

بررسی عدم قطعیت در چندلایه‌های ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی هنگام جدایش با استفاده از روش سطح پاسخ

محمدعلی کوچک‌زاده* استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، mak@sharif.edu

پیمان غلامی دانشجوی دکتری، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فن‌آوری، تهران، ایران، p.gholami@ae.sharif.ir

محمدعلی فارسی دانشیار، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فن‌آوری، تهران، ایران، farsi@ari.ac.ir

چکیده

در این مطالعه، روشی برای بررسی عدم قطعیت صفحه مستطیلی چندلایه‌ای ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی با وجود ترک بین‌لایه‌ای اولیه در بارگذاری حالت اول، دوم و ترکیبی اول/دوم با استفاده از معیار انرژی انجام شده است. توابع حالت حدی برای تحلیل قابلیت اطمینان رشد جدایش در هریک از حالت‌های بارگذاری، طبق مفاهیم مکانیک شکست و آزادسازی انرژی به دست آمده است. با استفاده از متغیرهای تصادفی و توابع حالت حدی طبق معیار انرژی، بررسی عدم قطعیت با استفاده از روش سطح پاسخ انجام شده است. ایده اصلی روش سطح پاسخ، تقریب تابع سطح پاسخ ضمنی با استفاده از یک تابع ریاضی صریح با متغیرهای تصادفی درگیر در تابع حالت حدی است. از آنجا که تقریب تابع حالت حدی صریح است، می‌توان از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای تخمین احتمال شکست استفاده کرد. نتایج حاکی از آن است که احتمال رشد جدایش در روش سطح پاسخ نسبت به دو روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان مقدار بیشتری است. سرانجام، تاثیر طول جدایش اولیه، تعداد لایه‌ها و بارگذاری در حالت‌های مختلف بر رشد جدایش چندلایه ساخته‌شده از مواد مرکب به‌دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: جدایش، آزادسازی انرژی، روش سطح پاسخ، روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان.

Uncertainty Analysis of Delamination Growth of Glass/Epoxy Laminates Using Response Surface Methodology

M. A. Kouchakzadeh
P. Gholami
M. A. Farsi

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran
Aerospace Research Institute (Ministry of Science, Research and Technology), Tehran, Iran

Abstract

In this study, a method for uncertainty analysis of laminated rectangular plate made of glass/epoxy with interlaminar crack (delamination) in loading mode I, II and I/II is performed using energy criterion. Limit state functions have been obtained to analyze the reliability of delamination growth in each loading mode according to the concepts of fracture mechanics and energy release rate. By using random variables and limit state functions according to energy criterion, uncertainty assessment will be performed using Response Surface Methodology (RSM). The main idea of the response surface methodology is to approximate the implicit response surface function using an explicit mathematical equation with random variables involved in the limit state function. Since the approximation of the limit state function is explicit, the first/second order reliability method can be used to estimate the probability of failure. It was indicated that in all modes the probability of delamination growth calculated by the surface response method has the highest value. Finally, the effects of initial delamination, laminate layer and loading in different modes on the delamination growth are obtained from the perspective of the reliability of composites laminates.

Keywords: Delamination, Energy release rate, Response surface methodology, First/second order reliability method.

مونت‌کارلو و روش سطح پاسخ انجام شده است. شاو و همکاران [۳] رویکردهای مدل‌سازی عدم قطعیت متناوب را در یک چارچوب تحلیل چند مقیاسی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها انتشار عدم قطعیت از مقیاس میکرو به مقیاس ماکرو را اندازه‌گیری کردند و تأثیر تعامل بین تغییرات متغیرهای تصادفی بر قابلیت اطمینان را مورد مطالعه قرار دادند. ولمن و دهموس [۴] رویکردی برای پیش‌بینی خرابی سازه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب با استفاده از ارزیابی قابلیت اطمینان در رابطه با رفتار میکرومکانیکی ماده پیشنهاد کردند. آن‌ها تجزیه و تحلیل‌های گسترده و مناسبی در تأثیر متغیرهای تصادفی که به مقیاس‌های میکرو و ماکرو پیوند دارند، انجام دادند. چیاچو و همکارانش [۵] مطالعات مهم انجام شده در مورد تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب را تا سال ۲۰۱۲ مرور کردند. آن‌ها یک

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. به منظور توصیف رفتار ساختار سیستم‌های واقعی، در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های متغیرهای سیستم اجتناب ناپذیر است. آنتونیو و هافبائر [۱] روشی را برای بهینه‌سازی طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان چندلایه ساخته‌شده از مواد مرکب ارائه دادند و از یک روش قابلیت اطمینان معکوس با در نظر گرفتن معیار خرابی تسای-وو برای برآورده کردن سطح خاصی از قابلیت اطمینان استفاده کردند. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان چندلایه ساخته‌شده از آلومینیوم-الیاف کربن/اپوکسی برای کانال‌های ساخته‌شده از مواد مرکب توسط لیو و ژنگ [۲] با ارائه شبیه‌سازی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mak@sharif.edu

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۵/۰۸

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۸/۱۹

مقایسه جامع بین تحقیقات مختلف از نظر معیارهای خرابی، روش ارزیابی قابلیت اطمینان، متغیرهای تصادفی و هدف اصلی ترسیم کردند و سپس روش‌های مختلف ارزیابی قابلیت اطمینان را با جزئیات بیان کردند. آدرش و ردی [۶] تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان کانال‌های ساخته‌شده از مواد مرکب را با استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول و شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام دادند. کیمیائی‌فر و همکاران [۷] برای ارزیابی احتمال خرابی چندلایه اصلی در یک تیغه توربین بادی که در معرض بار خمشی استاتیکی قرار دارد، نمونه برداری مجانبی را پیشنهاد کردند. از معیار خرابی تسای-وو برای ارزیابی خرابی در لایه‌های مواد مرکب و معیار حداکثر تنش اصلی برای احتمال خرابی در لایه‌های چسب استفاده شد. گوسلینگ و همکاران [۸] با استفاده از روش مرتبه اول قابلیت اطمینان، چارچوبی برای ارزیابی قابلیت اطمینان پوسته‌های ساخته‌شده از مواد با تغییر شکل برشی با توجه به معادله حاکم بر صفحات و پوسته‌ها فراهم کردند و نتایج خود را با شبیه‌سازی مونت کارلو تأیید کردند. علی‌رغم این‌که روش مرتبه اول قابلیت اطمینان روشی گسترده است، محدودیت‌هایی مانند عدم دقت و واگرایی در بعضی موارد به وجود می‌آید. بنابراین، شاپان‌فر و همکاران [۹] الگوریتمی را برای یافتن نقطه طراحی در مسائلی که الگوریتم روش مرتبه اول قابلیت اطمینان از عدم دقت و واگرایی رنج می‌برد، پیشنهاد کردند. آکولا [۱۰] روش مبتنی بر المان محدود را بر اساس تحلیل چندمقیاسی برای ارزیابی قابلیت اطمینان پنل‌های مواد مرکب تقویت شده با الیاف تحت فشار محوری پیشنهاد کرد. ژانگ و همکاران [۱۱] با استفاده از معیار خرابی تسای-هیل، اثر همبستگی آماری بین خواص مکانیکی صفحات را بر قابلیت اطمینان سازه‌های مواد مرکب پلاستیکی تقویت‌شده با الیاف تعیین کردند. اثرات عدم قطعیت در ضخامت لایه در پنل‌های ساخته‌شده از مواد مرکب متقارن در معرض بارهای تک محوره و چند محوره برای به‌دست آوردن احتمال خرابی توسط ژانگ و همکاران مورد بحث قرار گرفته است [۱۲]. آن‌ها از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و زنجیره مارکف براساس معیار تسای-هیل استفاده کردند. مزایای استفاده از تجزیه و تحلیل چند مقیاسی در ارزیابی قابلیت اطمینان سازه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب با استفاده از معیارهای مختلف خرابی مانند تسای-وو، تسای-هیل، هافمن، حداکثر تنش و هشین بر اساس روش مرتبه اول قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت‌کارلو توسط ژو و همکاران مورد بررسی قرار گرفته است [۱۳]. جدایش یکی از شایع‌ترین خرابی‌ها در چندلایه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب است که ممکن است در هر یک از حالت‌های بارگذاری حالت اول، دوم و یا حالت ترکیبی اول/دوم اتفاق بیفتد. دلباریانی‌نژاد و همکاران [۱۴] به بررسی رشد جدایش در چندلایه ساخته‌شده از مواد مرکب در حالت‌های بارگذاری مختلف با استفاده از مفهوم مکانیک شکست پرداختند.

مقالات منتشر شده در سال‌های اخیر نشان می‌دهد که تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان به طور گسترده‌ای برای ارزیابی عدم قطعیت در بسیاری از شاخه‌های مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. در اصل، مقدار دقیق احتمال خرابی سازه‌های پیچیده را می‌توان با روش شبیه‌سازی مونت کارلو تخمین زد. اگرچه شبیه‌سازی مونت‌کارلو می‌تواند نتایج دقیقی ارائه دهد، همیشه به حجم محاسباتی بالایی احتیاج دارد و در مواردی که هیچ تابع حالت حدی به فرم بسته‌ای

وجود ندارد، استفاده از آن امکان‌پذیر نیست. برای کاهش زمان کل محاسبات، چندین روش جایگزین شامل روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و روش سطح پاسخ پیشنهاد شده است. روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان یک روش مبتنی بر گرادیان است و گرادیان تابع حالت حد را می‌توان با استفاده از روش‌های متفاوت به‌دست آورد. روش سطح پاسخ برای اولین بار برای این به وجود آمده است تا رابطه بین ورودی و خروجی یک آزمایش فیزیکی را با یک بیان ساده ریاضی نشان دهد [۱۵]. امروزه استفاده از روش سطح پاسخ به سایر زمینه‌ها گسترش یافته و به ویژه در تجزیه و تحلیل‌های مهندسی که شامل اجرای برنامه‌های رایانه‌ای پیچیده است، از آن برای کاهش بار محاسباتی استفاده می‌شود [۱۶]. برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، ابتدا بوچر [۱۷] از روش سطح پاسخ اصلاح شده با استفاده از چندجمله‌ای درجه دوم استفاده کرد.

ایده اصلی روش سطح پاسخ، تقریب تابع سطح پاسخ ضمنی با استفاده از یک تابع ریاضی معادل صریح با متغیرهای تصادفی درگیر در تابع حالت حد است. از آن‌جا که تقریب تابع حالت حد صریح است، می‌توان از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای تخمین احتمال شکست استفاده کرد. ارزیابی تابع سطح پاسخ نیاز به تلاش محاسباتی بسیار کمی دارد. با این وجود، دقت نتایج به‌دست آمده با استفاده از این روش بستگی به کیفیت تابع تقریبی دارد که حداقل باید در مجاورت سطح خرابی، به صورت دقیق تابع حالت حد را تولید کند. کیفیت سطح پاسخ به طور عمده به انتخاب تابع سطح پاسخ و انتخاب نقاط نمونه بستگی دارد.

در این مطالعه در مرحله اول، روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان برای پیش‌بینی احتمال رشد جدایش، یعنی روش‌های مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و روش سطح پاسخ ارائه شده است. سپس با استفاده از مفهوم مکانیک شکست و آزادسازی انرژی و راه‌حل‌های تحلیلی موجود، برای حالت‌های مختلف بارگذاری اول، دوم و ترکیبی اول/دوم تجزیه و تحلیل احتمالی رشد جدایش در لایه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب انجام می‌شود. در روش‌های مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان، توابع حالت حدی واقعی برای تحلیل قابلیت اطمینان رشد جدایش مورد نیاز است. این توابع بر اساس میزان آزادسازی انرژی در هر یک از حالت‌های بارگذاری تعریف شده‌اند. در مرحله بعد، برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، تابع سطح پاسخ با استفاده از نقاط نمونه با دقت نسبی با تابع حالت حد واقعی تنظیم می‌شود. با تعیین متغیرهای تصادفی و تابع عملکرد حدی بر اساس مفهوم انرژی، احتمال جدایش چندلایه ساخته‌شده از الیاف شیشه/پوکسی با طول جدایش اولیه در هر یک از حالت‌های مختلف بارگذاری و همچنین رابطه بین روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و روش سطح پاسخ بررسی خواهند شد.

۲- تحلیل قابلیت اطمینان

قابلیت اطمینان، توانایی یک سیستم برای انجام درست وظایف خود در شرایط عملیاتی از پیش تعریف شده در یک بازه زمانی مورد انتظار است. به عبارت دیگر، قابلیت اطمینان نوعی احتمال است که روابط بین عملکرد یک سیستم و آنچه را که انتظار می‌رود، برقرار می‌کند. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، احتمال خرابی یک ساختار یا یک سیستم را بر اساس تابع حالت حدی یا تابع خرابی آن

۲-۲- روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان

همان‌طور که از نام آن پیداست، روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم (SORM)، از مرتبه دوم بسط تیلور برای تقریب تابع عملکرد در محتمل‌ترین نقطه، u^* استفاده می‌کند. این تقریب توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$g(U) \approx q(U) = g(u^*) + \nabla g(u^*)(U - u^*)^T + \frac{1}{2}(U - u^*)^T H(u^*)(U - u^*)^T \quad (4)$$

که $H'(u^*)$ ماتریس هسین در محتمل‌ترین نقطه است [۱۸]. وقتی β به اندازه کافی بزرگ باشد، راه حل تقریبی برای احتمال خرابی را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$p_f = P\{g(x) < 0\} = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta k_i)^{1/2} \quad (5)$$

که در آن k_i بیانگر آمین انحنای اصلی تابع عملکرد $g(U)$ در محتمل‌ترین نقطه است.

۳- روش سطح پاسخ

در شکل مفهومی اصلی روش سطح پاسخ، از چندجمله‌ای برای تقریب توابع حالت حد واقعی استفاده می‌شود. مدل‌های چند جمله‌ای ساده بوده و با خواص چند جمله‌ای‌ها آشنایی خوبی وجود دارد. هنگامی که تابع سطح پاسخ با استفاده از نقاط نمونه با دقت نسبی با تابع حالت حد واقعی تنظیم شد، می‌توان تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان را انجام داد. نکته اصلی روش سطح پاسخ مبتنی بر چند جمله‌ای، تنظیم صحیح چند جمله‌ای‌ها با تابع حالت حد با استفاده از نقاط نمونه، به خصوص در همسایگی نقطه طراحی است. متداول‌ترین شکل تابع سطح پاسخ، چند جمله‌ای درجه دوم بدون جملات ضریبی است:

$$\hat{g}(X) = a + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n c_i X_i^2 \quad (6)$$

$\hat{g}(X)$ تابع سطح پاسخ (تابع تقریبی حالت حدی)، X_i آمین متغیر تصادفی، n تعداد متغیرها و a ، b_i و c_i ثابت‌های چند جمله‌ای هستند که باید محاسبه شوند.

پس از تنظیم تابع سطح پاسخ، می‌توان از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان و نقطه طراحی استفاده کرد. مقدار شاخص قابلیت اطمینان و موقعیت نقطه طراحی که با استفاده از اولین چند جمله‌ای تقریبی و نقاط نمونه‌ها یافت شده است، ممکن است از طریق درون‌یابی یک نقطه مرکزی جدید برای تولید نمونه‌ها با استفاده از معادله زیر بهبود یابد:

$$x_{i+1}^* = x_i^* + (x^{*i} - x_i^*) \frac{g(x_i^*)}{g(x_i^*) - g(x^{*i})} \quad (7)$$

$g(\cdot)$ تابع حالت حد واقعی است. x_i^* و x^{*i} به ترتیب نقطه مرکزی و نقطه طراحی x_{i+1}^* درون‌یابی (نقطه مرکزی جدید) در آمین تکرار هستند. پس از I تکرار از توابع سطح پاسخ، I تابع سطح پاسخ تولید، و درنهایت تابع سطح پاسخ نهایی به عنوان تابع تقریبی حالت حد واقعی انتخاب می‌شود. بنابراین، تعداد کل نقاط نمونه که در این روش مورد نیاز است برابر است با $(2n+1)I + (I-1)$.

کیفیت روش سطح پاسخ عمدتاً به انتخاب تابع سطح پاسخ و انتخاب نقاط نمونه بستگی دارد. هنگامی که روش سطح پاسخ با روش

ساختار/سیستم اندازه‌گیری می‌کند. در این مطالعه از روش سطح پاسخ برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان استفاده خواهد شد و رابطه بین روش سطح پاسخ با روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای احتمال جدایش بین‌لایه‌ای صفحه‌های ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی بیان می‌شود.

۲-۱- مرتبه اول قابلیت اطمینان

نام روش قابلیت اطمینان مرتبه اول از این واقعیت ناشی می‌شود که تابع عملکرد $g(x)$ با مرتبه اول بسط تیلور تقریب زده می‌شود. معمولاً تابع چگالی احتمال $f_X(X)$ ، به صورت غیرخطی و حدود انتگرال‌گیری، $g(x)$ ، چندبعدی و غیرخطی است. در مرحله اول، ساده‌سازی با تبدیل متغیرهای تصادفی از فضای تصادفی اصلی آن‌ها به یک فضای نرمال استاندارد حاصل می‌شود. فضایی که شامل متغیرهای تصادفی اصلی $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ است، فضای X نامیده می‌شود. برای شکل دادن به فرم منظم تابع زیر انتگرال $f_X(X)$ تمام متغیرهای تصادفی از فضای X به یک فضای نرمال استاندارد تبدیل می‌شوند، جایی که متغیرهای تصادفی تبدیل شده $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ از توزیع نرمال استاندارد پیروی می‌کنند. فضای تبدیل شده، فضای U نامیده می‌شود. پس از تبدیل، فرم تابع عملکرد به صورت زیر است [۱۸]:

$$Y = g(U) \quad (1)$$

به منظور آن که تابع چگالی احتمال آسان‌تر ارزیابی شود، علاوه بر ساده کردن شکل تابع زیر انتگرال، محدوده انتگرال $g(U)$ نیز تقریب زده خواهد شد. بنابراین در مرحله دوم، محدوده انتگرال‌گیری خطی می‌شود، که برای این کار از بسط مرتبه اول تیلور استفاده و به صورت زیر بیان می‌شود [۱۸]:

$$g(U) \approx L(U) = g(u^*) + \nabla g(u^*)(U - u^*)^T \quad (2)$$

برای داشتن بالاترین دقت، تابع عملکرد $g(U)$ باید در نقطه‌ای بسط داده شود که بیشترین سهم را در انتگرال‌گیری داشته باشد. به عبارت دیگر تابع چگالی احتمال دارای بالاترین مقدار باشد. بنابراین نقطه‌ای که بالاترین مقدار تابع چگالی احتمال را در $g(U) = 0$ تولید می‌کند، به عنوان محتمل‌ترین نقطه نامیده می‌شود.

با حداکثر رساندن تابع چگالی احتمال مشترک $f_U(u)$ در حالت حدی $g(U) = 0$ محل محتمل‌ترین نقطه مشخص خواهد شد. بیشینه کردن تابع چگالی احتمال مشترک $f_U(u)$ معادل با کمینه‌کردن $\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} = \sum_{i=1}^n u_i^2$ است. محتمل‌ترین نقطه، کوتاه‌ترین نقطه فاصله از حالت حدی $g(U) = 0$ تا مبدا در فضای U است. به حداقل فاصله $\beta = \|u\|$ ، شاخص قابلیت اطمینان می‌گویند.

بنابراین احتمال خرابی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$p_f \approx P\{L(U) < 0\} = \Phi(-\beta) = \Phi(-\beta a a^T) = \Phi(-\beta) \quad (3)$$

که در آن Φ ، تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال استاندارد است. از آن‌جا که پیدا کردن محتمل‌ترین نقطه به صورت تحلیلی خیلی سخت یا برخی مواقع غیرممکن است، روش‌های عددی زیادی برای جستجوی محتمل‌ترین نقطه پیشنهاد شده است [۱۹، ۲۰]. در این مطالعه از روش بازگشتی (بر اساس خطی‌سازی تابع عملکرد) برای یافتن محتمل‌ترین نقطه استفاده می‌شود.

مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای برآورد احتمال خرابی یا شاخص قابلیت اطمینان، ترکیب شده است، گرادیان روش سطح پاسخ با توجه به متغیرهای اساسی مورد نیاز است. بنابراین روابط تحلیلی گرادیان دو تابع سطح پاسخ در این بخش آورده شده است.

۳-۱- چند جمله‌ای درجه دوم بدون جملات ضربی

اگر از توابع چند جمله‌ای درجه دوم بدون جملات ضربی برای تقریب تابع حالت حدی واقعی استفاده شود، اجزای ضرایب ناشناخته عبارتند از α ، b_i و c_i ($i = 1, 2, \dots, n$) و تعداد ضرایب نیز $2n+1$ است. این ضرایب را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات در $2n+1$ نقاط نمونه به دست آورد. سپس گرادیان تابع سطح پاسخ در این حالت با توجه به متغیرها، را می‌توان به راحتی توسط معادله زیر به دست آورد:

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial X_i} = b_i + 2c_i X_i \quad (8)$$

۳-۲- چند جمله‌ای درجه دوم با جملات ضربی

با در نظر گرفتن تأثیر ضرب‌های متغیرهای X_i و X_j ، چندجمله‌ای حالت قبل را می‌توان به صورت زیر بسط داد:

$$\hat{g}(X) = a + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n c_i X_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n d_{ij} X_i X_j \quad (9)$$

اجزای ضرایب ناشناخته عبارتند از α ، b_i ، c_i و d_{ij} و تعداد ضرایب نیز $2n + 1 + n(n-1)/2$ است. گرادیان تابع سطح پاسخ در این حالت با توجه به متغیرها، را می‌توان به راحتی توسط معادله زیر به دست آورد:

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial X_i} = b_i + 2c_i X_i + \sum_{j=1, i \neq j}^n d_{ij} X_j \quad (10)$$

۳-۳- روش نمونه‌گیری

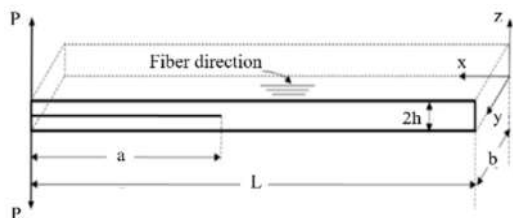
در چند جمله‌ای‌های روش سطح پاسخ، شاخص قابلیت اطمینان و نقطه طراحی از طریق تکرار چندین تابع سطح پاسخ یافت می‌شود، و $2n+1$ نقطه نمونه در ساخت هر سطح پاسخ نیاز است. این نقاط نمونه ترکیبی از نقطه مرکزی و نقاطی است که به صورت متقارن از مرکز در هر دو طرف نقطه قرار می‌گیرند. هنگامی که شرایط همگرایی بعد از I تکرار برآورده می‌شود، تعداد کل نقاط نمونه $(2n+1)I + (I-1)$ است.

۴- جدایش در چندلایه ساخته شده از مواد مرکب

جدایش بین‌لایه‌ای یکی از حالت‌های آسیب قابل توجه در چندلایه‌های ساخته شده از مواد مرکب است. این آسیب زمانی اتفاق می‌افتد که شدت تنش بین لایه‌ای بیشتر از استحکام رابط بین دو لایه باشد. جدایش، استحکام و سفتی مواد را کاهش داده و باعث تقلیل طول عمر سازه می‌شود. علاوه بر این، جدایش با ایجاد تمرکز تنش، بی‌ثباتی محلی ایجاد می‌کند که منجر به رشد جدایش می‌شود. بنابراین مطالعه تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان چندلایه‌های ساخته شده از مواد مرکب با وجود عدم قطعیت‌های بی‌شمار بسیار مهم تلقی می‌شود.

بر اساس مفاهیم مکانیک شکست، ترک بین‌لایه‌ای می‌تواند در حالت اول (باز شدن)، حالت دوم (برش در صفحه)، حالت سوم (برش خارج از صفحه) و یا هر نوع ترکیبی از این حالت‌ها رشد کند. برای هر

یک از حالت‌های بارگذاری ذکر شده، چقرمگی شکست خاص که از خواص مواد است وجود دارد. چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای چندلایه ساخته شده از مواد مرکب، معمولاً به صورت میزان آزادسازی انرژی بحرانی بیان می‌شود. جدایش زمانی اتفاق می‌افتد که میزان انرژی آزاد شده برابر یا بیشتر از میزان آزادسازی انرژی بحرانی $G \geq G_c$ در ساختار مواد مرکب باشد. چقرمگی شکست چندلایه‌های ساخته شده از مواد



شکل ۱- مدل آزمایشگاهی حالت اول [۲۱]

مرکب به طور کلی با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی به دست می‌آید. در این مطالعه، احتمال جدایش چندلایه ساخته شده از الیاف شیشه/اپوکسی تحت سه حالت بارگذاری اول، دوم و ترکیبی اول/دوم به دست خواهد آمد. چندلایه موردنظر به شکل مستطیل به طول L ، عرض W و ضخامت $2h$ است و فرض می‌شود که دارای جدایش اولیه با طول a است. در ادامه، یک راه حل بسته برای نرخ آزادسازی انرژی طبق استانداردهای ASTM ارائه شده و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان این چندلایه ساخته شده از مواد مرکب انجام می‌شود.

۴-۱- جدایش بین‌لایه‌ای در حالت بارگذاری اول

به منظور به دست آوردن چقرمگی شکست بین‌لایه حالت اول در چندلایه‌های ساخته شده از مواد مرکب، به صورت تجربی، از آزمایش Double cantilever beam (DCB) استفاده شده است که طبق استاندارد ASTM یک ترک اولیه در این تیر ساخته شده از مواد مرکب وجود دارد. در حالت بارگذاری اول (باز شدن)، جدایش اولیه تمایل به رشد دارد، بنابراین به محض اعمال بار به دو پایه نمونه، جدایش در حالت بارگذاری اول قابل ارزیابی است. شکل این نمونه و پارامترهای هندسی به همراه بار اعمال شده در شکل ۱ نشان داده شده است.

طبق نظریه خطی تیرها، گشتاور خمشی سازگاری در نمونه DCB برابر است با:

$$C = \frac{\delta}{P_1} = \frac{8a^3}{bh^3E_{11}} \quad (11)$$

که δ جابجایی بازشدگی، P_1 بار اعمال شده، a طول ترک، b عرض نمونه، $2h$ ضخامت نمونه و E مدول الاستیسیته محوری است. نرخ آزادسازی انرژی حالت اول، تابعی از گشتاور خمشی سازگاری، بار اعمال شده و عرض نمونه است:

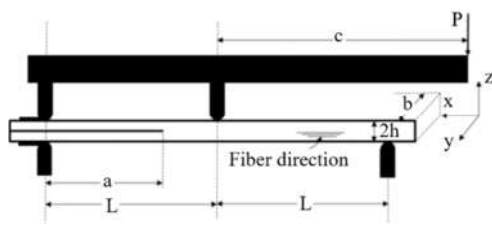
$$G_I = \frac{P_1^2 dC}{2b da} = \frac{P_1 \delta \delta}{2b \delta a} = \frac{12P_1^2 a^2}{b^2 h^3 E_{11}} \quad (12)$$

در نتیجه، نرخ آزادسازی انرژی به عنوان تابعی از جابجایی بازشدگی، با ترکیب دو معادله فوق به شکل زیر به دست می‌آید:

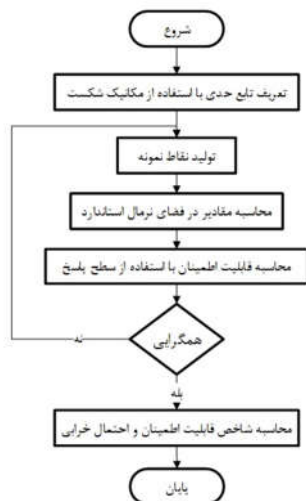
$$G_I = \frac{3h^3 \delta^2 E_{11}}{16a^4} \quad (13)$$

۴-۲- جدایش بین‌لایه‌ای در حالت بارگذاری دوم

طبق استاندارد ASTM، برای به دست آوردن چقرمگی شکست



شکل ۳- مدل آزمایشگاهی حالت ترکیبی [۲۳]



شکل ۴- فرایند محاسبه شاخص قابلیت اطمینان با استفاده از روش سطح پاسخ

$$P_I = \left(\frac{3c - L}{4L} \right) P$$

$$P_{II} = \left(\frac{c + L}{L} \right) P$$

با جایگزین کردن روابط فوق در نرخ آزادسازی انرژی خواهیم داشت:

$$G_I = \frac{3P^2 a^2}{4b^2 h^3 L^2 E_{11}} (3c - L)^2$$

$$G_{II} = \frac{9P^2 a^2}{16b^2 h^3 L^2 E_{11}} (c + L)^2$$

بنابراین با توجه به دو معادله فوق نسبت حالت را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\frac{G_I}{G_{II}} = \frac{4}{3} \left[\frac{3c - L}{c + L} \right]^2$$

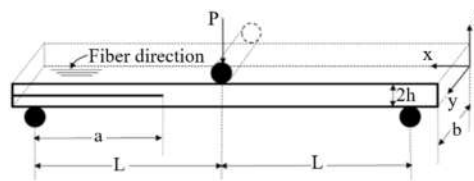
نسبت حالت مستقل از طول ترک است و فقط به طول اهرم بستگی دارد. اگر $c = L/3$ باشد، در این صورت $G_I/G_{II} = 0$ ، که معنای این است که نرخ آزادسازی انرژی در حالت اول برابر با صفر خواهد بود.

با توجه به نظریه خطی تیرها، نسبت حالت ترکیبی با تقسیم نرخ آزادسازی انرژی حالت دوم به نرخ آزادسازی کل G_{II}/G_T به‌دست می‌آید. زمانی که $G_{II}/G_T = 0$ باشد حالت اول و زمانی که $G_{II}/G_T = 1$ باشد حالت دوم اتفاق می‌افتد.

۵- چارچوب مدل‌سازی

برای به دست آوردن محاسبه احتمال جدایش در مواد مرکب با استفاده از روابط مکانیک شکست، فرایند محاسبه شاخص قابلیت اطمینان با استفاده از روش سطح پاسخ در شکل ۴ نشان داده شده

بین‌لایه‌ای حالت دوم در چندلایه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب، از آزمایش و پیکربندی متفاوتی نسبت به حالت اول استفاده می‌شود. برای این منظور از نمونه‌ای با ترک اولیه استفاده می‌شود که به end notched flexure (ENF) معروف است (شکل ۲).



شکل ۲- مدل آزمایشگاهی حالت دوم [۲۲]

طبق نظریه خطی تیرها، گشتاور خمشی سازگاری در نمونه ENF برابر است با:

$$C = \frac{\delta}{P_{II}} = \frac{2L^3 + 3a^3}{8bh^3 E_{11}} \quad (14)$$

که δ جابجایی از مرکز تیر و P_{II} بار اعمال شده است. نرخ آزادسازی انرژی حالت دوم تابعی از گشتاور خمشی سازگاری، بار اعمال شده و عرض نمونه است:

$$G_{II} = \frac{9P_{II}^2 a^2}{16b^2 h^3 E_{11}} \quad (15)$$

در نتیجه، نرخ آزادسازی انرژی به عنوان تابعی از جابجایی از مرکز به صورت زیر بیان می‌شود:

$$G_{II} = \frac{36h^3 \delta^2 a^2 E_{11}}{(2L^3 + 3a^3)^2} \quad (16)$$

۳-۴- جدایش بین‌لایه‌ای در حالت بارگذاری ترکیبی

اول/دوم

برای مدل‌سازی بارگذاری ترکیبی حالت اول/دوم از آزمون Mixed mode bending test (MMB) استفاده می‌شود. در این آزمون، همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، نمونه در هر دو انتها در جهت عمودی نگه داشته می‌شود و بارگذاری در انتها و وسط نمونه به طور هم‌زمان به کمک فیکسچر مخصوص، اعمال می‌شود. مزیت اصلی آزمون MMB این است که با تغییر طول اهرم، c می‌توان نسبت‌های مختلف حالت ترکیبی را به‌دست آورد. آزمایش MMB را می‌توان به عنوان حالت برهم‌نهی حالت اول (DCB) و حالت دوم (ENF) در نظر گرفت.

نرخ آزادسازی انرژی برای حالت اول و حالت دوم با توجه به قسمت‌های قبل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$G_I = \frac{12P_I^2 a^2}{b^2 h^3 E_{11}}$$

$$G_{II} = \frac{9P_{II}^2 a^2}{16b^2 h^3 E_{11}} \quad (17)$$

که در آن P_I و P_{II} بخش‌های از حالت اول و حالت دوم بار اصلی هستند که به صورت زیر ارزیابی می‌شود:

است. در مرحله اول، تابع سطح پاسخ ایجاد می‌شود تا جایگزین تابع حالت حدی ضمنی در تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان شود. پس از تولید تعداد نقاط نمونه، پاسخ‌های سیستم در این نقاط ارزیابی و در روابط تابع سطح پاسخ استفاده می‌شود. در مرحله دوم، تابع سطح ایجاد شده با روش‌های مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان ترکیب می‌شود تا شاخص قابلیت اطمینان اطمینان β یا احتمال شکست p_f محاسبه گردد.

جدایش وقتی اتفاق می‌افتد که میزان آزادسازی انرژی به یک مقدار بحرانی برسد. نقطه بحرانی، چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای نامیده شده و به عنوان میزان آزادسازی انرژی بحرانی شناخته می‌شود. برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، تابع حالت حدی متناسب با ساختار سیستم، مورد نیاز است. به منظور پیش‌بینی رشد جدایش، در مکانیک شکست مفهوم میزان آزادسازی انرژی کارایی بهتری دارد. بنابراین در این مطالعه توابع حالت حدی بر اساس انرژی برای بارگذاری حالت اول، دوم و حالت ترکیبی اول/دوم در تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان استفاده می‌شود.

۵-۱- تابع حالت حدی در بارگذاری حالت اول

در بارگذاری حالت اول، وقتی آزادسازی انرژی G_I بیش از چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای G_{IC} شود، جدایش رشد خواهد کرد. با توجه به بخش ۴-۱، نرخ آزادسازی انرژی در حالت بارگذاری اول G_I با استفاده از نظریه خطی تیر، به دست آمده است. همچنین، چقرمگی شکست حالت اول G_{IC} با نتایج تجربی قابل محاسبه است. در نتیجه معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$g_I(X) = G_{IC} - \frac{12P_1^2 a^2}{b^2 h^3 E_{11}} \quad (21)$$

در تابع حالت حد فوق، شش منبع عدم قطعیت وجود دارد و بردار متغیرهای تصادفی برابر است با $X = (G_{IC}, E_{11}, P_1, a, b, h)$. عدم قطعیت‌های مربوط به خواص مواد باید با انجام تعداد مناسب آزمایش و مدل‌سازی احتمالی نتایج به‌دست آید.

۵-۲- تابع حالت حدی در بارگذاری حالت دوم

در بارگذاری حالت دوم، وقتی آزادسازی انرژی G_{II} بیش از چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای G_{IIC} شود، جدایش رشد خواهد کرد. با توجه به بخش ۴-۲، نرخ آزادسازی انرژی در حالت بارگذاری دوم G_{II} با استفاده از نظریه خطی تیر، به دست آمده است. همچنین، چقرمگی شکست حالت دوم G_{IIC} با نتایج تجربی قابل محاسبه است. در نتیجه معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$g_{II}(X) = G_{IIC} - \frac{9P_{II}^2 a^2}{16b^2 h^3 E_{11}} \quad (22)$$

در تابع حالت حد فوق نیز، شش منبع عدم قطعیت وجود دارد و بردار متغیرهای تصادفی برابر است با $X = (G_{IC}, E_{11}, P_{II}, a, b, h)$.

۵-۳- تابع حالت حدی در بارگذاری حالت ترکیبی

اول/دوم

جدایش حالت اول و حالت دوم بستگی به چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای دارد که یکی از منابع عدم قطعیت در تحلیل قابلیت اطمینان است. بنابراین، رشد ترک بحرانی در حالت اول و حالت دوم به

ترتیب زمانی رخ می‌دهد که $G_I = G_{IC}$ و $G_{II} = G_{IIC}$. اگر چندلایه ساخته شده از مواد مرکب در معرض بارگذاری ترکیبی حالت اول/دوم قرار داشته باشد، ارائه یک معیار خرابی مناسب برای پیش‌بینی رشد جدایش ضروری است. برای این منظور، مطالعاتی در این زمینه انجام شده است. بنزگا و کنین [۲۴، ۲۵] معیار مناسبی برای ارزیابی رشد جدایش در حالت ترکیبی اول/دوم ارائه داده‌اند که بسیار مورد استفاده گسترده قرار گرفته است. این معیار بر اساس ضریب شدت تنش در اطراف نوک ترک است که به عنوان تابعی از نرخ آزادسازی انرژی بیان شده است:

$$G_C = G_I + G_{II} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right)^\eta \quad (23)$$

η ثابت و یکی از خواص مواد است که به صورت تجربی محاسبه می‌شود و برای مواد مرکب شیشه/اپوکسی برابر با $2/6$ است [۲۴]. با توجه به معیار خرابی فوق، تابع حالت حد برای بارگذاری حالت ترکیبی اول/دوم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$g_{I/II}(X) = G_C - G_T \quad (24)$$

G_C چقرمگی شکست کل و $G_{II}/G_T = G_{II}/G_I + G_{II}$ نسبت حالت ترکیب است که تابعی از طول اهرم c است. با جایگزینی G_I و G_{II} در نسبت حالت ترکیبی خواهیم داشت:

$$\frac{G_{II}}{G_T} = \frac{3(L+c)^2}{7L^2 - 18Lc + 39c^2} \quad (25)$$

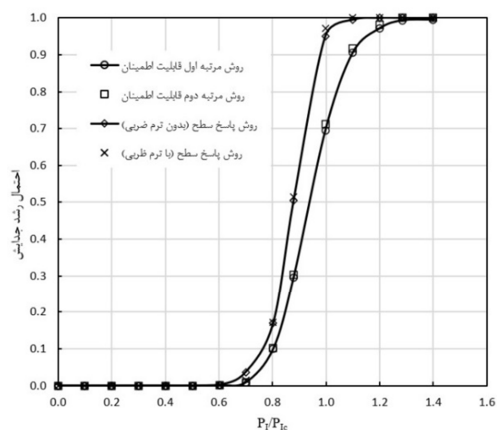
در تابع حالت حد بیان شده، هشت منبع عدم قطعیت وجود دارد که می‌تواند به عنوان بردار متغیرهای تصادفی $X = (G_{IC}, G_{IIC}, E_{11}, P_{I/II}, a, b, h, L)$ بیان شود.

۶- نتایج

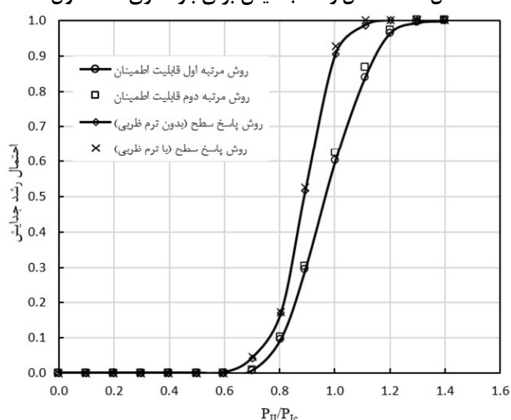
در مرحله اول، متغیرهای تصادفی برای چندلایه ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی برای تدوین تابع حالت حد مشخص می‌شود. در گام بعدی، از چند جمله‌ای درجه دوم بدون جملات ضریبی و با جملات ضریبی برای تقریب تابع حالت حد واقعی استفاده می‌شود. پس از تنظیم تابع سطح پاسخ، از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان و نقطه طراحی استفاده می‌شود، که در این صورت احتمال رشد جدایش در بارگذاری حالت اول، دوم و اول/دوم ارزیابی می‌شود. از آنجایی که تابع حالت، ضمنی است، شاخص قابلیت اطمینان β نمی‌تواند مستقیماً توسط معادله مربوطه محاسبه شود. بدین منظور چندین الگوریتم برای حل این مسئله ارائه شده است [۲۶، ۲۷]. در این مطالعه از الگوریتم راکویتز و فیسلر^۱ که نسبت به سایر روش‌ها کارآمدتر است استفاده می‌شود. شرایط همگرایی روش سطح پاسخ و روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان $\beta_i - \beta_{i-1} < 0.01$ است. در ادامه، رابطه بین روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و روش سطح پاسخ هم بررسی خواهد شد. علاوه بر این، در این تحقیق تأثیر حالت‌های بارگذاری اول، دوم و اول/دوم بر احتمال رشد جدایش بررسی می‌شود.

مدل موردنظر برای محاسبه قابلیت اطمینان در این مطالعه یک چندلایه صلیبی متقارن ساخته شده از الیاف شیشه/اپوکسی با ۱۶ لایه است. برای چندلایه مورد نظر متغیرهای تصادفی آماری، یعنی مقدار میانگین و ضریب تغییرات آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است [۲۸]. در

¹ Rackwitz and Fiessler



شکل ۵- احتمال رشد جدایش برای بارگذاری حالت اول



شکل ۶- احتمال رشد جدایش برای بارگذاری حالت دوم

دلیل افزایش نسبت بار برای هر سه روش افزایش می‌یابد ولی در روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان احتمال جدایش نسبت به روش سطح پاسخ مقدار کم‌تری ارزیابی می‌شود. وقتی نسبت بار ۱ است در روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان احتمال رشد جدایش ۷۰ درصد در حالی که در روش سطح پاسخ ۹۸ درصد است.

شکل ۶ نیز احتمال رشد جدایش برای بارگذاری حالت دوم را نشان می‌دهد. در این مورد هم با افزایش احتمال رشد جدایش با نسبت بار، احتمال رشد جدایش روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان نسبت به روش سطح پاسخ، کم‌تر ارزیابی شده است. در این حالت نیز، وقتی نسبت بار ۱ است در روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان احتمال رشد جدایش تقریباً ۶۰ درصد، در حالی که در روش سطح پاسخ ۹۰ درصد است.

بعد از تجزیه و تحلیل احتمال رشد جدایش در بارگذاری حالت اول و دوم، در ادامه، احتمال رشد جدایش در حالت بارگذاری ترکیبی اول/دوم بررسی می‌شود. با توجه به شکل ۷، همانند دو حالت قبل، احتمال رشد جدایش در حالت ترکیبی در روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان نسبت به روش سطح پاسخ، مقدار کم‌تری است. در روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان احتمال رشد جدایش، وقتی نسبت بار ۱ است تقریباً ۷۵ درصد و در روش سطح پاسخ ۹۵ درصد است.

کاربردهای عملی، یک نوع توزیع خاص را برای سازگاری با پارامترهای متغیر استفاده می‌شود. در این مطالعه با توجه به داده‌های به دست آمده از [۲۸]، فرض می‌شود که خواص آماری چندلایه ساخته شده از شیشه/پوکسی از توزیع نرمال پیروی می‌کند.

جدول ۱- ویژگی آماری خواص چندلایه ساخته‌شده از مواد مرکب [۲۸]

متغیر تصادفی	میانگین	ضریب تغییرات	نوع توزیع
چقرمگی شکست در حالت اول G_{IC}	۲۵۰	۰/۱۳۰	نرمال
چقرمگی شکست در حالت دوم G_{IIC}	۱۸۷۹	۰/۱۷	نرمال
مدول الاستیسیته طولی E_{11} (GPa)	۲۵/۷	۰/۰۸	نرمال
نیرو P (N)	-	۰/۰۱	نرمال
جدایش اولیه a (mm)	۳۵	۰/۰۱	نرمال
عرض چندلایه b (mm)	۲۰	۰/۰۱	نرمال
ضخامت چندلایه 2h (mm)	۴/۲۶	۰/۰۱	نرمال
طول چندلایه L (mm)	۱۵۰	۰/۰۱	نرمال
	۱۳۰	۰/۰۱	نرمال
	۱۳۰	۰/۰۱	نرمال

شبیه‌سازی مونت کارلو یکی از متداول‌ترین روش‌های شبیه‌سازی است که برای تأیید نتایج به‌دست آمده از روش‌های تحلیلی مانند سطح پاسخ استفاده می‌شود. در این روش مجموعه‌ای از نمونه‌ها برای متغیرهای تصادفی با توجه به توزیع احتمال خاص خود به طور تصادفی تولید می‌شود و تابع خرابی چندین بار ارزیابی می‌شود تا احتمال شکست حاصل شود. احتمال خرابی با تقسیم تعداد دفعاتی که تابع خرابی کمتر از صفر است بر تعداد کل شبیه‌سازی‌ها محاسبه می‌شود. نتایج به‌دست آمده از روش سطح پاسخ با روش مونت‌کارلو برای حالت‌های بارگذاری اول، دوم و ترکیبی مقایسه و صحت‌سنجی شده است و در جدول ۲ نشان داده شده است. قابل مشاهده است که روش سطح پاسخ نتایج نزدیکی به نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو ارائه می‌دهد لذا در این مطالعه، این روش برای چندلایه مواد مرکب صحت‌سنجی شده است. همچنین بدیهی است که در روش مونت‌کارلو هرچه شبیه‌سازی بیشتر انجام شود، قابلیت اطمینان دقیق‌تری نیز به‌دست خواهد آمد. در این مطالعه از ۳۰۰۰ شبیه‌سازی استفاده شده است.

با توجه به توابع خرابی هر یک از حالت‌های بارگذاری اول، دوم و ترکیبی و خواص آماری چندلایه ساخته‌شده از الیاف شیشه/پوکسی، احتمال رشد جدایش در هر یک از حالت‌های بارگذاری به دست آمده است. شکل ۵ احتمال رشد جدایش با ترک اولیه برای بارگذاری حالت اول با نسبت بار (P_t/P_{Ic}) را نشان می‌دهد. احتمال رشد جدایش به

جدول ۲- نتایج مونت‌کارلو (MCS) و روش سطح پاسخ (RSM)

نسبت بار (P/P _c)	احتمال رشد جدایش					
	حالت اول (I)		حالت دوم (II)		حالت ترکیبی (I/II)	
	RSM	MCS	RSM	MCS	RSM	MCS
۰/۶	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۰/۷	۰/۰۳۶۶	۰/۰۳۳۶	۰/۰۳۷۱	۰/۰۴۰۸	۰/۰۴۹۳	۰/۰۵۳۸
۰/۸	۰/۱۵۹۰	۰/۱۵۶۱	۰/۱۵۹۱	۰/۱۷۰۴	۰/۲۱۱۵	۰/۲۳۰۴
۰/۹	۰/۴۶۱۲	۰/۵۰۵۰	۰/۴۷۹۰	۰/۵۱۶۱	۰/۶۱۳۹	۰/۶۷۱۴
۱	۰/۸۸۶۳	۰/۹۵۱۰	۰/۸۲۴۱	۰/۹۰۶۱	۰/۸۹۲۱	۰/۹۵۱۴

جدول ۵- تأثیر تعداد لایه‌ها بر احتمال رشد جدایش با روش سطح

احتمال رشد جدایش			تعداد لایه
حالت ترکیبی (I/II)	حالت دوم (II)	حالت اول (I)	
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۷۱۹۳	۸
۰/۹۹۸۲	۰/۹۸۰۱	۱/۱۷۳۵-۱۹	۱۲
۰/۷۱۸۳	۰/۵۵۸۷	۱/۴۹۱۵-۲۰	۱۶
۱/۸۹۹۵-۲۳	۱/۷۶۷۵-۲۳	۱/۷۴۱۵-۲۳	۲۴

جدول ۶- تأثیر تعداد لایه‌ها بر احتمال رشد جدایش با روش سطح

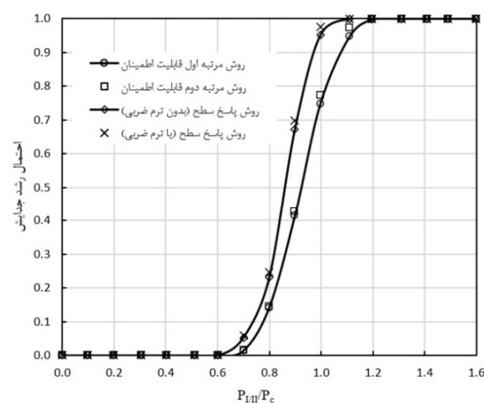
احتمال رشد جدایش			تعداد لایه
حالت ترکیبی (I/II)	حالت دوم (II)	حالت اول (I)	
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۷۳۹۹	۸
۰/۹۹۹۲	۰/۹۹۹۱	۱/۲۷۳۵-۱۹	۱۲
۰/۷۳۹۵	۰/۵۷۹۷	۱/۹۹۱۵-۲۰	۱۶
۱/۹۹۹۵-۲۳	۱/۷۶۷۵-۲۳	۱/۸۲۱۵-۲۳	۲۴

همان‌طور که از این جدول‌ها مشخص است در تمامی طول ترک اولیه، احتمال رشد جدایش در بارگذاری حالت اول بیشترین مقدار و در حالت دوم کمترین مقدار است. از طرفی دیگر این مقادیر احتمال در روش سطح پاسخ با جمله ضریبی بیشتر از روش سطح پاسخ بدون جمله ضریبی است.

اثرات تغییرات تعداد لایه‌ها بر احتمال رشد جدایش برای انواع مختلف حالت بارگذاری در نسبت بار و طول جدایش اولیه ثابت با استفاده از روش سطح پاسخ بدون جمله ضریبی و با جمله ضریبی به ترتیب در جدول ۵ و جدول ۶ ارائه شده است. نتایج حاکی از آن است که در حالت‌های بارگذاری اول، دوم و ترکیبی اول/دوم با افزایش تعداد لایه‌ها مقدار احتمال رشد جدایش کاهش یافته است. در بارگذاری حالت اول در صفحه ماده مرکب با ۱۲ لایه احتمال جدایش تقریباً برابر با صفر است در حالی که در بارگذاری‌های حالت اول و ترکیبی اول/دوم در صفحه با ۲۴ لایه احتمال رشد جدایش تقریباً به مقدار صفر می‌رسد.

از جدول‌های ۳ تا ۶ قابل مشاهده است که احتمال جدایش در روش سطح پاسخ با جمله ضریبی مقدار بیشتری است و می‌توان گفت جواب آن محتاطانه‌تر است و می‌تواند جواب دقیق‌تری را نشان دهد، اما با توجه به وجود جملات ضریبی و پارامترهای بیشتر در آن، هزینه محاسباتی آن نیز بیشتر است. بنابراین انتخاب صحیح پارامترها و جملات ضریبی در روش سطح پاسخ با توجه به نوع مسئله، دقت و مقدار قابلیت اطمینان مورد نیاز در آن بسیار مهم است.

در ادامه احتمال رشد جدایش با نسب بار در بارگذاری‌های مختلف حالت اول، دوم و ترکیبی اول/دوم، اثرات حالت‌های بارگذاری بر قابلیت اطمینان چندلایه ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی در حالت جدایش بررسی می‌شود. در حالت بارگذاری ترکیبی اول/دوم، نسبت حالت‌های مختلف، با تغییر طول اهرم (شکل ۳) به‌دست می‌آید. در جدول ۷ در نسبت حالت ترکیبی متفاوت از ۰ تا ۱ مقادیر احتمال رشد جدایش



شکل ۷- احتمال رشد جدایش برای بارگذاری حالت ترکیبی

به عنوان یک نتیجه کلی از شکل‌های ۵ تا ۷ می‌توان بیان کرد که با افزایش نسبت بار (P/P_c) مقدار احتمال رشد جدایش در تمامی حالت‌های بارگذاری افزایش می‌یابد و احتمال رشد جدایش در روش سطح پاسخ بیش‌تر از روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان است. جدول ۳ و جدول ۴ نیز اثرات تغییر طول جدایش اولیه بر احتمال جدایش در نسبت بار و تعداد لایه ثابت به ترتیب با روش سطح پاسخ بدون جمله ضریبی و با جمله ضریبی را نشان می‌دهد. با افزایش طول جدایش اولیه، احتمال رشد جدایش افزایش می‌یابد. در حالت اول زمانی که طول ترک اولیه ۴۰ میلی‌متر است احتمال جدایش ۱۰۰ درصد است در حالی که برای حالت‌های دوم و ترکیبی اول/دوم در ترک اولیه ۴۵ میلی‌متر احتمال رشد جدایش ۱۰۰ درصد خواهد بود.

جدول ۳- تأثیر طول جدایش اولیه بر احتمال رشد جدایش با

روش سطح پاسخ (بدون جمله ضریبی)

احتمال رشد جدایش			طول ترک اولیه (a) (mm)
حالت ترکیبی (I/II)	حالت دوم (II)	حالت اول (I)	
۰/۸۲۸۱	۰/۷۸۶۱	۰/۸۶۴۱	۲۵
۰/۶۴۰۳	۰/۶۲۹۱	۰/۷۱۱۸	۳۰
۰/۹۶۸۴	۰/۹۰۶۱	۰/۹۸۴۹	۳۵
۰/۹۹۸۱	۰/۹۸۵۱	۱/۰۰۰۰	۴۰
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۴۵

جدول ۴- تأثیر طول جدایش اولیه بر احتمال رشد جدایش با روش

سطح پاسخ (با جمله ضریبی)

احتمال رشد جدایش			طول ترک اولیه (a) (mm)
حالت ترکیبی (I/II)	حالت دوم (II)	حالت اول (I)	
۰/۸۴۸۶	۰/۷۹۸۱	۰/۸۷۵۱	۲۵
۰/۶۶۲۳	۰/۶۴۹۱	۰/۷۲۵۷	۳۰
۰/۹۷۹۴	۰/۹۱۹۱	۰/۹۹۹۸	۳۵
۰/۹۹۹۶	۰/۹۹۸۱	۱/۰۰۰۰	۴۰
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۴۵

جدول ۷- تأثیر حالت‌های بارگذاری با نسبت‌های مختلف حالت ترکیبی

احتمال رشد جدایش				نسبت حالت ترکیبی G_{II}/G_T
روش مرتبه اول قابلیت اطمینان	روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان	روش سطح پاسخ (بدون جمله ضربی)	روش سطح پاسخ (با جمله ضربی)	
۰/۰۵۰۵	۰/۰۵۱۷	۰/۰۸۰۲	۰/۰۸۵۱	۰
۰/۰۱۷۴	۰/۰۱۷۷	۰/۰۲۷۹	۰/۰۲۹۴	۰/۱
۷/۸۴۱e-۰۵	۸/۰۳۰e-۰۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۲
۲/۵۸۳e-۰۷	۲/۶۶۲e-۰۷	۴/۱۹۸e-۰۷	۴/۴۸۰e-۰۷	۰/۳
۷/۳۱۶e-۱۶	۷/۵۴۳e-۱۶	۱/۱۶۴e-۱۵	۱/۳۴۲e-۱۵	۰/۴
۵/۸۸۷e-۲۲	۶/۰۱۶e-۲۲	۹/۴۴۹e-۲۲	۹/۹۹۲e-۲۲	۰/۵
۱/۰۳۱e-۲۳	۱/۰۶۱e-۲۳	۱/۶۹۰e-۲۳	۱/۸۰۳e-۲۳	۰/۶
۱/۰۱۷e-۲۲	۱/۰۴۷e-۲۲	۱/۵۸۷e-۲۲	۱/۶۸۹e-۲۲	۰/۷
۳/۴۲۷e-۲۳	۳/۵۵۲e-۲۳	۵/۵۰۸e-۲۳	۵/۹۰۹e-۲۳	۰/۸
۲/۰۲۱e-۲۲	۲/۰۶۳e-۲۲	۳/۲۵۷e-۲۲	۳/۴۴۱e-۲۲	۰/۹
۱/۰۱۷e-۲۲	۱/۰۳۸e-۲۲	۱/۶۳۹e-۲۲	۱/۷۳۳e-۲۲	۱

استخراج شده است. به صورت کلی می‌توان بیان کرد که با افزایش نسبت حالت ترکیبی از مقدار صفر (مود اول خالص) تا مقدار ۱ (مود دوم خالص) شاخص قابلیت اطمینان افزایش می‌یابد و احتمال رشد جدایش کاهش می‌یابد. برای نسبت حالت ترکیبی بیشتر از ۰/۱، احتمال رشد جدایش تقریباً برابر با صفر است و این متغیر تصادفی تأثیر قابل توجهی در قابلیت اطمینان چندلایه در جدایش در حالت ترکیبی اول/دوم ندارد.

نتایجی که به دست آمده است صرفاً برای برای چندلایه ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی تحت بارگذاری خاص است و طبیعتاً انتظار می‌رود نتیجه برای دیگر مواد و تحت بارگذاری مختلف، متفاوت باشد. این نتایج نشان می‌دهد که اگر روش سطح پاسخ به درستی اعمال شود، نتایج حاصل از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان نسبت به روش سطح پاسخ محتاط‌تر است و احتمال رشد بیشتری را نشان می‌دهد و به نظر می‌آید برای چندلایه انتخاب شده در این مطالعه روش سطح پاسخ برای تحلیل قابلیت اطمینان روش بهتری باشد. قابل ذکر است که بر اساس تعداد متغیرهای تصادفی و خطی بودن (یا نبودن) تابع شکست، روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان به کار برده شده در این مطالعه می‌تواند محدودیت‌هایی برای توابع شکست داشته باشد. همچنین الگوریتم‌های تقریب محتمل‌ترین نقطه، روش نمونه‌گیری، تعیین پارامترهای متغیر و نوع توزیع آن‌ها و نحوه انتخاب تابع شکست و چندجمله‌ای‌ها در محاسبه احتمال خرابی سیستم‌های سازه‌ای موثر است.

۷- نتیجه‌گیری

این مطالعه روشی را برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان چندلایه‌های ساخته‌شده از الیاف شیشه/اپوکسی در حضور جدایش در بار گذاری حالت اول، دوم و ترکیبی اول/دوم با استفاده از مفاهیم مکانیک شکست طبق معیار انرژی ارائه می‌دهد. با استفاده از روش سطح پاسخ، چندجمله‌ای درجه دوم بدون جملات ضربی و با جملات ضربی برای تقریب تابع حالت حدی واقعی استفاده می‌شود. پس از تنظیم تابع سطح پاسخ، از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای

محاسبه شاخص قابلیت اطمینان و نقطه طراحی استفاده شده است. ارزیابی قابلیت اطمینان با استفاده از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و روش سطح پاسخ انجام شده است. مزایای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان با این روش‌ها، پیش‌بینی دقیق‌تر خرابی ساختاری متاثر از منابع مختلف عدم قطعیت و استفاده بهینه از توانایی تحمل بار است. نتایج نشان داده است که احتمال رشد جدایش در روش سطح پاسخ نسبت به دو روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان مقدار بیشتری را نشان می‌دهد. وقتی نسبت بار ۱ باشد احتمال رشد جدایش در بارگذاری حالت اول و دوم به ترتیب ۹۸ و ۹۰ درصد، در حالی که در بارگذاری ترکیبی، در نسبت ترکیبی ۰/۲۵ و نسبت بار ۱ برابر با ۹۵ درصد است. تأثیر تغییرات طول جدایش اولیه و تعداد لایه‌ها نیز بر احتمال رشد جدایش در هر یک از حالت‌های بارگذاری در نسبت بار ثابت بررسی شد و نشان داده شده است که با افزایش طول جدایش اولیه و تعداد لایه‌ها احتمال رشد جدایش در هر یک از حالت‌های بارگذاری به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. سرانجام، تأثیر حالت‌های بارگذاری مختلف حالت اول، حالت دوم و حالت ترکیبی اول/دوم بر قابلیت اطمینان چندلایه مذکور با استفاده از روش‌های مختلف ارائه شد. نشان داده شد که قابلیت اطمینان در حالت اول (در نسبت حالت ترکیب صفر) کمترین مقدار را دارد و احتمال خرابی آن در روش سطح پاسخ با جمله ضربی برابر است با ۰/۰۸۵۱، در حالی که قابلیت اطمینان در حالت دوم (نسبت حالت ترکیبی ۱) بیشترین مقدار خود را دارد و احتمال جدایش آن با استفاده از روش سطح پاسخ با جمله ضربی برابر ۱/۷۳۳e-۲۲ است. همچنین مشاهده شده است که در نسبت حالت ترکیبی ۰/۲ و ۰/۳ احتمال خرابی به شدت کاهش می‌یابد. نشان داده شد که برای تجزیه و تحلیل احتمالی خرابی چندلایه‌ها تحت رشد جدایش، توسعه تابع خرابی بر اساس نظریه مکانیک شکست برای حالت‌های مختلف بارگذاری با استفاده از روش‌های قابلیت اطمینان عملی است.

۸- نمادها

$g(x)$	تابع عملکرد
$f_x(X)$	تابع چگالی احتمال
X	متغیر تصادفی
Φ	تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد
β	شاخص قابلیت اطمینان
G_I	نرخ آزادسازی انرژی در حالت اول (J/m^2)
G_{II}	نرخ آزادسازی انرژی در حالت دوم (J/m^2)
G_T	نرخ آزادسازی انرژی کل (J/m^2)
G_{IC}	چقرمگی شکست در حالت اول (J/m^2)
G_{IIC}	چقرمگی شکست در حالت دوم (J/m^2)
P_I	بار اصلی در حالت اول (N)
P_{II}	بار اصلی در حالت دوم (N)
E_{11}	مدول الاستیسیته طولی (GPa)

۹- مراجع

- [1] António, C.C. and Hoffbauer, L.N., Uncertainty propagation in inverse reliability-based design of composite structures,

- [19] Rosenblatt, M., Remarks on a multivariate transformation, *The annals of mathematical statistics*, Vol. 23, pp. 470-472, 1952.
- [20] Xiaoping, D., Probabilistic engineering design, *Teaching Notes*, September, 2005.
- [21] ASTM, D., 5528-01: Standard test method for mode i interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites, *Annual book of ASTM Standards*, Vol. 15, 2001.
- [22] WK22949, A., New test method for determination of the mode ii interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites using the end-notched flexure (enf) test, *American Society for Testing and Materials, West Conshohocken*, 2009.
- [23] ASTM, D., 6671/d 6671m-06. Standard test method for mixed mode i-mode ii interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber reinforced polymer matrix composites, *Annual book of ASTM Standards*, Vol. 15, 2004.
- [24] Kenane, M. and Benzeggagh, M., Mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites under fatigue loading, *Composites Science and Technology*, Vol. 57, pp. 597-605, 1997.
- [25] Kenane, M., Delamination growth in unidirectional glass/epoxy composite under static and fatigue loads, *Physics Procedia*, Vol. 2, pp. 1195-1203, 2009.
- [26] Der Kiureghian, A., Haukaas, T. and Fujimura, K., Structural reliability software at the university of california, berkeley, *Structural safety*, Vol. 28, pp. 44-67, 2006.
- [27] Cheng, G., Xu, L. and Jiang, L., A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization, *Computers & Structures*, Vol. 84, pp. 1353-1367, 2006.
- [28] Ducept, F., Davies, P. and Gamby, D., An experimental study to validate tests used to determine mixed mode failure criteria of glass/epoxy composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 28, pp. 719-729, 1997.
- [29] International Journal of Mechanics and Materials in Design, Vol. 6, pp. 89-102, 2010.
- [2] Liu, P. and Zheng, J., Strength reliability analysis of aluminium-carbon fiber/epoxy composite laminates, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 23, pp. 421-427, 2010.
- [3] Shaw, A., Sriramula, S., Gosling, P.D. and Chryssanthopoulos, M.K., A critical reliability evaluation of fibre reinforced composite materials based on probabilistic micro and macro-mechanical analysis, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, pp. 446-453, 2010.
- [4] Welemene, H. and Dehmous, H., Reliability analysis and micromechanics: A coupled approach for composite failure prediction, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, pp. 935-945, 2011.
- [5] Chiachio, M., Chiachio, J. and Rus, G., Reliability in composites—a selective review and survey of current development, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, pp. 902-913, 2012.
- [6] Adarsh, S. and Reddy, M.J., Reliability analysis of composite channels using first order approximation and monte carlo simulations, *Stochastic environmental research and risk assessment*, Vol. 27, pp. 477-487, 2013.
- [7] Kimiaefar, A., Lund, E., Thomsen, O.T. and Sørensen, J.D., Asymptotic sampling for reliability analysis of adhesive bonded stepped lap composite joints, *Engineering Structures*, Vol. 49, pp. 655-663, 2013.
- [8] Gosling, P.D. and Polit, O., A high-fidelity first-order reliability analysis for shear deformable laminated composite plates, *Composite Structures*, Vol. 115, pp. 12-28, 2014.
- [9] Shayanfar, M.A., Barkhordari, M.A. and Roudak, M.A., Locating design point in structural reliability analysis by introduction of a control parameter and moving limited regions, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 126, pp. 196-202, 2017.
- [10] Akula, V.M., Multiscale reliability analysis of a composite stiffened panel, *Composite Structures*, Vol. 116, pp. 432-440, 2014.
- [11] Zhang, S., Zhang, C. and Chen, X., Effect of statistical correlation between ply mechanical properties on reliability of fibre reinforced plastic composite structures, *Journal of Composite Materials*, Vol. 49, pp. 2935-2945, 2015.
- [12] Zhang, S., Zhang, L., Wang, Y., Tao, J. and Chen, X., Effect of ply level thickness uncertainty on reliability of laminated composite panels, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 35, pp. 1387-1400, 2016.
- [13] Zhou, X.-Y., Gosling, P., Ullah, Z. and Pearce, C., Exploiting the benefits of multi-scale analysis in reliability analysis for composite structures, *Composite Structures*, Vol. 155, pp. 197-212, 2016.
- [14] Delbariani-Nejad, A., Farrokhbadi, A. and Jafari, S.R., An energy based approach for reliability analysis of delamination growth under mode i, mode ii and mixed mode i/ii loading in composite laminates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 145, pp. 287-298, 2018.
- [15] Box, G.E. and Wilson, K.B., On the experimental attainment of optimum conditions, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, Vol. 13, pp. 1-38, 1951.
- [16] Giunta, A.A., Aircraft multidisciplinary design optimization using design of experiments theory and response surface modeling methods, Virginia Tech, 1997.
- [17] Bucher, C.G. and Bourgund, U., A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems, *Structural safety*, Vol. 7, pp. 57-66, 1990.
- [18] Lemaire, M., Structural reliability, John Wiley & Sons, 2013.