

طراحی کنترل کننده ردیاب مقاوم تطبیقی برای سیستم‌های ساندویچ مکانیکی مقید به تابع اشباع ساندویچ شده

میثم اژدری دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران، m.azhdari@sutech.ac.ir
طاہرہ بینازادہ* دانشیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران، binazadeh@sutech.ac.ir

چکیده

در این مقاله مسئله ردیابی مقاوم تطبیقی برای سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی ناهموار اشباع در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاش‌های خارجی حل شده است. سیستم‌های ساندویچ دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی می‌باشند که توابع غیرخطی ناهموار بین زیرسیستم‌های مجزای آن‌ها ساندویچ شده‌اند. مقاله حاضر، سیستم‌های ساندویچ شامل دو زیرسیستم غیرخطی با تابع غیرخطی اشباع واقع شده بین زیرسیستم‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهد. به خاطر ویژگی‌هایی همچون عدم معکوس‌پذیری و ناهمواری تابع اشباع، همچنین وجود ضرایب نامعلوم و اغتشاش‌های خارجی، تحلیل و فرآیند طراحی سیستم‌های مذکور با پیچیدگی‌هایی مواجه می‌باشد. در این مقاله، یک کنترل کننده مقاوم تطبیقی با استفاده از رویکرد کنترلی پسگام و ترکیب آن با تابع Nussbaum بر اساس نظریه‌ی لیاپانوف، برای دستیابی به اهداف کنترلی پیشنهاد شده است. به منظور تایید دستاوردهای نظری و همچنین کارایی روش پیشنهاد شده، روش مطرح شده به یک سیستم مکانیکی شامل یک بازوی نگهدارنده تک لینکی که توسط یک موتور DC راه‌اندازی می‌شود، اعمال می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مؤثر رویکرد پیشنهادی را در ردیابی سیگنال مرجع متغیر با زمان در حضور جملات نامعلوم، اغتشاش‌های خارجی و تابع اشباع ساندویچ شده بین زیر سیستم‌ها نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: بازوی تک لینک، سیستم‌های ساندویچ، موتور DC، غیرخطی اشباع، رویکرد پسگام، ردیابی مقاوم تطبیقی.

Robust Adaptive Tracking Control Design for the Mechanical Sandwich Systems Subject to Sandwiched Saturation Function

M. Azhdari Department of Electrical and Electronic Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran
T. Binazadeh Department of Electrical and Electronic Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

Abstract

In this paper, the adaptive robust tracking problem is solved for the sandwich systems with non-smooth nonlinear saturation function in the presence of uncertainties and external disturbances. Sandwich systems are a class of nonlinear systems, such that the non-smooth nonlinear functions are sandwiched between their distinct subsystems. This article studies on sandwich systems include two nonlinear subsystems with the nonlinear saturation function located between the subsystems. Due to features like the lack of invertibility and non-smoothness of the saturation function, as well as the existence of unknown gains and external disturbances, analysis and design process for the mentioned systems face with complexities. In this paper, an adaptive robust controller is proposed by using the backstepping control approach and its combination with the Nussbaum function, based on the Lyapunov theory to achieve the control objectives. In order to verify the theoretical achievements as well as, the efficiency of the proposed method, it's applied to a mechanical system consists of a one-link manipulator that is handled with a DC motor. Simulation results show the effective performance of the proposed approach in the tracking of the time-varying reference signal in the presence of unknown terms, external disturbances and sandwiched saturation function between subsystems.

Keywords: One-link manipulator, Sandwich systems, DC motor, Saturation nonlinearity, Backstepping approach, Adaptive robust tracking.

ناهموار بین دو زیرسیستم قرار گرفته است و یا اصطلاحاً ساندویچ شده است [۱، ۲].

شکل ۱ ساختار سیستم‌های ساندویچی را نشان می‌دهد که تابع غیرخطی اشباع بین دو زیرسیستم ساندویچ شده است. عملکرد شکل ۱ که معرف سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی استاتیکی اشباع می‌باشد، به این صورت است که خروجی زیرسیستم اول (S_1) به عنوان ورودی تابع غیرخطی اشباع و خروجی تابع اشباع (یعنی $w(t)$) به عنوان ورودی زیرسیستم دوم (S_2) عمل می‌کند.

در بسیاری از موارد وجود چنین توابع غیرخطی ناهموار در سیستم‌ها باعث ایجاد محدودیت‌هایی در عملکرد سیستم، ایجاد خطاها

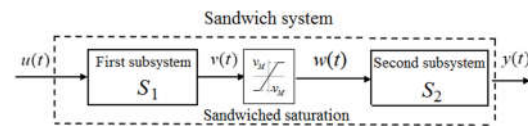
۱- مقدمه

بسیاری از سیستم‌های دینامیکی را می‌توان به صورت اتصال چندین زیرسیستم مجزا در ساختار آبشاری توصیف کرد، به گونه‌ای که هر کدام از این زیرسیستم‌ها می‌توانند دارای دینامیک خطی و یا غیرخطی از مرتبه‌ی دلخواه باشند. یک ساختار خاص از این نوع سیستم‌ها مربوط به دسته‌ای از سیستم‌ها می‌باشد که از اتصال دو زیرسیستم مجزا و یک تابع غیرخطی ناهموار استاتیکی و یا دینامیکی بین زیرسیستم‌ها تشکیل شده است. چنین دسته‌ای از سیستم‌ها، سیستم‌های ساندویچ غیرخطی نامیده می‌شوند، زیرا تابع غیرخطی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: binazadeh@sutech.ac.ir

و پاسخ‌های نامطلوب، نوسانی شدن سیستم، و یا حتی منجر به ناپایداری سیستم می‌شوند [۳-۵]. لذا توجه به وجود چنین رفتارهایی در روند تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترلی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در سیستم‌های صنعتی، رفتار و ویژگی‌های توابع غیرخطی در بین زیرسیستم‌های بسیاری از سیستم‌های مختلف مشاهده می‌شوند. این رفتارهای غیرخطی الزاماً به صورت بخش‌های جداگانه در سیستم‌ها وجود ندارند، بلکه می‌توانند در هر کدام از بخش‌های زیرسیستم‌های سیستم اصلی رخ دهند. لذا این سیستم‌ها را می‌توان به صورت سیستم‌های ساندویچ با انواع توابع غیرخطی استاتیکی (نظیر توابع اشباع و ناحیه مرده) و یا توابع غیرخطی دینامیکی (نظیر هیستریزس و لقی^۱) ساندویچ شده بین زیر سیستم‌ها توصیف نمود. محرک هیدرولیکی بالابر هواپیما [۶]، شیر خودکار با محرک هیدرولیکی [۷]، سیستم موقعیت‌یابی راه‌اندازی شده با موتور DC [۸] و سیستم انتقال قدرت به وسیله چرخ‌دنده‌ها، از جمله سیستم‌های ساندویچ عملی محسوب می‌شوند.



شکل ۱- سیستم ساندویچ با تابع غیرخطی اشباع

توابع غیرخطی ناهموار ذکر شده (اشباع، ناحیه مرده، هیستریزس و لقی) به دلایل مختلفی از جمله ویژگی‌های ذاتی سیستم‌ها، نواقص اجزای سیستم‌ها و یا رفتارها و ویژگی‌های غیرخطی ناشی از سیستم‌های مربوط به محرک‌ها و غیره در انواع سیستم‌ها ایجاد می‌شوند [۹-۱۳]. به عنوان نمونه، تابع غیرخطی ناهموار اشباع به دلایل مختلفی همچون ظرفیت محدود محرک‌ها، ناحیه محدود عملکرد حسگرها، محدودیت‌های فیزیکی سیستم‌ها و یا حتی به دلیل محدودیت کمیت‌های فیزیکی اعمالی به سیستم‌ها، مانند سرعت، ولتاژ، جریان، شتاب، گشتاور و غیره در سیستم‌ها رخ می‌دهد، از این رو وجود تابع اشباع یکی از مسائل مرسوم در سیستم‌های فیزیکی عملی محسوب می‌شود [۱۴]. تابع غیرخطی ناحیه مرده یکی دیگر از انواع توابع غیرخطی استاتیکی می‌باشد که از ویژگی‌های بارز آن بی‌حافظه بودن و عدم حساسیت به سیگنال‌های کوچک می‌باشد. وجود این تابع باعث ایجاد محدودیت در عملکرد استاتیکی و دینامیکی سیستم‌ها می‌شود [۱۵].

کنترل سیستم‌های ساندویچی با توجه به وجود چنین توابع غیرخطی ناهموار که باعث ایجاد محدودیت‌های اساسی در عملکرد سیستم‌ها می‌شوند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. لذا توسعه روش‌های کنترلی که قادر به جبران اثر چنین توابع غیرخطی در عملکرد سیستم‌ها باشند، یکی از چالش‌های مهم در حوزه مهندسی کنترل می‌باشد. همچنین با توجه به ویژگی‌های خاص توابع غیرخطی ذکر شده، وجود چنین توابعی، چالش‌ها و پیچیدگی‌هایی را در روند طراحی و تحلیل کنترل‌کننده‌ها ایجاد می‌کنند.

روش‌های متنوعی برای کنترل ساختارهایی که تنها دارای یک سیستم و توابع ناهموار در ورودی خود هستند، پیشنهاد شده است [۱۶، ۱۷]. کنترل چنین سیستم‌هایی با توجه به این نکته که تابع غیرخطی در ورودی سیستم به طور مستقیم در دسترس می‌باشد، ساده تر است. در حالیکه در سیستم‌های ساندویچ، تابع غیرخطی ناهموار بین دو زیرسیستم ساندویچ شده است. پیچیدگی حاصل از این امر در روند طراحی باعث شده که مراجع محدودی به بررسی سیستم‌های ساندویچ بپردازند. به عنوان نمونه، در مرجع [۱۸]، کنترل‌کننده‌هایی بر اساس پس‌خورده حالت و پس‌خورده خروجی برای حل مسئله ردیابی سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی ناحیه مرده پیشنهاد شده است. شرایط پایدارسازی فراگیر و نیمه فراگیر سیستم‌های ساندویچ شامل زیرسیستم‌های خطی و تابع اشباع در [۱۹] بررسی شده است، همچنین این رویکرد در مرجع [۲۰] برای سیستم‌های ساندویچ گسسته زمان توسعه داده شده است. مسئله طراحی رؤیت‌گر برای تخمین متغیرهای حالت سیستم‌های ساندویچ با توابع غیرخطی لقی و ناحیه مرده در مرجع [۲۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. در مرجع [۲۲] برای بهبود عملکرد گذرا و دستیابی به پایداری مقاوم سیستم‌های ساندویچ با تابع اشباع، کنترل‌کننده‌ای با استفاده از پس‌خورده حالت ارائه شده است. همچنین به منظور پایدارسازی سیستم‌های ساندویچ با زیرسیستم‌های خطی و تابع اشباع، کنترل‌کننده‌ای بر اساس پس‌خورده دینامیکی خروجی در [۲۳] ارائه شده است. در مرجع [۲۴] رویکردی برای تحلیل کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی ناحیه مرده پیشنهاد شده است. روش کنترلی تطبیقی عصبی در مرجع [۲۵] برای کنترل سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی هیستریزس معرفی شده است. در مراجع [۲۶ و ۲۷]، رویکرد مد لغزشی برای کنترل سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی لقی پیشنهاد شده است. در مرجع [۲۸] مسئله ردیابی در سیستم‌های شبه ساندویچ شامل تابع غیرخطی ناحیه مرده با استفاده از رویکرد کنترلی پس‌گام حل شده است.

بسیاری از تحقیقات انجام شده در زمینه سیستم‌های ساندویچی، مربوط به سیستم‌هایی می‌باشند که از زیرسیستم‌های خطی تشکیل شده‌اند، در حالی که بسیاری از سیستم‌های عملی دارای دینامیک غیرخطی هستند.

در مقاله حاضر برای اولین بار مسئله ردیابی خروجی با رویکرد مقاوم و تطبیقی برای سیستم‌های ساندویچ شامل زیرسیستم‌های غیرخطی و تابع غیرخطی اشباع بین زیر سیستم‌ها در حضور پارامترهای نایقینی سیستم و اغتشاش‌های خارجی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله به منظور کاهش محافظه‌کاری، پارامترهای نایقینی و اغتشاش‌های خارجی محدود و با حد بالای نامعلوم فرض می‌شوند و لذا با ارائه قوانین تطبیقی در روند طراحی کنترل‌کننده، مقادیر مربوط به این پارامترها تخمین زده می‌شوند. به منظور ردیابی سیگنال مرجع متغیر با زمان توسط خروجی سیستم ساندویچ، کنترل‌کننده‌ی مقاوم تطبیقی بر اساس رویکرد کنترلی پس‌گام پیشنهاد می‌شود. به منظور استفاده از روش کنترلی پس‌گام، تمامی سیگنال‌ها باید مشتق‌پذیر باشند، لذا با توجه به ویژگی‌های تابع غیرخطی اشباع و مشتق‌پذیر نبودن آن در نقاط شکستگی، تابع اشباع با یک تابع هموار تقریب‌زده می‌شود. هم چنین به منظور کاهش محافظه‌کاری در روند

^۱ Backlash

$$S_2: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1) \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + bw(t) + d_2(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (5)$$

که $z \in R$ متغیر حالت، $v(t) \in R$ خروجی و $u(t) \in R$ ورودی زیرسیستم S_1 می‌باشند. همچنین، $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ بردار متغیرهای حالت، $v(t) \in R$ خروجی و $w(t) \in R$ ورودی زیرسیستم S_2 بوده و $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$ است. علاوه بر آن، $f_i(\bar{x}_i)$ و $g(z)$ توابع غیرخطی پیوسته و معلوم، ثابت‌های $\beta > 0$ و $b > 0$ ضرایب کنترلی ثابت نامعلوم و $d_1(t)$ و $d_2(t)$ سیگنال‌های اغتشاشی خارجی نامعلوم می‌باشند.

تابع اشباع ساندویچ شده بین زیرسیستم‌ها در شکل ۱ دارای تعریفی به صورت زیر می‌باشد:

$$w(t) = \text{sat}(v(t)) = \begin{cases} v_M \text{sign}(v(t)) & |v(t)| \geq v_M \\ v(t) & |v(t)| < v_M \end{cases} \quad (6)$$

که پارامتر ثابت $v_M > 0$ حد بالا و $-v_M < 0$ حد پایین تابع اشباع را نشان می‌دهد.

فرض ۱: سیگنال مرجع $y_r(t)$ و مشتقات آن تا درجه‌ی نسبی سیستم S_2 ، معلوم، پیوسته و محدود می‌باشند.

در این مقاله، هدف طراحی قانون کنترلی مقاوم تطبیقی (یعنی $u(t)$) برای ورودی زیرسیستم S_1 می‌باشد، به نحوی که خروجی زیرسیستم S_2 (یعنی $y(t)$) که خروجی سیستم ساندویچ تعریف می‌شود، سیگنال مرجع $y_r(t)$ را در حضور تابع غیرخطی اشباع بین زیرسیستم‌ها، نایقینی‌ها و اغتشاش‌های خارجی نامعلوم ردیابی نماید. همچنین تمامی سیگنال‌های موجود در سیستم حلقه بسته محدود بمانند.

۴- طراحی کنترل کننده

در این بخش روند و جزئیات طراحی کنترل کننده بر مبنای توسعه روش کنترلی پسگام به منظور محقق شدن ردیابی سیگنال مرجع متغیر با زمان برای سیستم‌های ساندویچ در ساختار شکل ۱ که دارای زیرسیستم‌هایی با معادلات دینامیکی (۴) و (۵) و تابع اشباع (۶) می‌باشند، ارائه می‌شود.

معادلات سیستم ساندویچ شامل زیرسیستم‌های S_1 و S_2 با در نظر گرفتن ساختار بلوک دیاگرامی شکل ۱ و تابع اشباع (۶) به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1) \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) & i=2,3,\dots,n-1 \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + b \text{sat}(v(t)) + d_2(t) \\ \dot{z} = g(z) + \beta u(t) + d_1(t) \\ y = x_1(t) \end{cases} \quad (7)$$

همان طور که در معادلات رابطه (۷) مشاهده می‌گردد در معادله n -ام، تابع اشباع ظاهر شده است. این امر موجب شده است که معادلات (۷)، از فرم استاندارد strict feedback خارج شوند و در نتیجه اعمال روش کنترلی استاندارد پسگام با چالش‌هایی همراه شود که در ادامه به بررسی این مسئله پرداخته شده و رویکردی برای حل آن ارائه می‌گردد.

طراحی کنترل کننده، از اختلاف بین تابع اشباع و تابع تقریبی معرفی شده صرف نظر نمی‌شود و قانون کنترلی با در نظر گرفتن اختلاف دو تابع به دست می‌آید. در طراحی کنترل کننده، با توجه به این که ضریب کنترلی ورودی پارامتری نامعلوم و متغیر با زمان می‌باشد، از تابعی موسوم به تابع Nussbaum به منظور جبران اثر آن استفاده می‌شود. اثبات نظریه‌های ارائه شده بر مبنای رویکرد لیپانوفی صورت پذیرفته است. همچنین برای تضمین کارایی روش پیشنهادی، کنترل کننده پیشنهاد شده به یک سیستم ساندویچ عملی، متشکل از موتور DC و بازوی نگهدار تک لینک، اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نیز موثر بودن رویکرد پیشنهادی را در کنترل سیستم مذکور نشان می‌دهد.

۲- قضایای پایه‌ای

در این بخش تعاریف و قضایای پایه‌ای مورد استفاده در مقاله بیان می‌شوند.

تعریف ۱ [۲۹]: تابع $N(\chi)$ یک تابع Nussbaum نامیده می‌شود اگر ویژگی‌های زیر را دارا باشد:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \sup \int_s^+ N(\chi) d\chi = \infty \quad (1)$$

$$\lim_{s \rightarrow -\infty} \inf \int_s^- N(\chi) d\chi = -\infty \quad (2)$$

توابع معمول Nussbaum عبارتند از: $N(\chi) = \chi^2 \cos(\chi)$ و $N(\chi) = \exp(\chi^2) \cos((\pi/2)\chi)$

ویژگی ۱ [۳۰]: اگر $N(\chi)$ یک تابع Nussbaum و $\theta(\cdot) \neq 0$ تابع دلخواه محدود در مجموعه بسته نامعلوم $I: [I^-, I^+]$ با شرط $0 \notin I$ باشد، همچنین $\theta(\cdot)$ تابعی دلخواه باشد، آنگاه $\theta(\cdot)(N(\chi) + \theta(\cdot))$ یک تابع Nussbaum مرکب است.

لم ۱ [۳۱]: فرض کنید $V(\cdot)$ و $\chi(\cdot)$ توابع پیوسته در بازه $[0, t]$ باشند به نحوی که $V(t) \geq 0, \forall t \in [0, \infty)$ و $N(\cdot)$ یک تابع Nussbaum زوج و هموار باشد. اگر نامساوی زیر برقرار شود:

$$V(t) \leq C_0 + e^{-\omega t} \int_0^t (\beta(\cdot)N(\chi) + 1) \dot{\chi} e^{\omega \tau} d\tau \quad \forall t \in [0, \infty) \quad (3)$$

که $\omega > 0$ و C_0 پارامترهای ثابت و $\beta(\cdot)$ یک تابع متغیر با زمان نامعلوم در بازه $I: [I^-, I^+]$ می‌باشد. آنگاه $V(t)$ ، $\chi(t)$ و $\int_0^t (\beta(\cdot)N(\chi) + 1) \dot{\chi} e^{\omega \tau} d\tau$ در بازه $t \in [0, \infty)$ محدود هستند.

۳- تعریف مسئله

سیستم ساندویچ با تابع ناهموار اشباع نشان داده شده در شکل ۱، شامل زیرسیستم‌هایی غیرخطی با معادلات دینامیکی (۴) و (۵)، را در نظر بگیرید. این ساختارها در بسیاری از سیستم‌های عملی مشاهده می‌شوند. به عنوان مثال زیرسیستم S_1 می‌تواند معرف دینامیکی یک محرک با درجه نسبی یک و زیرسیستم S_2 معرف معادلات دینامیکی یک بازوی تک لینک و یا بازوهای نگه دارنده چند لینکی از مرتبه دلخواه باشد.

$$S_1: \begin{cases} \dot{z} = g(z) + \beta u(t) + d_1(t) \\ v(t) = z(t) \end{cases} \quad (4)$$

طراحی کنترل کننده را با چالش‌هایی مواجه می‌سازد. لذا در ادامه به بررسی این موضوع و ارائه راهکاری برای حل آن پرداخته می‌شود. به منظور دستیابی به هدف ردیابی سیگنال مرجع، متغیرهای خطا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} e_1(t) = x_1(t) - y_r(t) \\ e_i(t) = x_i(t) - y_r^{(i-1)}(t) - \alpha_{i-1}(t) \quad i = 2, 3, \dots, n \\ e_{n+1}(t) = \phi(v(t)) - \alpha_n(t) \end{cases} \quad (13)$$

که $\alpha_i(t)$ ($i = 1, \dots, n$) ورودی‌های کنترلی مجازی می‌باشند که در هر گام از فرآیند طراحی کنترل کننده، طراحی خواهند شد. در گام اول با مشتق‌گیری از عبارت $e_1 = x_1 - y_r$ و همچنین با در نظر گرفتن روابط (۱۱) و (۱۳) عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_r = x_2 + f_1(x_1) - \dot{y}_r = e_2 + \alpha_1 + f_1(x_1) \quad (14)$$

تابع لیپانوف مثبت معینی به صورت $V_1(t) = \frac{1}{2}e_1^2$ برای تحلیل گام اول انتخاب می‌شود. مشتق تابع لیپانوف با توجه به رابطه (۱۴) به صورت زیر است:

$$\dot{V}_1(t) = e_1 \dot{e}_1 = e_1(e_2 + \alpha_1 + f_1(x_1)) \quad (15)$$

ورودی کنترلی مجازی گام اول به صورت $\alpha_1(t) = -c_1 e_1(t) - f_1(x_1)$ در نظر گرفته می‌شود، که $c_1 > 0$ پارامتر طراحی است. با جایگذاری $\alpha_1(t)$ در رابطه (۱۵) داریم.

$$\dot{V}_1(t) = -c_1 e_1^2 + e_1 e_2 \quad (16)$$

در گام دوم خطا به صورت $e_2 = x_2 - \dot{y}_r - \alpha_1$ می‌باشد. با در نظر گرفتن روابط (۱۱) و (۱۳) مشتق e_2 به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{y}_r - \dot{\alpha}_1 = e_3 + \alpha_2 + f_2(\bar{x}_2) - \dot{\alpha}_1 \quad (17)$$

در این گام تابع لیپانوف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_2(t) = V_1(t) + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (18)$$

مشتق تابع لیپانوف (۱۸) با در نظر گرفتن روابط (۱۶) و (۱۷) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \dot{V}_1(t) + e_2 \dot{e}_2 \\ &= -c_1 e_1^2 + e_1 e_2 + e_2(e_3 + \alpha_2 + f_2(\bar{x}_2) - \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (19)$$

با طراحی ورودی کنترلی مجازی گام دوم به صورت $\alpha_2(t) = -c_2 e_2 - e_1 - f_2(\bar{x}_2) + \dot{\alpha}_1$ و جایگذاری آن در رابطه (۱۹) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V}_2(t) = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 + e_2 e_3 \quad (20)$$

با ادامه این روند، نتایج زیر در گام i -ام طراحی ($i = 3, \dots, n-1$)، حاصل می‌شود.

در گام i -ام، خطا به صورت $e_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}$ تعریف می‌شود. لذا مشتق آن با در نظر گرفتن روابط (۱۱) و (۱۳) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\dot{e}_i = \dot{x}_i - y_r^{(i)} - \dot{\alpha}_{i-1} = e_{i+1} + \alpha_i + f_i(\bar{x}_i) - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (21)$$

تابع لیپانوف متناظر با این گام در رابطه (۲۲) آورده شده است.

$$V_i(t) = V_{i-1}(t) + \frac{1}{2}e_i^2 \quad (22)$$

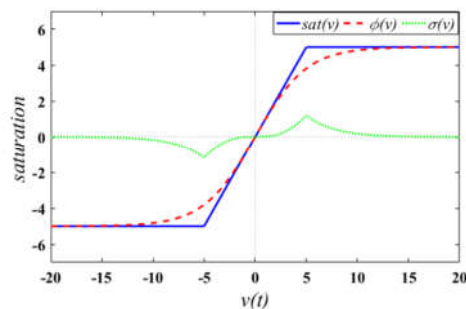
که $V_{i-1}(t)$ تابع لیپانوف قبلی می‌باشد. مشتق تابع لیپانوف با توجه به رابطه (۲۱) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

با توجه به رابطه (۶)، تابع اشباع در نقاطی که $|v(t)| = v_M$ می‌باشد دارای نقاط شکستگی است، از این رو تابع اشباع، تابع غیرخطی ناهمواری محسوب می‌شود که در نقاط شکستگی مشتق‌پذیر نمی‌باشد. در این مقاله رویکرد کنترلی پسگام برای سیستم‌های ساندویچ با تابع غیرخطی ناهموار اشباع با استفاده از تقریب تابع ناهموار اشباع با تابع هموار و مشتق‌پذیر $\phi(v(t))$ ارائه می‌شود. شکل ۲ تقریب تابع اشباع را با تابع هموار $\phi(v(t))$ زیر به ازای حد اشباع $v_M = 5$ نشان می‌دهد.

$$\phi(v(t)) = v_M \times \tanh\left(\frac{v(t)}{v_M}\right) \quad (8)$$

تابع اشباع (۶) با توجه به رابطه (۸) به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۳۲].

$$w(t) = sat(v) = \phi(v) + \sigma(v) = v_M \times \tanh\left(\frac{v(t)}{v_M}\right) + \sigma(v) \quad (9)$$



شکل ۲- تابع $sat(v)$ ، تابع تقریبی $\phi(v)$ و اختلاف آنها $\sigma(v)$

اختلاف تابع اشباع و تابع هموار تقریب‌زده شده به صورت $\sigma(v) = w(t) - \phi(v)$ است که دارای یک حد معین معلوم به صورت زیر است.

$$|\sigma(v)| = |sat(v) - \phi(v)| \leq v_M (1 - \tanh(1)) = \delta \quad (10)$$

با توجه به رابطه (۹) معادلات یکپارچه شده (۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1) \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + b\phi(v) + \bar{d}(v, t) \\ \dot{z} = g(z) + \beta u(t) + d_1(t) \\ y = x_1(t) \end{cases} \quad (11)$$

که $\bar{d}(v, t) = b\sigma(v) + d_2(t)$ یک تابع نامعلوم در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که روابط زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t) \right| &< D_1 \\ \left| \bar{d}(v, t) \right| &< D_2 \end{aligned} \quad (12)$$

که ثوابت مثبت D_1 و D_2 به منظور کاهش محافظه‌کاری در سیستم، نامعلوم فرض می‌شوند [۳۴ و ۳۳]. لذا در روند طراحی کنترل کننده، قوانین تطبیقی جهت تخمین مقادیر آنها ارائه خواهند شد. به دلیل وجود تابع غیرخطی و متغیر با زمان $\phi(v(t))$ در معادلات (۱۱)، این سیستم دارای ساختار مناسبی جهت طراحی کنترل کننده بر اساس رویکرد کنترلی پسگام نمی‌باشد و نتیجه آن ظاهر شدن عبارت $\dot{v}(\partial \phi(v) / \partial v)$ در مشتقات خواهد بود که روند

نظر گرفتن رابطه (۳۰)، عبارت $b\alpha_n$ در رابطه (۲۹) به صورت زیر بیان می شود.

$$b\alpha_n(t) = b\hat{a}(t)\bar{\alpha}_n(t) = \bar{\alpha}_n - b\bar{a}\bar{\alpha}_n \quad (34)$$

با در نظر گرفتن رابطه بالا، رابطه (۲۹) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) = & -\sum_{j=1}^{n-1} c_j e_j^2 + e_{n-1} e_n + e_n (f_n(\bar{x}_n) + b e_{n+1} + \bar{\alpha}_n - b\bar{a}\bar{\alpha}_n) \\ & + \bar{d}(v, t) - y_r^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1} + \frac{b}{\gamma_a} \bar{a}\dot{\bar{a}} + \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \end{aligned} \quad (35)$$

با جایگذاری قانون کنترلی مجازی (۳۱) در رابطه (۳۵) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) = & -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - b e_n \bar{a} \bar{\alpha}_n + e_n \bar{d}(v, t) \\ & - e_n \operatorname{sgn}(e_n) \bar{D}_2 + \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} \dot{\bar{a}} + \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \end{aligned} \quad (36)$$

با توجه به رابطه (۱۲)، حد بالای عبارت $e_n \bar{d}(v, t)$ در رابطه بالا به صورت زیر بیان می شود:

$$|e_n \bar{d}(v, t)| \leq |e_n| D_2 \quad (37)$$

در رابطه (۲۷) با توجه به ثابت بودن پارامترهای a و D_2 نتایج زیر برقرار می باشند:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{a}}(t) = & -\dot{\hat{a}}(t) \\ \dot{\bar{D}}_2(t) = & -\dot{\hat{D}}_2(t) \end{aligned} \quad (38)$$

رابطه (۳۶) با توجه به روابط (۳۷) و (۳۸) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) \leq & -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - b e_n \bar{a} \bar{\alpha}_n + |e_n| D_2 - e_n \operatorname{sgn}(e_n) \bar{D}_2 \\ & - \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} \dot{\bar{a}} - \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \\ \leq & -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - b e_n \bar{a} \bar{\alpha}_n + |e_n| (D_2 - \bar{D}_2(t)) \\ & - \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} \dot{\bar{a}} - \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \end{aligned} \quad (39)$$

با مرتب سازی رابطه بالا، نتیجه زیر حاصل می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) \leq & -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} (\dot{\bar{a}} + \gamma_a e_n \bar{\alpha}_n) \\ & + \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 (\eta |e_n| - \dot{\bar{D}}_2) \end{aligned} \quad (40)$$

با جایگذاری روابط تطبیقی پیشنهاد شده در (۳۲) و (۳۳) در عبارت (۴۰)، رابطه (۴۱) به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) \leq & -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} + b \rho \bar{a} (\hat{a}(t) - a_0) \\ & + \xi_2 \bar{D}_2 (\hat{D}_2(t) - D_{20}) \end{aligned} \quad (41)$$

همچنین با توجه به اتحاد مربع دو جمله ای نتایج زیر استخراج می شوند:

$$\begin{aligned} \bar{D}_2 (\hat{D}_2 - D_{20}) = & -\frac{1}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{1}{2} (D_2 - D_{20})^2 - \frac{1}{2} (\hat{D}_2 - D_{20})^2 \\ \leq & -\frac{1}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{1}{2} (D_2 - D_{20})^2 \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \bar{a} (\hat{a} - a_0) = & -\frac{1}{2} \bar{a}^2 + \frac{1}{2} (a - a_0)^2 - \frac{1}{2} (\hat{a} - a_0)^2 \\ \leq & -\frac{1}{2} \bar{a}^2 + \frac{1}{2} (a - a_0)^2 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن روابط بالا، نامساوی (۴۱) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) = & \dot{V}_{i-1}(t) + e_i \dot{e}_i \\ = & -\sum_{j=1}^{i-1} c_j e_j^2 + e_{i-1} e_i + e_i (e_{i+1} + \alpha_i + f_i(\bar{x}_i) - \dot{\alpha}_{i-1}) \end{aligned} \quad (23)$$

که $\dot{V}_{i-1}(t) = -\sum_{j=1}^{i-1} c_j e_j^2 + e_{i-1} e_i$ است. ورودی کنترلی مجازی این گام به صورت زیر طراحی می شود:

$$\alpha_i(t) = -c_i e_i - e_{i-1} - f_i(\bar{x}_i) + \dot{\alpha}_{i-1} \quad (24)$$

که $c_i > 0$ ثابت طراحی است. با جایگذاری رابطه (۲۴) در (۲۳) داریم:

$$\dot{V}_i(t) = -\sum_{j=1}^i c_j e_j^2 + e_i e_{i+1} \quad (25)$$

در گام n -ام رابطه خطا به صورت $e_n = x_n - y_r^{(n)} - \alpha_{n-1}$ می باشد. در نتیجه مشتق آن با توجه به روابط (۱۱) و (۱۳) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_n = & \dot{x}_n - y_r^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1} \\ = & f_n(\bar{x}_n) + b(e_{n+1} + \alpha_n) + \bar{d}(v, t) - y_r^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1} \end{aligned} \quad (26)$$

در این گام با توجه به نامعلوم بودن ضریب کنترلی b و تابع نامعلوم $\bar{d}(v, t)$ ، از قوانین تطبیقی استفاده می شود. به این منظور، متغیرهای زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} \bar{a}(t) = & a - \hat{a}(t) \\ \bar{D}_2(t) = & D_2 - \hat{D}_2(t) \end{aligned} \quad (27)$$

که $a = \frac{1}{b}$ در نظر گرفته شده است. $\hat{a}(t)$ و $\hat{D}_2(t)$ به ترتیب تخمین پارامترهای a و D_2 می باشند. لذا $\bar{a}(t)$ و $\bar{D}_2(t)$ بیانگر خطای بین مقدار اصلی و مقدار تخمین می باشند که با انتخاب مناسب ضرایب قانون تطبیقی کاهش می یابند.

تابع لیاپانوف متناظر با این گام با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف گام قبل، متغیر خطای گام n -ام و خطاهای تخمین (۲۷) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} V_n(t) = & V_{n-1}(t) + \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{b}{2\gamma_a} \bar{a}^2(t) + \frac{1}{2\eta} \bar{D}_2^2(t) \end{aligned} \quad (28)$$

$$= \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} e_j^2 + \frac{b}{2\gamma_a} \bar{a}^2(t) + \frac{1}{2\eta} \bar{D}_2^2(t)$$

که γ_a و η پارامترهای مثبت می باشند و $b > 0$ است. مشتق

$$\dot{V}_{n-1}(t) = -\sum_{j=1}^{n-1} c_j e_j^2 + e_{n-1} e_n \quad (26)$$

به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n(t) = & \dot{V}_{n-1}(t) + e_n \dot{e}_n + \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} \dot{\bar{a}} + \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \\ = & -\sum_{j=1}^{n-1} c_j e_j^2 + e_{n-1} e_n + \frac{b}{\gamma_a} \bar{a} \dot{\bar{a}} + \frac{1}{\eta} \bar{D}_2 \dot{\bar{D}}_2 \\ & + e_n (f_n(\bar{x}_n) + b(e_{n+1} + \alpha_n) + \bar{d}(v, t) - y_r^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1}) \end{aligned} \quad (29)$$

در این گام قانون کنترلی مجازی و نیز قوانین تطبیقی مربوط به آن به صورت زیر طراحی می شوند:

$$\alpha_n(t) = \hat{a}(t) \bar{\alpha}_n(t) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_n(t) = & -c_n e_n(t) - e_{n-1}(t) - f_n(\bar{x}_n) + y_r^{(n)}(t) \\ & + \dot{\alpha}_{n-1}(t) - \operatorname{sgn}(e_n(t)) \bar{D}_2(t) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\hat{a}(t) = -\gamma_a e_n(t) \bar{\alpha}_n(t) - \gamma_a \rho (\hat{a}(t) - a_0) \quad (32)$$

$$\hat{D}_2(t) = \eta |e_n(t)| - \eta \xi_2 (\hat{D}_2(t) - D_{20}) \quad (33)$$

که c_n ، ρ و ξ_2 پارامترهای مثبت و a_0 و D_{20} پارامترهای طراحی هستند. از آنجایی که $\bar{a}(t) = a - \hat{a}(t) = \frac{1}{b} - \hat{a}(t)$ است لذا با در

$$\dot{V}_n(t) \leq -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 \quad (43)$$

در گام آخر رابطه خطا به صورت $e_{n+1} = \phi(v) - \alpha_n$ در نظر گرفته می‌شود. لذا مشتق آن با توجه به روابط (۱۱)، (۱۳) و $v = z$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{e}_{n+1} = \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \dot{v} - \dot{\alpha}_n = \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} (g(z) + \beta u(t) + d_1(t)) - \dot{\alpha}_n \quad (44)$$

با توجه به اینکه ضریب کنترل کننده $u(t)$ یعنی $\left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v}\right)$ در رابطه (۴۴) مقداری نامعلوم می‌باشد، همچنین به دلیل وجود ضریب نامعلوم $b > 0$ و نیز جمله اغتشاشی نامعلوم $d_1(t)$ ، روند طراحی قانون کنترلی به منظور تحقق هدف ردیابی با پیچیدگی‌های خاصی مواجه می‌باشد. لذا برای حل این مشکل از تابع Nussbaum در حضور رویکرد تطبیقی استفاده خواهد شد.

قانون کنترلی مناسب به منظور ردیابی سیگنال مرجع متغیر با زمان توسط خروجی سیستم ساندریج با ساختار شکل (۱) در قضیه زیر آمده است.

قضیه ۱: سیستم ساندریج شامل زیرسیستم‌های غیرخطی با معادلات دینامیکی (۴) و (۵) و تابع غیرخطی اشباع (۶) در نظر بگیرید. قانون کنترلی پیشنهاد شده در رابطه (۴۵) و همچنین قوانین تطبیقی ارائه شده در (۴۸)، دستیابی به اهداف کنترلی را در حضور تابع اشباع با رویکرد مقاوم تضمین می‌کند.

$$u(t) = N(\chi) \bar{u}(t) \quad (45)$$

که در آن

$$\bar{u}(t) = c_{n+1} e_{n+1} + \hat{b} e_n + \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} g(z) - \dot{\alpha}_n + \text{sgn}(e_{n+1}) \hat{D}_1 \quad (46)$$

که $c_{n+1} > 0$ ثابت طراحی، $\hat{b}(t)$ و $\hat{D}_1(t)$ به ترتیب پارامترهای تخمین زده شده متغیرهای نامعلوم $b > 0$ و D_1 می‌باشند و تابع Nussbaum می‌باشد.

$$N(\chi) = \chi^2 \cos(\chi) \quad (47)$$

$\dot{\chi} = \gamma_\chi \bar{u}(t) e_{n+1}$ پارامتر تنظیم با مقادیر مثبت است که توسط طراح انتخاب می‌شود. قوانین تطبیقی تخمین پارامترها نیز از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\dot{\hat{D}}_1 = \mu |e_{n+1}| - \mu \xi_1 (\hat{D}_1 - D_{10}) \quad (48)$$

$$\dot{\hat{b}} = \lambda e_n e_{n+1} - \lambda \varpi (\hat{b} - b_0)$$

که پارامترهای طراحی μ ، λ و ξ_1 و دارای مقادیر مثبت و b_0 و D_{10} نیز پارامترهای طراحی هستند.

اثبات: در گام آخر با توجه به نامعلوم بودن ضریب کنترلی b و حد بالای جمله $d_1(t) \frac{\partial \phi(v)}{\partial v}$ ، عبارت $\hat{b}(t)$ و $\hat{D}_1(t)$ به ترتیب به عنوان سیگنال‌های خطای تخمین پارامترهای b و D_1 در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \hat{b}(t) &= b - \hat{b}(t) \\ \hat{D}_1(t) &= D_1 - \hat{D}_1(t) \end{aligned} \quad (49)$$

تابع لیابانوف این گام با در نظر گرفتن تابع لیابانوف گام n -ام، متغیر خطای گام آخر و سیگنال‌های خطای تخمین (۴۹) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} V_{n+1}(t) &= V_n(t) + \frac{1}{2} e_{n+1}^2 + \frac{1}{2\mu} \bar{D}_1^2(t) + \frac{1}{2\lambda} \bar{b}^2(t) \\ &= \sum_{j=1}^{n+1} \frac{1}{2} e_j^2 + \frac{b}{2\gamma_n} \bar{a}^2(t) + \frac{1}{2\eta} \bar{D}_2^2(t) \\ &\quad + \frac{1}{2\mu} \bar{D}_1^2(t) + \frac{1}{2\lambda} \bar{b}^2(t) \end{aligned} \quad (50)$$

مشتق تابع لیابانوف با توجه به روابط (۴۳) و (۴۴) در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &= \dot{V}_n(t) + e_{n+1} \dot{e}_{n+1} + \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\bar{D}}_1 + \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\bar{b}} \\ &\leq -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 \\ &\quad - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\bar{D}}_1 + \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\bar{b}} \\ &\quad + e_{n+1} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} (g(z) + \beta u(t) + d_1(t)) - \dot{\alpha}_n \right) \end{aligned} \quad (51)$$

با جایگذاری قانون کنترلی پیشنهاد شده (۴۵) در رابطه (۵۱) نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 \\ &\quad - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} g(z) \\ &\quad + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) \bar{u}(t) + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t) \\ &\quad - e_{n+1} \dot{\alpha}_n + \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\bar{D}}_1 + \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\bar{b}} \end{aligned} \quad (52)$$

به منظور حل مشکل ایجاد شده به دلیل وجود ضریب کنترلی نامعلوم $\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi)$ ، عبارت $e_{n+1} \bar{u}(t)$ به رابطه (۵۲) اضافه و کم می‌شود، در نتیجه رابطه (۵۳) حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^n c_j e_j^2 + b e_n e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 \\ &\quad - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} g(z) \\ &\quad + e_{n+1} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \bar{u}(t) - e_{n+1} \bar{u}(t) \\ &\quad + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t) - e_{n+1} \dot{\alpha}_n + \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\bar{D}}_1 + \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\bar{b}} \end{aligned} \quad (53)$$

با جایگذاری از رابطه (۴۶) در رابطه (۵۳) و ساده‌سازی داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^{n+1} c_j e_j^2 + \bar{b} e_n e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 \\ &\quad + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t) - |e_{n+1}| \hat{D}_1 \\ &\quad + e_{n+1} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \bar{u}(t) + \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\bar{D}}_1 + \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\bar{b}} \end{aligned} \quad (54)$$

با توجه به رابطه (۱۲)، حد بالای عبارت $e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t)$ در رابطه (۵۴) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left| e_{n+1} \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} d_1(t) \right| \leq |e_{n+1}| D_1 \quad (55)$$

$$\dot{V}_{n+1}(t)e^{\omega t} \leq -\omega V_{n+1}(t)e^{\omega t} + \frac{e^{\omega t}}{\gamma_x} \left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} + Ce^{\omega t} \quad (65)$$

$$\frac{d}{dt} (V_{n+1}(t)e^{\omega t}) \leq \frac{e^{\omega t}}{\gamma_x} \left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} + Ce^{\omega t}$$

انتگرال گیری از رابطه فوق در بازه $[0, t]$ به نتیجه زیر منجر می شود:

$$V_{n+1}(t)e^{\omega t} - V_{n+1}(0) \leq \frac{1}{\gamma_x} \int_0^t \left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} e^{\omega \tau} d\tau + \frac{C}{\omega} (e^{\omega t} - 1) \quad (66)$$

حال طرفین رابطه (66) در $e^{-\omega t}$ ضرب می شوند، لذا داریم:

$$V_{n+1}(t) \leq V_{n+1}(0)e^{-\omega t} + \frac{e^{-\omega t}}{\gamma_x} \int_0^t \left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} e^{\omega \tau} d\tau + \frac{C}{\omega} (1 - e^{-\omega t}) \quad (67)$$

از آنجاییکه $\left| \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \right| \leq 1$ بوده و بر اساس لم ۱، عبارت $\int_0^t \left(\beta \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} e^{\omega \tau} d\tau$ محدود است، همچنین $e^{-\omega t}$ با گذشت زمان به صفر همگرا می شود، بنابراین $V_{n+1}(t)$ محدود است و حد بالای آن نیز با گذشت زمان کاهش می یابد، به نحوی که وقتی $t \rightarrow \infty$ میل می کند، بر اساس رابطه (67) $V_{n+1}(t) \leq \frac{C}{\omega}$ خواهد بود. لذا با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی در روابط (60) و (63) در جهت افزایش ω و کاهش C ، مقدار $\frac{C}{\omega}$ و در نتیجه آن، حد بالای تابع لیاپانوف به اندازه کافی کوچک و به نزدیک صفر همگرا می شود.

حال با توجه به محدود ماندن تابع لیاپانوف $V_{n+1}(t)$ ، جملات تشکیل دهنده آن یعنی متغیرهای خطا $e_i(t)$ ، $(i=1, 2, \dots, n+1)$ در بازه $(0, \infty)$ محدود بوده و به نزدیک صفر همگرا می شوند، لذا با تنظیم مناسب پارامترهای طراحی دقت ردیابی به صورت قابل توجهی افزایش می یابد. همچنین با توجه به فرض ۱ و محدود بودن متغیرهای خطا، متغیرهای حالت $x_i(t)$ ، $(i=1, 2, \dots, n)$ و $z(t)$ مربوط سیستم ساندرویج حلقه بسته همگی محدود می مانند. علاوه بر آن، تنظیم مناسب پارامتر γ_x ، بر خطای ردیابی در حالت گذرا مؤثر است. از طرفی با تنظیم مناسب این پارامتر دامنه سیگنال کنترلی ورودی $u(t)$ را نیز می توان در یک حد قابل قبولی تنظیم نمود. با توجه به این نتایج، کارایی روش پیشنهادی در دستیابی به هدف ردیابی تضمین می گردد.

تذکر ۱: حضور تابع علامت $\text{sgn}(e_{n+1})$ در قوانین کنترلی منجر به شکل گیری حرکت زیگزاگی و وزوز مانند می شود که این پدیده، چترینگ نامیده می شود [۳۵-۳۶]. رخ دادن این پدیده موجب تلفات زیاد گرما در سیستم های الکتریکی و همچنین سایش زیاد قطعات مکانیکی متحرک می شود، لذا با گذشت زمان اثرات نامطلوبی را در سیستم ها ایجاد می کند. به منظور کاهش این پدیده و اثرات ناشی از آن، تابع علامت با تابع $\tanh\left(\frac{e_{n+1}}{\varepsilon}\right)$ تقریب زده می شود که ε یک پارامتر مثبت است و با میل دادن $\varepsilon \rightarrow 0$ ، شکل تابع $\tanh\left(\frac{\cdot}{\varepsilon}\right)$ به تابع $\text{sgn}(\cdot)$ بسیار نزدیک می گردد [۳۷-۳۸].

همچنین با توجه به رابطه (۴۹)، روابط زیر صادق می باشند.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{b}}(t) &= -\dot{\hat{b}}(t) \\ \dot{\hat{D}}_1(t) &= -\dot{\hat{D}}_1(t) \end{aligned} \quad (56)$$

با جایگذاری $e_{n+1} = \frac{\dot{\chi}}{\gamma_x} \bar{u}(t)$ از رابطه (۴۷) و در نظر گرفتن روابط

(۵۵) و (۵۶)، رابطه (۵۴) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^{n+1} c_j e_j^2 + \bar{b} e_{n+1} - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 \\ &\quad - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + |e_{n+1}| \bar{D}_1 \end{aligned} \quad (57)$$

$$+ \frac{1}{\gamma_x} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} - \frac{1}{\mu} \bar{D}_1 \dot{\hat{D}}_1 - \frac{1}{\lambda} \bar{b} \dot{\hat{b}}$$

با جایگذاری روابط تطبیقی (۴۸) در رابطه (۵۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^{n+1} c_j e_j^2 - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 + \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 \\ &\quad + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + \frac{1}{\gamma_x} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} \\ &\quad + \xi_1 \bar{D}_1 (\bar{D}_1 - D_{10}) + \bar{\sigma} \bar{b} (\bar{b} - b_0) \end{aligned} \quad (58)$$

با در نظر گرفتن روابط مشابه روابط (۴۲)، نامساوی بالا به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1}(t) &\leq -\sum_{j=1}^{n+1} c_j e_j^2 - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 - \frac{\xi_1}{2} \bar{D}_1^2 - \frac{\bar{\sigma}}{2} \bar{b}^2 \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_x} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} + C \end{aligned} \quad (59)$$

که

$$C = \frac{b}{2} \rho (a - a_0)^2 + \frac{\xi_2}{2} (D_2 - D_{20})^2 + \frac{\xi_1}{2} (D_1 - D_{10})^2 + \frac{\bar{\sigma}}{2} (b - b_0)^2 \quad (60)$$

با توجه به روابط (۵۰) و (۵۹) روابط (۶۱) و (۶۲) صادق می باشند:

$$\begin{aligned} V_{n+1}(t) &= \sum_{j=1}^{n+1} \frac{1}{2} e_j^2 + \frac{b}{2\gamma_a} \bar{a}^2(t) + \frac{1}{2\eta} \bar{D}_2^2(t) \\ &\quad + \frac{1}{2\lambda} \bar{b}^2(t) + \frac{1}{2\mu} \bar{D}_1^2(t) \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} V_{n+1}(t) &\leq c_{\max} \bar{V}(t) \\ -\sum_{j=1}^{n+1} c_j e_j^2 - \frac{b}{2} \rho \bar{a}^2 - \frac{\xi_2}{2} \bar{D}_2^2 - \frac{\xi_1}{2} \bar{D}_1^2 - \frac{\bar{\sigma}}{2} \bar{b}^2 &\leq -c_{\min} \bar{V}(t) \end{aligned} \quad (62)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \bar{V}(t) &= \sum_{j=1}^{n+1} e_j^2 + \bar{a}^2(t) + \bar{D}_2^2(t) + \bar{b}^2(t) + \bar{D}_1^2(t) \\ c_{\max} &= \max \left\{ \frac{1}{2}, \frac{b}{2\gamma_a}, \frac{1}{2\eta}, \frac{1}{2\lambda}, \frac{1}{2\mu} \right\} \end{aligned} \quad (63)$$

$$c_{\min} = \min \left\{ c_1, \dots, c_{n+1}, \frac{b}{2}, \frac{\bar{\sigma}}{2}, \frac{\xi_1}{2}, \frac{\xi_2}{2} \right\}$$

با در نظر گرفتن روابط (۶۱)، (۶۲) و (۶۳) و نیز انجام محاسبات

ریاضی، رابطه (۵۹) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\dot{V}_{n+1}(t) \leq -\omega V_{n+1}(t) + \frac{1}{\gamma_x} \left(\frac{\partial \phi(v)}{\partial v} \beta N(\chi) + 1 \right) \dot{\chi} + C \quad (64)$$

که $\omega = \frac{c_{\min}}{c_{\max}}$ است. با ضرب طرفین رابطه (۶۴) در عبارت $e^{\omega t}$

داریم:

۵- شبیه‌سازی

در این بخش برای اثبات کارایی روش پیشنهاد شده، شبیه‌سازی‌هایی صورت پذیرفته است. سیستم در نظر گرفته شده مربوط به یک بازوی تک لینکی می‌باشد که توسط یک موتور DC راه‌اندازی می‌شود. معادلات دینامیکی بازوی تک لینکی به صورت زیر است [۳۹].

$$M\ddot{q}(t) + D\dot{q}(t) + mgl \sin(q(t)) = k_r \text{sat}(v(t)) + \bar{d}_2(t) \quad (68)$$

که q زاویه مفصل، $v(t)$ گشتاور ورودی، M اینرسی، D ضریب میرایی، m جرم لینک، $\bar{d}_2(t)$ ورودی اغتشاشی و l فاصله مرکز جرم لینک از مفصل بازو می‌باشد. بازوی تک لینکی مورد نظر توسط موتوری با معادلات دینامیکی زیر رانده می‌شود [۴۰].

$$\begin{cases} \dot{x}_A(t) = -\beta_1 x_A(t) + \beta_2 V_m(t) + d_1(t) \\ v(t) = x_A(t) \end{cases} \quad (69)$$

که $V_m(t)$ ولتاژ ورودی موتور، $d_1(t)$ ورودی اغتشاشی، $\beta_1 = (k_t k_b / J_m R_a)$ و $\beta_2 = (k_t / J_m R_a)$ پارامترهای موتور می‌باشند. در این پارامترها k_b ثابت نیروی ضد محرکه (BEMF)، k_t ثابت گشتاور، J_m اینرسی روتور و R_a مقاومت آرمیچر می‌باشند. در سیستم مورد مطالعه دینامیک موتور جایگزین زیرسیستم S_1 و دینامیک بازوی تک لینکی نیز جایگزین زیرسیستم S_2 در ساختار شکل ۱ شده است.

با تعریف متغیرهای حالت $x_1 = q$ ، $x_2 = \dot{q}$ ، $z = x_A$ ، و متغیرهای ورودی $u(t) = V_m(t)$ و $w(t) = \text{sat}(v(t))$ ، معادلات (۶۸) و (۶۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$S_1: \begin{cases} \dot{z}(t) = g(z) + \beta u(t) + d_1(t) \\ v(t) = z(t) \end{cases} \quad (70)$$

$$S_2: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(\bar{x}_2) + bw(t) + d_2(t) \\ y = x_1(t) \end{cases} \quad (71)$$

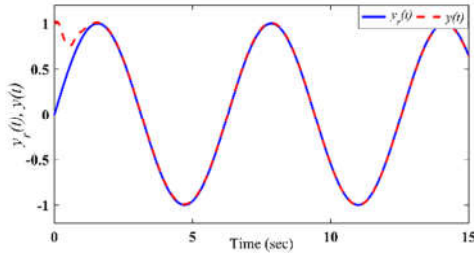
که معادلات (۷۰) و (۷۱) دارای ساختار معادلات (۴) و (۵) به ازای عبارات $f_1(x_1) = 0$ ، $n = 2$ ، $b = \frac{1}{M}$ ، $g(z) = -\beta_1 z(t)$ ، $\beta = \beta_2$ می‌باشند.

جهت شبیه‌سازی، حد تابع اشباع $v_m = 5$ لحاظ شده است. شرایط اولیه زیرسیستم‌های S_1 و S_2 به ترتیب $z(0) = -1$ و جهت ردیابی $y_r(t) = \sin(t)$ در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی پارامترهای مربوط به زیرسیستم‌ها به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$m = 1 \text{ kg}, D = 1, M = 1 \text{ kg m}^2, k_r = 1, l = 0.15 \text{ m}, \\ R_a = 2.0 \Omega, k_b = 0.43 \text{ Vs/rad}, k_t = 0.43 \text{ N m/A}, J_m = 0.0014 \text{ kg m}^2$$

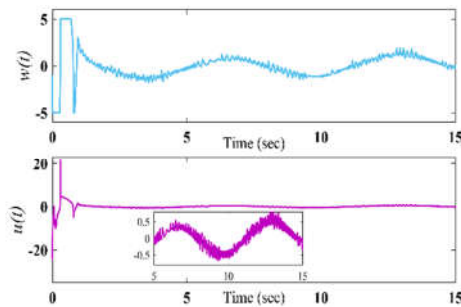
همچنین سیگنال‌های اغتشاشی در شبیه‌سازی به صورت $d_1(t) = 0.4 \sin(2t)$ و $\bar{d}_2(t) = 0.3 \sin(0.3t)$ لحاظ شده‌اند. شرایط اولیه قوانین تطبیقی و پارامترهای طراحی مربوط به کنترل‌کننده به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

$$\gamma_a = 0.06, \gamma_x = 0.005, c_1 = 5, c_2 = 5, c_3 = 20, \eta = 0.4, \\ \lambda = 0.16, \mu = 0.2, \xi_1 = 0.1, \xi_2 = 0.2, \rho = 0.1, \varpi = 0.01, \\ \varepsilon = 0.3, D_{10} = 0.45, D_{20} = 0.4, a_0 = 0.95, b_0 = 0.85, \\ \hat{a}(0) = 0.5, \hat{D}_1(0) = \hat{D}_2(0) = 0, \chi(0) = 0.3, \hat{b}(0) = 0.5$$



شکل ۳- پاسخ زمانی سیگنال خروجی و سیگنال مرجع مطلوب

نتایج مربوط به شبیه‌سازی در شکل‌های ۳ تا ۹ آورده شده است. شکل ۳ ردیابی سیگنال مرجع $y_r(t)$ را توسط خروجی سیستم نشان می‌دهد، همان‌طور که واضح است عمل ردیابی در حضور تابع اشباع ساندیج شده بین زیرسیستم‌ها، نایقینی‌ها و اغتشاش‌ها محقق گردیده است. سیگنال‌های کنترلی ورودی زیرسیستم‌های S_1 و S_2 در شکل ۴ ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود علی‌رغم اشباع سیگنال ورودی زیرسیستم S_2 ، عمل ردیابی با دقت بسیار قابل قبولی در حضور ضرایب کنترلی نامعلوم و سیگنال‌های اغتشاشی خارجی حاصل شده است. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود نوساناتی در سیگنال کنترلی به دلیل وجود تابع علامت در قانون کنترلی مشاهده می‌شود. جهت کاهش پدیده چترینگ ناشی از توابع علامت در قوانین کنترلی از تابع $\tanh\left(\frac{\dot{z}}{\varepsilon}\right)$ در ساخت قوانین کنترلی استفاده شده که نتایج آن در شکل ۵ ارائه شده است و منجر به هموارتر شدن سیگنال کنترلی گردیده است. همچنین در شبیه‌سازی به این نکته توجه گردیده است که ضرایب و درجات آزادی موجود به نحوی انتخاب شوند که سیگنال ورودی کنترلی ($u(t)$)، یعنی ولتاژ موتور طوری طراحی شود که دامنه مجاز بر اساس ویژگی‌های فیزیکی سیستم را داشته باشد.



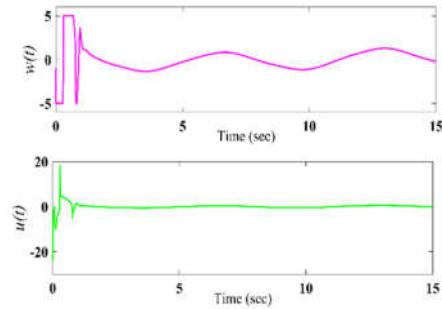
شکل ۴- پاسخ زمانی سیگنال‌های $w(t)$ (ورودی زیرسیستم S_2) و $u(t)$ (ورودی زیرسیستم S_1) با استفاده از تابع علامت

۶- نتیجه گیری

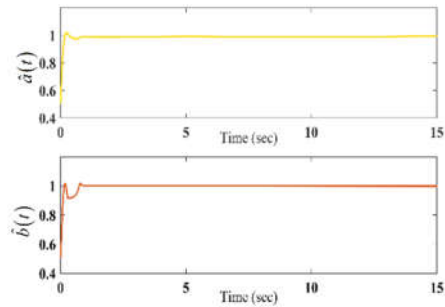
در این مقاله مسئله ردیابی مقاوم برای سیستم‌های ساندویچ غیرخطی با تابع ناممومر اشباع در حضور عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاشی نامعلوم مورد مطالعه قرار گرفت و کنترل‌کننده‌ی مقاوم تطبیقی بر اساس روش کنترلی پسگام و استفاده از تابع غیرخطی Nussbaum ارائه شد. قانون کنترلی پیشنهاد شده ردیابی سیگنال مرجع متغیر با زمان را توسط خروجی سیستم در حضور رخ دادن تابع اشباع ساندویچ شده بین زیرسیستم‌ها، ناپیچنی‌ها و همچنین سیگنال‌های اغتشاشی نامعلوم وارد شده به هر کدام زیرسیستم‌ها تضمین می‌نماید. نتایج شبیه‌سازی انجام شده نیز کارایی روش ارائه شده را در دست‌یابی به اهداف کنترلی اثبات نمودند. از پژوهش‌های آتی در این حوزه، می‌توان به حل مسئله ردیابی برای سیستم‌های ساندویچ که دارای قید اشباع در ورودی سیستم نیز باشند، اشاره نمود.

۷- مراجع

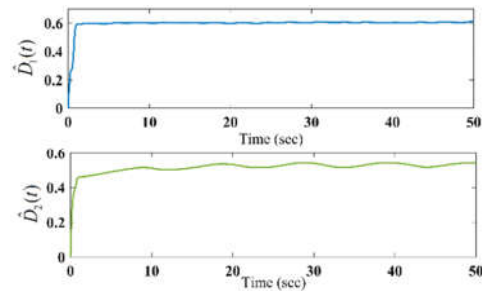
- [1] Saberi A., Stoorvogel A. A., and Sannuti P., *Internal and external stabilization of linear systems with constraints*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Taware A., and Tao G., *Control of sandwich nonlinear systems*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [3] Zhou Q., Shi P., Tian Y., and Wang M., Approximation-Based Adaptive Tracking Control for MIMO Nonlinear Systems with Input Saturation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, Vol. 45, No.10, pp. 2119-2128, 2015.
- [4] Zhang Z., and Xie X.-J., Asymptotic Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Actuator Nonlinearity and Unknown Gain Signs. *International Journal of Control*, Vol. 87, No.11, pp. 2294-2311, 2014.
- [5] Nordin M., and Gutman P. O., Controlling Mechanical Systems with Backlash—A Survey. *Automatica*, Vol. 38, No.10, pp. 1633-1649, 2002.
- [6] Tan Y., Dong R., and Li R., Recursive Identification of Sandwich Systems with Dead Zone and Application. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, No.4, pp. 945-951, 2009.
- [7] Taware A., *Control of sandwich nonlinear systems*. University of Virginia, 2001.
- [8] Zhou Z., Tan Y., Xie Y., and Dong R., Soft Measurement of States of Sandwich System with Dead Zone and Its Application. *Measurement*, Vol. 78, pp. 219-234, 2016.
- [9] Li Y., Tong S., and Li T., Hybrid Fuzzy Adaptive Output Feedback Control Design for Uncertain MIMO Nonlinear Systems with Time-Varying Delays and Input Saturation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 24, No.4, pp. 841-853, 2016.
- [10] He W., Dong Y., and Sun C., Adaptive Neural Impedance Control of A Robotic Manipulator with Input Saturation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 46, No.3, pp. 334-344, 2016.
- [11] Jafari E., and Binazadeh T., Modified Composite Nonlinear Feedback Control for Output Tracking of Nonstep Signals in Singular Systems with Actuator Saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 28, No.16, pp. 4885-4899, 2018.
- [12] Mohammadpour S., and Binazadeh T., Robust Adaptive Synchronization of Chaotic Systems with Nonsymmetric Input Saturation Constraints. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 13, No.1, p. 011005, 2018.
- [13] Chen T., Zhu M., and Zheng Z., Asymmetric Error-Constrained Path-Following Control of A Stratospheric Airship with Disturbances and Actuator Saturation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 119, pp. 501-522, 2019.
- [14] Taware A., Tao G., and Teolis C., Design and Analysis of A Hybrid Control Scheme for Sandwich Nonsmooth Nonlinear



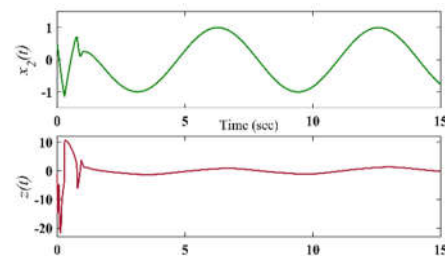
شکل ۵ - پاسخ زمانی سیگنال‌های $w(t)$ (ورودی زیرسیستم S_2) و $u(t)$ (ورودی زیرسیستم S_1) با استفاده از تابع $\tanh\left(\frac{\cdot}{\varepsilon}\right)$



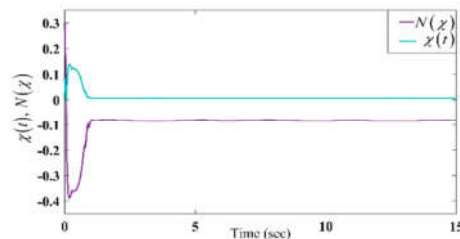
شکل ۶ - پاسخ‌های زمانی تخمین ضرایب کنترلی نامعلوم



شکل ۷ - پاسخ‌های زمانی سیگنال‌های $\hat{D}_1(t)$ و $\hat{D}_2(t)$



شکل ۸ - پاسخ‌های زمانی سیگنال‌های $x_2(t)$ و $z(t)$



شکل ۹ - پاسخ زمانی سیگنال‌های $N(\chi)$ و $\chi(t)$

- [32] Wang H., Chen B., Liu X., Liu K., and Lin C., Adaptive Neural Tracking Control for Stochastic Nonlinear Strict-Feedback Systems with Unknown Input Saturation. *Information Sciences*, Vol. 269, pp. 300-315, 2014.
- [33] Wang W., Xie B., Zuo Z., and Fan H., Adaptive Backstepping Control of Uncertain Gear Transmission Servosystems With Asymmetric Dead-Zone Nonlinearity. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 66, No.5, pp. 3752-3762, 2018.
- [34] Yang Z., and Zhang H., A Fuzzy Adaptive Tracking Control for A Class of Uncertain Strick-Feedback Nonlinear Systems with Dead-Zone Input. *Neurocomputing*, Vol. 272, pp. 130-135, 2018.
- [35] Shiravani F., and Shafiei M. H., Robust Output Regulation Via Sliding Mode Control and Disturbance Observer: Application in a Forced Van Der Pol Chaotic Oscillator. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 139, No.9, pp. 091015, 2017.
- [36] Shiravani F., and Shafiei M.H., Robust Output Regulation of a Class of Nonlinear Systems Via Disturbance Observer in the Presence of Matched and Unmatched Uncertainties. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 141, No.9, pp. 091007, 2019.
- [37] Chenarani H., and Binazadeh T., Flexible Structure Control of Unmatched Uncertain Nonlinear Systems Via Passivity-Based Sliding Mode Technique. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, Vol. 41, No.1, pp. 1-11, 2017.
- [38] Hakimi A.R., and Binazadeh T., Generation of Stable Oscillations in Uncertain Nonlinear Systems with Matched and Unmatched Uncertainties. *International Journal of Control*, Vol. 92, No.1, pp. 163-174, 2019.
- [39] Tang ZL., Ge SS., Tee KP., He W., Robust Adaptive Neural Tracking Control for A Class of Perturbed Uncertain Nonlinear Systems with State Constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, Vol. 46, No.12, pp. 1618-29, 2016.
- [40] Corradini ML., Manni A., Parlangei G., Variable structure control of nonlinear uncertain sandwich systems with non-smooth nonlinearities. In *46th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2023-2028, 2007.
- [15] Liu Y. J., and Tong S., Adaptive NN Tracking Control of Uncertain Nonlinear Discrete-Time Systems with Nonaffine Dead-Zone Input. *IEEE Transactions on Cybernetics*, Vol. 45, No.3, pp. 497-505, 2015.
- [16] Wen C., Zhou J., Liu Z., and Su H., Robust Adaptive Control of Uncertain Nonlinear Systems in the Presence of Input Saturation and External Disturbance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 56, No.7, pp. 1672-1678, 2011.
- [17] Edalati L., Sedigh A. K., Shooredeli M. A., and Moarefianpour A., Asymptotic Tracking Control of Strict-Feedback Nonlinear Systems with Output Constraints in the Presence of Input Saturation. *IET Control Theory & Applications*, Vol. 12, No.6, pp. 778-785, 2018.
- [18] Taware A., and Tao G., Analysis and control of sandwich systems. In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 2, pp. 1156-1161, 1999.
- [19] Wang X., Stoorvogel A. A., Saberi A., Grip H. F., Roy S., and Sannuti P., Stabilization of a Class of Sandwich Systems Via State Feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No.9, pp. 2156-2160, 2010.
- [20] Wang X., Stoorvogel A. A., Saberi A., Grip H. F., and Sannuti P., Stabilization of Nonlinear Sandwich Systems via State Feedback-Discrete - Time Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 21, No.16, pp. 1841-1864, 2011.
- [21] Zhou Z., Tan Y., Xie Y., and Dong R., State Estimation of A Compound Non-Smooth Sandwich System with Backlash and Dead Zone. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 83, pp. 439-449, 2017.
- [22] Stoorvogel A. A., Wang X., Saberi A., and Sannuti P., Stabilization of sandwich nonlinear systems with low-and-high gain feedback design. In *American Control Conference (ACC)*, pp. 4217-4222, 2010.
- [23] Grip H. F., Saberi A., Stoorvogel A. A., Wang X., and Roy S., Semiglobal stabilization of sandwich systems by dynamic output feedback. In *American Control Conference (ACC)*, pp. 4229-4234, 2010.
- [24] Luo N., Tan Y., and Dong R., Observability and Controllability Analysis for Sandwich Systems with Dead-Zone. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 14, No.1, pp. 188-197, 2016.
- [25] Zhao X., and Tan Y., Neural adaptive control of dynamic sandwich systems with hysteresis. In *Computer Aided Control System Design, IEEE International Conference on Control Applications, IEEE International Symposium on Intelligent Control*, pp. 82-87, 2006.
- [26] Parlangei G., and Corradini M. L., Variable structure control of systems with sandwiched backlash. In *Intelligent Control, Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation*, pp. 1331-1336, 2005.
- [27] Corradini M. L., Manni A., and Parlangei G., Variable structure control of nonlinear uncertain sandwich systems with nonsmooth nonlinearities. In *Decision and Control, 46th IEEE Conference*, pp. 2023-2028, 2007.
- [28] Song J., Zuo Z., and Ding Z., Backstepping Control of Sandwich-Like NonLinear Systems with Dead Zone Nonlinearity. *IET Control Theory & Applications*, Vol. 11, No.17, pp. 3122-3129, 2017.
- [29] Nussbaum R. D., Some Remarks on A Conjecture in Parameter Adaptive Control. *Systems & control letters*, Vol. 3, No.5, pp. 243-246, 1983.
- [30] Zheng Y., Wen C., and Li Z., Robust Adaptive Asymptotic Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems Subject to Nonsmooth Actuator Nonlinearities. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 27, No.1-2, pp. 108-121, 2013.
- [31] Ma J., Zheng Z., and Li P., Adaptive Dynamic Surface Control of A Class of Nonlinear Systems with Unknown Direction Control Gains and Input Saturation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, Vol. 45, No.4, pp. 728-741, 2014.