

# مدل سازی و پیاده سازی اجزا محدود رفتار خمشی ناهمسانگرد محرک های الاستومر دی الکتریک تقویت شده با الیاف زاویه دار متقاطع

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران،  
allahyari@email.kntu.ac.ir

احسان الهیاری

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران، asgari@kntu.ac.ir

مسعود عسگری\*

## چکیده

هدف از ارائه این مقاله، بررسی و توسعه روابط ساختاری حاکم بر الاستومرهای دی الکتریک تقویت شده با الیاف با استفاده از نرم افزار المان محدود است زیرا الاستومرهای دی الکتریک دسته ای از مواد هستند که در صورت قرارگیری در میدان الکتریکی، با تغییر شکل همراه می شوند. در نتیجه با توجه به این ویژگی و کاربرد گسترده در عضلات مصنوعی بررسی رفتار آن ها بسیار حائز اهمیت است. در گام اول به توسعه و محاسبات مقادیر تنش با استفاده از ناپایاها پرداخته می شود. در ادامه با توجه به غیرخطی بودن رفتار ماده نیاز است تا مدول مماسی که یکی از اجزای بسیار مهم در تحلیل مدل المان محدود است محاسبه شود. در نهایت با توجه به نتایج مشاهده می شود که تاثیر زاویه جهت گیری الیاف بر روی مقادیر تنش غیرقابل انکار است. اینکه چگونه با افزایش زاویه جهت گیری الیاف، میزان خمش ماده ناهمسانگرد افزایش پیدا خواهد کرد. همچنین افزایش ولتاژ اعمالی بدون توجه به هر نوع جهت گیری الیاف، با افزایش میزان تنش کرش هف در راستای نشان داده شده در شکل همراه است.

واژه های کلیدی: الاستومر دی الکتریک، الیاف، روابط ساختاری، ناهمسانگردی، ولتاژ، مدول مماسی، المان محدود، روابط ساختاری.

## Modeling and implementation of finite element anisotropic flexural behavior of dielectric elastomer actuators reinforced with cross-angled fibers

E. Allahyari  
M. Asgari

Faculty of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University, Tehran, Iran  
Faculty of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University, Tehran, Iran

## Abstract

The purpose of this paper is to investigate and develop the constitutive equation governing fiber-reinforced dielectric elastomers using finite element software because dielectric elastomers are a class of materials that undergo deformation when subjected to an electric field. As a result, due to this feature and widespread use in artificial muscles, it is very important to study their behavior. In the first step, the stress values are developed and calculated using invariants. Next, due to the nonlinearity of the material behavior, it is necessary to calculate the tangential modulus, which is one of the most important components in the analysis of the finite element model. Finally, according to the results, it is observed that the effect of fiber orientation angle on stress values is inevitable. How the anisotropic material bending rate will increase as the fiber orientation angle increases. Also, increasing the applied voltage, regardless of any orientation of the fibers, is associated with increasing the Kirchhoff stress in the direction shown in the figure.

**Keywords:** Dielectric elastomer, Fibers, Constitutive equations, Anisotropy, Voltage, Tangent modulus, Finite element, Constitutive equation.

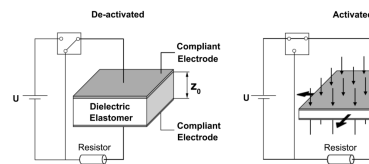
تغییر شکل های بسیار بزرگی از خود نشان دهند، می توانند نیازهای قابل توجهی را در سازه های پیشرفته مختلف تحت بارگذاری های پیچیده مانند عضلات مصنوعی در مصارف مهندسی پزشکی، میکرو-ربات ها، عملگرها و حسگرهای مختلف برطرف کنند. این خاصیت باعث می شود تا از این پلیمرها به عنوان عملگر یا حسگر [۲] نیز استفاده شود. پلیمرهای الکترواکتیو در مقایسه با آلیاژهای حافظه دار، سرعت پاسخ بالاتر، چگالی کمتر و حالت ارتجاعی بیشتری داشته و همچنین نسبت به سرامیک های الکترواکتیو دارای چگالی و ولتاژ تحریک کمتری می باشد [۳]. پلیمرهای الکترواکتیو با توجه به مکانیزم تحریک به دو دسته اصلی تقسیم بندی می شوند: پلیمرهای الکترواکتیو الکترونی و پلیمرهای الکترواکتیو یونی. همچنین باید به این نکته اشاره کرد که میدان الکتریکی و یا نیروهای کولنی، سبب تحریک پلیمرهای الکترواکتیو الکترونی می شوند در صورتیکه در پلیمرهای الکترواکتیو یونی، حرکت و انتشار یون از عوامل اولیه تحریک هستند [۴]. در بین

## ۱- مقدمه

امروزه با افزایش سرعت پیشرفت علم در بسیاری از زمینه ها، مواد هوشمند نیز به سرعت توسعه یافته و در بسیاری از تجهیزات مورد استفاده قرار می گیرند. اصطلاح هوشمند را به گونه ای از مواد می توان اطلاق کرد که می توانند با درک محیط و شرایط اطراف خود، نسبت به آن واکنش نشان دهند. پلیمرها نیز از این مستثنی نبوده و در برابر محرک های مختلفی مانند دما، میدان های الکتریکی و میدان های مغناطیسی، عکس العمل های متفاوتی از خود نشان می دهند. پلیمرهای الکترواکتیو، پلیمرهای هوشمندی هستند که در پاسخ به محرک های خارجی، تغییر شکل و اندازه می دهند و همچنین در برابر تغییر شکل در آن ها جریان الکتریکی تولید می شود [۱]. پلیمرهای الکترواکتیو، با توجه به انعطاف پذیری، وزن کم و هزینه ساخت پایین، توانسته اند توجه محققین بسیاری را در زمینه سازه های پیشرفته به خود جلب کنند. از آنجاییکه این پلیمرها قادر هستند با تحریک الکتریکی مناسب

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: asgari@kntu.ac.ir

پلیمرهای الکترواکتیو، الاستومر دی‌الکتریک یک از پرکاربردترین و موفق‌ترین نوع پلیمرهای الکترواکتیو است که بسیار مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. دی‌الکتریک‌ها همچون الاستومر سیلیکون و اکریلیک گونه‌ای از پلیمرها هستند که سفتی الاستیک پایین و ثابت دی‌الکتریک بالا دارند. الاستومرهای دی‌الکتریک علاوه بر کرنش‌های بزرگ تا ۳۰۰ درصد، از مزایای دیگری مانند تکنیک ساخت ساده و کم‌هزینه به‌علاوه راحتی در شکل‌پذیری نیز برخوردار هستند. بطور کلی یک الاستومر دی‌الکتریک از دو الکتروود در بالا و پایین به‌همراه یک عایق الاستومتری که در بین آن‌ها قرار دارد تشکیل شده است. این الاستومر به شدت تراکم‌ناپذیر بوده و از قابلیت تغییرشکل برخوردار است. الکتروودها نیز بسیار نازک و به شدت رسانا بوده و بدون اینکه تنش خاصی را ایجاد و یا قدرت رسانایی خود را از دست بدهند همراه با الاستومر تغییرشکل می‌دهند [۵]-[۷]. با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که اعمال یک میدان الکتریکی قوی، منجر به تشکیل بارهای الکتریکی مثبت و منفی بر روی هر یک از الکتروودها شده و این مساله منجر به انقباض الاستومر در جهت ضخامت و انبساط آن در جهت‌های درون صفحه‌ای می‌شود.



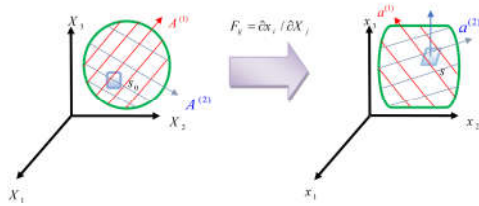
شکل ۱- عملکرد تغییرشکل الاستومر دی‌الکتریک در زمان اعمال میدان الکتریکی [۸]

در زمینه الاستومرهای دی‌الکتریک همسانگرد دورفمن و آگدن [۹] در سال ۲۰۰۵ به بررسی رفتار غیرخطی مواد دی‌الکتریک پرداختند. آن‌ها بر اساس رابطه‌ای بین میدان الکتریکی و تغییرشکل مکانیکی روابط الکتروالاستیسیته غیرخطی را استخراج نموده و تحت تغییرشکل‌های محدود به تحلیل شرایط مختلف مرزی پرداختند. معادلات ساختاری الاستومر دی‌الکتریک با استفاده از تابع انرژی آزاد و میدان الکتریکی در هر دو حالت اویلری و لاگرانژی برای بررسی میزان کرنش ماده مورد تحلیل قرار گرفتند. در نهایت به‌عنوان نمونه، ماده در حالت‌های تراکم‌ناپذیر، تراکم‌ناپذیر، همگن، ناهمگن و برش خالص مورد بررسی قرار گرفته و روابط مربوطه استخراج شده‌اند. گول‌برن و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۵ با استفاده از روابط ماکسول‌فارادی و الاستیسیته غیرخطی، روابط مکانیکی مربوط به دی‌الکتریک الاستومرهایی را که با تغییرشکل‌های بزرگ، رفتار غیرخطی ماده و اثرات الکتریکی همراه بودند را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از یک مدل تحلیلی برای بررسی رفتار الاستومر دی‌الکتریک تحت تاثیر تغییرات ولتاژ اعمالی، کشیدگی اولیه و فشار خارجی استفاده شده است. موکنستروم و گول‌برن [۱۱] در سال ۲۰۰۶ رفتار یک لایه نازک الاستومر دی‌الکتریک کروی با خاصیت ویسکوالاستیک را با در نظر گرفتن هر دو فشار مکانیکی و الکترواستاتیکی مدل کرده و مورد بررسی قرار دادند. تنش‌های کوشی به‌همراه ناپایه‌های کشیدگی مرتبط به کشیدگی‌های اصلی محاسبه و برای بررسی رفتار هایپرالاستیک سازه، از مدل مونی استفاده گردید. چن و همکاران [۱۲] در سال

۲۰۱۷ با استفاده از تابع انرژی آزاد هلمهولتز الاستومر دی‌الکتریک و اثرات حرارتی، معادلات حاکم بر مساله را استخراج کردند. با بررسی نتایج مشخص می‌شود که تغییرشکل‌های بدست آمده از مدل شبه-استاتیکی و مدل دینامیکی، در اوایل تحریک یکسان اما با افزایش نرخ کشیدگی تغییر می‌کند. هنگامی که الاستومر دی‌الکتریک توسط یک ولتاژ سینوسی با دامنه کم تحریک می‌شود، کشیدگی القاء شده توسط مدل شبه‌استاتیکی و دینامیکی یکسان بوده ولی در حالت دامنه زیاد، نتایج متفاوت است. در ادامه از مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی رفتار ویسکوالاستیک استفاده شده است. بررسی اثرات تنش‌های کوشی، پاسخ فرکانس ارتعاشی و ناپایداری بر روی رفتار دینامیکی محرک‌های دی‌الکتریک الاستومر توسط کیم و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۸ انجام شد. فرض شده است که ماده همسانگرد، همگن و تراکم‌ناپذیر بوده و رفتار غیرخطی آن نیز توسط مدل‌های نئوهوکین، مونی‌ریولین و آگدن که دارای پارامترهای نسبتاً پیچیده‌ای می‌باشند مورد بررسی قرار گرفته است. پارامترهای ناپایداری دینامیکی نیز با استفاده از انرژی بالانس بدست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت کشیدگی فرکانس طبیعی نیز افزایش یافته و برای نسبت کشیدگی بسیار بزرگ، به یک مقدار ثابت میل می‌کند. همچنین در مدل مونی‌ریولین نیز، فرکانس‌های طبیعی با افزایش کشیدگی اولیه افزایش یافته و نرخ افزایش به نسبت ثوابت ماده بستگی دارد. مشاهده می‌شود که اثر دمپینگ نیز در روابط لحاظ شده است.

حال با توجه به موارد اشاره شده در بالا، مشاهده می‌شود که این الاستومرها در زمینه کاربردی نیز با سرعت بسیار بالایی به توسعه و گسترش عملکرد سازه‌های هوشمند کمک کرده‌اند [۱۴]-[۲۳]. اینکه الاستومرهای دی‌الکتریک این پتانسیل و ظرفیت را دارند تا با توجه به هزینه ساخت پایین، عدم ایجاد آلودگی صوتی، انعطاف‌پذیری بالا و چگالی پایین به عنوان حسگر و محرک‌های بسیار دقیق و حساس در سیستم‌های صنعتی بکار گرفته شوند [۲۴]-[۳۱]. به عنوان مثال چوبی و همکاران [۳۲] به بررسی محرک الاستومر دی‌الکتریکی پرداختند که فرایند ساخت آن بسیار ساده بوده و با هزینه بسیار پایینی تولید می‌شود. علاوه بر این راجامانی و همکاران [۳۳] نیز به توضیح نحوه فرآیند ساخت، تحلیل و انجام آزمایش بر روی محرک‌های غلتیده‌شده الاستومر دی‌الکتریک پرداختند.

در ادامه رفتار الاستومر دی‌الکتریک ناهمسانگرد مورد بررسی قرار خواهد گرفت. یونگ و همکاران [۳۴] در سال ۲۰۱۲ ناپایداری الکترومکانیکی الاستومرهای دی‌الکتریک ناهمسانگرد را تحت تاثیر میدان الکتریکی و تنش محوری مورد بررسی قرار دادند. ناپایداری الکترومکانیکی در حالتی که لایه نازکی از دی‌الکتریک مانند ساندویچ بین دو الکتروود قرار گرفته است تحلیل شده است. با بکارگیری مدل نئوهوکین، تانسور تغییرشکل کوشی‌گرین و انرژی هلمهولتز، روابط حاکم بر یک سازه ناهمسانگرد دی‌الکتریک استخراج شده‌اند که برای حل آن نیز از یک روش تحلیلی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش پارامتر ناهمسانگرد، پایداری الاستومر دی‌الکتریک به شکل محسوس افزایش می‌یابد. هی و همکاران [۳۵] در سال ۲۰۱۸ تغییرشکل متقارن محوری یک استوانه الاستومر دی‌الکتریک تحت پیچش را که با الیاف به شکل مارپیچ تقویت شده بود را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با استفاده از مدل کاربردی مونی‌ریولین و دی-



شکل ۲- وضعیت اولیه و تغییر شکل یافته الاستومر تقویت شده با الیاف

حروف بزرگ  $X_1, X_2, X_3$  پیکربندی را در وضعیت اولیه و حروف کوچک  $x_1, x_2, x_3$  حالت تغییر شکل یافته را نشان می‌دهند. الیاف تقویت کننده الاستومر به کمک بردارهایی با اندازه واحد به صورت  $A^{(1)}, A^{(2)}$  و در حالت تغییر شکل یافته با استفاده از تعریف بردارهای تغییر شکل، به صورت  $a^{(1)}=FA^{(1)}, a^{(2)}=FA^{(2)}$  بیان می‌شوند [۳۸].

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

برای سادگی در محاسبات تانسور کوشی راست  $C=FF^T$  و تانسور کوشی چپ به صورت  $B=FF^T$  تعریف می‌شوند. تانسور کرنش لاگرانژی به صورت  $E^s=1/2(C-I)$  می‌باشد که I ماتریس واحد است. با توجه به تانسور کوشی راست و جهت‌گیری الیاف، ناپایایی زیر برای یک الاستومر دی‌الکتریک ناهمسانگرد که تحت تاثیر میدان الکتریکی قرار دارد تعریف می‌شوند [۳۹]:

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{tr}C, I_2 = 1/2[(\text{tr}C)^2 - \text{tr}(C^2)] \\ I_3 &= \det C, I_4 = A^{(1)} \cdot (CA^{(1)}) \\ I_5 &= A^{(1)} \cdot (C^2 A^{(1)}) \\ I_6 &= A^{(2)} \cdot (CA^{(2)}) \\ I_7 &= A^{(2)} \cdot (C^2 A^{(2)}) \\ I_8 &= A^{(1)} \cdot (CA^{(2)}) \\ I_9 &= A^{(1)} \cdot (C^2 A^{(2)}), I_{10} = |E|^2 \\ I_{11} &= E \cdot (C^{-1}E), I_{12} = E \cdot (C^{-2}E) \\ I_{13} &= A^{(1)} \cdot E, I_{14} = A^{(1)} \cdot (CE) \\ I_{15} &= A^{(2)} \cdot E, I_{16} = A^{(2)} \cdot (CE) \\ I_{17} &= (A^{(1)} \times A^{(2)}) \cdot E \\ I_{18} &= (A^{(1)} \times A^{(2)}) \cdot (CE) \\ I_{19} &= (A^{(1)} \times A^{(2)}) \cdot (C^2 E) \end{aligned} \quad (2)$$

میدان الکتریکی اسمی به صورت  $E=F^T e$  و میدان الکتریکی حقیقی نیز به صورت  $e=F^{-1}E$  بیان می‌شود. در نتیجه ناپایایی مربوط به آن به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} I_{11} &= E \cdot (F^T F)^{-1} E \\ &= F^{-1} E \cdot (F^T F)^{-1} E F \\ &= F^{-1} E \cdot F^{-1} E \\ &= e \cdot e \end{aligned} \quad (3)$$

که منظور از  $\times$  ضرب خارجی (بردار) و  $\cdot$  ضرب داخلی (اسکالر) می‌باشد.

با توجه به اینکه در تغییر شکل‌های بزرگ عموماً سطح تغییر شکل یافته مجهول است لذا نمی‌توان از تنش کوشی مستقیم در مواد

الکتریک ایده‌آل موفق به معرفی یک رابطه ساختاری برای یک محرک الاستومر دی‌الکتریک که توسط الیاف تقویت شده است شده‌اند. در ادامه با استفاده از روابط تعادل و شرایط مرزی حاکم بر مساله روابط مربوطه را فرموله کرده و به صورت عددی مورد تحلیل و بررسی قرار دادند. در نهایت اثر زاویه الیاف، بارگذاری‌های مکانیکی مانند فشار داخلی، بارهای محوری و گشتاور پیچشی بر روی رفتار محرک دی‌الکتریک هنگام اعمال ولتاژ مورد بررسی قرار گرفتند. حسین و استین-من [۳۶] در سال ۲۰۱۸ یک رابطه ساختاری جدید برای پلیمرهای الکترواکتیو با خاصیت ناهمسانگرد به وسیله پخش دسته‌ای از الیاف معرفی نمودند. برای فرموله کردن روابط از قوانین ترمودینامیک استفاده شده است. برای نشان دادن عملکرد سازه استوانه‌ای با تقارن محوری تحت بارگذاری کوپل الکترومکانیکی در ابتدا یک مساله مقدار مرزی غیرهمگن مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به افزایش سرعت بکارگیری الاستومرهای دی‌الکتریک ناهمسانگرد، هدف از نگارش این مقاله توسعه یک چارچوب المان محدود بر اساس مکانیک محیط پیوسته غیرخطی و نظریه‌های الکتروالاستیسیته برای مدل‌سازی پلیمر تقویت شده به کمک الیاف در نرم‌افزار المان محدود است. برای این منظور با تعمیم مدل‌های معروف ماده هایپرالاستیسیته و در نظر گرفتن ویژگی ناهمسانگردی، به معرفی یک مدل جدید برای بررسی رفتار ماده پرداخته می‌شود. در ادامه با استفاده از رویکرد مکانیک محیط پیوسته، تنش‌های کوشی و پایولا محاسبه می‌شوند به طوری که مدول مماسی به صورت تانسوری تعریف خواهد شد که نرخ جامن تنش کرشهف به نرخ تانسور تغییر شکل را مرتبط سازد. استفاده از الیاف درون یک الاستومر محرک خمشی منجر می‌شود تا میزان جابه‌جایی تحریک افزایش یابد.

## ۲- تعریف مسئله

در یک تعریف کلی هایپرالاستیسیته دانش تحلیل رفتار مواد الاستیک غیرخطی در تغییر شکل‌های بزرگ موادی است که دارای تابع انرژی کرنشی باشند [۳۷]. لاستیک‌ها یک نمونه از مواد دارای مشخصه رفتاری مذکور هستند. برخلاف روابط کلاسیکی که برای مواد در کرنش‌های کوچک بکار گرفته می‌شود، در روابط هایپرالاستیسیته تنش مستقیماً از کرنش به دست نمی‌آید. تغییر شکل در مواد هایپرالاستیک مانند لاستیک‌ها معمولاً برای مقادیر کرنش بزرگ نیز به صورت الاستیک باقی می‌ماند (معمولاً تا بیش از ۱۰۰ درصد کرنش). بنابراین منحنی تنش کرنش در کشش غیرخطی بوده و قوانین هوک نمی‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. این مواد در اکثر موارد تراکم ناپذیر هستند. تلاش زیادی توسط محققان به منظور ایجاد یک ارتباط بین نتایج تجربی و تئوری نمودار تنش کرنش مواد هایپرالاستیک صورت پذیرفته است. در این بین الاستومرهای دی‌الکتریک نیز به دلیل داشتن کرنش‌های بسیار زیاد، رفتار غیرخطی شدیدی تحت اعمال ولتاژ الکتریکی از خود نشان می‌دهند. از اینرو در این مواد تنش بر اساس اصل کار مجازی و با استفاده از تابع انرژی پتاسیل کرنشی  $W$  که بر مبنای تانسور گرادیان تغییر شکل  $F$  می‌باشد، به دست می‌آید. تعاریف و نمادگذاری‌های بکار رفته در مکانیک محیط پیوسته در شکل ۲ مشخص شده‌اند.

هایپروالاستیک استفاده نمود از اینرو در مواد هایپروالاستیک از تعریف دیگری به نام تنش دوم پایولا که بر اساس سطح مرجع  $s_0$  (سطح قبل از تغییرشکل) می باشد، استفاده می شود. مدل ساختاری هایپروالاستیک خواص الاستیک یک ماده را به وسیله انرژی پتانسیل کرنشی توصیف می کند. بر اساس علم مکانیک محیط پیوسته، سطح زیر منحنی تنش-کرنش، تابع پتانسیل انرژی کرنشی نامیده می شود. تابع انرژی پتانسیل مستقل از مسیر است، لذا نتیجه می شود که [۴۰]:

$$W = \int_0^t S : \dot{E}^* dt \quad (4)$$

$$\dot{W} = S : \dot{E}^*$$

که  $S$  تانسور تنش دوم پایولا،  $\dot{E}^*$  نرخ تغییرات زمانی تانسور کرنش لاگرانژی و: ضرب عددی دو تانسور است. با بکارگیری نابرابری کلازیوس پلانک [۴۰]، تانسور تنش نامتقارن پایولا-کرشیف  $P$  به شکل زیر استخراج می شود:

$$P : \dot{F} - \dot{W} = (P - \frac{\partial W(F)}{\partial F}) : \dot{F} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow P = \frac{\partial W(F)}{\partial F}$$

که مشتق زمانی تابع چگالی انرژی به صورت  $\dot{W} = \partial W(F) / \partial F : \dot{F}$  است.

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \text{tr}[(\frac{\partial W(F)}{\partial F})^T \dot{F}] \\ &= \text{tr}[(\frac{\partial W(C)}{\partial C}) \dot{C}] \\ &= \text{tr}[(\frac{\partial W(C)}{\partial C}) (\dot{F}^T F + F^T \dot{F})] \\ &= 2 \text{tr}[(\frac{\partial W(C)}{\partial C}) F^T \dot{F}] \end{aligned} \quad (6)$$

با مقایسه  $\dot{W} = \partial W(F) / \partial F : \dot{F}$  و معادله بالا، نتیجه می شود که:

$$(\frac{\partial W(F)}{\partial F})^T = 2 (\frac{\partial W(C)}{\partial C}) F^T \quad (7)$$

حال تانسور تنش کوشی  $\sigma = J^{-1} P F^T$  به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\sigma = 2 J^{-1} F \frac{\partial W(C)}{\partial C} F^T \quad (8)$$

با استفاده از  $E^* = 1/2(C-I)$ ، تانسور تنش پایولا-کرشیف دوم  $S = F^{-1} P$  به شکل زیر نوشته می شود:

$$S = 2 \frac{\partial W(C)}{\partial C} \quad (9)$$

در نهایت با استفاده از قاعده زنجیره ای و مشتقات ناپایاها، تانسورهای تنش پایولا-کرشیف دوم و تنش کوشی استخراج می شوند:

$$\begin{aligned} S &= 2 \frac{\partial W(C)}{\partial C} \\ &= 2 [ \frac{\partial W}{\partial I_1} I + \frac{\partial W}{\partial I_2} (I_1 I - C) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_3} (I_3 C^{-1}) + \frac{\partial W}{\partial I_4} (A^{(1)} \otimes A^{(1)}) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_5} (A^{(1)} \otimes C A^{(1)} + A^{(1)} C \otimes A^{(1)}) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_6} (A^{(2)} \otimes A^{(2)}) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_7} (A^{(2)} \otimes C A^{(2)} + A^{(2)} C \otimes A^{(2)}) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_8} (\frac{1}{2} (A^{(1)} \cdot A^{(2)}) (A^{(1)} \otimes A^{(2)} \\ &+ A^{(2)} \otimes A^{(1)})) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_9} (A^{(1)} \cdot C A^{(2)} + A^{(1)} \cdot C \otimes A^{(2)}) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_{11}} (-C^{-1} (E \otimes C^{-1} E)) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_{12}} (-C^{-1} E \otimes E - E \otimes C^{-1} E) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_{14}} (A^{(1)} \otimes E) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_{16}} (A^{(2)} \otimes E) + \frac{\partial W}{\partial I_{18}} ((A^{(1)} \times A^{(2)}) \otimes E) \\ &+ \frac{\partial W}{\partial I_{19}} ((A^{(1)} \times A^{(2)}) \otimes C (A^{(1)} \times A^{(2)})) \\ &+ (A^{(1)} \times A^{(2)}) C \otimes (A^{(1)} \times A^{(2)})] \\ \sigma &= 2 J^{-1} F \frac{\partial W(C)}{\partial C} F^T \\ &= 2 J^{-1} [ F \frac{\partial W}{\partial I_1} I F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_2} (I_1 I - C) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_3} (I_3 C^{-1}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_4} (A^{(1)} \otimes A^{(1)}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_5} (A^{(1)} \otimes C A^{(1)} + A^{(1)} C \otimes A^{(1)}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_6} (A^{(2)} \otimes A^{(2)}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_7} (A^{(2)} \otimes C A^{(2)} + A^{(2)} C \otimes A^{(2)}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_8} (\frac{1}{2} (A^{(1)} \cdot A^{(2)}) \\ &(A^{(1)} \otimes A^{(2)} + A^{(2)} \otimes A^{(1)})) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_9} (A^{(1)} \cdot C A^{(2)} + A^{(1)} \cdot C \otimes A^{(2)}) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{11}} (-C^{-1} (E \otimes C^{-1} E)) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{12}} (-C^{-1} E \otimes E - E \otimes C^{-1} E) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{14}} (A^{(1)} \otimes E) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{16}} (A^{(2)} \otimes E) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{18}} ((A^{(1)} \times A^{(2)}) \otimes E) F^T \\ &+ F \frac{\partial W}{\partial I_{19}} (A^{(1)} \times A^{(2)}) \otimes C (A^{(1)} \times A^{(2)}) \\ &+ (A^{(1)} \times A^{(2)}) C \otimes (A^{(1)} \times A^{(2)}) F^T ] \end{aligned} \quad (10)$$

که  $\otimes$  بیان گر ضرب تانسوری (دایاد) می باشد  
فرم ساده تابع انرژی آزاد به شکل زیر بیان می شود که:

$$\square_{ijkl}^{ABAQUS} = \square_{ijkl} + \square'_{ijkl} \quad (۲۲)$$

که:

$$\square_{mnr} = \frac{2}{J} F_{mi} F_{nj} F_{rk} F_{sl} \frac{\partial S_{ij}}{\partial C_{kl}} + \frac{1}{2} (\sigma_{mr} \delta_{ns} + \sigma_{ns} \delta_{mr} + \sigma_{ms} \delta_{nr} + \sigma_{nr} \delta_{ms}) \quad (۲۳)$$

که  $\delta$  دلتای کرونیکی است.

با توجه به اینکه  $E^* = 1/2(C-I)$ ، مقدار  $S$  بر حسب  $C$  به صورت زیر

است:

$$S = 2 \frac{\partial W}{\partial C} = 2 \left( \frac{\partial W_{iso}}{\partial C_{ij}} + \frac{\partial W_{aniso}}{\partial C_{ij}} + \frac{\partial W_{vol}}{\partial C_{ij}} + \frac{\partial W_{elec}}{\partial C_{ij}} \right) \quad (۲۴)$$

در نهایت با محاسبه تک به تک مشتقات و جایگذاری در رابطه

مدول مماسی، رابطه نهایی به فرم زیر استخراج می‌شود:

$$\square_{mnr} = \frac{4}{9J} (C_{10} \bar{I}_1 + 4C_{01} \bar{I}_2) \delta_{mn} \delta_{rs} - \frac{4}{3J} (C_{10} + 2C_{01} \bar{I}_1) (\bar{B}_{mn} \delta_{rs} + \bar{B}_{rs} \delta_{mn}) + \frac{2}{3J} (C_{10} \bar{I}_1 + 2C_{01} \bar{I}_2) (\delta_{mr} \delta_{ns} + \delta_{ms} \delta_{nr}) + \frac{8}{3J} C_{01} (\bar{B}_{mk} \bar{B}_{nk} \delta_{rs} = R \cdot \sigma \cdot R^T, R \cdot R^T = 1 + \bar{B}_{rk} \bar{B}_{sk} \delta_{mn}) + \frac{4}{J} C_{01} (\bar{B}_{mn} \bar{B}_{rs} - \bar{B}_{mr} \bar{B}_{ns}) + \frac{4}{J} \sum_{f=4,6} k_f (1 + 2k_2 (I_f - 1)^2) \exp[k_2 (I_f - 1)^2] a_m^{(f)} a_n^{(f)} a_r^{(f)} a_s^{(f)} + K[(2J - 1) \delta_{mn} \delta_{rs} - (J - 1) (\delta_{mr} \delta_{ns} + \delta_{ms} \delta_{nr})] - \frac{1}{2} \epsilon c_k c_k (\delta_{mn} \delta_{rs} - (\delta_{mr} \delta_{ns} + \delta_{ms} \delta_{nr})) + \epsilon (\delta_{rs} e_m e_n + \delta_{mn} e_r e_s - \delta_{ms} e_r e_n - \delta_{mr} e_s e_n - \delta_{ns} e_m e_r - \delta_{nm} e_s e_m) + \frac{1}{2} (\sigma_{mr} \delta_{ns} + \sigma_{ns} \delta_{mr} + \sigma_{ms} \delta_{nr} + \sigma_{nr} \delta_{ms}) \quad (۲۵)$$

به منظور بکارگیری مدل ارائه شده درون برنامه المان محدود، به

محاسبه مقادیر تنش و مدول مماسی نیاز است. برای محاسبه تنش،

نیاز به مشتق‌گیری از تابع انرژی بر حسب کرنش نیاز است. با

مشتق‌گیری از هر بخش تانسور تنش پایولای دوم و استفاده از تعریف

ناپایاها، در نهایت تنش کوشی استخراج می‌شود. محاسبه دقیق تنش

کوشی بسیار حائز اهمیت است زیرا در ادامه برای محاسبه مدول

مماسی از آن استفاده خواهد شد. در مرحله بعد استفاده از تنش کوشی

و مدول مماسی به شکل کد نویسی شده در زبان فورترن است. علت

استفاده از این زبان در سابروتین‌نویسی این است که سبب سرعت

بخشیدن به فرآیند حل مدل می‌شود. در بخش بعدی به رسم شکل و

ارائه خواص ماده درون برنامه ABAQUS پرداخته می‌شود. پس از

اعمال شرایط مرزی و عملیات مش‌بندی، در بخش نهایی فایل

کد نویسی شده فورترن به داخل برنامه ABAQUS فراخوانده شده و در

نهایت عملیات محاسبه انجام می‌شود.

$$W = W_{iso} + W_{aniso} + W_{vol} + W_{elec} \quad (۱۲)$$

به‌طوریکه:

$$W_{iso} = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \\ W_{ani} = \frac{k_1}{2k_2} \{ \exp[k_2(I_4 - 1)^2] - 1 \} + \frac{k_1}{2k_2} \{ \exp[k_2(I_6 - 1)^2] - 1 \} \quad (۱۳)$$

$$W_{vol} = \frac{K}{2}(J - 1)^2$$

$$W_{elec} = \frac{-1}{2} \epsilon J C^{-1} : [E \otimes E]$$

که  $C_{10}, C_{01}$  ضرایب مدل مونی‌ریبولین،  $k_1, k_2$  ضرایب مربوط به

ناهمسانگردی و  $K$  مدول بالک ماده می‌باشد. شایان ذکر است که  $\epsilon$

گذردهی پلیمر است. علاوه بر این  $J$  نیز دترمینان ماتریس  $F$  است.

به منظور استفاده از نرم‌افزار المان محدود، به تانسور مدول مماسی

$\square$  نیاز است. از این مدول به عنوان یک عملگر تکرار شونده برای یک

حل‌گر المان محدود با استفاده از روش نیوتن برای حل مسائل

غیرخطی استفاده می‌شود. تانسور مدول مماسی به صورت رابط نرخ

جامن تنش کرشهف و نرخ تانسور تغییرشکل  $D$  تعریف می‌شود [۴۱]:

$$\nabla(Jaumann) \quad \tau = \dot{\tau} + \tau \cdot \omega - \omega \cdot \tau = J \square : D \quad (۱۴)$$

که  $\tau = J \sigma$  تانسور تنش کرشهف و  $\omega = 1/2(L - L^T)$  تانسور دوران

نامیده می‌شوند.

$$\sigma = R \cdot \sigma \cdot R^T, R \cdot R^T = 1 \quad (۱۵)$$

که  $R$  تانسور دوران است.

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d(R \cdot \sigma \cdot R^T)}{dt} = \dot{R} \cdot \sigma \cdot R^T + R \cdot \dot{\sigma} \cdot R^T + R \cdot \sigma \cdot \dot{R}^T \quad (۱۶)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \neq R \cdot \frac{d\sigma}{dt} \cdot R^T$$

در ادامه مشتق لی تنش کرشهف به شکل زیر بیان می‌شود:

$$L_v \tau = F \cdot \left[ \frac{d(F^{-1} \cdot \tau \cdot F^{-T})}{dt} \right] \cdot F^T \\ = F \cdot (\dot{F}^{-1} \cdot \tau \cdot F^{-T}) \cdot F^T + F \cdot (F^{-1} \cdot \dot{\tau} \cdot F^{-T}) \cdot F^T + F \cdot (F^{-1} \cdot \tau \cdot \dot{F}^{-T}) \cdot F^T \\ = -L \cdot \tau + \dot{\tau} - \tau \cdot L^T \quad (۱۷)$$

$$\frac{d\tau}{dt} - L \cdot \tau - \tau \cdot L^T = J C : D$$

که  $L$  گرادیان سرعت است.

با بکارگیری روابط (۱۴) و (۱۷)، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$J \square : D = C^{\nabla} : D - (L - W) \tau \quad (۱۸)$$

$$-\tau(L - W) = C^{\nabla} : D - D \tau - \tau D^T$$

مدول مماسی جامن به شکل زیر است:

$$C^{\nabla} : D = J \square : D + J D \sigma + J \sigma D^T = J(\square : D + \square' : D) \quad (۱۹)$$

$$C^{\nabla} = J(\square + \square')$$

که:

$$\square' : D = D \sigma + \sigma D^T \quad (۲۰)$$

مدول مماسی ABAQUS برابر است با:

$$\square_{ABAQUS} = \frac{1}{J} C^{\nabla} = (\square + \square') \quad (۲۱)$$

که به شکل اندیس‌دار به صورت زیر است:

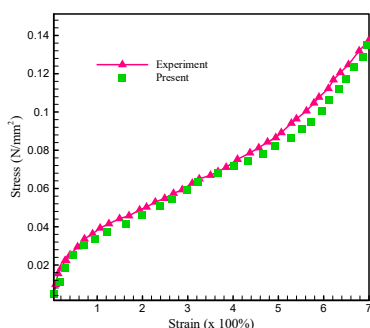
### ۳- بحث و بررسی نتایج

در ابتدا برای بررسی دقت و اعتبار روش حاضر، نتایج بدست آمده از روند بیان شده با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در منبع [۴۲]، برای یک الاستومر دی‌الکتریک همسانگرد که ابعاد الاستومر به صورت  $L_1=L_2=200\text{mm}$ ,  $h_0=0.5\text{mm}$  و میدان الکتریکی در راستای ضخامت بوده در شکل ۳ مقایسه شده است. نتایج برای تنش کوشی بر حسب نسبت کشیدگی برای مقادیر مختلف ولتاژ اعمالی بیان شده است. ولتاژ اعمالی در راستای ضخامت الاستومر مقادیر ۱ کیلوولت، ۳ کیلوولت و ۵ کیلوولت را اتخاذ کرده است. انطباق بسیار خوب نمودارها، نشان از دقت بالای روش حاضر دارد.



شکل ۴- تست کشش تک‌محوره الاستومر دی‌الکتریک (الف) قبل از کشش (ب) بعد از کشش

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که نتایج آزمایشگاهی و نتایج ارائه‌شده تطابق قابل قبولی دارند.

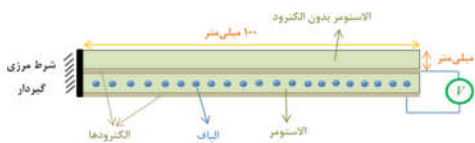


شکل ۵- نتایج در منحنی تنش کرنش در تست کشش تک‌محوره

در ادامه، برای کلیه تحلیل‌ها، مشخصات الاستومر VHB4905 به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

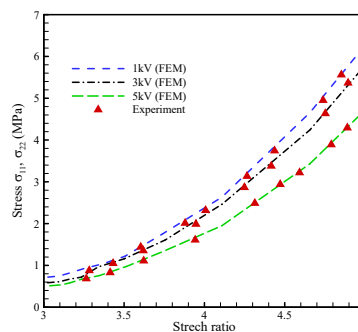
$$\begin{aligned} C_{10} &= 16\text{kPa}, C_{01} = 7.3\text{kPa} \\ \varepsilon &= 4.1595 \times 10^{-11} \\ K &= 4660\text{kPa} \\ k_1 &= 150\text{kPa}, k_2 = 0.2 \\ L_1 &= 100\text{mm}, L_2 = 10\text{mm} \\ L_3 &= 0.25\text{mm} \\ V &= 4\text{kv} \end{aligned} \quad (26)$$

در شکل ۶، نحوه قرارگیری الاستومر بدون الکتروود بر روی الاستومر دی‌الکتریک ناهمسانگرد با همان ابعاد تحت شرط مرزی گیردار با ابعاد مشخص شده رسم گردیده است.



شکل ۶- ظاهر محرک خمشی الاستومر دی‌الکتریک تقویت‌شده توسط الیاف

با توجه به این نکته که بالا و پایین الاستومر با الکتروود اندود شده است، هنگامی که الکتروودها تحت ولتاژ الکتریکی قرار می‌گیرند بارهای مثبت و منفی تشکیل شده بر روی سطوح الکتروود باعث انقباض در راستای ضخامت و انبساط در دو راستای دیگر الاستومر می‌شود. با



شکل ۳- پاسخ الکترومکانیکی الاستومر دی‌الکتریک همسانگرد تحت مقادیر مختلف ولتاژ

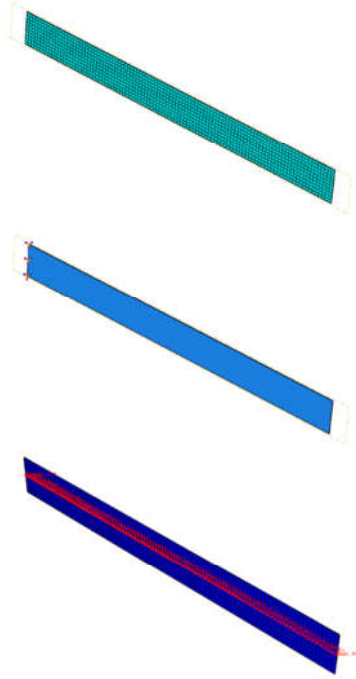
به‌منظور به‌دست آوردن مشخصات الاستومر، مقایسه‌ای با نتایج تست کشش تک‌محوره نوار VHB4910 انجام شده توسط مهات و همکاران [۴۳] در آزمایشگاه صورت گرفته است (شکل ۴). ابعاد نمونه مورد استفاده به صورت  $L_1=L_2=200\text{mm}$ ,  $H=0.5\text{mm}$  با چگالی  $960\text{kg/m}^3$  بوده است. با توجه به نرمی زیاد این ماده قبل از انجام تست باید به یک سری نکات توجه شود. اینکه نمونه تحت هیچ گونه پیچش یا خمشی قرار نگرفته و صاف باشد. کاور قرمز رنگ قرار گرفته بر روی این نوار باید قبل از انجام تست از روی آن برداشته شود. به‌منظور نجسیدن ماده به گیره‌های بالایی و پایینی از کاغذهای سیلیکونی نجسب استفاده شده است.



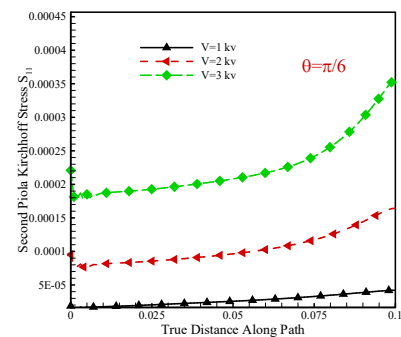
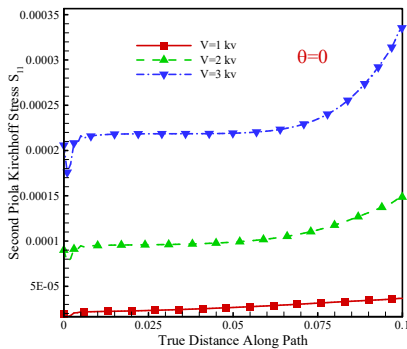
تقویت الاستومر منجر می‌شود. بررسی میزان جابه‌جایی در راستای ضخامت نیز مهم بوده که در شکل ۱۰ بیان شده است. نتایج به دست آمده نیز گواه بر این است که در راستای صفر درجه میزان جابه‌جایی و خمش الاستومر بسیار کم بوده و در ادامه با افزایش زاویه الیاف اثر آن‌ها کم شده و دی‌الکتریک قادر است تا به راحتی در راستای ضخامت جابه‌جا شود. شایان ذکر است که استفاده از الیاف علاوه بر استحکام سازه منجر می‌شود تا سازه با افزایش سفتی نیز همراه شود. اما این مساله مانع تغییر شکل‌های بزرگ و جابه‌جایی‌های زیاد نخواهد شد زیرا با تغییر نحوه جهت‌گیری زاویه الیاف می‌توان با اعمال ولتاژ، تغییر شکل را در راستای مطلوب و مورد نظر حاصل نمود.

همانطور که در شکل‌های قبل مشاهده و بررسی گردید در شکل ۱۱ نیز دیده می‌شود که جابه‌جا الاستومر ناهمسانگرد در راستایی که الیاف بیشتر در آن جهت قرار دارد سخت‌تر است. علت مشخص است زیرا هدف اصلی از وجود الیاف تقویت الاستومر است. در حالتی که زاویه الیاف دقیقاً در جهت عمود بر راستای کشیدگی قرار دارند مشاهده می‌شود که جابه‌جایی‌ها بسیار بزرگ‌تر و تنش کمتری پدید می‌آید. با توجه به اینکه الاستومر دیگری در بالای الاستومر دی‌الکتریک ناهمسانگرد قرار دارد، پس از اعمال ولتاژ الکتریکی سازه می‌بایست در راستای ضخامت کاهش و در راستای درون صفحه‌ای بسط پیدا کند. اما وجود الاستومر دیگری در بالای آن مانع این امر شده و در نهایت سازه با خمش همراه می‌شود. از آنجاییکه خمش پدیده‌ای بسیار کاربردی است، می‌توان از این ویژگی در کنار تغییر شکل بزرگ الاستومر دی‌الکتریک استفاده نمود. وجود الیاف با توجه به شکل ۱۱ نشان می‌دهد که مانع خم‌شدگی الاستومر و در مواردی با تغییر نحوه جهت‌گیری آن‌ها به این امر کمک می‌کند.

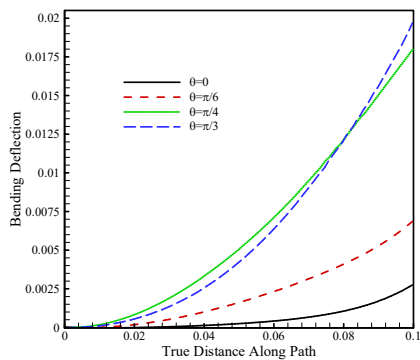
توجه به وجود یک لایه الاستومر که تحت میدان الکتریکی نیز قرار نگرفته است، مشاهده می‌شود که با اعمال ولتاژ الکتریکی پدیده خمش به وجود می‌آید. وجود لایه الاستومر مانع بسط دی‌الکتریک شده و اینگونه است که ایجاد خمش به ساز و کار محرک‌های الاستومر دی‌الکتریک کمک می‌کند. در شکل ۷ مسیر بررسی نتایج و همچنین نحوه مش‌بندی سازه مورد نظر مشاهده می‌شود. الاستومر دی‌الکتریک از یک طرف بسته شده و تحت میدان الکتریکی قرار دارد. وجود یک لایه اضافه الاستومر نیز به پدیده خمش کمک می‌کند. تعداد المان در راستای ضخامت ۴ بوده و در بخش کنترل‌آپشن از المان Reduced Integration همراه با Enhanced hourglass استفاده شده است.



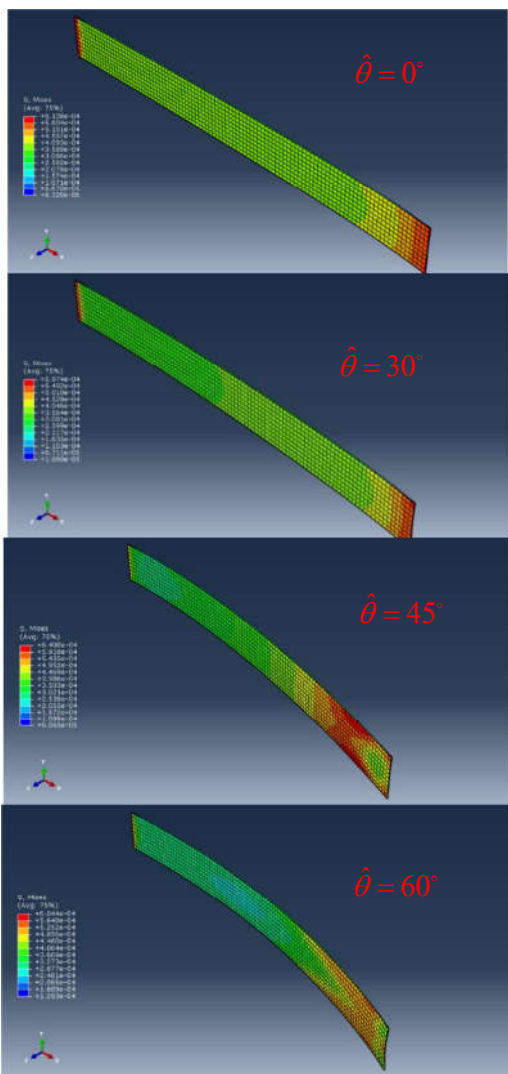
شکل ۷- نمایش مسیر بررسی نتایج یک الاستومر دی‌الکتریک با شرط مرزی یک طرف گیردار و مش‌بندی شده



در شکل ۸، تاثیر میدان الکتریکی بر روی رفتار خمشی الاستومر ناهمسانگرد مورد بررسی قرار گرفته است. مقادیر ولتاژ از یک تا سه کیلو ولت تغییر می‌کنند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی مشاهده می‌شود که افزایش ولتاژ اعمالی بدون توجه به هر نوع جهت‌گیری الیاف، با افزایش میزان تنش کرشلف در راستای نشان داده شده در شکل همراه است. باید به این نکته نیز توجه شود که هدف اصلی قرار دادن الیاف با چیدمان مختلف نیز کاهش تاثیر شدید میدان الکتریکی برای تحریک بوده که در اینجا نیز گواه بر این علت است. مقادیر تنش در ابتدا در حالت ولتاژ ۳ کیلوولت با میزان کمی کاهش و سپس افزایش همراه بوده است. از اینرو باز هم وجود الیاف است که مانع به وجود آمدن پدیده ناپایداری و در نهایت از بین رفتن سازه می‌شود. در شکل ۹ نیز میزان حداکثر تنش به وجود آمده در دی‌الکتریک در طول مسیر رسم شده است. تاثیر زاویه الیاف به این صورت است که با افزایش آن از میزان حداکثر تنش در طول مسیر کم شده و در راستای دیگر به

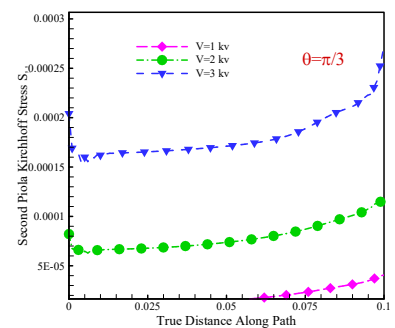
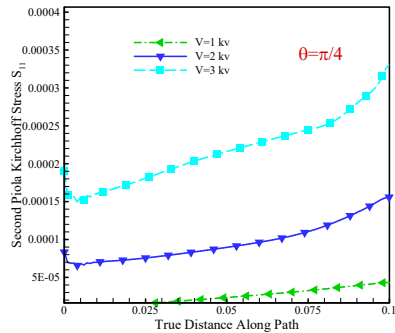


شکل ۱۰- بررسی مقادیر حداکثر تنش در راستای مسیر تعیین شده بر روی الاستومر برای انواع زاویه الیاف

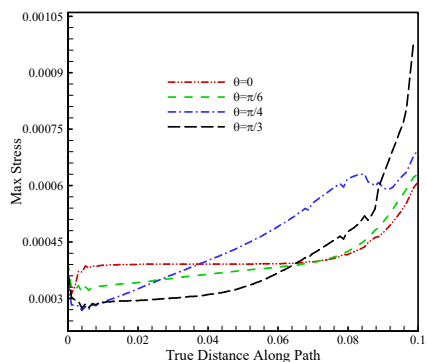


شکل ۱۱- بررسی مقادیر تنش فون میسز در زاویه الیاف مختلف

باید به این نکته توجه داشت که علی‌رغم ویژگی‌های بسیار مفید



شکل ۸- بررسی مقادیر تنش کرشوف در راستاهای مختلف در حالت مقادیر مختلف ولتاژ



شکل ۹- مقادیر حداکثر تنش در راستای مسیر تعیین شده بر روی الاستومر برای انواع زاویه الیاف



## ۵- مراجع

- [1] Cohen Y., Leary S., Yavrouian A., Oguro K., Tadokoro S., Harrison J., Smith J. and Su J., Challenges to the transition of IPMC artificial muscle actuators to practical application, 1999.
- [۲] حسینی س. م. و بینازاده ط. مدلسازی و کنترل سیستم دینامیکی در حضور عملگر و سنسور بر اساس رویکرد سیستم‌های آشفته تکین. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، ۱۴۰۰.
- [3] Cohen Y., *Electroactive polymer (EAP) actuators as artificial muscles: reality, potential, and challenges*, Vol. 5. SPIE press Bellingham, WA, 2004.
- [4] Cohen Y., *Biomimetics: biologically inspired technologies*. CRC Press, 2005.
- [5] Kornbluh R., Pelrine R. and Joseph J., Electrostriction of polymer dielectrics with compliant electrodes as a means of actuation, *Sens. Actuat*, Vol. 64, pp. 77–85, 1998.
- [6] Pelrine R., Kornbluh R., Pei Q., Stanford S., Oh S., Eckerle J., Full R., Marcus., Rosenthal A. and Meijer K., Dielectric elastomer artificial muscle actuators: toward biomimetic motion. *Smart Structures and Materials 2002: Electroactive polymer actuators and devices (EPAD)*, 2002, Vol. 4695, pp. 126–138.
- [7] Pelrine R., Kornbluh R., Pei Q. and Joseph J., High-speed electrically actuated elastomers with strain greater than 100%. *Science*, Vol. 287, No. 5454, pp. 836–839, 2000.
- [8] Lampani L., Finite element modeling of dielectric elastomer actuators for space applications, 2010.
- [9] Dorfmann A. and Ogden R. W., Nonlinear electroelasticity. *Acta Mechanica*, Vol. 174, No. 3–4, pp. 167–183, 2005.
- [10] Goulbourne N., Mockensturm E. and M. Frecker., A nonlinear model for dielectric elastomer membranes. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 72, No. 6, pp. 899–906, 2005.
- [11] Mockensturm E. M. and Goulbourne N., Dynamic response of dielectric elastomers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 41, No. 3, pp. 388–395, 2006.
- [12] Chen S. E., He Z. C. and Li E., Comparisons between the dynamic and quasi-static performances of a dissipative dielectric elastomer under pure shear mode. *Smart Materials and Structures*, Vol. 26, No. 10, 2017.
- [13] Kim T., Liu Y. and Leng J., Cauchy stresses and vibration frequencies for the instability parameters of dielectric elastomer actuators. *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 135, No. 21, 2018.
- [14] Brochu P. and Pei Q., Advances in dielectric elastomers for actuators and artificial muscles. *Macromolecular rapid communications*, Vol. 31, No. 1, pp. 10–36, 2010.
- [15] Madden J. D. W., Vandesteeg N. A., and Anquetil P. A., Artificial muscle technology: physical principles and naval prospects. *IEEE Journal of oceanic engineering*, Vol. 29, No. 3, pp. 706–728, 2004.
- [16] Carpi F. and Smela E., *Biomedical applications of electroactive polymer actuators*. John Wiley & Sons, 2009.
- [17] Mirfakhrai T., Madden J. D. W. and Baughman R. H., Polymer artificial muscles. *Materials today*, Vol. 10, No. 4, pp. 30–38, 2007.
- [18] Oates. W, Miles P., Gao W., Clark J., Mashayekhi S. and M. Y. Hussaini., Rate dependent constitutive behavior of dielectric elastomers and applications in legged robotics. in *Electroactive Polymer Actuators and Devices (EPAD)*, Vol. 1, 2016.
- [19] O'Halloran A., O'malley F. and McHugh P., A review on dielectric elastomer actuators, technology, applications, and challenges. *Journal of Applied Physics*, Vol. 104, No. 7, p. 71101, 2008.
- [20] Romasanta L. J., López-Manchado M. A. and Verdejo R.,

الاستومر دی‌الکتریک و کاربردهای گسترده آن در صنایع مختلف به‌خصوص پزشکی، ایرادی که می‌توان به آن وارد نمود نیاز به ولتاژ بالا برای فعال شدن و تغییرشکل است. مشکلی که ولتاژ بالا ایجاد می‌کند علاوه بر کم شدن ضخامت الاستومر، منجر به ایجاد ناپایداری شدید و در نهایت فروپاشی سازه می‌شود. با بررسی‌های انجام شده یافت شد که وجود الیاف به شکل‌های مختلف درون الاستومر می‌تواند تا از بروز این مشکل تا حد زیادی جلوگیری کند. وجود الیاف باعث خواهد شد تا به میدان الکتریکی کمتری برای فعال شدن دی‌الکتریک احتیاج شده و در نتیجه باعث کم شدن پدیده ناپایداری شد. حال برای بررسی بیشتر اثر الیاف، در شکل‌های بالا الیاف تحت زوایای مختلفی  $\theta=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  درون الاستومر قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که نیروی بیشتری برای کشیدگی دی‌الکتریک در راستایی که الیاف در آن جهت قرار دارد نیاز است در نتیجه مقدار تنش نیز بالاتر خواهد بود. حال تنش در دیگر جهات را نیز برای درک بهتر این مفهوم می‌توان ارزیابی نمود. در حالیکه شدت تراکم الیاف در یکی از راستاهای الاستومر بیشتر باشد، نیروی کمتری برای کشیدگی دی‌الکتریک در دیگر راستا نیاز بوده و در نتیجه تنش مقدار کمتری دارد. از میزان ولتاژ اعمالی نیز می‌توان دریافت که افزایش آن نیز با افزایش تنش ماکسول همراه بوده که همان‌گونه که در قبل توضیح داده شد منجر به ایجاد پدیده‌ای به نام ناپایداری سازه می‌شود. بر اساس نتایج کسب شده مشاهده می‌شود که حتی تنش ماکسول نیز دست‌خوش تغییراتی با توجه به تغییر جهت زاویه الیاف می‌شود. با مقایسه دو حالتی که زاویه الیاف به صورت  $\theta=0^\circ$  و  $\theta=60^\circ$  قرار گرفته‌اند می‌توان این نتیجه را گرفت که با افزایش میزان جهت زاویه الیاف مقدار تنش در راستای محور  $x$ ، با کاهش محسوسی همراه بوده و مقدار تنش در راستای محور  $y$  با افزایش همراه می‌شود. که با توجه به نکات مطرح شده کاملاً قابل قبول است زیرا با افزایش زاویه الیاف مقدار تنش در راستای این الیاف که در اینجا جهت  $y$  است، با افزایش همراه می‌شود.

## ۴- نتیجه‌گیری

آنچه در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت، تاثیر الیاف بر روی رفتار الکترومکانیکی الاستومر دی‌الکتریک با خاصیت همسانگرد عرضی بود. روابط ساختاری تازه‌ای برای تنش یک الاستومر دی‌الکتریک که به کمک الیاف تقویت شده است ارائه گردید. دی‌الکتریک به صورت یک لایه نازک الاستومر فرض گردید که در بالا و پایین آن الکتروود قرار گرفته است. در ادامه برای بررسی رفتار این سازه از نرم‌افزار المان محدود آباکوس به کمک کدنویسی یومت استفاده گردید. با توجه به ویژگی‌های خاص کدنویسی یومت، مرحله به مرحله نحوه استخراج مدول مماسی برای الاستومر ناهمسانگرد بیان گردید. به منظور تایید صحت دقت روش ارائه شده، نتایج در حالت ساده‌تر با الاستومر همسانگرد مورد مقایسه قرار گرفت و تطابق خوبی مشاهده گردید. از نتایج می‌توان اینگونه برداشت کرد که نحوه چیدمان الیاف درون الاستومر به شدت غیرقابل انکار بوده و تاثیر خود را به‌صورت کاملاً مشهود بر روی مقادیر تنش بر جای می‌گذارد. با توجه به کاربرد گسترده سازه‌های الکترواکتیو این بررسی کمک شایانی به محققین پزشکی در زمینه طراحی اندام‌های مصنوعی خواهد کرد.

- Materials and Structures*, Vol. 27, No. 2, p. 25010, 2018.
- [37] Bergström J. and Bergström J., Elasticity/Hyperelasticity. *Mechanics of Solid Polymers*, pp. 209-307, 2015.
- [38] Reddy J. N., *Principles of Continuum Mechanics: A Study of Conservation Principles with Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [39] Spencer A. J. M., *Continuum theory of the mechanics of fibre-reinforced composites*, Vol. 282. Springer, 1984.
- [40] Holzapfel G. A., Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering science. *Meccanica*, Vol. 37, No. 4, pp. 489-490, 2002.
- [41] Nguyen N. and Waas A. M., Nonlinear, finite deformation, finite element analysis. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, Vol. 67, No. 3, p. 35, 2016.
- [42] Son S., Nonlinear Electromechanical Deformation of Isotropic and Anisotropic Electro-Elastic Materials. Virginia Tech, 2011.
- [43] Mehta J., Chandra Y. and Tewari R. P., The Use of Dielectric Elastomer Actuators for Prosthetic, Orthotic and Bio-Robotic Applications. *Procedia computer science*, Vol. 133, pp. 569-575, 2018.
- Increasing the performance of dielectric elastomer actuators: A review from the materials perspective. *Progress in Polymer Science*, Vol. 51, pp. 188-211, 2015.
- [۲۱] حیدری م. و هادیان جزئی ش. کنترل فعال ارتعاشات یک تیر هوشمند دوار با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۴۸، شماره ۳، صفحه ۶۷-۷۶. ۱۳۹۷.
- [۲۲] خزایی م. و کاظمی نصرآبادی م. استحکام کششی کامپوزیت کربن-اپوکسی تقویت شده با سیم آلیاژ حافظه‌دار. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۵۰، شماره ۱، صفحه ۸۱-۹۸. ۱۳۹۹.
- [۲۳] ملکی م. و فروتن م. بررسی ارتعاش آزاد و پاسخ استاتیکی تیر مدرج هدفمند پیزوالکتریک براساس نظریه الاستیسیته دوبعدی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۴۸، شماره ۳، صفحه ۳۱۹-۳۲۸. ۱۳۹۷.
- [24] Kiser J., Manning M., Adler D. and Breuer K., A reduced order model for dielectric elastomer actuators over a range of frequencies and prestrains. *Applied Physics Letters*, Vol. 109, No. 13, p. 133506, 2016.
- [25] Huang Z., Jin X., Ruan R. and Zhu W., Typical dielectric elastomer structures: dynamics and application in structural vibration control. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*, Vol. 17, No. 5, pp. 335-352, May 2016.
- [26] Zhu J., Stoyanov H., Kofod G. and Suo Z., Large deformation and electromechanical instability of a dielectric elastomer tube actuator. *Journal of Applied Physics*, Vol. 108, No. 7, p. 74113, 2010.
- [27] Joglekar M. M., An energy-based approach to extract the dynamic instability parameters of dielectric elastomer actuators. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 81, No. 9, p. 91010, 2014.
- [28] Cohen Y., Cardoso V. F., Ribeiro C. and Lanceros-Méndez S., Electroactive polymers as actuators. *Advanced Piezoelectric Materials (Second Edition)*, pp. 319-352, 2017.
- [29] Jiménez S. M. A. and McMeeking R. M., A constitutive law for dielectric elastomers subject to high levels of stretch during combined electrostatic and mechanical loading: Elastomer stiffening and deformation dependent dielectric permittivity. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 87, pp. 125-136, 2016.
- [30] He L., Lou J., Du J. and Wang J., Finite bending of a dielectric elastomer actuator and pre-stretch effects. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 122, pp. 120-128, 2017.
- [31] Xu B., Mueller R., Klassen M. and Gross D., On electromechanical stability analysis of dielectric elastomer actuators. *Applied Physics Letters*, Vol. 97, No. 16, p. 162908, 2010.
- [32] Choi H. R., Junk K., Ryew S. and Nam J., Biomimetic soft actuator: design, modeling, control, and applications. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, Vol. 10, No. 5, pp. 581-593, 2005.
- [33] Rajamani A., Grissom M. D., Rahn C. D. and Zhang Q., Wound roll dielectric elastomer actuators: fabrication, analysis, and experiments. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, Vol. 13, No. 1, pp. 117-124, 2008.
- [34] Yong H., He X. and Zhou Y., Electromechanical instability in anisotropic dielectric elastomers. *International Journal of Engineering Science*, Vol. 50, No. 1, pp. 144-150, 2012.
- [35] He L., Lou J., Du J. and Wu H., Voltage-driven nonuniform axisymmetric torsion of a tubular dielectric elastomer actuator reinforced with one family of inextensible fibers. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2018.
- [36] Hossain M. and Steinmann P., Modelling electro-active polymers with a dispersion-type anisotropy. *Smart*