

## انتشار موج در متامواد دو اتمی یک بعدی با اندرکنش های غیرمستقیم

کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران، piranfathi@gmail.com

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران، ghavanloo@shirazu.ac.ir

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران، fazelzad@shirazu.ac.ir

پیران فتحی نژاد

اسمعیل قوانلو\*

سید احمد فاضل زاده

### چکیده

در سال های اخیر، متامواد به دلیل کاربردهای آن ها در مهار ارتعاش یا فرکانس پایین و کاهش نویز، توجهات تحقیقاتی بسیاری را به خود جلب کرده اند. در این مقاله، اثر اندرکنش غیرمستقیم بر انتشار موج در متامواد دو اتمی بررسی می شود. معادلات حاکم یک سلول واحد بدست آورده شده و با استفاده از قضیه پلاک، روابط پراکنش موج این مواد بدست آورده شده و منحنی های پراکنش رسم می شوند. شکاف های باند مدل شبکه بی نهایت محاسبه می شود. بعلاوه، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله نسبت های مختلف سفتی مورد بررسی قرار می گیرند. نتایج عددی نشان می دهد که اندرکنش غیر مستقیم بر شکل منحنی های پراکنش تأثیر می گذارد، در حالی که دامنه شکاف باند کمی تغییر می کند. علاوه بر این، نتایج نشان می دهد که شکاف باند اضافی در متاماده ی پیشنهادی وجود دارد. مطالعه پارامتریک نشان می دهد که می توان با کنترل سفتی فونداسیون الاستیک، فاصله باند اضافی را تنظیم کرد. این نتایج مسیر را برای نسل جدیدی از متامواد هموار می کند.

واژه های کلیدی: متامواد دو اتمی، اندرکنش غیر مستقیم، انتشار موج، نمودار پراکنش موج، شکاف باند.

## Wave Propagation in One-Dimensional Diatomic Metamaterials with Indirect Interactions

P. Fathinejad

School of Mechanical Engineering, Shiraz University Nam, Shiraz, Iran

E. Ghavanloo

School of Mechanical Engineering, Shiraz University Nam, Shiraz, Iran

S.A. Fazelzadeh

School of Mechanical Engineering, Shiraz University Nam, Shiraz, Iran

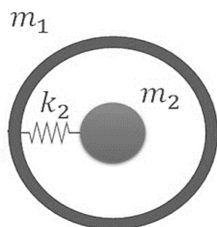
### Abstract

In recent years, metamaterials have attracted numerous research attentions due to their applications in low-frequency vibration suppression and noise reduction. In this paper, the effect of indirect interactions on the wave propagation in one-dimensional diatomic metamaterials is investigated. The governing equations of a cell are obtained and using Bloch's theorem, wave dispersion relations of these materials are obtained and then dispersion curves are plotted. The band gaps of the infinite lattice model are calculated. Furthermore, the influences of various parameters including various stiffness ratios are examined. The numerical results show that the indirect interactions affect the shape of the dispersion curves, while the range of the band-gap slightly changes. In addition, the results reveal the appearance of extra band gap in the proposed metamaterial. Parametric study shows that the extra band gap can be tuned by controlling the stiffness of elastic foundation. These results pave the path to a new generation of metamaterials.

**Keywords:** Diatomic metamaterials; Indirect interaction; Wave propagation; Wave dispersion curve; Band gap.

### ۱- مقدمه

متامواد آکوستیک مواد مصنوعی هستند که به منظور دست یابی به خواص فیزیکی غیر معمول، طراحی و ساخته می شوند. این مواد به دلیل دارا بودن خواصی که به صورت طبیعی در سایر مواد یافت نمی شود، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران و طراحان به خصوص در دو دهه اخیر بوده است. از متامواد آکوستیک می توان در کنترل و ایزوله سازی ارتعاشات، طراحی جاذب های ارتعاش و ضربه و هم چنین مسیری برای انتقال امواج استفاده کرد. سلول واحد متامواد آکوستیک عمدتاً توسط یک سلول جرم درون جرم (شکل ۱) مدل سازی و برای مطالعه رفتار متامواد آکوستیک استفاده می شود.

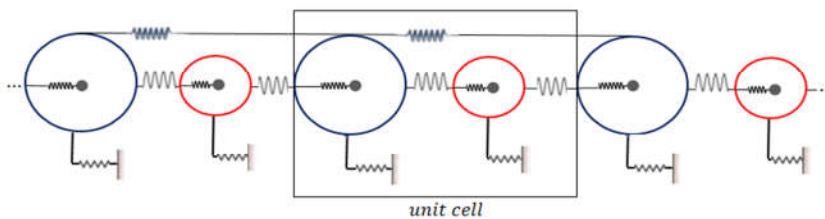


شکل ۱- سلول واحد جرم درون جرم

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ghavanloo@shirazu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۰۰/۰۲/۱۸

تاریخ پذیرش: ۰۰/۰۶/۲۹



شکل ۲- زنجیره متامواد دو اتمی با اندرکنش میان جرم‌های سنگین

دینامیکی مدل شبکه ای و وجود باندهای ایستا در سیستم شبکه ای در مرجع [۱۲] مورد مطالعه قرار گرفت. در سال ۲۰۱۸، سیویتیکانین و همکاران [۱۳] مطالعات اساسی بر روی سیستم دو درجه آزادی از زیر سیستم‌های جرم درون جرم با فنرهای غیرخطی انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که پهنای باند ایستا برای زیر سیستم‌های غیرخطی عریض تر از زیرسیستم‌های خطی می باشد. برای بهبود عملکرد دینامیکی متامواد آکوستیک، در سال ۲۰۱۹، نوع جدیدی از متامواد شامل اینترتر غیرخطی پیشنهاد شد [۱۴]. اخیراً، کنترل فعال انتشار موج در متامواد دو اتمی غیرخطی مطالعه گردید [۱۵].

با بررسی مراجعی که به تحلیل انتشار موج در متامواد پرداخته اند، مشخص می گردد که در اکثر مطالعات تنها اندرکنش بین سلول‌های واحد مجاور در نظر گرفته می شود و تنها در چند تحقیق محدود اثر اندرکنش‌های غیر مستقیم (اندرکنش میان سلول های غیر مجاور) در نظر گرفته شده است. در سال ۲۰۱۸، وانگ و همکارانش [۱۶]، انتشار موج در در متامواد تک اتمی با فنرهای غیرخطی و اندرکنشهای غیرمستقیم را مورد مطالعه قرار دادند. در تحقیق دیگری قوانلو و فاضل زاده [۱۷] اثر اندرکنش غیرمستقیم بر انتشار موج در متامواد تک اتمی را بررسی کردند و مدلی غیرمحملی را برای پیش بینی رفتار این سیستم ارائه نمودند.

با بررسی مراجع [۱۶ و ۱۷]، مشاهده می گردد که تاکنون اثر اندرکنش غیر مستقیم تنها بر انتشار موج زنجیره های تک اتمی بررسی شده است. بنابراین، در این مقاله انتشار موج در زنجیره متامواد دو اتمی بررسی می‌شود. در ساختار جدیدی که در این پژوهش ارائه شده است، اندرکنش میان اتم‌های سنگین در زنجیره دو اتمی متامواد در نظر گرفته شده است. هم‌چنین در این مدل تمامی سلول‌ها به بستری الاستیک متصل شده است که سبب ایجاد باند ایستای شبه استاتیک می شود. باند ایستای شبه استاتیک به گونه ای از باند ایستا اتلاق می شود که مرز پایین آن فرکانس صفر است [۱۸]. لازم به ذکر است علیرغم مطالعات قابل توجهی که تاکنون در زمینه انتشار امواج در متامواد یک بعدی به انجام رسیده است، مسئله ارائه شده در مقاله حاضر در هیچ تحقیقی بررسی نشده است. در این مطالعه به منظور بررسی انتشار موج در ساختار جدید متامواد دو اتمی، ابتدا معادلات حرکت برای اتم‌های واقع در سلول واحد از زنجیره استخراج می شود. در ادامه با در نظر گرفتن پاسخ‌های هارمونیک، مسأله مقدار ویژه بدست می‌آید. در نهایت با یافتن مقادیر ویژه، انتشار موج و باندهای ایستا در این ساختار در قالب نمودارهای پراکنش موج ارائه و تأثیر اندرکنش میان جرم‌های سنگین و وجود بستر الاستیک در زنجیره بر پهنای باندهای ایستا مطالعه می شود.

اولین متامواد آکوستیک در سال ۲۰۰۰ ساخته و معرفی شد [۱] و پس از آن در سال‌های اخیر مطالعات آزمایشگاهی و نظری گسترده ای بر روی انواع آن صورت پذیرفت. در اینجا برخی از مهم ترین مطالعات صورت گرفته در این زمینه مرور می‌گردند.

یکی از مهم ترین ویژگی هایی که در متامواد آکوستیک مشاهده می شود، جرم موثر وابسته به فرکانس می باشد. در بازه ای از فرکانس تحریک جرم موثر این مواد منفی خواهد بود و از انتشار موج جلوگیری می شود [۲]. بازه فرکانسی که در آن موج منتشر نمی گردد، باند ایستا نامیده می شود. در مرجع [۳]، امکان ایجاد جرم موثر منفی در متامواد به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. در تحقیقی دیگر، هوانگ و همکاران [۴ و ۵] با در نظر گرفتن دو مدل مختلف جرم درون جرم مفاهیم جرم مؤثر منفی و باند ایستا را شرح داده اند. در سال ۲۰۱۲، یک مدل مکانیکی از متامواد آکوستیک که دارای جرم مؤثر و مدول الاستیک منفی بودند، توسط هوانگ و سان [۶] ارائه شده است. در این تحقیق انتشار موج در بازه فرکانسی که در آن هر دو خاصیت منفی بودند، مورد مطالعه قرار گرفته است. در مرجع [۷]، انتشار موج در سیستم مرکب تک بعدی شامل آرایش تناوبی از سیستم‌های جرم درون جرم مورد مطالعه قرار گرفت. در تحقیق مذکور، با استفاده از یک مدل شبکه ای انتشار امواج صوتی در سیستم های تک مانعی و دو مانعی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت و معیار خوبی برای فیلترینگ امواج صوتی با استفاده از متامواد ارائه شد. آنالیز انتشار موج در زنجیره‌های گسسته ای که در آن‌ها نوسانگرهای دوتایی استفاده شده بود، توسط کوزنتسوا و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۷ مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل رفتار فنرها در کشش و فشار متفاوت از یکدیگر فرض شده است. یک مدل ارتقاء یافته از سیستم جرم درون جرم که در آن جاذب‌های ارتعاشی به وسیله فنرخطی به یکدیگر متصل بودند، در سال ۲۰۱۷ توسط هوو و همکاران [۹] مطرح شد. وانگ [۱۰] مدل‌های مختلفی از متامواد برای دست یابی به جرم و مدول منفی را پیشنهاد داد. مدل‌های پیشنهادی شامل یک سری از جرم های صلب و فنرهای خطی بود که برای اتم واقع در سلول واحد افزون بر حرکت انتقالی حرکت چرخشی نیز در نظر گرفته شده بود. لیو و رینا [۱۱] باند ایستا در سیستم‌هایی که در آن‌ها از یک یا دو تشدیدگر داخلی استفاده شده بود را بررسی کردند. مطالعات پارامتری آن‌ها نشان داد که مجموع باند ایستا برای سیستم‌های با یک و دو تشدیدگر تقریباً برابر است. هم‌چنین تعداد باند ایستا با افزایش تعداد تشدیدگرهای داخلی افزایش می یابد.

در مرجع [۱۲]، متامواد آکوستیک دو بعدی که در آن‌ها از یک یا چند تشدیدگر استفاده شده بود، مورد بررسی قرار گرفت. خواص

$$\omega^2 m A_1 = k(A_1 - A_3 e^{iqa}) + k'(A_1 - A_3 e^{-iqa}) + k_g A_1 + k_{NL} A_1 (2 - e^{2iqa} - e^{-2iqa}) + k_2 (A_1 - A_2) \quad (9)$$

$$\omega^2 m_2 A_2 = k_2 (A_2 - A_1) \quad (10)$$

$$\omega^2 m' A_3 = k(A_3 - A_1 e^{-iqa}) + k_g A_3 + k'(A_3 - A_1 e^{iqa}) + k_2' (A_3 - A_4) \quad (11)$$

$$\omega^2 m_2' A_4 = k_2' (A_4 - A_3) \quad (12)$$

معادلات (۹)-(۱۲)، به صورت مسأله مقدار ویژه زیر قابل بازنویسی است.

$$\mathbb{K} \bar{A} = \omega^2 \mathbb{M} \bar{A} \quad (13)$$

که در آن ماتریس جرم  $\mathbb{M}$ ، سفتی  $\mathbb{K}$  و بردار  $\bar{A}$  به صورت زیر خواهد بود.

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2' \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & -k_2 & -k_{13} & 0 \\ -k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ -k_{31} & 0 & k_{33} & -k_2' \\ 0 & 0 & -k_2' & k_2' \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{A} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

درایه های  $k_{11}$ ،  $k_{13}$ ،  $k_{31}$  و  $k_{33}$  به صورت زیر تعریف می شود.

$$\begin{aligned} k_{11} &= k + k' + k_2 + k_g + 2k_{NL}(1 - \cos(2qa)) \\ k_{13} &= k e^{iqa} + k' e^{-iqa} \\ k_{33} &= k + k' + k_2' + k_g \\ k_{31} &= k e^{-iqa} + k' e^{iqa} \end{aligned} \quad (17)$$

مقادیر ویژه معادله (۱۳)، فرکانس های ساختارمتامواد دو اتمی می-باشند. به منظور مطالعات پارامتری، پارامترهای بی بعد به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

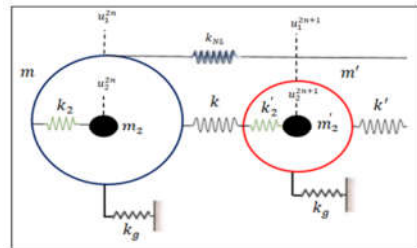
$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{m'}{m} & \alpha_1 &= \frac{m_2}{m} & \alpha_2 &= \frac{m_2'}{m} \\ \beta_1 &= \frac{k_2}{k} & \beta_2 &= \frac{k_2'}{k} & \beta_3 &= \frac{k_{NL}}{k} \\ \beta_4 &= \frac{k_g}{k} & \beta_5 &= \frac{k'}{k} & \Omega &= \frac{\omega m}{k} \end{aligned} \quad (18)$$

### ۳- نتایج عددی

در این بخش منحنی پراکنش موج در متامواد دو اتمی رسم می-گردد و اثر پارامترهای مختلف بر منحنی پراکنش موج و پهنای باند-های ایستا مورد بررسی قرار می-گیرد. پیش از بررسی اثر پارامترهای مختلف، نمودار پراکنش موج به ازای پارامترهای  $\alpha_1 = 1.3$ ،  $\alpha_0 = 0.5$ ،  $\beta_5 = 1$ ،  $\beta_4 = 0.5$ ،  $\beta_3 = 1.5$ ،  $\beta_1 = \beta_2 = 0.75$ ،  $\alpha_2 = 0.8$  رسم شده است. در این حالت به ازای هر عدد موج، سیستم دارای ۴ ریشه حقیقی مثبت (فرکانس طبیعی) می-باشد. بعلاوه، نمودار منحنی پراکنش موج دارای ۴ شاخه فرکانسی می-باشد که هریک از این شاخه

### ۲- معادلات حرکت ساختار متامواد دو اتمی

در شکل ۲ یک مدل جدید از زنجیره متامواد یک بعدی نشان داده شده است. این ساختار می-تواند برای مدل سازی رفتار دینامیکی یک ماده مرکب ناهمگن که بر روی بستر الاستیک قرار دارد، استفاده شود.



شکل ۳- سلول واحد متامواد

در این مدل، دو جرم  $m$  و  $m'$  توسط فنر  $k$  به یکدیگر متصل می-شوند. بعلاوه، جرم  $m$  توسط فنرهایی خطی به سفتی  $k_{NL}$  به دو جرم همسایه  $m$  متصل می-شود. جرم  $m$  از طریق فنر  $k_2$  به جرم داخلی  $m_2$  متصل شده است. به صورت مشابه، جرم  $m'$  از طریق فنر  $k_2'$  به جرم داخلی  $m_2'$  متصل شده است. بعلاوه، جرم های  $m$  و  $m'$  با فنر  $k_g$  به زمین متصل می-شوند. در شکل ۳ یک سلول واحد از ساختار متاماده دو اتمی نشان داده شده است. جهت بررسی انتشار موج در این ساختار با توجه به بی نهایت بودن زنجیره و تکرار سلول های واحد در طول زنجیره فقط سلول  $n$  ام از این ساختار مورد بررسی قرار می-گیرد. معادلات حرکت جرم های مختلف در سلول  $n$  ام به صورت زیر قابل استخراج می-باشد.

$$m \ddot{u}_1^{2n} = -k(u_1^{2n} - u_1^{2n+1}) - k'(u_1^{2n} - u_1^{2n-1}) - k_g u_1^{2n} - k_{NL}(2u_1^{2n} - u_1^{2n+2} - u_1^{2n-2}) - k_2(u_1^{2n} - u_2^{2n}) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{u}_2^{2n} = -k_2(u_2^{2n} - u_1^{2n}) \quad (2)$$

$$m' \ddot{u}_1^{2n+1} = -k(u_1^{2n+1} - u_1^{2n}) - k_g u_1^{2n+1} - k'(u_1^{2n+1} - u_1^{2n+2}) - k_2'(u_1^{2n+1} - u_2^{2n+1}) \quad (3)$$

$$m_2' \ddot{u}_2^{2n+1} = -k_2'(u_2^{2n+1} - u_1^{2n+1}) \quad (4)$$

در معادلات (۱-۴)،  $u_1^{2n}$  جابجایی جرم  $m$ ،  $u_2^{2n}$  جابجایی جرم  $m_2$ ،  $u_1^{2n+1}$  جابجایی جرم  $m'$  و  $u_2^{2n+1}$  جابجایی جرم  $m_2'$  می-باشند. با استفاده از نظریه بلاک<sup>۱</sup> [۱۹]، حل هارمونیک برای جابجایی جرم های مختلف به صورت روابط زیر در نظر گرفته می-شود.

$$u_1^{2n} = A_1 e^{-i\omega t} e^{i2nqa} \quad (5)$$

$$u_2^{2n} = A_2 e^{-i\omega t} e^{i2nqa} \quad (6)$$

$$u_1^{2n+1} = A_3 e^{-i\omega t} e^{i(2n+1)qa} \quad (7)$$

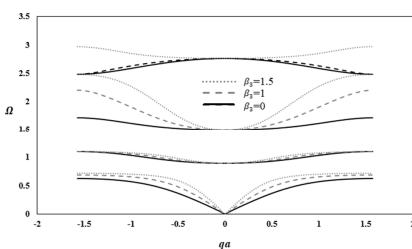
$$u_2^{2n+1} = A_4 e^{-i\omega t} e^{i(2n+1)qa} \quad (8)$$

در معادلات ۵-۸، ضرایب  $A_1 - A_4$  دامنه جابجایی ها،  $\omega$  فرکانس،  $q$  عدد موج و  $2a$  طول سلول واحد می-باشد. با جایگذاری معادلات (۵-۸) در معادلات حرکت و ساده سازی روابط، روابط زیر حاصل می-شود.

<sup>1</sup> Bloch's theory

ها یک مود ارتعاشی می باشد.

اندرکنش مستقیم است باند ایستای سوم در بازه فرکانسی [1.71, 2.48] ایجاد می شود در حالیکه به ازای  $\beta_3 = 1.5$ ، باند ایستا در بازه فرکانسی [2.48, 2.76] تشکیل می شود.



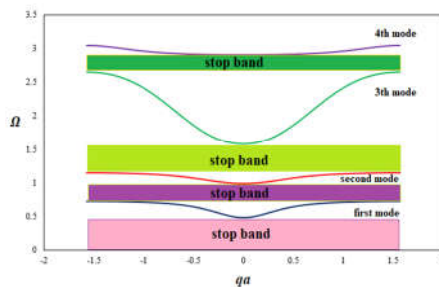
شکل ۶- اثر سفتی فنر غیر موضعی بر منحنی پراکنش موج

### ۳-۲- اثر سفتی بستر الاستیک

منحنی پراکنش موج برای ساختار متامواد دو اتمی که در آن اتم‌های واقع در زنجیره بر بستر الاستیک مستقر شده اند، در شکل ۷ نشان داده شده است. نتایج این شکل به ازای پارامترهای  $\alpha_0 = 0.5$ ،  $\alpha_1 = 1.3$ ،  $\alpha_2 = 0.8$ ،  $\alpha_3 = 0.75$ ،  $\beta_1 = \beta_2 = 0.75$ ،  $\beta_3 = 0$  و  $\beta_5 = 1$  رسم شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، در این حالت با افزایش سفتی فنر  $k_g$  هر ۴ شاخه فرکانسی بالاتر تشکیل خواهد شد. هم چنین با افزایش پارامتر  $\beta_4$  پهنای باند ایستا افزایش می‌یابد. تفاوت افزودن سفتی  $k_g$  به این ساختار در مقایسه با سایر ساختارهایی که پیش از در سایر تحقیقات بررسی شده به طور خاص در مود اول می‌باشد. در این گونه اتصال مرز پایینی باند ایستای اول فرکانس صفر می باشد و همانگونه که پیش از این بیان گردید این باند ایستا را باند ایستای شبه استاتیکی می نامند. همانگونه که مشاهده می شود، چنانچه به ازای  $\beta_4 = 0.5$ ، موج هایی که فرکانس آن کمتر از 0.59 می باشد در سیستم منتشر نمی شود. بنابراین برای فیلتر کردن موج ها از ساختارهایی مشابه آنچه در این مقاله ارائه شده است می توان بهره جست.

### ۳-۳- اثر سفتی تشدیدگر داخلی

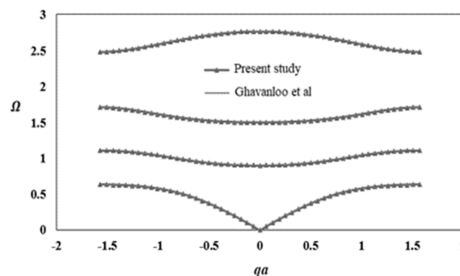
در شکل ۸ اثر تغییرات سفتی تشدیدگر داخلی  $\beta_2$  بر پراکنش موج در ساختار متامواد دو اتمی بررسی شده است. نتایج این شکل به ازای پارامترهای  $\alpha_0 = 0.5$ ،  $\alpha_1 = 1.3$ ،  $\alpha_2 = 0.8$ ،  $\alpha_3 = 0.75$ ،  $\beta_1 = 1.5$ ،  $\beta_4 = 0.5$  و  $\beta_5 = 1$  رسم شده است. در این حالت افزایش سفتی تشدیدگر داخلی بر موقعیت و پهنای باند های ایستای اول و دوم تاثیر گذار نیست. هم چنین با افزایش سفتی تشدیدگر داخلی مودهای سوم و چهارم در فرکانس‌های بالاتر تشکیل می‌شوند. ضمن این که به طور ویژه در این حالت افزایش  $\beta_2$  سبب افزایش قابل توجه پهنای باند ایستای سوم خواهد شد.



شکل ۴- منحنی پراکنش موج و باندهای ایستا

نکته مهم در بررسی منحنی پراکنش موج در متامواد دو اتمی وجود بازه‌های فرکانسی مشخصی است که به ازای آن‌ها انتشار موج در طول زنجیره متوقف می‌شود. این بازه‌های فرکانسی که باند ایستا نامیده می‌شوند در طراحی جاذب‌های ارتعاشی بسیار حائز اهمیت می‌باشند. در باند ایستا به ازای فرکانس‌های مشخص عدد موجی به اتم های ساختار متامواد تعلق نمی گیرد لذا در این بازه فرکانسی انتشار موج در ساختار متوقف می‌شود.

جهت اعتبار سنجی نتایج حاصل، نمودار پراکنش موج در متامواد دو اتمی با اندرکنش مستقیم مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۵ نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۰] مقایسه می‌شود. نتایج این شکل به ازای پارامترهای  $\alpha_0 = 0.5$ ،  $\alpha_1 = 1.3$ ،  $\alpha_2 = 0.8$ ،  $\alpha_3 = 0.75$ ،  $\beta_1 = \beta_2 = 0.75$ ،  $\beta_3 = \beta_4 = 0$  و  $\beta_5 = 1$  رسم شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود نتایج حاصل تطابق خوبی با نتایج مرجع [۲۰] دارد. پس از اعتبار سنجی نتایج، به بررسی پارامترهای مختلف پرداخته خواهد شد.

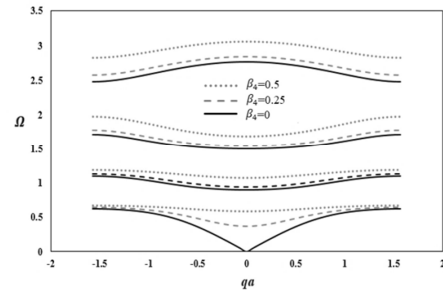


شکل ۵- اعتبارسنجی نتایج با مرجع [۲۰]

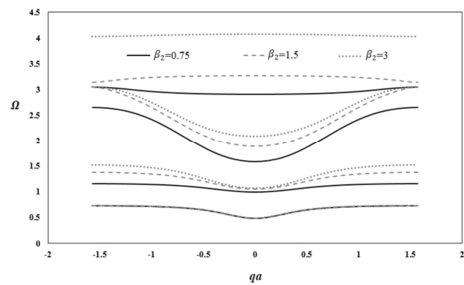
### ۳-۱- اثر سفتی فنر غیر موضعی

اثر تغییرات سفتی  $k_{NL}$  بر انتشار موج در زنجیره دو اتمی در شکل ۶ نشان داده شده است. نتایج این شکل به ازای پارامترهای  $\alpha_0 = 0.5$ ،  $\alpha_1 = 1.3$ ،  $\alpha_2 = 0.8$ ،  $\alpha_3 = 0.5$ ،  $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$ ،  $\beta_4 = 0$  و  $\beta_5 = 1$  حاصل شده است. در این حالت ساختار دارای ۳ باند ایستا می‌باشد. همانگونه که مشاهده می‌شود، با تغییر مقدار  $\beta_3$  مود دوم تغییر چندانی نخواهد داشت و نقاط کمینه و بیشینه در این مود در تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌باشند. در مودهای اول، سوم و چهارم نیز مشاهده می‌شود که با افزایش  $\beta_3$  باند ایستا در فرکانس‌های بالاتر تشکیل خواهد شد. بعنوان مثال، در حالت  $\beta_3 = 0$  که نشان دهنده حالت

- International Journal of Engineering Science*, Vol. 47, No. 4, pp. 610-617, 2009.
- [5] Huang G., Sun C., Band Gaps in a Multiresonator Acoustic Metamaterial. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 132, No. 3, 2010.
- [6] Huang H. H., Sun C. T., Anomalous Wave Propagation in a One-dimensional Acoustic Metamaterial Having Simultaneously Negative Mass Density and Young's Modulus. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 132, No. 4, pp. 2887-2895, 2012.
- [7] Terao T., Wave Propagation in Acoustic Metamaterial Double-Barrier Structures. *Physica Status Solidi (A)*, Vol. 213, No. 10, pp. 2773-2779, 2016.
- [8] Kuznetsova M. S., Pasternak E., and Dyskin A. V., Analysis of Wave Propagation in a Discrete Chain of Bilinear Oscillators. *Nonlinear Processes in Geophysics*, Vol. 24, No. 3, pp. 455-460, 2017.
- [9] Hu G., Tang L., Das R., Gao S., Liu H., Acoustic Metamaterials with Coupled Local Resonators for Broadband Vibration Suppression. *AIP Advances*, Vol. 7, No. 2, p.p 025211, 2017.
- [10] Wang X., Dynamic Behaviour of a Metamaterial System with Negative Mass and Modulus. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, No. 7-8, pp. 1534-1541, 2014.
- [11] Liu C., Reina C., Broadband Locally Resonant Metamaterials with Graded Hierarchical Architecture. *Journal of Applied Physics*, Vol. 123, No. 9, p. 095108, 2018.
- [12] Sang S., Sandgren E., Study of Two-Dimensional Acoustic Metamaterial Based on Lattice System. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, Vol. 6, No. 6, pp. 513-521, 2018.
- [13] Cveticanin L., Zukovic M., Cveticanin D., On the Elastic Metamaterial with Negative Effective Mass. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 436, pp. 295-309, 2018.
- [14] Madhamshetty K., Manimala J. M., Extraordinary Wave Manipulation Characteristics of Nonlinear Inertant Acoustic Metamaterials. *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 356, No. 14, pp. 7731-7753, 2019.
- [15] Chen Z., Zhou W., Lim C., Active Control for Acoustic Wave Propagation in Nonlinear Diatomic Acoustic Metamaterials. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 125, p. p 103535, 2020.
- [16] Wang, J., Zhou, W., Huang, Y., Lyu, C., Chen, W., Zhu, W., Controllable Wave Propagation in a Weakly Nonlinear Monoatomic Lattice Chain with Nonlocal Interaction and Active Control. *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 39, No. 8, pp. 1059-1070, 2018.
- [17] Ghavanloo E., Fazelzadeh S.A., Wave Propagation in One-Dimensional Infinite Acoustic Metamaterials with Long-Range Interactions. *Acta Mechanica*, Vol. 230, No. 12, pp. 4453-4461, 2019.
- [18] Oh, J.H., Assouar, B., Quasi-static Stop Band with Flexural Metamaterial having Zero Rotational Stiffness. *Scientific Reports*, Vol. 6, No. 1, p. 33410, 2018.
- [19] Hussein M. I., Theory of Damped Bloch Waves in Elastic Media. *Physical Review B*, Vol. 80, No. 21, pp. 212301, 2009.
- [20] Ghavanloo E., Fazelzadeh S. A., Raffi-Tabar H., Formulation of an Efficient Continuum Mechanics-Based Model to Study Wave Propagation in One-dimensional Diatomic Lattices," *Mechanics Research Communications*, Vol. 103, pp. 103467, 2020.



شکل ۷- اثر سفتی بستر الاستیک بر منحنی پراکنش موج تمامواد دو اتمی



شکل ۸- اثر تغییرات سفتی تشدیدگر داخلی بر منحنی پراکنش موج

#### ۴- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی انتشار موج در زنجیره تمامواد دو اتمی با اندرکنش‌های غیر مستقیم پرداخته شد. در مدل ارائه شده تمامی اتم‌های زنجیره تمامواد بر روی بستر الاستیک نیز قرار داشتند. برای مطالعه مشخصات انتشار موج در این ساختار ابتدا معادلات حرکت برای اتم‌های واقع در سلول واحد استخراج و سپس پاسخ‌های هارمونیک مناسب برای جایابی اتم‌ها در نظر گرفته شده است. هم چنین با یافتن مقادیر ویژه، منحنی انتشار موج در ساختار ارائه شده است. نتایج نشان داد که با قرار گرفتن اتم‌های زنجیره تمامواد بر روی بستر الاستیک ۴ باند ایستا در منحنی پراکنش موج تشکیل خواهد شد. ضمن اینکه با افزایش سفتی بستر الاستیک پهنای باند ایستا افزایش می‌یابد و همچنین باد ایستای شبه استاتیکی ایجاد می‌گردد. افزون بر این با در نظر گرفتن اندرکنش غیر مستقیم، باندهای ایستا در فرکانس‌های بالاتر ایجاد شود.

#### ۵- مراجع

- [1] Liu Z., Zhang X., Mao Y., Zhu Y., Yang Z., Chan C. T., and Sheng P., Locally Resonant Sonic Materials. *Science*, Vol. 289, No. 5485, pp. 1734-1736, 2000.
- [2] Zhu, R., Liu, X.N., Hu, G.K., Yuan, F.G., Huang, G.L. Microstructural Designs of Plate-type Elastic Metamaterial and their Potential Applications: A Review. *International Journal of Smart and Nano Materials*, Vol. 6, No. 1, pp. 14-40, 2015.
- [3] Yao S., Zhou X., and Hu G., Experimental Study on Negative Effective Mass in a 1D Mass-Spring System. *New Journal of Physics*, Vol. 10, No. 4, pp. 043020, 2008.
- [4] Huang H., Sun C., and Huang G., On the Negative Effective Mass Density in Acoustic Metamaterials.