx - \omega t)] \\ w(x, t) = w_0 \exp[i(Kx - \omega t)] \end{cases} \quad (۲۲)$$

که در آن K, ω به ترتیب فرکانس انتشار موج و عدد موج، $i = \sqrt{-1}$ و $\mathbf{X} = (u_0, \varphi_0, w_0)$ نیز بردار دامنه موج می‌باشند. با جاگذاری رابطه (۲۲) در معادلات (۲۰)، مساله بررسی انتشار موج به یک مساله مقدار ویژه با معادله مشخصه زیر تبدیل می‌گردد:

$$(\mathbf{K} + \omega \mathbf{C} + \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{X} = 0 \quad (۲۳)$$

در رابطه فوق، $\mathbf{C}, \mathbf{K}, \mathbf{M}$ به ترتیب ماتریس‌های 3×3 جرم، سختی و دمپینگ می‌باشند که از چینش صحیح المان‌های حاصل از

$$\delta w: B_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \varepsilon_1 B_0 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (k_p + T(x)) \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right) \frac{\partial^5 w}{\partial x^5} + \left(\begin{array}{l} \varepsilon_1 B_0 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \\ (T(x) + k_p) - \varepsilon_1 \varepsilon_2 k_w \end{array} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \left(\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \left(\begin{array}{l} T(x) - B_0 + k_p + \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \left(k_w - \frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial^4 T(x)}{\partial x^4}\right) \end{array} \right) \quad (۱۷-ج)$$

$$k_w w - k_d \left(\frac{\partial w}{\partial t} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) = -m_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial t^2} \right)$$

۴- مدل نانوتیر ویسکوالاستیک کلون-ویت

براساس مدل کلون-ویت برای سازه‌های ویسکوالاستیک، خواص مکانیکی مواد وابسته به تغییرات زمان می‌باشد. از اینرو در مدل کلون-ویت، ضرایب لامه μ, λ برای مواد ویسکوالاستیک بصورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\lambda_{\text{visco-elastic}} = \lambda \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \quad (الف-۱۸)$$

$$\mu_{\text{visco-elastic}} = \mu \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \quad (ب-۱۸)$$

که در آن C_d ضریب دمپینگ سازهای و $\partial / \partial t$ مشتق پارامتر نسبت به زمان می‌باشد. لذا رابطه تنش و کرنش براساس مدل کلون-ویت بصورت زیر بیان می‌گردد:

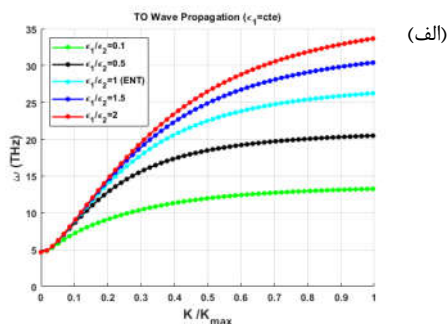
$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \left[\lambda \varepsilon_{rr}(\mathbf{x}) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) \right] \quad (۱۹)$$

با جاگذاری معادله فوق در رابطه (۳) و توجه به ساده سازی‌های انجام شده و نیز استفاده از نظریه الاستیسیته غیرمحللی عمومی، معادلات حرکت برای نانوتیر دوار روی بستر ویسکوالاستیک، براساس مدل کلون-ویت و برحسب میدان‌های جابجایی بصورت زیر بدست می‌آید:

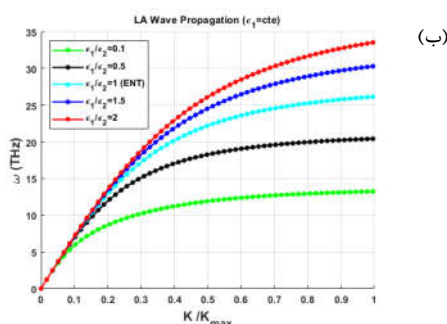
$$\delta u: \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \Delta_u = m_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 u}{\partial x^4 \partial t^2} \right) \quad (الف-۲۰)$$

$$\delta \varphi: \left(1 + C_d \frac{\partial}{\partial t}\right) \Delta_\varphi = m_0 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial t^2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\partial^6 \varphi}{\partial x^4 \partial t^2} \right) \quad (ب-۲۰)$$

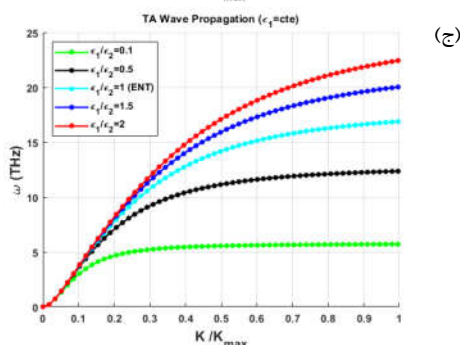
فرکانس انتشار امواج طولی، پیچشی و عرضی نشان داده شده است. برای استخراج نتایج، مقدار ε_1 ثابت در نظر گرفته شده و نسبت $(\varepsilon_1 / \varepsilon_2)$ در پنج گام و به ترتیب برابر $0.1, 0.5, 1, 1.5$ و 2 تغییر داده شده اند.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳ - تاثیر پارامترهای غیرمحملی $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ بر فرکانس انتشار

امواج در نانوتیر دوار الف) موج پیچشی ب) موج طولی

ج) موج عرض $(c_d = k_w = k_p = k_d = \omega_b = 0)$

نتایج برای فرکانس انتشار هر سه نوع موج پیچشی (TO)، طولی (LA) و عرضی (TA) به ترتیب در شکل‌های ۳-الف، ۳-ب و ۳-ج بیان گردیده‌اند. با توجه به نتایج بدست‌آمده کاملاً مشخص می‌باشد که با افزایش نسبت $(\varepsilon_1 / \varepsilon_2)$ که به مفهوم کاهش مقدار ε_2 است، مقدار فرکانس متناظر برای انتشار هر سه نوع موج بدلیل افزایش سختی نانوتیر دوار، افزایش می‌یابد. در حقیقت افزایش $(\varepsilon_1 / \varepsilon_2)$ بدلیل کاهش ε_2 باعث سخت تر شدن نانو تیر و به تبع آن عامل افزایش فرکانس هر سه نوع موج در نانوتیر می‌باشد. نکته مهم دیگر این است که نتایج ارائه شده به ازاء $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ در شکل ۳، همان نتایج بدست آمده از روش غیرمحملی ارینگن می‌باشد. با توجه به نتایج شکل ۳

جاگذاری معادله (۲۲) در معادلات (۲۰) بدست می‌آیند. فرم استاندارد مساله مقدار ویژه برای معادله (۲۳) بصورت زیر ارائه شده است که با برابر صفر قراردادن دترمینان ماتریس ضرایب، فرکانس‌های انتشار موج طولی، عرضی و پیچشی به راحتی محاسبه می‌گردد [۲۰]:

$$\begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} = \omega \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} \quad (24)$$

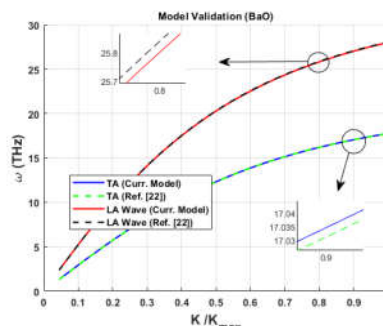
۶- نتایج و بحث

در این بخش نتایج عددی مربوط به فرکانس‌های انتشار انواع مختلف موج در نانوتیر ویسکوالاستیک دوار ارائه شده است. از اینرو، ابتدا برای صحنه سنجی نتایج و بر اساس مدل و روش حل پیشنهاد شده در این مقاله، فرکانس‌های انتشار موج طولی (LA) و موج عرضی (TA) برای ماده BaO مطابق شکل ۲ بدست آمده و با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۲] مقایسه گردیده است که حاکی از دقت مدل و صحت روش تحلیل ارائه شده در این تحقیق می‌باشد.

جدول ۱ - پارامترهای مکانیکی، فیزیکی و هندسی نانوتیر مورد مطالعه

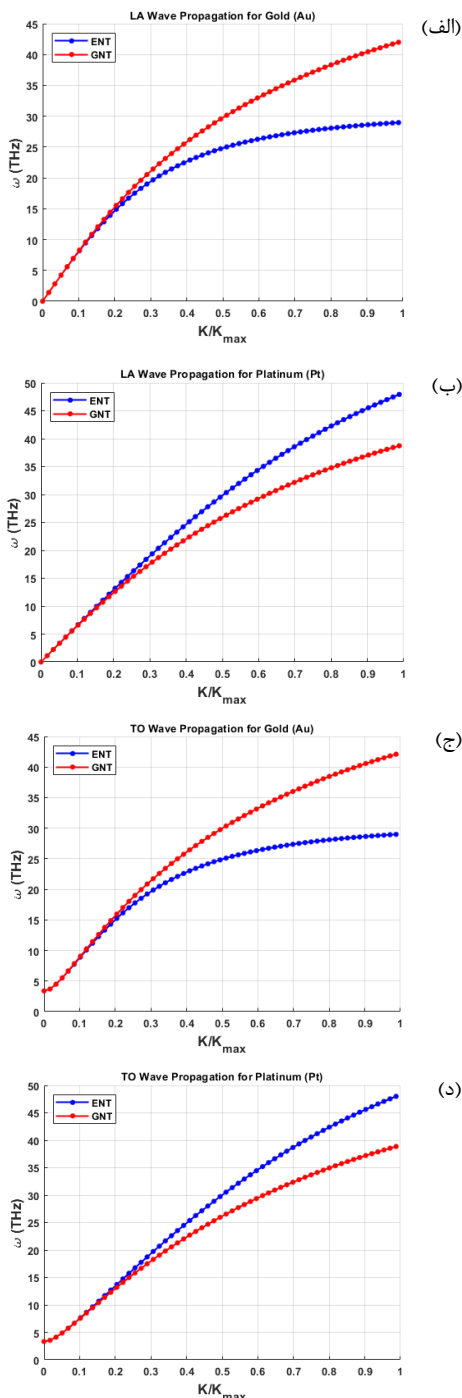
λ (G Pa)	μ (G Pa)	ρ (kg/m ³)	a (nm)	α (10 ⁻⁶ °C ⁻¹)
۲۵	۷۸	۸۹۶۰	۰/۳۵۹۷	۱۶/۷
ε_1 (nm ²)	ε_2 (nm ²)	h (nm)	b (nm)	L (nm)
۰/۱۷a ²	۰/۰۳a ²	۲	۴	۱۵

در این مقاله جهت استخراج نتایج و بررسی تاثیر هر کدام از پارامترهای لازم بر آن، از پارامترهای مکانیکی و فیزیکی ارائه شده برای عنصر مس (Cu) مطابق مراجع [۲۱ و ۲۲] استفاده شده است. این پارامترها به همراه مشخصات هندسی نانو تیر دوار در جدول ۱ مشخص شده‌اند. نکته مهم اینکه برای استخراج نتایج، عدد موج از مقدار صفر تا حداکثر مقدار آن که مطابق مرجع [۲۲] برابر $K_{max} = 2\pi/a$ است تغییر داده شده است که این مقدار برای مس (Cu) تقریباً $K_{max} = 1.75 \times 10^{10}$ (nm⁻¹) می‌باشد.



شکل ۲ - مقایسه نتایج حاصل از روش ارائه شده با مرجع [۲۲]

از آنجائیکه در روش الاستیسیته غیرمحملی عمومی از دو ضریب غیرمحملی $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ برای بررسی رفتار سازه در ابعاد نانو استفاده می‌شود، از اینرو در شکل ۳ تاثیر تغییرات این دو ضریب غیرمحملی $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ بر



شکل ۴ - مقایسه نتایج حاصل از روش غیرمحملی عمومی (GNT)

و روش غیرمحملی ارینگن (ENT) برای دو ماده Au و Pt

$$(c_d = k_w = k_p = k_d = \omega_b = 0)$$

نکته مهم دیگر این است که توقف انتشار موج در نانوتیر ویسکوالاستیک کلومین - ویت برای موج پیچشی در مقادیر کمتر عدد موج نسبت به دو نوع موج دیگر اتفاق خواهد افتاد. همچنین توقف انتشار موج عرضی نیز در مقادیر بیشتر عدد موج به وقوع می پیوندد.

می توان نتیجه گیری نمود که برای موادی مانند مس (Cu)، طلا (Au)، پلاتین (Pt)، سیلیسیم (Si) و ... که در آن ها $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ می باشد استفاده از روش الاستیسیته غیرمحملی ارینگن در تحلیل رفتار مکانیکی سازه ساخته شده از آن ها منجر به بروز خطای قابل توجه خواهد شد. البته در مرجع [۲۲] بصورت تجربی نیز اثبات شده است که کاربرد نظریه ارینگن برای مواد ذکر شده از دقت و صحت کافی برخوردار نبوده و برای تحلیل رفتار مکانیکی این مواد باید از نظریه غیرمحملی عمومی استفاده نمود. این مساله مشخصا در شکل ۴ و برای فرکانس انتشار امواج TO و LA در نانو تیر دوار که برای نمونه از دو ماده مختلف طلا (Au) و پلاتین (Pt) در نظر گرفته شده، بیان گردیده است. جدول ۲ مقادیر ضرایب غیرمحملی ϵ_2, ϵ_1 را برای دو ماده طلا (Au) و پلاتین (Pt) که توسط شحات و عبدالکلیف [۲۲] و بصورت تجربی بدست آمده است را نشان می دهد.

در شکل ۴ کاملا مشهود است که نتایج برای فرکانس انتشار امواج TO و LA که با روش غیرمحملی عمومی (GNT) بدست آمده با نتایج بدست آمده از روش غیرمحملی ارینگن (ENT) متفاوت می باشد و موید آنست که بکار بردن روش غیرمحملی ارینگن از دقت کافی برخوردار نیست و فقط در مواد با $\epsilon_1 = \epsilon_2$ می تواند استفاده شود.

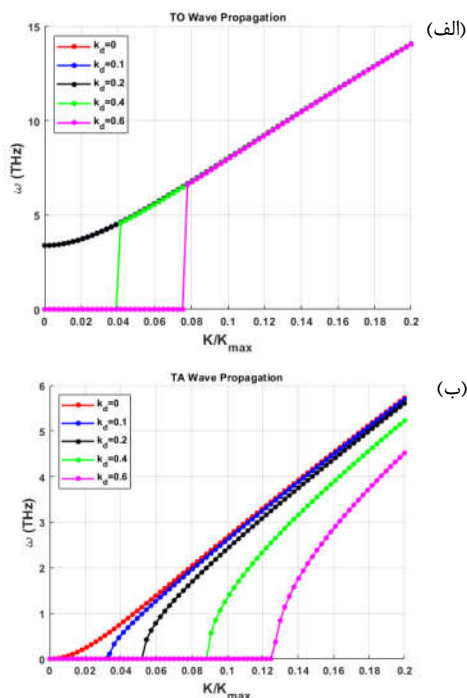
جدول ۲ - ضرایب غیرمحملی ϵ_2, ϵ_1 را برای دو ماده طلا و پلاتین

پارامترها	پلاتین	طلا
a (nm)	۰/۳۹۱۲	۰/۴۰۷۹
ϵ_1 (nm ²)	۰/۱۳ a ²	۰/۱۴ a ²
ϵ_2 (nm ²)	۰/۰۱۸ a ²	۰/۱۷۹ a ²

بعبارت دیگر روش غیرمحملی ارینگن حالت خاصی از روش غیرمحملی عمومی می باشد. از اینرو استفاده از روش غیرمحملی عمومی در تحلیل رفتار مکانیکی نانوسازه ها از دقت بالاتری نسبت به روش غیرمحملی ارینگن برخوردار بوده و در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است.

شکل ۵ تاثیر تغییرات ضریب استهلاک سازه ای کلومین - ویت، بر روی فرکانس انتشار هر سه نوع موج طولی، پیچشی و عرضی را نشان می دهد. با افزایش ضریب استهلاک سازه ای کلومین - ویت (c_d) فرکانس انتشار هر سه نوع موج در نانوتیر ویسکوالاستیک کاهش یافته و با افزایش عدد موج به صفر می رسد. بعبارت دیگر می توان نتیجه گرفت که با افزایش ضریب کلومین - ویت و به ازاء مقادیر بیشتر از مقدار معینی از K/K_{max} ، انتشار هر سه نوع موج در نانوتیر ویسکوالاستیک متوقف شده و هیچ موجی در نانوتیر ویسکوالاستیک قابلیت انتشار نخواهد داشت. از آنجائیکه شرط لازم برای انتشار موج در یک محیط وجود خواص الاستیک در آن محیط است، با افزایش c_d و به ازاء اعداد موج بزرگتر از یک مقدار معین (برای مثال در موج LA در عنصر Cu به ازاء $c_d = 0.15$ و $K/K_{max} \geq 0.2$) انتشار موج و بعبارتی انتقال انرژی درون سازه بدلیل وجود تلفات هیستریزیک متوقف می شود. در حقیقت افزایش c_d به این معنی است که نانوتیر ویسکوالاستیک تغییر کشسان خود را بصورت اتلاف انرژی نشان می دهد که عامل اصلی عدم انتشار موج در نانوتیر ویسکوالاستیک و به ازاء مقادیر معینی از عدد موج می باشد.

کوچکتر، توانایی غلبه بر انرژی استهلاکی بستر جهت انتشار در سازه را ندارد.

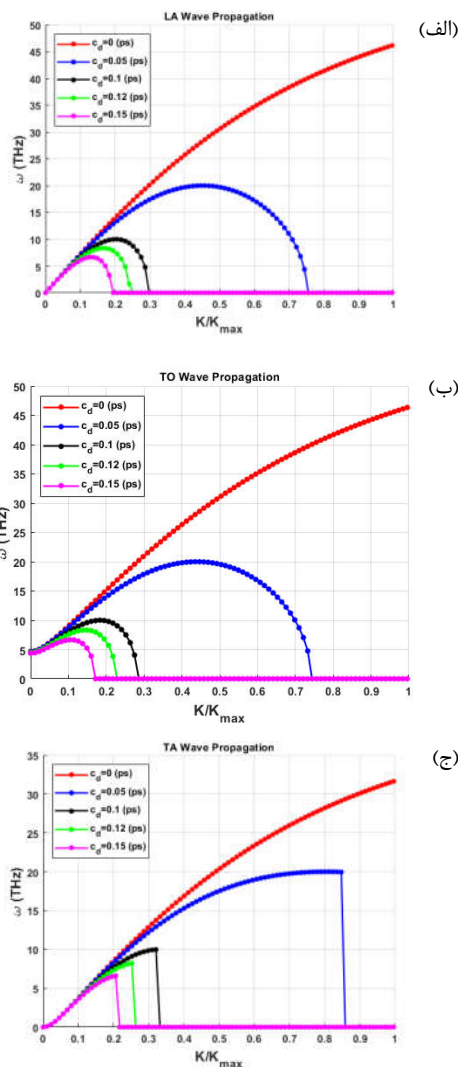


شکل ۶ - تاثیر تغییرات ضریب استهلاک ویسکوالاستیک بستر بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی ($c_d = k_w = k_p = \omega_b = 0$)

شکل ۷ نیز تاثیر ضریب وینکلر بستر بر روی فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت که افزایش مقدار ضریب وینکلر بدلیل بالا رفتن سختی، باعث افزایش فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی می‌شود. البته در مورد موج پیچشی کاملا مشهود می‌باشد که با افزایش عدد موج، تاثیر تغییرات ضریب وینکلر کاهش یافته و به ازاء اعداد موج بالاتر تاثیر آن از بین می‌رود.

نتایج مربوط به بررسی تاثیر ضریب پاسترنیک بستر بر فرکانس امواج پیچشی و عرضی نانوتیر دوار در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به شکل می‌توان مشخص نمود که افزایش ضریب پاسترنیک تاثیر محسوسی بر روی فرکانس موج پیچشی ندارد اما بدلیل افزایش سختی نانوتیر باعث افزایش فرکانس انتشار موج عرضی می‌شود. البته با افزایش عدد موج، تاثیر ضریب پاسترنیک بر فرکانس انتشار موج عرضی بیشتر نمایان می‌شود.

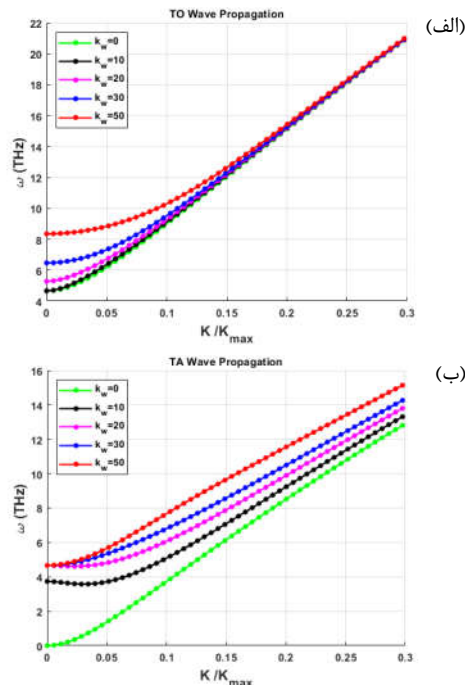
شکل‌های ۹ تا ۱۱ تاثیر تغییرات سرعت دورانی نانوتیر دوار (ω_b) بر فرکانس‌های انتشار امواج پیچشی و عرضی را نشان می‌دهد. از آنجائیکه با توجه به رابطه (۱۰) مقدار $T(x)$ تابع موقعیت مکانی x از طول تیر می‌باشد، لذا در استخراج نتایج باید مقدار x و محل مکانی موج نیز مورد توجه قرار گیرد. در شکل ۹ فرکانس‌های انتشار موج پیچشی و عرضی برحسب عدد موج و در موقعیت مکانی $x = 0.25L$ رسم شده‌اند.



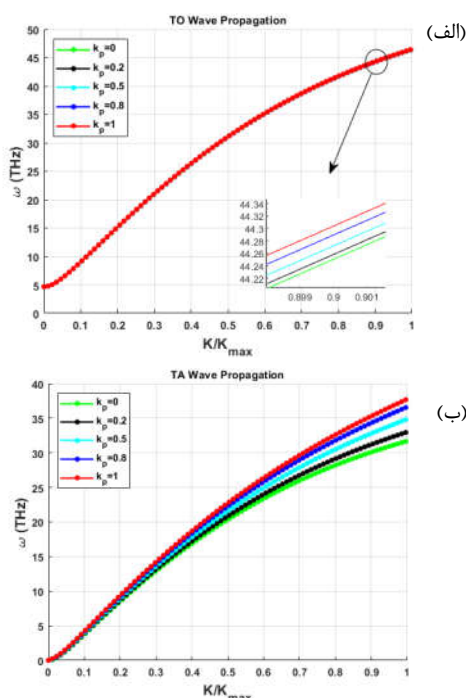
شکل ۵ - تاثیر تغییرات ضریب استهلاک سازه ای کلونین - ویت بر فرکانس انتشار موج طولی، پیچشی و عرضی ($k_w = k_p = k_d = \omega_b = 0$)

تاثیر پارامترهای بستر ویسکو الاستیک وینکلر - پاسترنیک بر روی فرکانس‌های انتشار انواع موج در شکل‌های ۶ تا ۸ نشان داده شده است. از آنجائیکه پارامترهای بستر ویسکو الاستیک وینکلر - پاسترنیک بر روی فرکانس انتشار موج طولی اثر قابل توجهی ندارد لذا در شکل‌های ۶ تا ۸، نتایج فقط برای امواج پیچشی و عرضی ارائه شده‌اند. با توجه به شکل ۶ و با افزایش ضریب استهلاک ویسکوالاستیک بستر، انتشار امواج پیچشی و عرضی تا مقدار مشخصی از عدد موج به تعویق می‌افتد یعنی به ازاء K/K_{max} کوچکتر، موج پیچشی و عرضی قابلیت انتشار در نانوتیر را ندارد ولی با افزایش K/K_{max} ، موج عرضی بصورت تدریجی ولی موج پیچشی بصورت دفعتا شروع به انتشار می‌کنند. در حقیقت وجود استهلاک ویسکوالاستیک در بستر نانوتیر و تا مقدار مشخصی از عدد موج، بصورت یک عامل بازدارنده در برابر انتشار امواج پیچشی و عرضی عمل می‌نماید و به این دلیل است که انرژی موج در مقادیر K/K_{max} های

پیچشی در نانوتیر می‌گردد. البته این افزایش در سرعت‌های دورانی پایین دارای شیب بسیار ملایمی است ولی با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار، شیب افزایش فرکانس نیز تندتر می‌شود. همچنین شیب افزایش فرکانس برای اعداد موج بیشتر، تندتر از اعداد موج پایین‌تر می‌باشد. تاثیر تغییرات سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج عرضی برحسب سرعت دورانی نانوتیر دوار نیز در شکل (۱۱-ب) مشابه موج پیچشی ارائه شده است. باتوجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت که افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار تا یک محدوده مشخصی باعث افزایش فرکانس انتشار موج عرضی در نانوتیر دوار شده و برای مقادیر بیشتر از آن، دیگر تاثیری در فرکانس انتشار موج عرضی نخواهد داشت. بعبارت دیگر با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار، فرکانس انتشار موج عرضی به یک مقدار ثابت و نهایی خود همگرا خواهد شد که تابع مقدار عدد موج نیز می‌باشد.



شکل ۷ - تاثیر تغییرات ضریب وینکلر بستر بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی ($c_d = k_p = k_d = \omega_b = 0$)



شکل ۸ - تاثیر تغییرات ضریب پاسترنیک بستر بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی ($c_d = k_w = k_d = \omega_b = 0$)

شکل ۱۲ تاثیر تغییر ضخامت تیر بر روی فرکانس‌های موج پیچشی و عرضی را نشان می‌دهد. در استخراج این نتایج طول تیر ثابت و برابر 15 nm و نسبت ضخامت به طول تیر در پنج حالت با افزایش نسبت ضخامت به طول تیر سختی معادل تیر کاهش یافته و به تبع آن فرکانس انتشار موج عرضی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش نسبت ضخامت به طول تیر که به معنی کاهش سطح مقطع نانوتیر می‌باشد، موج پیچشی برای انتشار به انرژی بیشتری نیاز دارد لذا با افزایش L/h فرکانس انتشار موج TO نیز افزایش می‌یابد.

برای این منظور سرعت دورانی نانوتیر دوار از $\omega_b = 0$ تا 0.3 THz و در گام تغییر داده شده است. با توجه به نتایج، کاملاً مشهود می‌باشد که با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار، نیروی جانب مرکز ناشی از آن که همواره بصورت نیروی کششی بر نانوتیر عمل می‌کند افزایش یافته و در نتیجه باعث افزایش سختی معادل نانوتیر دوار می‌گردد. لذا فرکانس انتشار امواج پیچشی و عرضی با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار افزایش می‌یابد.

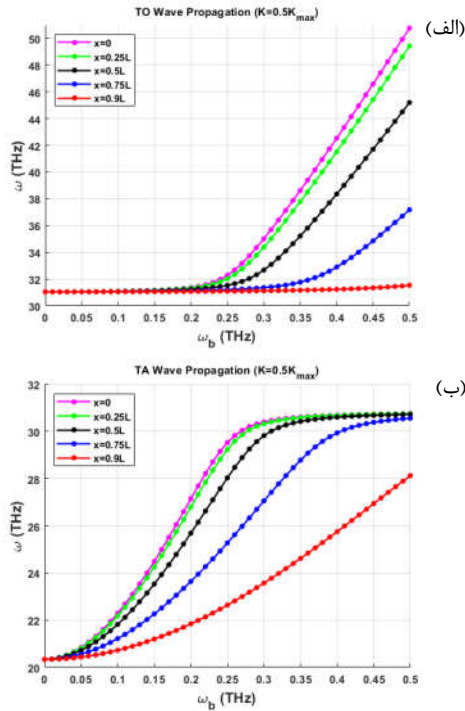
شکل ۱۰ تاثیر سرعت دورانی نانوتیر دوار بر روی فرکانس‌های موج پیچشی و عرضی را برحسب موقعیت مکانی موج در طول نانوتیر ارائه می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که فرکانس‌های انتشار موج پیچشی و عرضی در ابتدای نانوتیر دوار بیشترین مقدار را داشته و با حرکت موج در طول نانوتیر دوار از مقدار آن کاسته می‌شود. نکته حایز اهمیت اینکه با نزدیک شدن امواج پیچشی و عرضی به انتهای نانوتیر دوار، تاثیر سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس‌های موج پیچشی و عرضی تدریجاً از بین می‌رود و علت آن اینست که در ابتدای نانوتیر مقدار نیروی کششی جانب مرکز ناشی از دوران نانوتیر حداکثر بوده و با افزایش طول تیر از این مقدار کاسته می‌شود و نهایتاً در انتهای نانوتیر مقدار این نیروی کششی صفر می‌باشد. در حقیقت در اثر دوران نانوتیر، سختی معادل در ابتدای نانوتیر بیشترین مقدار و در انتهای آن کمترین مقدار است.

در شکل ۱۱ تاثیر سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی در ۵ نقطه متفاوت از موقعیت مکانی تیر و در عدد موج $K=0.5K_{max}$ رسم شده است. شکل (۱۱-الف) نشان می‌دهد که افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار باعث افزایش فرکانس انتشار موج

۷- نتیجه گیری

در این پژوهش بررسی جامعی در مورد انتشار امواج طولی،

پیچشی و عرضی در یک نانوتیر دوار ویسکوالاستیک کلوین-ویت که بر روی بستر ویسکوالاستیک قرار دارد، بعمل آمد. برای تعیین معادلات حرکت نانوتیر دوار از نظریه الاستیسیته غیرمحللی عمومی به همراه مدل تیر تیموشنکو و جهت استخراج نتایج از روش تحلیلی استفاده گردید. همچنین تاثیر اثرات فاکتورهای غیرمحللی، ضریب استهلاک کلوین-ویت، ضرایب الاستیک و استهلاک بستر ویسکوالاستیک و سرعت زاویه‌ای دوران نانوتیر بر روی فرکانس‌های انتشار موج به ویژه امواج پیچشی و عرضی مورد بررسی جامع قرار گرفت. نتایج مهم و قابل توجه بدست آمده در این پژوهش بصورت زیر خلاصه می‌گردد:

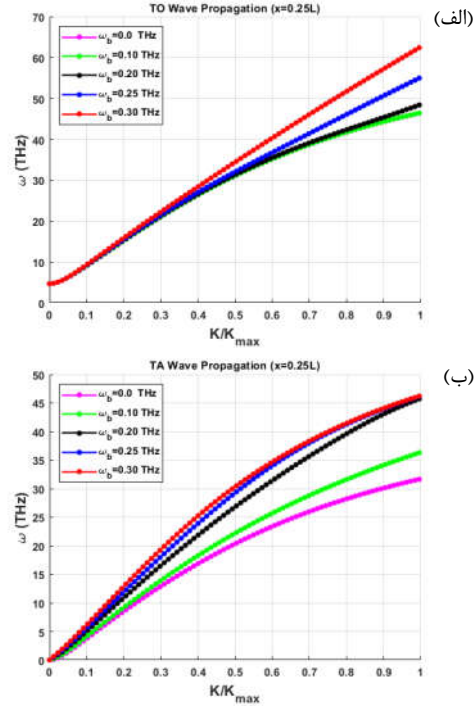


شکل ۱۱- تاثیر تغییرات سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی

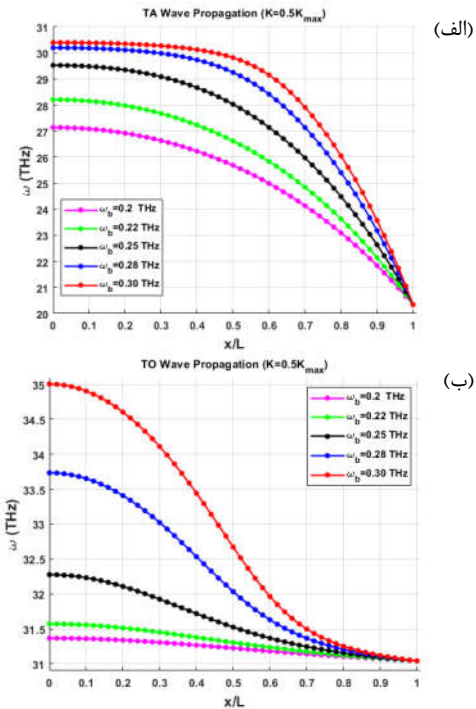
۱- نظریه ارینگن که حالت ساده شده و خاص نظریه غیرمحللی عمومی می‌باشد، قادر به پیش بینی دقیق رفتار مکانیکی و مشخصا انتشار موج در همه مواد نبوده و فقط رفتار مواد با $\epsilon_1 = \epsilon_2$ مانند گرافیت را می‌تواند با دقت کافی تحلیل نماید. در موادی مانند مس که در این تحقیق مورد نظر بوده است به دلیل اینکه $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ ، کاربرد نظریه ارینگن از دقت کافی برخوردار نیست. لذا برای مواد با خاصیت $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ و جهت تحلیل دقیق پدیده انتشار موج، استفاده از نظریه غیرمحللی عمومی بجای ارینگن مورد تاکید می‌باشد.

۲- با افزایش نسبت $(\epsilon_1 / \epsilon_2)$ که با ثابت بودن ϵ_1 به معنی کاهش ϵ_2 است، فرکانس متناظر برای انتشار هر سه نوع موج طولی، پیچشی و عرضی افزایش می‌یابد که به دلیل افزایش سختی معادل نانوتیر می‌باشد.

۳- با افزایش ضریب ویسکوالاستیک کلوین-ویت، فرکانس انتشار هر سه نوع موج کاهش می‌یابد و با افزایش عدد موج به صفر رسیده و



شکل ۹- تاثیر تغییرات سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی ($c_d = k_w = k_p = k_d = 0$)



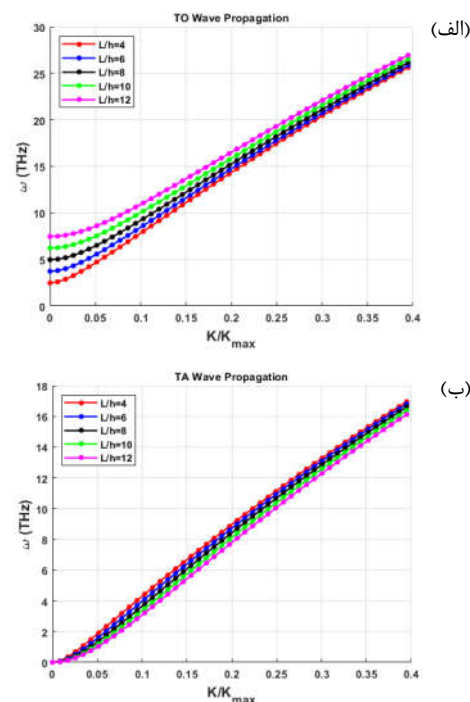
شکل ۱۰- تاثیر تغییرات سرعت دورانی نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج TA و TO بر حسب موقیت مکانی موج در طول تیر

models. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 86, pp. 253-261, 2017.

- [7] Akbarzadeh Khorshidi, M., M. Shariati, *An investigation of stress wave propagation in a shear deformable nanobeam based on modified couple stress theory*. *Waves in Random and Complex Media*, 2016. **26**(2): p. 243-258.
- [8] Kiani K., Application of nonlocal higher-order beam theory to transverse wave analysis of magnetically affected forests of single-walled carbon nanotubes. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 138, pp. 1-16, 2018.
- [9] Ebrahimi F., Haghi P., Wave propagation analysis of rotating thermoelastically-actuated nanobeams based on nonlocal strain gradient theory. *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 30, pp. 647-657, 2017.
- [10] Ebrahimi F., Dabbagh A., Wave propagation analysis of embedded nanoplates based on a nonlocal strain gradient-based surface piezoelectricity theory. *The European Physical Journal Plus*, Vol. 132, No.11, pp. 1-14, 2017.
- [11] Ebrahimi F., Seyfi A., Dabbagh A., A novel porosity-dependent homogenization procedure for wave dispersion in nonlocal strain gradient inhomogeneous nanobeams. *The European Physical Journal Plus*, Vol. 134, No.5, pp. 1-11, 2019.
- [12] Karami B., Shahsavari D., Janghorban M., Dimitri R., Tornabene F., Wave propagation of porous nanoshells. *Nanomaterials*, Vol. 9, No.1, pp. 1-19, 2019.
- [13] Masoumi A., Amiri A., Talebitooti R., Flexoelectric effects on wave propagation responses of piezoelectric nanobeams via nonlocal strain gradient higher order beam model. *Materials Research Express*. Vol. 6, No.10, pp. 50-55, 2019.
- [14] Wang YQ., Liang C., Wave propagation characteristics in nanoporous metal foam nanobeams. *Results in Physics*, Vol. 12, pp. 287-297, 2019.
- [15] Sobhy M., Zenkour AM., Wave propagation in magneto-porosity FG bi-layer nanoplates based on a novel quasi-3D refined plate theory. *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 31, No. 5, pp. 921-941, 2021.
- [16] Arani AG., Pourjamshidian M., Arefi M., Arani M., Application of nonlocal elasticity theory on the wave propagation of flexoelectric functionally graded (FG) timoshenko nano-beams considering surface effects and residual surface stress. *Smart Structures and Systems*, Vol. 23, No. 2, pp. 141-153, 2019.
- [17] Ebrahimi F., Dabbagh A., Viscoelastic wave propagation analysis of axially motivated double-layered graphene sheets via nonlocal strain gradient theory. *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 30, No. 1, pp. 157-176, 2020.
- [18] Cao DY., Wang YQ., Wave dispersion in viscoelastic lipid nanotubes conveying viscous protein solution. *The European Physical Journal Plus*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-14, 2020.
- [19] Faroughi S., Rahmani A., Friswell M., On wave propagation in two-dimensional functionally graded porous rotating nano beams using a general nonlocal higher-order beam model. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 80, pp. 169-190, 2020.
- [20] Rahmani A., Safaei B., Qin Z., On wave propagation of rotating viscoelastic nanobeams with temperature effects by using modified couple stress-based nonlocal Eringen's theory. *Engineering with Computers*, pp. 1-21, 2021.
- [21] Shaat M., A general nonlocal theory and its approximations for slowly varying acoustic waves. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 130, pp. 52-63, 2017.
- [22] Shaat M., Abdelkefi A., New insights on the applicability of Eringen's nonlocal theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 121, pp. 67-75, 2017.

انتشار موج و انتقال انرژی درون سازه بدلیل تلفات هیستریزیک متوقف می گردد.

۴- با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار، نیروی جانب مرکز ناشی از آن افزایش یافته و باعث افزایش سختی معادل نانوتیر دوار می گردد. در نتیجه فرکانس انتشار امواج پیچشی و عرضی با افزایش سرعت دورانی نانوتیر دوار افزایش می یابد.



شکل ۱۲ - تاثیر تغییرات ضخامت به طول نانوتیر دوار بر فرکانس انتشار موج پیچشی و عرضی

۸- مراجع

- [1] Hassanzadeh, K., Farughi, S. Longitudinal vibrations of functionally graded material Nano-rod based on nonlocal strain gradient theory. *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 51, No.2, pp. 41-50, 2021.
- [2] Nazemizadeh, M., Saffari, H. Vibration Analysis of Mass Sensing Nanobeams at Higher Modes with Consideration of Size Effects in Nano-Scales. *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 51, No.1, pp. 247-255, 2021.
- [3] Kocaturk, T., S.D. Akbas, Wave propagation in a microbeam based on the modified couple stress theory. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 46, No.3, pp. 417-431, 2013.
- [4] Ebrahimi, F., M.R. Barati, Thermal environment effects on wave dispersion behavior of inhomogeneous strain gradient nanobeams based on higher order refined beam theory. *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 39, No.12, pp. 1560-1571, 2016.
- [5] Li, L., Y. Hu, and L. Ling, Flexural wave propagation in small-scaled functionally graded beams via a nonlocal strain gradient theory. *Composite Structures*, Vol. 133, pp. 1079-1092, 2015.
- [6] Ma L-H, Ke L-L, Wang Y-Z, Wang Y-S., Wave propagation in magneto-electro-elastic nanobeams via two nonlocal beam