

## حل تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی خیز صفحه روی بستر الاستیک در اثر برخورد گلوله

کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران، vahid1372khalili@gmail.com  
 استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران، m.akhondizadeh@sirjantech.ac.ir

محمد وحید خلیلی  
 مهدی آخوندی زاده\*

### چکیده

در کار حاضر، خیز عرضی یک صفحه که روی بستر مواد دانه‌ای قرار دارد تحت تاثیر نیروی ناشی از برخورد گلوله محاسبه و اندازه‌گیری شده است. جهت محاسبه خیز صفحه با روش تحلیلی، بستر مواد دانه‌ای با بستر الاستیک معادل‌سازی می‌شود. این مواد در برابر بار ضربه‌ای که به آنها اعمال می‌شود واکنش الاستیک همراه با میرایی از خود نشان می‌دهند. پیشنهادهایی برای چگونگی اعمال اثرات الاستیک و میرایی ناشی از اثر مواد دانه‌ای توسط محققان ارائه شده است که در کار حاضر از آن استفاده می‌شود. نیروی ضربه یک نیروی کوتاه مدت و با شدت بالا است که برای تحلیل‌های مهندسی بصورت یک نیروی سینوسی تابع زمان در نظر گرفته می‌شود و در اینجا با رابطه‌ای نسبت به زمان و موقعیت بیان می‌شود که محل برخورد را نیز در خود داشته باشد. معادلات حرکت صفحه با روش انرژی همیلتون استخراج می‌گردند و تنش‌ها و کرنش‌ها براساس نظریه برشی مرتبه یک در معادلات، مورد استفاده قرار می‌گیرد و پاسخ حرکت عرضی صفحه استخراج می‌گردد. علاوه بر روش تحلیلی، دستگاه آزمایشگاهی برای ثبت داده‌ها ساخته شده و آزمایش‌های برخورد و اندازه‌گیری خیز انجام می‌شود. پارامترهای قابل تغییر در این دستگاه آزمایشگاهی جنس صفحه، ضخامت صفحه، اندازه گلوله، سرعت برخورد گلوله، ضخامت خاک و محل برخورد گلوله به صفحه می‌باشند. نتایج داده برداری آزمایشگاهی جهت اعتبار سنجی روش تحلیلی استفاده می‌شوند. مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و مدل نظری نشان می‌دهد که با روش تحلیلی، می‌توان خیز صفحه را در اثر نیروی برخورد با دقت قابل قبول تعیین کرد.

واژه‌های کلیدی: صفحه تخت، بستر الاستیک، خیز عرضی، برخورد گلوله، روش تحلیلی، روش آزمایشگاهی.

## Analytical solution and experimental data of plate deflection on elastic bed under the ball impact

M. V. Khalili  
 M. Akhondizadeh

Mechanical Engineering department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran  
 Mechanical Engineering department, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran

### Abstract:

The aim of the present work is to determine the transverse deflection of a plate on the granular material under the impact of a ball. Through the analytical solution, the granular bed is equivalent to the elastic bed. The granular materials behave elastically by with a damping reaction under the impact loading. There are suggestions by literatures for introducing these elastic and damping effects which are used in the present work. The impact force is an intensive short duration force which is considered as a function of time and impact position. The equations of motion are derived by Hamilton's principle and the stress and strain relations are written by the first order shear theory and the vibration response of the plate is derived. Moreover, an experimental apparatus is designed to measure the plate deflection. Experimental parameters include the plate type and thickness, ball speed, impact position and granular thickness. The experimental data are used to validate the theoretical evaluations. The comparison of the evaluated and measured data shows that the theoretical model is acceptably gives the plate deflection.

**Keywords:** Flat plate, Elastic bed, Transverse deflection, Ball impact, Analytical solution, Experimental procedure.

[10] ارتعاشات آزاد یک صفحه مستطیلی روی بستر الاستیک را بر اساس نظریه‌های مرتبه بالاتر کرنش مطالعه کردند. بارتی و انصاری [11] رفتار ارتعاشی یک صفحه کامپوزیتی را تحت تاثیر نیروی ضربه‌ای بررسی کردند و نتایج را با نتایج مدل‌سازی المان محدود مقایسه کردند. باترا و همکاران [12] تغییر شکل یک صفحه ترک‌دار را تحت تاثیر ضربه یک پرتابه استوانه‌ای بررسی کردند. بانجی و لی [13] یک روش تحلیلی برای بررسی ارتعاشات آزاد یک صفحه کامپوزیتی برای شرط مرزی‌های مختلف ارائه کردند. ایلجان و زهیر [14] حل عددی خمش صفحه الاستو-پلاستیک برای مسائل غیرخطی را با روش تفاضل محدود انجام دادند. شوپیکف و همکاران [15] ارتعاشات صفحه بیضی شکل تحت تاثیر برخورد گلوله را بررسی کردند. رایلی و یانگ [16] حل تحلیلی جابجایی عرضی صفحه روی بستر الاستیک تحت تاثیر نیروی

### ۱- مقدمه

تحقیقات متعددی در حوزه ارتعاشات عرضی صفحه انجام شده است [1, 2, 3] که بعضی از آنها شامل پاسخ به ضربه [4] هستند. بعضی از این تحقیقات با تکیه بر روش‌های تحلیلی [5]، تعدادی با استفاده از ابزار آزمایشگاهی [6] و برخی با استفاده از روش‌های اجزاء محدود [7] جابجایی عرضی صفحه را تحلیل و یا اندازه‌گیری کرده‌اند. در همین زمینه، شفیعی و همکاران [8] مطالعه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک صفحه ساخته شده از مواد تابعی که روی بستر الاستیک قرار دارد، در تماس با یک سیال ساکن را انجام داده‌اند. نگون و فام [9] پاسخ دینامیکی یک صفحه ساخته شده از مواد تابعی روی بستر الاستیک را با حل معادله غیرخطی با روش رانگ کوتا تحلیل کردند. سعیدی و شیخ الاسلامی

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: m.akhondizadeh@sirjantech.ac.ir

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\theta_1^2}{E_1} + \frac{1-\theta_2^2}{E_2} \quad (۴)$$

روابط تنش- کرنش براساس معادلات ساختاری الاستیک خطی بصورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\theta^2}(\varepsilon_x + \theta\varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\theta^2}(\varepsilon_y + \theta\varepsilon_x), \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \frac{E}{2(1+\theta)}\gamma_{xy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{E}{2(1+\theta)}\gamma_{xz}, \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \frac{E}{2(1+\theta)}\gamma_{yz} \end{aligned} \quad (۵)$$

معادله حاکم حرکت صفحه براساس اصل همپلتون توسط

$$\Omega^p U_{,tt} - \Lambda U = P \quad (۶)$$

که در آن  $\Omega^p$  ماتریس اینرسی،  $U$  بردار جابه جایی،  $\Lambda$  ماتریس سختی و  $P$  بردار نیروی خارجی است که در اینجا فقط شامل نیروی ضربه است. بردار جابه جایی و نیرو شامل مولفه‌های زیر می‌باشد:

$$U = \{u, v, w, \psi_x, \psi_y\} \quad (۷)$$

$$P = \{0, 0, q_z, 0, 0\} \quad (۸)$$

که  $q_z$  نیروی ضربه است و سایر مولفه‌های نیرو صفر هستند. شرایط اولیه مسئله بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$U = U_{,t} = 0, \quad \text{at } t = 0 \quad (۹)$$

میدان جابجایی و نیروی ضربه‌ای جهت حل مسئله بصورت زیر بیان می‌شوند. [15]

$$u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y) \quad (۱۰)$$

$$p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y) \quad (۱۱)$$

که ضرایب  $B_{jmn}$  بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} B_{1mn} &= \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}, \quad B_{2mn} = \sin \frac{m\pi x}{A} \cos \frac{n\pi y}{B}, \\ B_{3mn} &= \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}, \quad B_{4mn} = B_{1mn}, \quad B_{5mn} = B_{2mn} \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که  $A$  و  $B$  طول و عرض صفحه مستطیلی هستند. نیروی اعمال شده به صفحه فقط شامل نیروی ضربه‌ای گلوله در موقعیت  $(x_0, y_0)$  می‌باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود: [16]

$$\begin{aligned} p_{1mn} &= p_{2mn} = p_{4mn} = p_{5mn} = 0 \\ p_{3mn} &= \frac{12P_d}{AB\rho_{mn}^2} \sin \frac{m\pi x_0}{A} \sin \frac{n\pi y_0}{B} (\frac{\sin \rho_{mn}}{\rho_{mn}} - \cos \rho_{mn}), \end{aligned} \quad (۱۳)$$

$$\rho_{mn} = \pi r_d \sqrt{\frac{m^2}{A^2} + \frac{n^2}{B^2}} \quad (۱۴)$$

که  $P_d$  با معادله (۱) بیان شد و بر اساس آن، ضرایب مربوط به جابجایی‌های داده شده در معادله (۱۰) بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\Phi_{jmn}(t) = A_{jmn} \sin \frac{\pi t}{t_c} \quad (۱۵)$$

با جایگذاری معادله‌های (۱) و (۱۵) در معادله (۶) معادله حرکت زیر بدست می‌آید:

$$-\left(\frac{\pi}{t_c}\right)^2 \Omega^p A + \Lambda A = P \quad (۱۶)$$

که در آن  $A$  بردار ضرایب مجهول مربوط به میدان جابجایی و  $P$  بردار نیرو، شامل فقط نیروی ضربه است. ماتریس سختی  $\Lambda$  یک ماتریس  $5 \times 5$  است که آوردن همه ضرایب سختی مربوط به آن در اینجا ضروری نیست و در مرجع [15] داده شده اند. فقط اشاره به مولفه  $\lambda_{33}$  از ماتریس  $\Lambda$  ضرورت دارد که نسبت به ضرایب داده شده در [15] که فاقد بستر الاستیک بوده است، بصورت زیر تغییر می‌کند:

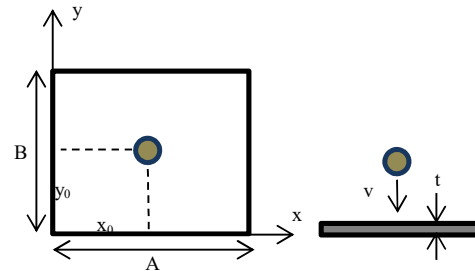
$$\lambda_{33} = \alpha_{33} + K \quad (۱۷)$$

که  $\alpha_{33}$  ضریب سختی صفحه است که در [15] داده شده است و  $K$  ضریب سختی معادل با بستر مواد دانه‌ای است. با حل کردن معادله (۱۶) مقادیر ضرایب مجهول استخراج می‌شوند که  $A_{3mn}$  ضریب جابه-

متمرکز عرضی را انجام دادند. با بررسی تحقیقات مربوط به این حوزه، مشخص شد که تعیین جابجایی عرضی صفحه روی بستر مواد دانه‌ای، تحت تاثیر برخورد گلوله انجام نشده است و این، هدف کار حاضر است. اهمیت انجام این تحقیق، دستیابی به روش تحلیلی قابل استفاده در محاسبه خیز صفحه روی بستر مواد دانه‌ای در اثر نیروی برخورد و اعتبارسنجی روش تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. مسائلی از این نوع، در رفع انسداد سیلوه‌های صنعتی، آنجا که با چکش‌های دستی و یا پنوماتیکی سعی در رفع انسداد است می‌تواند کاربرد صنعتی داشته باشد. نتایج آزمایشگاهی مربوط به رفع انسداد سیلوی آزمایشگاهی با استفاده از برخورد گلوله به بدنه سیلو توسط نویسندگان کار حاضر قبلاً منتشر شده است [17, 18]. پیشنهاداتی جهت نحوه اعمال اثرات الاستیک و میرایی مواد دانه‌ای توسط اونیل [19] ارائه شده است که در کار حاضر از آن الگوبرداری می‌شود و برای تعیین مقدار پارامترهای لازم، آزمایش‌های مورد نیاز انجام می‌شود. مدت زمان تماس یک جسم با جسم دیگر، در فرآیند برخورد، پارامتر مهمی است که در اینجا از پیشنهادات ارائه شده در این حوزه، استفاده شده است [20, 21].

## ۲- بیان مساله

مساله مورد بررسی در کار حاضر، یک صفحه تخت مستطیلی است که روی مواد دانه‌ای قرار دارد که این مواد دانه‌ای در اینجا کنسانتره آهن است. یک گلوله با سرعت مشخص به محل مشخصی از صفحه برخورد می‌کند. هندسه مساله و محل برخورد گلوله در شکل ۱ نشان داده شده است. هدف این است که جابجایی نقاط مختلف صفحه و وابستگی این جابجایی به پارامترهای تاثیرگذار تعیین شود.



شکل ۱. هندسه صفحه و محل برخورد گلوله به آن

## ۳- مدل ریاضی نیروی برخورد گلوله

برای ارتباط بین نیروی برخورد گلوله با زمان، رابطه زیر در نظر گرفته شده است.

$$P_d = P_0 \sin \frac{\pi t}{t_c} \quad (۱)$$

که در آن  $P_d$  تابع نیروی برخورد،  $P_0$  نیروی بیشینه برخورد،  $t$  زمان و  $t_c$  مدت زمان برخورد است که با رابطه زیر محاسبه می‌شود: [21]

$$t_c = \frac{4\Gamma(0.4)\sqrt{\pi}q^2 R}{5\Gamma(0.9)v_n} \quad (۲)$$

که در آن  $R$  شعاع گلوله،  $v_n$  سرعت عمودی برخورد گلوله به سطح و  $q$  یک ضریب است.

$$q = \left(\frac{15mv_n^2}{16E^*R^3}\right)^{0.2} \quad (۳)$$

که در آن،  $E^*$  مدول الاستیسیته معادل و  $m$  جرم گلوله است.

$K=2.63MN/m^3$  بدست آمد.

#### ۴-۱- روش انجام آزمایش

برای انجام آزمایش، ابتدا میله‌ها درون سوراخهای تعبیه شده کف جعبه قرار داده می‌شوند و خاک درون جعبه ریخته می‌شود. برای اینکه بستر ماهیت یکنواخت داشته باشد، مواد با چکش لاستیکی اندکی کوبیده شده و از هموار بودن سطح بوسیله تراز اطمینان حاصل می‌شود. برای افزایش دقت نتایج آزمایشگاهی، هر آزمایش سه بار تکرار شده است و نتایج حاضر میانگین مقادیر سه آزمایش می‌باشند. برای ایجاد شرایط مرزی لولای، در دو دیواره جانبی جعبه شیارهایی بوسیله لیزر تعبیه شده است تا لبه‌های صفحه مورد آزمایش در این شیارها واقع شود و اجازه چرخش نداشته باشند. پارامترهای آزمایش در جدول ۱ داده شده است.

جدول ۱- پارامترهای آزمایش

پارامتر	مقدار
ضخامت صفحه (میلی‌متر)	۶، ۳، ۲
جنس صفحه	تفلون، فولاد
قطر گلوله (میلی‌متر)	۴۰، ۳۰، ۲۰
سرعت برخورد (متر بر ثانیه)	۳، ۲/۵، ۱/۷
شرایط مرزی	چهارطرف آزاد، دوطرف آزاد و طرف لولای
ضخامت بستر (میلی‌متر)	۱۰۰، ۵۰
محل برخورد (فاصله از مرکز)	۴۰، ۳۰، ۲۰ میلی‌متر

جدول ۲- شرایط آزمایش (ابعاد میلی‌متر و سرعت بر حسب متر بر ثانیه است)

شماره آزمایش	ضخامت صفحه	جنس صفحه	محل برخورد	اندازه گلوله	سرعت برخورد	ضخامت خاک
۱	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۲	۳	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۳	۶	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۴	۲	فولاد	مرکز	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۵	۲	تفلون	مرکز	۲۰	۲/۵	۱۰۰
۶	۲	تفلون	مرکز	۴۰	۲/۵	۱۰۰
۷	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۱/۷	۱۰۰
۸	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۳	۱۰۰
۹	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۱۰	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۵۰
۱۱	۲	تفلون	مرکز	۳۰	۲/۵	۰
۱۲	۲	تفلون	$\frac{1}{3}A$	۳۰	۲/۵	۱۰۰
۱۳	۲	تفلون	$\frac{1}{10}A$	۳۰	۲/۵	۱۰۰

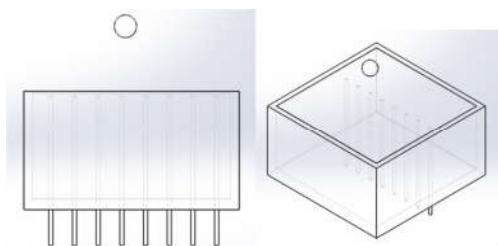
آزمایش‌ها براساس شرایط داده شده در جدول ۲ شماره‌گذاری می‌شوند. دقت شود که جنس صفحه در آزمایش شماره ۴ از فولاد و سایر آزمایش‌ها تفلون بوده است. ضخامت صفحه در آزمایش دوم، ۳ میلی‌متر و آزمایش سوم، ۶ میلی‌متر و در بقیه آزمایش‌ها ضخامت صفحه ۲ میلی‌متر است. محل برخورد گلوله در آزمایش شماره ۱۲ در  $x_0=0.3A$ ،  $y_0=0.5B$  و در آزمایش شماره ۱۳ در  $x_0=0.1A$ ،  $y_0=0.5B$  بوده است. محل برخورد گلوله در سایر آزمایش‌ها در مرکز صفحه یعنی  $x_0=0.5A$

جایی عرضی در راستای  $Z$  می‌باشد. رابطه نهایی بدست آمده برای جابه‌جایی عرضی در راستای  $Z$  به صورت زیر است:

$$w = \sum_{m=1}^{m_1} \sum_{n=1}^{n_1} A_{3mn} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{m\pi y}{B} \quad (18)$$

#### ۴- دستگاه آزمایشگاهی

برای اعتبارسنجی نتایج روش تحلیلی، یک دستگاه آزمایشگاهی به شکل یک جعبه مکعبی که طرحواره آن در دو نمای ایزومتریک و دید از مقابل در شکل ۲ نشان داده شده است ساخته می‌شود. این جعبه از جنس تفلون شفاف بوده و لبه‌های آن با چسب به یکدیگر متصل شده‌اند. خاک مورد نظر، در این جعبه ریخته شده و بعنوان بستر عمل می‌کند. جعبه بر روی یک پایه فلزی قرار می‌گیرد و صفحه هدف نیز روی مواد دانه‌ای قرار داده می‌شود به گونه‌ای که مثل درپوش جعبه عمل می‌کند. راهکاری که در اینجا برای ثبت جابجایی صفحه مورد استفاده قرار می‌گیرد استفاده از تعدادی میله است که بالای آنها زیر صفحه هدف و در تماس با آن قرار دارد و پایین آنها از وجه پایین جعبه، مطابق شکل ۳ بیرون زده است. با برخورد گلوله به صفحه، بالای این میله‌ها که در محل‌های مختلف، با لبه زیرین صفحه در تماس است همراه با صفحه جابجا شده و انتهای پایین آنها از کف جعبه بیرون می‌آید. میزان بیرون آمدن این میله‌ها اندازه‌گیری شده و بعنوان جابجایی نقاط مختلف صفحه در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به اینکه بدنه میله‌ها از لایه خاک بستر عبور می‌کند، اصطکاک مانع از این می‌شود که میله‌ها بیش از صفحه جابجا شوند و بنابراین جابجایی میله‌ها با جابجایی صفحه برابر است.

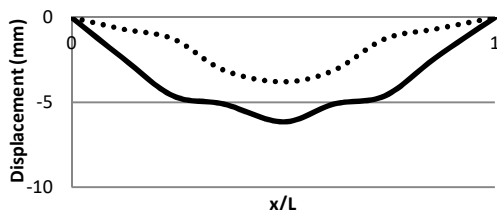


شکل ۲- طرحواره جعبه حاوی خاک و صفحه هدف و گلوله و میله‌های اندازه‌گیری خیز



شکل ۳- جابه‌جایی انتهای پایین میله‌ها بعد از برخورد

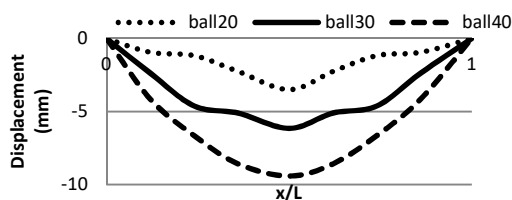
برای تعیین سختی خاک آزمایشی انجام شد به این شکل که وزنه‌ای استوانه‌ای به جرم مشخص روی خاک قرار گرفت و میزان فرورفتگی خاک اندازه‌گیری شد [22]. با این آزمایش، سختی خاک



شکل ۵- جابه‌جایی عرضی صفحه فولادی (.) و تفلونی (-) در اثر برخورد گلوله به مرکز

### ۵-۳- تاثیر اندازه گلوله بر جابجایی صفحه

اندازه گلوله با تاثیر بر مومنتوم و انرژی حرکت، نقش مهمی در شدت و ضعف نیروی برخورد دارد. در واقع آنچه باعث جابجایی صفحه در اثر ضربه می‌شود بخشی از انرژی است که از گلوله به صفحه در قالب یک نیروی بزرگ در زمان کوچک منتقل می‌شود. انرژی گلوله نیز که با توان ۳ قطر آن ارتباط مستقیم دارد، با افزایش اندازه گلوله افزایش می‌یابد و تاثیر این افزایش انرژی بر خیز صفحه در شکل ۶ نشان داده شده است. با افزایش قطر گلوله، خیز صفحه افزایش آشکاری دارد. البته این افزایش خیز به آن اندازه نیست که انتظار می‌رود متناسب با توان ۳ قطر باشد. علت آن است که با افزایش قطر گلوله که منجر به افزایش خیز صفحه می‌شود، نیروی مقاومت خاک و حتی مقاومت صفحه از حالت خطی بودن نسبت به خیز خارج شده و با شدت بیشتری افزایش می‌یابد و در برابر جابجایی مقاومت می‌کند. بنابراین افزایش انرژی گلوله با افزایش مقاومت محیط همراه می‌شود و خیز صفحه متناسب با افزایش انرژی افزایش نمی‌یابد.



شکل ۶- جابجایی عرضی صفحه در اثر برخورد گلوله‌های با قطر مختلف

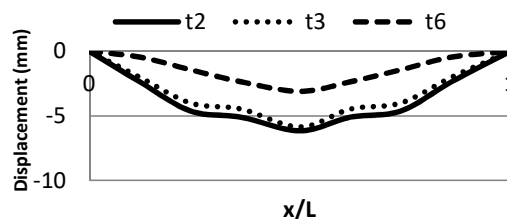
طول و عرض صفحه در همه آزمایش‌ها  $y_0=0.5B$  بوده است.  $A=B=200\text{mm}$  است.

### ۵- نتایج

برای مشاهده بهتر تغییر رفتار خیز صفحه با تغییر پارامترها، جابجایی نقاط مختلف صفحه در اثر برخورد گلوله، با اندازه گیری جابجایی میله-ها در قالب نمودار ارائه شده است. دقت شود که ظاهر نمودارها خیز به ظاهر غیر واقعی برای صفحه را نشان می‌دهد و این بدلیل مقیاس انتخاب شده برای محور افقی و قائم نمودارها است. محور افقی براساس طول بی‌بعد و محور قائم براساس میلی‌متر و تا ۱۰ میلی‌متر مدرج شده است. اگر محور افقی نیز با همان مقیاس و برابر با طول ۲۰۰ میلی‌متری صفحه مدرج شود ظاهر نتایج نیز منطقی خواهد بود اما تفاوت‌ها و تغییر رفتار صفحه آشکار نخواهد بود.

### ۵-۱- تاثیر ضخامت صفحه بر جابجایی عرضی

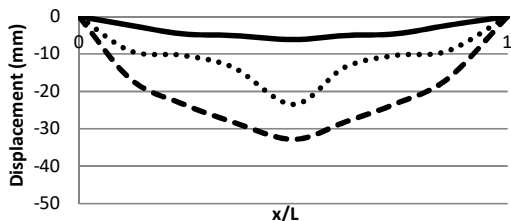
تغییرات خیز صفحه در اثر تغییر ضخامت آن در شکل ۴ نشان داده شده است. البته که تغییر ضخامت صفحه با تاثیر بر استحکام آن، بر جابجایی در برابر ضربه تاثیر می‌گذارد. این تاثیر با یک و نیم برابر شدن ضخامت صفحه، از ۲ میلی‌متر در آزمایش اول به ۳ میلی‌متر در آزمایش دوم، براساس آنچه در شکل ۳ مشاهده می‌شود زیاد آشکار نیست. اما با سه برابر شدن ضخامت، یعنی ۶ میلی‌متر در آزمایش سوم، این تفاوت مشاهده می‌شود. در توضیح این مساله می‌توان گفت که وقتی ضخامت صفحه ۲ و ۳ میلی‌متر است اثر مقاومت خاک در برابر جابجایی از اثر سختی صفحه بسیار بیشتر است و این خاک است که مانع اصلی صفحه در برابر جابجایی است. ولی با سه برابر شدن ضخامت، اثر سختی صفحه نیز خود را نشان می‌دهد و تاثیر خود را در قالب کاهش خیز صفحه نشان می‌دهد.



شکل ۴- جابجایی عرضی نقاط مختلف صفحه در اثر برخورد گلوله به مرکز صفحه در ضخامت‌های مختلف، ۲ میلی‌متر (t2)، ۳ میلی‌متر (t3) و ۶ میلی‌متر (t6)

### ۵-۲- تاثیر جنس صفحه بر جابجایی عرضی

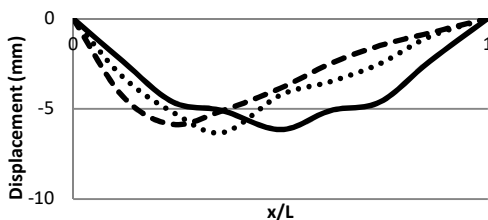
جهت مشاهده تاثیر جنس صفحه، نتایج مربوط به خیز دو صفحه فولادی و تفلونی با هم مقایسه می‌شود. شرایط آزمایش منطبق بر شرایط داده شده در جدول ۲ برای آزمایش ۱ و ۴ است. این مقایسه در شکل ۵ نشان داده شده است و بیانگر تفاوت آشکار خیز صفحه در دو حالت تفلون و فولاد است که این بدلیل تفاوت زیاد مدول الاستیسیته فولاد (207GPa) و تفلون (10GPa) است که فاکتور مهم در استحکام مواد در برابر تغییر شکل تنش است.



شکل ۹- تغییرات خیز صفحه در ضخامت بستر ۱۰۰ میلی‌متر (خط پر)، ۵۰ میلی‌متر (نقطه چین) و بدون بستر خاک (خط چین)

#### ۵-۷- تاثیر محل برخورد گلوله بر جابجایی عرضی

در تمامی آزمایش‌ها که گلوله به مرکز صفحه برخورد کرده است، خیز نقطه مرکزی بیشترین مقدار را دارد و با تغییر محل برخورد، مطابق پیش بینی، محل خیز بیشینه صفحه نیز، که در شکل ۱۰ نشان داده شده است تغییر کرده است. این تغییر محل برخورد با دو هدف انجام شده است: اول اینکه آیا واقعا راهکار انتخاب شده جهت ثبت خیز، یعنی استفاده از میله‌ها، با تغییر محل برخورد گلوله، محل خیز بیشینه را در آن نشان می‌دهد و دوم اینکه آیا با تغییر محل برخورد، خیز بیشینه صفحه تغییر می‌کند یا خیر. در اینجا خیز بیشینه صفحه با تغییر محل برخورد تغییر چندانی نکرده است. این یک نتیجه طبیعی است. زیرا تکیه‌گاه آزاد بوده است.



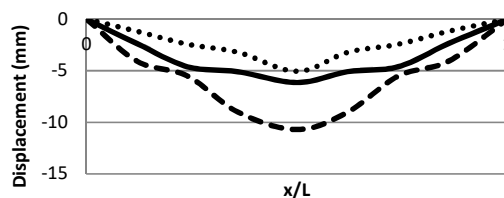
شکل ۱۰- تغییر شکل خیز صفحه با تغییر محل برخورد گلوله، برخورد در مرکز (خط پر)، برخورد در  $L/4$  (نقطه چین)، برخورد در  $L/8$  (خط چین)

#### ۵-۸- تفاوت جابجایی صفحه در شرایط مختلف نسبت به شرایط مرجع

در اینجا برای آنکه مشخص شود در چه شرایطی یک صفحه روی بستر مواد دانه‌ای بیشترین و کمترین مقاومت در برابر خیز را دارد، درصد افزایش یا کاهش خیز بیشینه صفحه نسبت به شرایط آزمایش مرجع در شکل ۱۱ نشان داده شده است. شرایط مرجع در اینجا شرایط آزمایش ۱ در نظر گرفته شده است یعنی صفحه تفلون ۲ میلی‌متر، بستر ۱۰۰ میلی‌متر، قطر گلوله ۳۰ میلی‌متر، سرعت برخورد  $2/5$  متر بر ثانیه و محل برخورد مرکزی. ملاحظه می‌شود که فقط در آزمایش ۱۰ و ۱۱ خیز صفحه افزایش چشمگیری نسبت به خیز در شرایط مرجع داشته است. این دو آزمایش مربوط به ضخامت بستر ۵۰ و صفر میلی‌متر است و این نشان می‌دهد که ضخامت بستر چقدر در خیز صفحه تاثیرگذار است. دو حالت دیگری که خیز بیش از حالت مرجع بوده است مربوط به آزمایش ۶ و ۸ است که جرم و سرعت گلوله افزایش یافته است. بیشترین کاهش خیز صفحه نسبت به حالت مرجع مربوط به آزمایش شماره ۳ که ضخامت صفحه افزایش یافته و آزمایش شماره ۴ که جنس صفحه فولادی بوده است می‌باشد. و نتیجه اینکه اثر

#### ۵-۴- تاثیر سرعت برخورد بر جابجایی عرضی

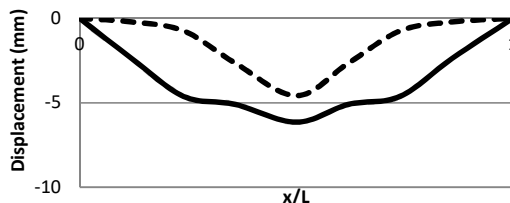
سرعت گلوله، همانند جرم با تاثیرگذاری بر انرژی جنبشی گلوله و در نتیجه انرژی انتقالی به صفحه باعث تغییر خیز صفحه می‌شود. نحوه تغییرات خیز، مربوط به سرعت برخورد  $1/7$ ،  $2/5$  و ۳ متر بر ثانیه در شکل ۷ نشان داده شده است. نتیجه جالب این است که خیز نقطه برخورد بیش از سایر نقاط رشد داشته است و این به دلیل تاثیری است که سرعت بر نرخ انتقال انرژی به صفحه دارد و با افزایش سرعت، این انرژی در نقطه برخورد متمرکز می‌شود.



شکل ۷- جابه‌جایی عرضی صفحه در سرعت برخورد  $1/7$  متر بر ثانیه (نقطه چین)،  $2/5$  متر بر ثانیه (خط پر) و ۳ متر بر ثانیه (خط چین)

#### ۵-۵- تاثیر شرایط مرزی بر جابجایی عرضی

در اینجا، دو شرط مرزی جهت انجام آزمایش استفاده و مقایسه شده است. در یک حالت صفحه در چهارطرف آزاد است و در حالت دیگر، از دو طرف آزاد و از دو طرف لولا است. نتایج مربوط به خیز صفحه در این دو حالت در شکل ۸ نشان داده شده اند. در حالت دو طرف لولا، خیز صفحه بصورت آشکار کاهش یافته و نتیجه جالب این است که نزدیک محل لولا، شیب صفحه به صفر میل کرده است. می‌توان گفت در حالت وجود بستر، رفتار خیز یک صفحه لولا مشابه خیز یک صفحه گیردار، که شیب نزدیک تکیه‌گاه صفر است می‌شود.



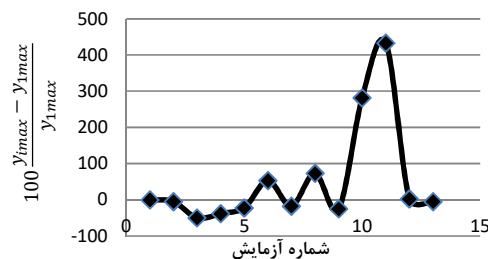
شکل ۸- تفاوت خیز صفحه در شرایط مرزی دو طرف لولا (خط چین) و چهار طرف آزاد (خط پر)

#### ۵-۶- تاثیر ضخامت بستر مواد دانه‌ای بر جابجایی عرضی

جالب است که ضخامت بستر مواد دانه‌ای تاثیر قابل توجهی بر خیز صفحه داشته است. در شکل ۹ تفاوت خیز در حالت بستر به ضخامت ۱۰۰، ۵۰ و بدون بستر یا ضخامت صفر بستر نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که بستر ۱۰۰ میلی‌متر  $7/0$ ٪ و بستر ۵۰ میلی‌متر حدود  $3/0$ ٪ خیز را نسبت به حالت بدون بستر کاهش داده است.

- [2] Leissa AW. *Vibration of plates*. Ohio State Univ Columbus; 1969.
- [3]. Phamová L, Vampola T. Vibration modes of a single plate with general boundary conditions. *Applied and Computational Mechanics*. 30;10(1), 2016 Jun.
- [4] Nikkhoo A, Hassanabadi ME, Azam SE, Amiri JV. Vibration of a thin rectangular plate subjected to series of moving inertial loads. *Mechanics Research Communications*. 55:105-13, 2014.
- [5] Amirpour M, Das R, Flores ES. Analytical solutions for elastic deformation of functionally graded thick plates with in-plane stiffness variation using higher order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*. 94:109-21, 2016.
- [6] Lewis BE, Smith E, Korman MS. Vibration experiments using a clamped circular elastic plate with edible granular material loading. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2016; 139(4):2094.
- [7]. Hernández V, Estrada J, Moreno E, Rodríguez S, Mansur A. Numerical Solution of a Wave Propagation Problem Along Plate Structures Based on the Isogeometric Approach. *Journal of Computational Acoustics*. 1750030, 2017.
- [8] Shafiee AA, Daneshmand F, Askari E, Mahzoon M. Dynamic behavior of a functionally graded plate resting on Winkler elastic foundation and in contact with fluid. *Struct. Eng. Mech*. 50(1):53-71, 2014.
- [9] Duc, N.D. and Cong, P.H., Nonlinear dynamic response of imperfect symmetric thin sigmoid-functionally graded material plate with metal-ceramic-metal layers on elastic foundation. *Journal of Vibration and Control*, 21(4), pp.637-646, 2015.
- [10] S.A.Sheikholeslami,A.R Saidi.vibration analysis of functionally graded rectangular plate resting on elastic foundation using higher-order shear and normal deformable plate theory. *composite structures* . 1;106:350-61, 2013 Dec.
- [11] Ansari MM, Chakrabarti A. Behaviour of GFRP composite plate under ballistic impact: experimental and FE analyses. *Struct. Eng. and Mech*. 10;60(5):829-49, 2016 Dec.
- [12] Batra RC, Jaber NA, Malsbury ME. Effect of the notch shape and the presence of a circular void in front of a circular notch on the failure mode transition speed in an impact loaded plate. In *ICF100354-OR, Honolulu (USA) 2001*.
- [13] Kruis J, Tsompanakis Y, Topping BH, Press CC. The Spectral-Dynamic Stiffness Method: A Novel Approach for Exact Free Vibration Analysis of Plate-Like Structures. *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, 2015*
- [15] Smetankina NV, Shupikov AN, Sotrikhin SY, Yareschenko VG. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading: theory and experiment. *International journal of impact engineering*. 1;34(2):264-76, 2007 Feb.
- [16] Li R, Zhong Y, Li M. Analytic bending solutions of free rectangular thin plates resting on elastic foundations by a new symplectic superposition method. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 8;469(2153):20120681, 2013 May.
- [17] Akhondzadeh M, Khalili V. Effect of material wet on silo obstruction solution by impact. *International Journal of Engineering-Transactions B: Applications*. 2016 Sep 30;29(11):1628-35.
- [18] Akhondzadeh M, Khosravi M, Khalili V. Experimental Determination of the Optimum Ball Impacts for Solution of Silo Obstruction. *International journal of Engineering*, 30(8):1215-22, 2017.
- [19] O'Neill JC, *Stress distribution in silos and hoppers*, Ph.D. Thesis, Teesside University, 2013.
- [20]. Goldsmith w., The theory and physical behavior of colliding solids, *Arnold, London*, 1960.
- [21] Di Maio, Di Renzo, Analytical solution for the problem of frictional-elastic collisions of spherical particles using the linear model, *Chemical engineering Science* 59(16):3461-75
- [22] Bolton MD, Wilson JM. *Soil stiffness and damping*. Cambridge Univ., Engineering Department; 1990 Jun 7.

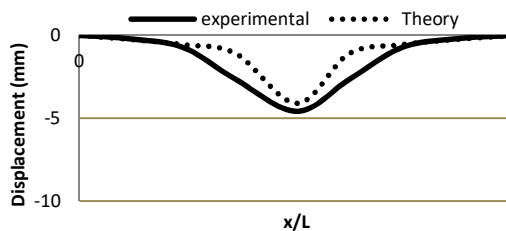
استحکام محیط، یعنی صفحه و بستر مواد دانهای بسیار بیشتر از ویژگی‌های برخورد یعنی اندازه و سرعت گلوله در کنترل خیز صفحه تاثیر گذار است.



شکل ۱۱- اختلاف خیز بیشینه صفحه در شرایط آزمایشی مختلف نسبت به آزمایش شماره یک

#### ۵-۹- مقایسه محاسبه نظری و آزمایشگاهی خیز صفحه

مدل نظری ارائه شده در کار حاضر منجر به تعیین خیز یک صفحه تخت در اثر برخورد گلوله شد. برای آنکه صحت روش حل نظری بررسی شود مقایسه نتیجه آن با اندازه‌گیری آزمایشگاهی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که مدل نظری شیب در کناره‌ها و نزدیک مرز را بسیار مشابه و نزدیک به اندازه‌گیری آزمایشگاهی پیش بینی کرده است. خیز بیشینه نظری و آزمایشگاهی نیز بسیار نزدیک به هم هستند. در نزدیکی محل برخورد گلوله اختلاف بین مدل نظری و آزمایشگاهی افزایش یافته است. با صرف نظر از این اختلاف، می‌توان گفت که مدل نظری در پیش‌بینی خیز بیشینه، نتیجه قابل قبولی دارد.



شکل ۱۲- مقایسه خیز محاسبه شده و اندازه‌گیری شده صفحه

#### ۶- نتیجه گیری

خیز صفحه تخت روی بستر مواد دانهای، با حل تحلیلی محاسبه شد و اثر پارامترهای مختلف بر خیز، با انجام آزمایش تعیین شد. آزمایش‌ها نشان داد که ضخامت بستر و جنس و ضخامت صفحه بیشترین تاثیر را در میزان خیز صفحه دارند. پارامترهای برخورد، شامل سرعت و اندازه گلوله، به اندازه سختی بستر و پارامترهای استحکامی صفحه، تاثیر خود را بر خیز صفحه نشان ندادند. مقایسه محاسبه نظری و اندازه‌گیری آزمایشگاهی خیز صفحه نشان داد که مدل نظری به شکل قابل قبولی خیز را پیش بینی می‌کند و بویژه خیز بیشینه صفحه بسیار نزدیک به مقادیر اندازه‌گیری شده بدست آمد.

#### ۷- مراجع

- [1] Liew KM, Xiang Y, Kitipornchai S. Research on thick plate vibration: a literature survey. *Journal of Sound and Vibration*. Feb 9;180(1):163-76, 1995.