

## بررسی تأثیرات ترکیبی روانکار فروسیال و تنش کوپلی بر روی مشخصات فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل

اکبر طلوعیان

مقصود دلیری\*

محررم شاملی

دانشجوی دکترای تخصصی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، بناب، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، بناب، ایران

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، بناب، ایران

### چکیده

هدف مطالعه‌ی حاضر بررسی تأثیرات استفاده از یک روانکار فروسیال و تنش کوپلی در حضور میدان مغناطیسی بر روی مشخصات فیلم فشرده می باشد. برای این هدف، مدل فروهیدرودینامیک اشلیومیس و سیال مدل تنش کوپلی استوکس به کار برده می شوند. هندسه در نظر گرفته شده صفحات بیضوی شکل می باشد. تأثیرات سیال مدل تنش کوپلی، تمرکز حجمی ذرات فروسیال، پارامتر لانگوین و نسبت ابعاد بر روی ویژگی های فیلم فشرده شامل توزیع فشار در فیلم روانکار، ظرفیت حمل بار و زمان پاسخ مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرد. مطابق نتایج بدست آمده، استفاده از روانکار فروسیال در حضور میدان مغناطیسی و همچنین روانکار تنش کوپلی منجر به افزایش ویژگی های فیلم فشرده می شود که در روانکاری بسیار حائز اهمیت است از طرف دیگر نتیجه گرفته شد که تغییرات نسبت هندسی باعث تغییرات چشمگیر در مشخصات فیلم فشرده می شود. **واژه های کلیدی:** فیلم فشرده، صفحات بیضوی شکل، روانکار فروسیال، روانکار مدل تنش کوپلی.

## Ferro-fluid and couple stress lubricants effect on the squeeze film characteristics in parallel elliptical plates

A. Toloian

Department of Mechanical Engineering , Islamic Azad University Bonab Branch Bonab , Iran

M. Daliri

Department of Mechanical Engineering , Islamic Azad University Bonab Branch Bonab , Iran

M. Shamel

Department of Mechanical Engineering , Islamic Azad University Bonab Branch Bonab , Iran

### Abstract

The present study aims at investigating a couple stress ferro-fluid lubricant effects on the performance of a squeezed film once a uniform external magnetic field is applied. For this purpose, Shliomis ferro-hydrodynamic and couple stress fluid models are employed. The considered geometry is parallel elliptical plates. The effects of couple stress, volume concentration, Langevin parameters and aspect ratio on squeeze film characteristics including time vs. height and load carrying capacity are investigated. According to the results, employing couple stress ferro-fluid lubricant in the presence of the magnetic field leads to an increased performance of the squeeze film. On the other hand, variation of aspect ratio leads to significant effects on the squeeze film characteristics.

**Keywords:** Squeeze film, Elliptical plates, Ferro-fluid, Couple stress model lubricant.

واحد های انتقال، سیستم های هیدرولیک میراکننده های لزجتی، فعال سازهای هیدرولیک و غیره دارند. لذا مطالعه‌ی نحوه‌ی روانکاری مکانیزم های فیلم فشرده حائز اهمیت فراوان می باشد.

از طرف دیگر امروزه اغلب روغن های روانکار شامل افزودنی هایی مثل پلیمر هایی با وزن مولکولی بالا هستند که به عنوان یک بهبود دهنده‌ی شاخص لزجت به منظور جلوگیری از تغییرات لزجت با تغییر دما مطرح هستند. با این وجود وارد کردن افزودنی های پلیمری روغن های روانکار را مجبور می سازد که رفتار غیر نیوتنی از خود نشان دهند. تعدادی نظریه‌ی ریز پیوستار<sup>۱</sup> برای توضیح این رفتار غیر نیوتنی سیالات پلیمری ارائه شده اند. لازم به ذکر است نظریه‌ی پیوستار کلاسیک از اثرات اندازه ذرات اضافه شونده به سیال صرف نظر می کند.

### ۱- مقدمه

در رابطه با مکانیزم فیلم فشرده، بایستی گفته شود که مکانیزم فیلم فشرده موقعی اتفاق می افتد که سطوح روانکاری شونده به یکدیگر نزدیک می شوند و با سپری شدن زمان، فیلم روانکار موجود بین دو سطح، فشرده شده و ضخامت آن کم می شود. مکانیزم های فیلم فشرده کاربردهای زیادی در زمینه های علوم کاربردی و مهندسی صنعتی از قبیل چرخ دنده های تطبیقی، سیستم های بادامک و پیرو، سیستم های کلاچ، مکانیزم های ترمز، سیستم های تزریق قالب، ژيروسکوپ، انواع چرخ دنده ها، موتور های اتومبیل، موتور های هواپیما، اِلمان های غلتشی، اجزاء ماشین ها، اتصالات اسکلتی در بیوتریبولوژی<sup>۱</sup>، وسایل کنترل حالت، انواع یاتاقان ها، صفحات کلاچ در

<sup>1</sup>Micro continuum field theory

<sup>2</sup> Couple stress

<sup>1</sup> Bio tribology

مکانیزم ریزپیوستار سیالات توسط نظریه‌ی قطبی سیالات مختلط عمومی سازی می‌شود که توسط تنش کوشی کلاسیک در کنار تنش کوپلی<sup>۱</sup> (تنش تولید شده توسط چرخش اِلمان ها) در سیالات مشخص می‌شود. برای توضیح جریان سیالات ریز پیوستار(سیالات مختلط) نظریه‌های عمومی مختلفی توسعه داده شده اند که در میان آن ها یک نظریه‌ی خاص با عنوان نظریه‌ی تنش کوپلی وجود دارد که توسط استوکس<sup>۲</sup> ارائه شده است. این نظریه‌ی سیالات، میدان چرخش را بر حسب میدان سرعت تعریف می‌کند. بردار چرخش با  $\frac{1}{2}$ (نصف) کرل بردار سرعت برابر گرفته می‌شود. در این مدل تانسور تنش نیرویی و تانسور تنش کوپلی طوری تعریف می‌شوند که ضریب لزجت همانند حالتی که در مکانیک کلاسیک تعریف می‌شود مستقل از پارامتر تنش کوپلی باشد نظریه‌ی استوکس اثرات قطبی از قبیل وجود تانسورهای تنش نامتقارن مثل تنش های کوپلی و کوپل های حجمی را در نظر می‌گیرد. اثرات تنش کوپلی به عنوان نتیجه‌ی کنش یک ذره تغییر شکل یافته بر ذره‌ی مجاورش در نظر گرفته می‌شود<sup>[۱]</sup>.

در سیال های نیوتنی، تانسور تنش فقط ناشی از نیروهاست ولی در سیالات با تنش کوپلی تانسور تنش علاوه بر این که از نیروها ناشی می‌شود از کوپل یا گشتاورها هم می‌تواند حاصل شود به طور کلی یک ذره اثرش بر همسایگی، هم به صورت نیرو هست و هم به صورت گشتاور. به عنوان مثال سیالی مثل خون انسان هم یک سیال با تنش کوپلی در نظر گرفته می‌شود. سیال مدل تنش کوپلی کاربرد های علمی و صنعتی فراوانی در سیال های پمپ شونده از قبیل سیالات ترکیبی، روغن های ضخامت دار پلیمری و کریستال های مایع دارد. فروسیال‌ها(یا مایع‌های مغناطیسی)، به ویژه نانوسیال‌های قابل کنترل مغناطیسی، دسته‌ی ویژه از مواد نانوی هوشمند می‌باشند. این نوع از نانوسیال‌ها، کلئیدهای مواد نانویی مثل  $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$  ،  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  ،  $\text{Co}$  ،  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  ،  $\text{FeC}$  یا  $\text{Fe}$  می‌باشند که به طور پایدار در یک مایع حامل پراکنده شده‌اند در نتیجه، این مواد نانو به‌طور همزمان خواص سیال و میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند. از نظر ماکروسکوپی، معرفی نیروهای مغناطیسی در معادلات اساسی هیدرودینامیک برای محیط های شبه همگن مایع قابل مغناطیس شدن، باعث ایجاد علم هیدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال‌ها یا فروسیال‌های مغناطیسی می‌باشد که همچنین به‌عنوان فروهیدرودینامیک شناخته می‌شود و افق وسیعی از پدیده‌های جدید و کاربردهای امیدبخش را به روی ما می‌گشاید.

مطالعه‌ی حاضر به بررسی تأثیرات استفاده از روانکار فروسیال در حضور میدان مغناطیسی و همچنین روانکار تنش کوپلی بر روی مشخصات فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل، با لحاظ کردن تأثیرات هندسه‌ی صفحات می‌پردازد. بدین منظور از مدل اشلیومیس [۱۳] برای مدل کردن روانکار فروسیال و از نظریه‌ی استوکس [۱] برای تحلیل روانکار تنش کوپلی استفاده می‌شود.

دانیل و همکاران [۴] یک روش عددی برای تحلیل عملکرد یک یاتاقان ژورنال هیدرودینامیک که با روانکار فروسیال و تنش کوپلی

روانکاری می‌شود، بکار بردند و نتیجه گرفتند که با افزایش تنش های کوپلی و مغناطیس دما در یاتاقان ها افزایش پیدا می‌کند. همچنین تأثیرات اعداد پراتل و اکرت بر روی دما در تحقیق ایشان مورد بررسی قرار گرفت. در یک مطالعه‌ی دیگر دانیل و همکاران [۵] با بکارگیری معادلات مومنوم و پیوستگی تحلیل مگنتو - الکترودینامیکی به منظور استخراج معادله‌ی رینولدز انجام دادند و توزیع فشار در یاتاقان ژورنال را بدست آوردند و نتیجه گرفتند که با افزایش پارامتر تنش کوپلی و مغناطیس(استفاده از فروسیال) فشار افزایش پیدا می‌کند. دلیری و جوانی [۶] حرکت فشرده‌ی صفحات مخروطی شکل را با روانکار فروسیال در حضور میدان مغناطیسی و روانکار تنش کوپلی با لحاظ کردن اثرات اینرسی روانکار بررسی کردند. ایشان نتیجه گرفتند که افزایش اینرسی روانکار باعث بهبود مشخصات فیلم فشرده می‌شود. شاه و بهات [۷] و لین [۸] همچنین یک روشی را به منظور استخراج معادلات حاکم که در مطالعه‌ی حاضر مورد استفاده قرار گرفته را توسعه دادند. دلیری و همکاران [۹] مشخصات فیلم فشرده در صفحات مستطیل شکل را مورد بررسی قرار دادند. یک سیال تراکم ناپذیر تنش کوپلی و مگنتو-هیدرودینامیک به عنوان روانکار در حضور میدان مغناطیسی استفاده شد و نشان دادند که روانکار مگنتو-هیدرودینامیکی و تنش کوپلی باعث بهبود مشخصات فیلم فشرده می‌شود. برای صفحات حلقوی شکل روانکاری شونده، تأثیرات ترکیبی فشرده‌ی و دوران توسط دلیری و همکاران [۱۰] انجام شد و ایشان نشان دادند که ظرفیت حمل بار با استفاده از روانکار مگنتو-هیدرودینامیکی تنش کوپلی افزایش می‌یابد. با این وجود برای همان هندسه با افزایش اینرسی دورانی ظرفیت حمل بار کاهش می‌یابد[۱۱]. دیسک های دایروی شکل موازی با سطوح زبر با روانکار پیژو-ویسکوز تنش کوپلی توسط دلیری و جلالی وحید [۱۲] مطالعه شد. ایشان نشان دادند که الگوی زبری سطح و تأثیر فشار بر روی لزجت، مشخصات فیلم فشرده را بهبود می‌بخشد. هندسه‌ی دیگری که مورد علاقه محققین می‌باشد هندسه‌ی صفحات موازی پله دار با سطوح متخلخل می‌باشد که به منظور بدست آوردن پارامتر های روانکاری مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. دیسک های اصطکاک‌ی که در کلاچ های تر استفاده می‌شود دارای الگوهای پله ای دایروی و یا مربعی بوده که بر روی سطوح اصطکاک‌ی واقع هستند. این هندسه به روانکار اجازه‌ی جاری شدن بر روی سطح را داده و منطقه‌ی گرم شده را به شکل مؤثری خنک کاری نموده و باعث افزایش کارایی سیستم موردنظر می‌گردد، بنابراین هندسه در این نوع کاربردها دارای اهمیت فراوانی می‌باشد و پارامترهای مختلفی از جمله ظرفیت حمل بار، ظرفیت خنک سازی و زمان پاسخ را تحت تأثیر قرار خواهد داد. یکی از موارد استفاده از سطوح شیاردار کاربرد آن ها در کلاچ تر بوده که در آن برای روانکاری از این مکانیزم استفاده می‌شود. بیردار [۱۳] معادله‌ی رینولدز اصلاح شده را با استفاده از مدل استوکس سیال تنش کوپلی با مواد افزودنی در فیلم فشرده استخراج کرد. نتایج مطالعه‌ی وی نشان داد که ظرفیت حمل بار و زمان پاسخ برای سیال تنش کوپلی در مقایسه با سیال کلاسیک نیوتنی، بسیار بیشتر است. برای هندسه‌ی یاتاقان های ژورنال باریک سطوح متخلخل زبر، تأثیرات لغزش بر روی ویژگی های هیدرومغناطیس توسط شوکلا و همکاران [۱۴] بررسی شد و نتیجه گرفته شد که به حداقل رساندن لغزش باعث افزایش عملکرد این نوع

<sup>1</sup> Stokes

<sup>2</sup> Body couple

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \dots \quad (3)$$

معادله‌ی پیوستگی عبارت است از

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \dots \quad (4)$$

در معادلات (۱) و (۲)،  $\tau$  عبارت است از [۳]:

$$\tau = \frac{\tau}{\gamma} \phi \frac{\xi - \tanh \xi}{\xi + \tanh \xi} \quad (5)$$

در روابط بالا،  $\tau$  بیانگر پارامتر لزجت چرخشی فروسیال،  $\eta$  لزجت سوسپانسیون و  $\eta_c$  ثابت مادی مسؤول برای خواص سیال تنش کوپلی هست. در معادله‌ی (۵)  $\phi$  و  $\xi$  به ترتیب بیانگر تمرکز حجمی ذرات و پارامتر لانگوین (مرتبط با شدت میدان مغناطیسی) می‌باشند. مطابق رویه‌ی انجام شده توسط اشلیومیس [۲] فرمول انیشتین می‌تواند به منظور تقریب لزجت سوسپانسیون (فروسیال) مطابق با رابطه‌ی  $\eta = \eta_0(1 + \tau/\Delta\phi)$  استفاده شود که لزجت مایع اصلی با  $\eta_0$  نشان داده می‌شود. معادلات (۶) و (۷) نشان دهنده‌ی شرایط مرزی برای مؤلفه‌های سرعت می‌باشند.

$$u = \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \dots, v = \dots, \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \dots, w = \dots, at z = \dots \quad (6)$$

$$u = \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \dots, v = \dots, \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \dots, w = \frac{dh}{dt} at z = h \quad (7)$$

با اعمال شرایط مرزی (۶) و (۷) برای معادلات (۱) و (۲) مؤلفه‌های سرعت  $u$  و  $v$  به فرم زیر استخراج می‌شوند:

$$u = \frac{1}{\gamma\eta_0(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)} \frac{\partial p}{\partial x} \left[ (z^\tau - hz) + \frac{\tau l_c^\tau}{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)} \right] \left\{ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{(\tau z - h)\sqrt{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)}}{\tau l_c}\right)}{\cosh\left(\frac{h\sqrt{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)}}{\tau l_c}\right)} \right\} \quad (8)$$

$$v = \frac{1}{\gamma\eta_0(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)} \frac{\partial p}{\partial y} \left[ (z^\tau - hz) + \frac{\tau l_c^\tau}{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)} \right] \left\{ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{(\tau z - h)\sqrt{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)}}{\tau l_c}\right)}{\cosh\left(\frac{h\sqrt{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)}}{\tau l_c}\right)} \right\} \quad (9)$$

با انتگرال‌گیری از معادله‌ی پیوستگی در راستای ضخامت فیلم

روانکار عبارت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^h u dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \int_0^h v dz \right) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (10)$$

با جای‌گذاری مؤلفه‌های سرعت در معادله‌ی (۱۰) معادله‌ی رینولدز فیلم فشرده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{-\gamma\eta_0 A^2 \left(\frac{dh}{dt}\right)}{f(l_c, \tau, \phi, h)} \quad (11)$$

به طوری که

$$A = \sqrt{(1+\tau)(1+\tau/\Delta\phi)}$$

$$f(l_c, \tau, \phi, h) = -\frac{h^\tau}{\tau} + \frac{\tau l_c^\tau}{A} \left[ h - \frac{\tau l_c}{A} \tanh\left(\frac{Ah}{\tau l_c}\right) \right]$$

شرایط مرزی برای میدان فشار به فرم زیر می‌باشد:

$$p(x, y, z) = \dots \quad (12)$$

به طوری که

$$\frac{x_j^r}{a^r} + \frac{y_j^r}{b^r} = 1$$

با حل معادله‌ی (۱۱) با شرایط مرزی (۱۲) رابطه‌ی فشار به شکل

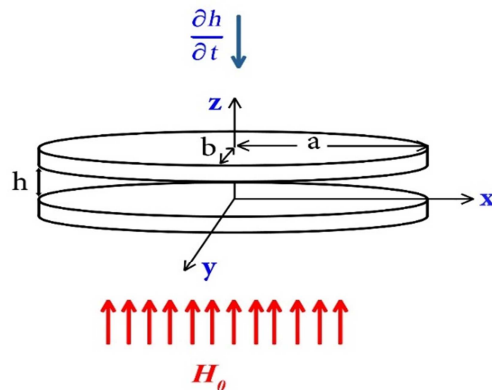
یافتان می‌شود.

اخیراً طلوعیان و همکاران [۱۵] تأثیرات استفاده از فروسیال و سیال دارای تنش کوپلی را به عنوان روانکار در صفحات مثلثی شکل مورد بررسی قرار دادند. ایشان نتیجه گرفتند که هم سیال دارای تنش کوپلی و هم فروسیال باعث افزایش فشار فیلم روانکار، ظرفیت حمل بار و زمان پاسخ می‌شود.

در این تحقیق، عملکرد فیلم فشرده بین صفحات بیضوی شکل موازی روانکاری شونده با روانکار فروسیال و تنش کوپلی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت به منظور بدست آوردن مشخصات فیلم فشرده مورد بررسی قرار می‌گیرد. نوآوری مقاله‌ی حاضر عمدتاً بر روی تغییر هندسه‌ی سیستم بوده و با توجه به تغییر معادلات حاکم و پارامترهای تأثیرگذار در روانکاری و خنک‌کنندگی سیستم، هندسه‌ی موردنظر متناسب با کاربردهای صنعتی آن در نظر گرفته شده است. با توجه به این هندسه و متعاقب با آن معادلات حاکم بر مسأله و ظرفیت حمل بار و زمان پاسخ برای مقادیر مختلف پارامتر تنش کوپلی، پارامتر لانگوین، پارامتر تمرکز حجمی ذرات و پارامتر نسبت ابعاد به عنوان خروجی مشخصات فیلم فشرده مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرند.

## ۲- مدل سازی ریاضی

هندسه‌ی صفحات بیضوی شکل که با روانکار تنش کوپلی فروسیال روانکاری می‌شود در شکل ۱ نشان داده شده است. میدان مغناطیسی با شدت یکنواخت در جهت عمود بر صفحات اعمال می‌شود. صفحه‌ی بالایی با سرعت  $-dh/dt$  به صفحه‌ی پایینی که ثابت است، نزدیک می‌شود. با در نظر گرفتن ابعاد صفحات و همچنین ضخامت لایه‌ی روانکار، استفاده از نظریه‌ی روانکاری فیلم نازک بر قرار است. به منظور یافتن مؤلفه‌های سرعت در جهات  $x$  و  $y$  یعنی  $u$  و  $v$  از مدل فروهیدرودینامیک اشلیومیس [۳ و ۲] و نظریه‌ی ریز-پیوستار استوکس [۱] استفاده می‌شود.



شکل ۱- هندسه‌ی فیلم فشرده بین صفحات بیضوی شکل موازی

معادلات مومنتم و پیوستگی برای حالت مورد مطالعه و با شرط در

نظر گرفته شده را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\dots = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \eta \tau \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \eta_c \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\dots = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \eta \tau \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \eta_c \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

زیر بدست می آید:

$$p = \frac{\eta A^r \left(\frac{dh}{dt}\right)}{f(l_c, \tau, \phi, h)} \left\{ \frac{a^r b^r}{r(a^r + b^r)} \left( 1 - \frac{x^r}{a^r} - \frac{y^r}{b^r} \right) \right\} \quad (13)$$

فشار بدون بعد به فرم زیر بیان می شود:

$$p^* = \frac{-ph \cdot r}{\eta \cdot \left(\frac{dh}{dt}\right) ab} = \frac{-A^r}{f^*(l^*, \tau, \phi, h^*)} \left\{ \frac{K}{K^r + 1} \left( 1 - x^{*r} - y^{*r} \right) \right\} \quad (14)$$

به طوری که

$$l^* = \frac{l_c}{h}, x^* = \frac{x}{a}, y^* = \frac{y}{b}, h^* = \frac{h}{h_c}, K = \frac{a}{b}, f^*(l^*, \tau, \phi, h^*) = \frac{f(l_c, \tau, \phi, h)}{h_c \cdot r}$$

$$f^*(l^*, \tau, \phi, h^*) = -\frac{h^{*r}}{\epsilon} + \frac{\eta^{*r}}{A^r} \left[ h^* - \frac{\eta^{*r}}{A} \tanh\left(\frac{Ah^*}{\eta^{*r}}\right) \right]$$

معادله (15) یک معادله عمومی است که برای بدست آوردن ظرفیت حمل بار در صفحات بیضوی بکار برده می شود. این معادله از طریق انتگرال گیری فشار در ناحیه ی فیلم روانکار بدست می آید. ظرفیت حمل بار برای روانکار از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$w = \int_{-a}^a \int_{-\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}}^{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}} p \, dy \, dx, \quad (15)$$

$$w = \frac{\eta A^r \left(\frac{dh}{dt}\right)}{f(l_c, \tau, \phi, h)} \left( \frac{a^r b^r}{a^r + b^r} \right) \frac{ab\pi}{r} \quad (16)$$

معادله (17) فرم بدون بعد ظرفیت حمل بار را نشان می دهد.

$$w^* = \frac{-wh \cdot r}{\eta \cdot \left(\frac{dh}{dt}\right) a^r b^r} = \frac{-A^r}{f^*(l^*, \tau, \phi, h^*)} \frac{\pi K}{r(K^r + 1)} \quad (17)$$

با استفاده از رابطه ی زیر

$$w^* = \frac{wh \cdot r}{\eta \cdot a^r b^r} t$$

رابطه ی ضخامت فیلم روانکار-زمان در فرم بدون بعد که به صورت یک معادله ی دیفرانسیل معمولی غیر خطی است به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{dh^*}{dt^*} = -\frac{1}{w^*} \quad (18)$$

به منظور بدست آوردن نتیجه ی دقیق، روش رونگ-کوتای مرتبه ی چهارم با اعمال شرایط اولیه ی  $t^* = 0$  در  $h^* = 1$  بکار برده می شود.

### ۳- بحث و بررسی

در مدل ریاضی مطالعه ی حاضر، روانکار فروسیال و مدل روانکار تنش کوپلی به صورت ترکیبی و با همدیگر استفاده شده اند با در نظر گرفتن اثرات هندسه بر روی مشخصات فیلم فشرده و این قسمت از نوآوری های مقاله ی حاضر می باشد.

برای مقایسه و اعتبارسنجی مقاله ی حاضر بایستی گفته شود که مقاله ی حاضر مشخصات فیلم فشرده را در صفحات بیضوی شکل با روانکار فروسیال و تنش کوپلی بررسی می کند. در حالی که مقاله ی انجام شده توسط فاتیما و همکاران [۱۶] مشخصات فیلم فشرده را در هندسه ی صفحات بیضوی شکل با روانکار مگنتو هیدرودینامیکی و تنش کوپلی مورد بررسی قرار می دهد.

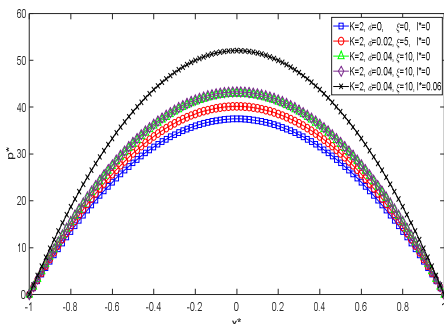
ضمناً حالت خاص مقاله ی حاضر وقتی که  $\xi = 0$  و  $\phi = 0$  باشد معادل هست با هندسه ی صفحات بیضوی شکل فقط با سیال تنش کوپلی. از طرفی حالت خاص مقاله ی فاتیما و همکاران [۱۶] وقتی که  $M = 0$  باشد معادل هست با صفحات بیضوی شکل فقط با سیال دارای تنش کوپلی. بنابراین ملاحظه می شود که نتایج حاصل از حالت خاص مقاله ی حاضر [ $\xi = 0$  و  $\phi = 0$ ] (عدم وجود فروسیال) با نتایج حالت خاص مقاله ی فاتیما و همکاران [۱۶] که در آن  $M = 0$  (عدم وجود سیال مگنتو هیدرودینامیکی) کاملاً تطابق دارد.

برای تحلیل نتایج مطالعه ی حاضر، چهار پارامتر شامل پارامتر تنش کوپلی  $\eta^*$ ، پارامتر تمرکز حجمی ذرات  $\phi$ ، پارامتر لانگوین  $\xi$  و پارامتر هندسی  $K$  به منظور بررسی ویژگی ها و عملکرد فیلم فشرده بکار برده می شوند. حالت های خاص مسأله حاضر، می تواند از مقادیر خاص این پارامتر ها بدست آید. وقتی که  $\xi = 0$  و  $\phi = 0$  می باشد، بیانگر حالت روانکار مدل تنش کوپلی بدون فروسیال و بدون میدان مغناطیسی است. در این حالت، معادله ی (۱۷) به فرم زیر تقلیل پیدا می کند:

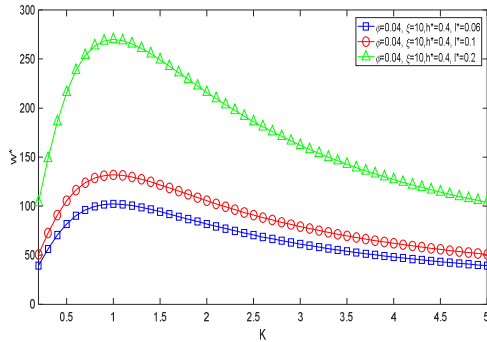
$$-\lim_{\phi \rightarrow 0, \xi \rightarrow 0} w^* = \frac{\pi K}{h^{*3} - 12 I^* h^* + 24 I^{*2} \tanh\left(\frac{h^*}{2 I^*}\right) (K^r + 1)}$$

معادله ی فوق در کار انجام شده توسط فاتیما و همکاران [۱۶] وقتی که از اثرات مگنتو هیدرودینامیکی صرف نظر می شود (عدد هارتمن به سمت صفر میل می کند) استخراج شده است و بدین ترتیب مقاله ی حاضر اعتبارسنجی می شود.

شکل های ۲ و ۳ به ترتیب توزیع فشار در فیلم روانکار را به ازای مقادیر  $h^* = 0.4$  و  $h^* = 0.3$  برای مقادیر مختلف پارامتر های  $\phi$ ،  $\xi$  و  $\eta^*$  نشان می دهند. مطابق این شکل ها ملاحظه می شود که با افزایش پارامترهای  $\phi$  و  $\xi$  و  $\eta^*$  فشار در فیلم روانکار افزایش پیدا می کند. شایان ذکر است که افزایش پارامتر  $\eta^*$  بیانگر این نکته است که خواص تنش کوپلی در سیال بیشتر نمود پیدا می کند به طوری که  $I^* = 0$  بیانگر سیال نیوتنی می باشد. از طرفی افزایش  $\phi$  نشان دهنده ی افزایش تمرکز حجمی ذرات مغناطیسی اضافه شده به فروسیال می باشد. همچنین افزایش  $\xi$  بیانگر افزایش شدت میدان مغناطیسی اعمالی به صفحات می باشد.



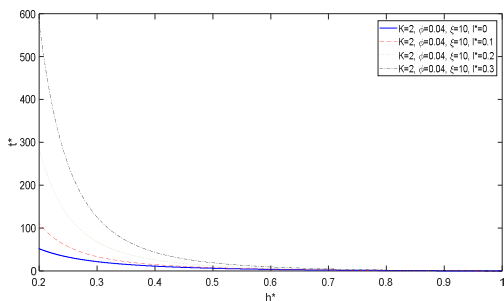
شکل ۲- توزیع فشار در  $\eta^* = 0$  و  $h^* = 0.4$  و  $\xi = 0$  برای مقادیر مختلف  $\phi$  و  $\eta^*$



شکل ۷- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر نسبت ابعاد  $K$  برای مقادیر مختلف پارامتر  $I^*$  در  $h^*=10$  و  $\phi=0.04$

به دلیل این که پارامتر تمرکز حجمی  $\phi$ ، پارامتر لانگوین  $\xi$  و پارامتر تنش کوپلی  $I^*$  باعث افزایش فشار در فیلم روانکار می شوند. بنابراین با توجه به رابطه‌ی مستقیم بین ظرفیت حمل بار و فشار، باعث افزایش ظرفیت حمل بار هم می شوند. از طرف دیگر افزایش در پارامتر نسبت ابعاد  $K$  از  $0.5$  تا  $1$  که با افزایش هندسه‌ی تماس متناظر است، باعث افزایش در ظرفیت حمل بار می شود. اما قابل توجه است که وقتی مقادیر پارامتر نسبت ابعاد  $K$  از  $1$  تا  $5$  تغییر می کند (کاهش هندسه‌ی تماس)، ظرفیت حمل بار کاهش پیدا می کند. مقدار ماکزیمم ظرفیت حمل بار به ازای  $K=1$  بدست می آید که نشان دهنده‌ی این است که هندسه‌ی صفحات بیضوی شکل به صفحات دایروی شکل تبدیل می شود.

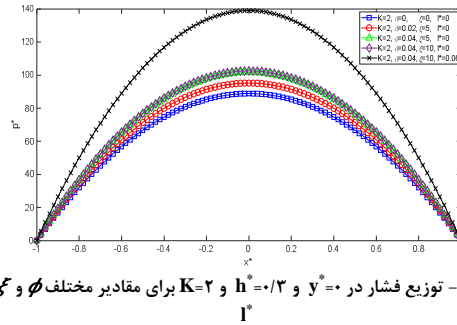
تغییرات ضخامت بدون بعد فیلم روانکار  $h^*$  با زمان بدون بعد  $t^*$  بر حسب مقادیر مختلف پارامتر تنش کوپلی  $I^*$  در شکل ۸ نشان داده شده است که از این شکل می توان نتیجه گرفت که با افزایش  $I^*$  زمان پاسخ هم افزایش می یابد.



شکل ۸- تغییرات ضخامت بدون بعد فیلم روانکار  $h^*$  بر حسب زمان بدون بعد  $t^*$  برای مقادیر مختلف  $I^*$  در  $\phi=0.04$  و  $\xi=10$

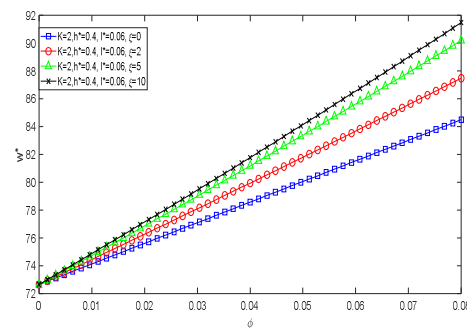
#### ۴- نتیجه گیری

در این تحقیق تأثیرات استفاده از روانکار تنش کوپلی و روانکار فروسیال در حضور میدان مغناطیسی بر روی عملکرد فیلم فشرده در صفحات بیضوی شکل مورد بررسی قرار می گیرد. با حل معادله‌ی رینولدز توزیع فشار بدست می آید و با انتگرال گیری از فشار در ناحیه‌ی فیلم روانکار ظرفیت حمل بار استخراج می شود. با بکار بردن روش رانگ کوتای مرتبه‌ی چهارم معادله‌ی دیفرانسیل غیر خطی بین ضخامت فیلم روانکار با زمان حل می شود. نتایج بدست آمده نشان می

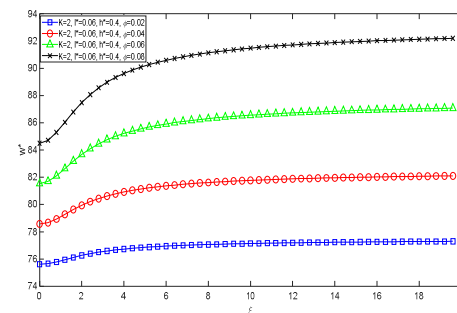


شکل ۹- توزیع فشار در  $y^*=0$  و  $h^*=0.2$  و  $K=2$  برای مقادیر مختلف  $\phi$  و  $\xi$

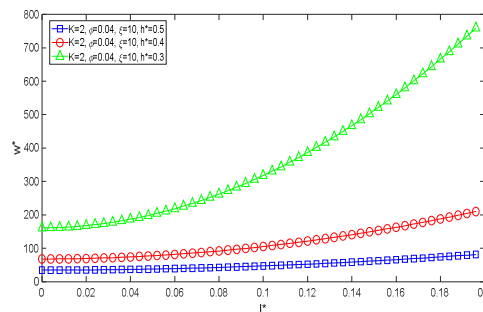
تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر تمرکز حجمی  $\phi$ ، پارامتر لانگوین  $\xi$ ، پارامتر تنش کوپلی  $I^*$  و پارامتر نسبت هندسی  $K$  به ترتیب در شکل های ۴ الی ۷ نشان داده شده است.



شکل ۴- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر تمرکز حجمی  $\phi$  به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\xi$  در  $I^*=0.6$  و  $K=2$  و  $h^*=0.4$



شکل ۵- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر لانگوین  $\xi$  به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\phi$  در  $I^*=0.6$  و  $K=2$  و  $h^*=0.4$



شکل ۶- تغییرات ظرفیت حمل بار بدون بعد بر حسب پارامتر تنش کوپلی  $I^*$  به ازای مقادیر مختلف  $h^*$  در  $\xi=10$  و  $\phi=0.04$

Tribology, Volume 2020, Article ID 8151069, 8 pages.  
<https://www.hindawi.com>

[۱۶] Syeda Tasneem, Fathima., N.B. Naduvinamani, B.N. Hanumagowda, J Santhosh Kumar., Modified Reynolds Equation for Different Types of Finite Plates with the Combined Effect of MHD and Couple Stresses, Tribology Transactions, Vol. 58 No. 4, pp:660-667.

دهند که استفاده از هر دو سیال تنش کوپلی و فروسیال به عنوان روانکار باعث بهبود مشخصات فیلم فشرده یعنی فشار، ظرفیت حمل بار و زمان دسترسی می شود که در طراحی یاتاقان ها بسیار حائز اهمیت است و کیفیت روانکاری را بالا می برد. از طرفی نتیجه گرفته شد که تأثیرات تغییرات در هندسه ی صفحات بیضوی شکل باعث ایجاد تغییرات چشمگیر در مشخصات فیلم فشرده می شود. نتایج بدست آمده در این تحقیق در طراحی یاتاقان ها مفید بوده و می تواند کمک های شایانی به تریبولوژیست ها نماید.

## ۵- مراجع

- [۱] Stokes V. K., Couple stresses in fluids, Physics of Fluids, 9, 1966, 1709-15.
- [۲] Shliomis, M. I., Effective viscosity of magnetic suspensions, Soviet Physics, Journal of Experimental and Theoretical Physics, 34, 1972, 1291-1294.
- [۳] Shliomis M. I., Magnetic fluids, Soviet Physics Uspekhi, 17, 1974, 153-169.
- [۴] Daniel, K., Mathew, K., and Mark, K., Investigation of Temperature effects for a finite elasto-hydrodynamic journal bearing lubricated by Ferro fluids with couple stresses, Journal of Computations & Modelling, 5(3), 2015, 79-90.
- [۵] Daniel, K., Mathew, K., and Mark, K., Investigation of pressure distributions for a finite elasto-hydrodynamic journal bearing lubricated by Ferro fluids with couple stresses, American Journal of Applied Mathematics, 2(4), 2014, 135-140.
- [۶] Daliri, M., and Javani, N., Squeeze film characteristics of Ferro-coupled stress inertial fluids in conical plates, Industrial Lubrication and Tribology, 70(5), 2018, 872-877.
- [۷] Shah RC and Bhat MV., Ferrofluid squeeze film between curved annular plates including rotation of magnetic particles, Journal of Engineering Mathematics, 51, 2005, 317-324.
- [۸] Lin JR, Derivation of ferrofluid lubrication equation of cylindrical squeeze films with convective fluid inertia forces and application to circular disks, Tribology International 49, 2012, 110-115.
- [۹] Daliri, M., Jalali-Vahid, D., and Rahnejat, H., Squeeze film lubrication of coupled stress electrically conducting inertial fluids in wide parallel rectangular conjunctions subjected to a magnetic field, Proc. IMechE, Part J, Journal of Eng. Tribology, 228(3), 2014, 288-302.
- [۱۰] Daliri M, Jalali-Vahid, D., and Rahnejat, H., Magneto-hydrodynamics of couple stress lubricants in combined squeeze and shear in parallel annular disc viscous coupling systems, Proc. IMechE, Part J, Journal of Eng. Tribology, 229(5), 2015, 578-596.
- [۱۱] Daliri M, Jalali-Vahid, D., Investigation of combined effects of rotational inertia and viscosity-pressure dependency on the squeeze film characteristics of parallel annular plates lubricated by couple stress fluid, Journal of tribology, 137(3), 2015, 031702.
- [۱۲] Daliri M, Jalali-Vahid, D., Combined effects of piezo-viscous coupled stress lubricant and rotational inertia upon squeeze film performance of rough circular, Industrial lubrication and tribology, 67(6), 2015, 564-571.
- [۱۳] Biradar, Trimbak Vaijanath., Squeeze film lubrication between porous parallel stepped plates with couple stress fluids, Tribology Online 8.5, 2013, 278-284.
- [۱۴] Shukla, Snehal, and Gunamani Deheri., Hydromagnetic Squeeze Film in Rough Porous Narrow Journal Bearing: A Study of Slip Effect, Tribology Online 12.4, 2017, 177-186.
- [۱۵] Toloian, Akbar., Daliri, Maghsood., and Javani, Nader., The Performance of Squeeze Film between Parallel Triangular Plates with a Ferro-Fluid Couple Stress Lubricant, Advances in