

اثر هندسه نازل بر عملکرد آن در حالت خارج از طرح در جریان دارای شوک و جدایش لایه مرزی

عصمت محمودی دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، e.mahmoodi25@yahoo.com
روح اله رفعی* دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، rafee@semnan.ac.ir

چکیده

در این مقاله، جریان تراکم‌پذیر در هندسه‌های مختلف در نازل همگرا و اگر در شرایط خارج از طرح دارای شوک و جدایش لایه مرزی بررسی شده است. نسبت مساحت سطح خروجی به گلوگاه و فشار کل محفظه احتراق ثابت، ولی نوع هندسه نازل متغیر است. معادلات ناویراستوکس برای جریان تراکم‌پذیر با روش حجم محدود حل شده است. با مقایسه نتایج با داده‌های تجربی موجود، مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس انتخاب شده است. جریان لزج بصورت متقارن محوری و غیرپایا در نظر گرفته شده است. پس از طراحی نازل به روش مشخصه‌ها، جریان در نازل‌های مختلف شبیه‌سازی شده است و پارامترهایی نظیر عدد ماخ، تنش برشی دیواره، راندمان پیشران، فشار دیواره‌ی نازل، جدایش جریان و موج شوک تحلیل بررسی گردیده است. نتایج به دست آمده برای چهار نوع نازل مسیر-بهبینه، مخروطی ۱۵ درجه، مخروطی ۳۰ درجه و نازل طول کوتاه، نشان می‌دهد که در شرایط طراحی، نازل مسیر-بهبینه با تولید نیروی پیشران معادل ۷۸۸۹ نیوتن مناسب‌ترین نوع نازل است، اما در شرایط خارج از طرح، نازل مخروطی با ۹۷۰۰ نیوتن، نیروی پیشران بیشتری نسبت به سایر نازل‌ها تولید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: شرایط خارج از طرح، جریان در نازل، جدایش جریان، موج شوک، لایه مرزی، شبیه‌سازی عددی.

Effect of the nozzle shape on its off-design performance in the presence of shock wave and boundary layer separation

Esmat Mahmoodi
Roohollah Rafee

M.Sc., Student, Faculty of Aerospace Engineering., University of Semnan, Semnan, Iran
 Associate Prof., Faculty of Mechanical Engineering, University of Semnan, Semnan, Iran

Abstract

In this paper, compressible flows inside converging-diverging nozzles with different shapes at off-design conditions are investigated. Shock waves and boundary layer separation are present in the flows. The area ratio (outlet to the throat) and the total combustion chamber pressure are constant while the nozzle shape and its length are variable. Compressible Reynolds averaged Navier Stokes equations were solved using the finite volume method. By comparing the results with available experimental data, the Spalart-Allmaras model has been selected for simulations. Axisymmetric, unsteady and viscous flow is considered in all simulations. The characteristics method is used to design the nozzle shape and important parameters such as Mach number, wall shear stress, thrust efficiency, wall pressure, axial pressure and boundary layer separation due to shock wave are studied in detail. By comparing the results for four shapes of the nozzles (i.e. perfect nozzles, 15° conical nozzle, 30° conical nozzle, and minimum length nozzle) it is concluded that at design condition, perfect nozzle gives higher thrust (7889 N). However, at off-design conditions (when the shock wave and boundary layer separation occurs), the conical nozzle gives higher thrust (9700 N).

Keywords: Off-design condition, Nozzle flow, Flow Separation, Shock Wave, Boundary layer, Numerical Simulation.

جریان هوای فن از خروجی حلقه مانند، خارج می‌شود. مخلوط این دو جریان باعث افزایش پیشران می‌شود و همچنین صدای کمتری نسبت به نازل همگرا تولید می‌کند. نازل موتور توربوجت‌های پس‌سوزدار و توربوفن‌ها از نوع نازل همگرا-واگرا می‌باشد. در این نازل جریان هوا ابتدا در باریک‌ترین ناحیه که گلوگاه نامیده می‌شود به مرکز، همگرا شده سپس در قسمت واگرا انبساط یافته و خارج می‌شود. اگر نازل به خوبی طراحی نشده باشد در ارتفاع‌های کم پروازی امکان ایجاد شوک درون آن وجود دارد. تداخل امواج شوک قوی با لایه‌ی مرزی در جریان آشفته، باعث ایجاد جدایش در محدوده‌ی وسیعی از جریان داخل نازل می‌شود. این امر باعث کاهش مومنتوم خروجی از نازل و کاهش عملکرد موتور هواپیما یا هرگونه وسیله‌ی پرنده‌ی دیگری می‌گردد. شبیه‌سازی جریان درون نازل همراه با جدایش و شوک می‌تواند به منظور بهبود طراحی سیستم پیشران‌ش به کار رود به طوری که بتوان از آشفته‌گی جریان، جدایش و ناپایداری آن جلوگیری کرد. جدایش لایه‌ی

۱- مقدمه

بیشتر هواپیماهای مدرن مسافربری و جنگنده از موتورهای توربین گازی که جت نامیده می‌شوند به عنوان پیشران استفاده می‌کنند و بین این موتورهای توربین گازی تفاوت‌های زیادی وجود دارد ولی همه‌ی آن‌ها دارای نازل هستند که با هدایت گازهای اگزوز به جریان آزاد، پیشران تولید می‌کنند. مکان قرار گرفتن نازل، در انتهای موتور جایی که گازهای اگزوز به هوا برخورد می‌کنند قرار دارد. نازل‌ها دارای گوناگونی شکلی و اندازه می‌باشند که به کاربرد موتورها در هواپیماها بستگی دارند، اهمیت شکل نازل در تشکیل شوک و عملکرد موتور پرنده است. اغلب موتورها یک نازل ثابت همگرا دارند. این نازل فقط در جهت محور موتور پیشران تولید می‌کند و به همین خاطر متقارن محوری نامیده شده است. موتورهای توربوفن اغلب از نازل حلقوی استفاده می‌کنند. جریان درونی موتور و گازهای داغ از خروجی میانی و

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: rafee@semnan.ac.ir

مرزی نه تنها بر عملکرد نازل تاثیر می‌گذارد بلکه می‌تواند به ساختار جریان آسیب برساند. انواع نازل مورد بررسی در این تحقیق نازل مخروطی، نازل طول کوتاه و نازل کامل است. انگیزه‌ی اصلی این تحقیق بررسی جریان در این نوع نازل‌ها است. همچنین با شبیه‌سازی عددی نیروی پیشران، فشار دیواره‌ی نازل، تنش برشی دیواره، عدد ماخ و جدایش جریان، نتایج نازل‌های مختلف با هم مقایسه شده است. در زمینه‌ی تحلیل جریان، داخل نازل همگرا- واگرا، مطالعات زیادی انجام شده است. از بین آن‌ها می‌توان به مطالعات گلرنگ و رفعی [۱] و [۲] و بنزاده نیشابوری و رفعی [۳] درباره شبیه‌سازی جریان دارای شوک‌های مایل در نازل‌های دارای سیستم کنترل بردار پیشران اشاره کرد. چن و همکاران [۴] به بررسی عددی جدایش جریان درون نازل همگرا- واگرا پرداختند. جریان گذرای درون نازل، ساختار شوک، جدایش و پدیده‌ی هیستریزس را در یک محدوده‌ی نسبت فشار مورد بحث قرار دادند و نتایج را در دو حالت محاسباتی و آزمایشگاهی مقایسه نمودند. همچنین ساختار سه نوع جریان را مورد بررسی قرار دادند: که نوع اول، جریان کاملا جداشده بدون اتصال مجدد به دیواره و بدون گردابه‌ی پشت دیسک ماخ، نوع دوم جریان کاملا جداشده بدون اتصال مجدد به دیواره به همراه گردابه پشت دیسک ماخ و نوع سوم جریان جدا شده به همراه اتصال مجدد به دیواره‌ی نازل با یک گردابه پشت دیسک ماخ است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که فشار محاسبه شده‌ی دیواره‌ی نازل در حالت اول مشابه نتایج آزمایشگاهی است. میاوشنگ و همکاران [۵] به بررسی عددی جدایش جریان در نازل مخروطی حلقوی فرانتبساطی پرداختند که این تحقیق شامل سه بخش ساختار شوک، الگوی جدایش جریان و اثر چگالی گاز بر روی رفتار جدایش جریان می‌شود. همچنین نشان دادند که نازل مخروطی حلقوی تحت تاثیر شوک و تداخل شوک و لایه مرزی در تمام نسبت فشارهای نازل است و ساختار فیزیکی شوک و جدایش جریان بسیار پیچیده است. رفتار غیر طبیعی جدایش جریان و همچنین فرایند گذرا از جدا نشدن جریان در شرایط فرانتبساطی تا یک جدایش شوک محدود و در نهایت به جدایش شوک آزاد در شرایط طراحی مشاهده می‌شود. کاهش چگالی جریان یا کاهش نرخ جرمی باعث گردان فشار معکوس در جدایش شوک می‌شود و این رابطه‌ی مستقیم با جدایش جریان دارد. در هر دو مورد فیزیک شوک و توزیع فشار استاتیک دیواره در یک نسبت فشار خاص نازل، نتایج محاسباتی با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارد. آلاماپراهو و همکاران [۵] به پیش‌بینی عددی جدایش جریان با مدل‌های آشفتگی پرداختند. جریان درون نازل مخروطی، نازل با کانتور ایده‌آل کوتاه^۱ و نازل با کانتور سهموی پیشران بهینه^۲ را با مدل‌های آشفتگی اسپالارت- آلماراس و انتقال تنش برشی شبیه‌سازی و نتایج عددی را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند. این نتایج با هم تطابق مناسبی نداشتند. پیش‌بینی‌های عددی موقعیت جریان را به درستی نشان نمی‌داد و نسبت به نوع نازل و نسبت فشار نازل حساسیت نشان می‌داد. با ارزیابی دقیق‌تر مشاهده نمودند که دلیل ناموفق بودن مدل $k-\omega$ SST محدود کردن تنش برشی درون لایه مرزی بر اساس فرض برادشو [۷] و با پیش‌بینی نرخ پخش جت است. بر این

اساس ضریب تنش برشی گذرا به صورت تجربی اصلاح شد تا با داده‌های آزمایشی فشار دیواره مطابقت داشته باشد. نتایج آن‌ها نشان داد که پیش‌بینی جدایش با روش معادله‌ی میانگین‌گیری شده‌ی رینولدز ناویراستوکس^۳ به نرخ پخش جت بستگی دارد که بهبود آن با اصلاح ضریب پخش در بازه‌ی گسترده‌ای از نسبت فشار نازل در مدل‌های آشفتگی امکان‌پذیر است. سوشما و همکاران [۸] به بررسی عددی جت نازل‌های مختلف و اهمیت طراحی مناسب نازل پرداختند و بیان نمودند که جت جریان شامل تاخلات بسیاری با جریان محیط اطراف است. آنها همچنین شبیه‌سازی عددی شوک برای بررسی عملکرد نازل مخروطی و نازل طول کوتاه با نرم‌افزار Fluent محاسبه نموده‌اند. آنها بیان کردند که نازل طول کوتاه عدد ماخ کمتری نسبت به نازل مخروطی دارد. نازل طول کوتاه به دلیل محدودیت‌هایی برای پیکربندی موشک ترجیح داده شده است. ورما و همکاران [۹] شوک ناپایا در نازل سهموی فرانتبساطی موشک را مورد بررسی قرار دادند و برای شناسایی موقعیت جدید جریان در شوک آزاد یک تحقیق آزمایشگاهی انجام دادند. آزمایش گاز سرد درون نازل در شرایط دریا و شرایط ارتفاع‌های بالا انجام شده که این آزمایش‌ها نشان می‌دهند که لایه‌ی برشی جداشده در جدایش شوک آزاد می‌تواند بسیار نزدیک دیواره‌ی نازل باشد. کباب و همکاران [۱۰] به بررسی طراحی و ارزیابی عملکرد نازل زنگوله‌ای دوتایی پرداختند که بیان نمودند هدف اصلی از طراحی این نوع نازل تنظیم خودکار عملکرد آن مطابق با ارتفاع است که سیستم آن بدون فعال‌سازی مکانیکی در ارتفاع‌های کم و زیاد با شرایط جریان منطبق شود. برای توسعه‌ی طراحی این نوع نازل یک روش عددی بیان نمودند که از یک طرف جریان فراصوتی ناپایا در نظر گرفته و از طرف دیگر روش مشخصه‌ها برای طراحی پروفیل نازل به کار برده می‌شود. آنها شبیه‌سازی عددی را با نرم افزار Fluent و با مش‌بندی‌های مختلفی انجام و مدل آشفتگی $k-\omega$ SST به کار گرفته شده است. حسن علی و همکاران [۱۱] به طراحی نازل مافوق صوت طول کوتاه پرداختند. در این مقاله نازل طول کوتاه که با توجه به عدد ماخ خروجی، طراحی می‌شود، جریان درون آن، در دو قسمت واگرا و همگرا تحلیل می‌شود که این تحلیل‌ها بر اساس روش مشخصه‌ها صورت گرفته است. روش عددی بر مبنای جریان مافوق صوت دوبعدی، پایا، غیرلزج و غیرچرخشی انجام شده است. طراحی نازل طول کوتاه به روش مشخصه‌ها بر اساس $k-\omega$ SST خط مشخصه انجام شده است. دانگی و همکاران [۱۲] جریان درون نازل موشک را با استفاده از روش مشخصه‌ها تحلیل نمودند. روش مشخصه‌ها در ماخ‌های خروجی متفاوت، برای نازل زنگوله‌ای به کار گرفته شده است. تحلیل بر اساس مدل آشفتگی $k-\omega$ SST است. روش عددی دینامیک سیالات محاسباتی، برای طراحی هندسه‌ی نازل موشک، بر اساس مشخصه‌های آیرو- ترمودینامیکی، از جمله فشار، دما، سرعت و عدد ماخ، مور استفاده قرار گرفته است. آنها با در نظر گرفتن عدد ماخ خروجی ۳ و طراحی بهینه به روش مشخصه‌ها، نازلی با عدد ماخ خروجی ۲/۸۹ و سرعت ۶۰۰/۶۴ متر بر ثانیه طراحی نمودند. زیبج و همکاران [۱۳] تحقیقاتی بر روی طراحی نازل مافوق صوت دوبعدی طول کوتاه انجام

¹ Truncated Ideal Contour (TIC)

² Thrust Optimized Parabolic contour (TOP)

³ Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS)

تحقیق به تفصیل بررسی گردیده است.

۲- معادلات حاکم

اگر معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم، بقای انرژی و معادله حالت گاز کامل در حالت ناپایا برای جریان سیال لزج تراکم پذیر به کار گرفته شوند و از متوسط گیری زمانی استفاده شود، این معادلات به ترتیب، به صورت زیر بیان می شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) =$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i u_j})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j (\rho E + P)) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} [k_{eff} u_i ((\tau_{ij})_{eff})] + S_h \quad (2)$$

$$P = \rho R T \quad (3)$$

در روابط فوق u_i سرعت میانگین گیری شده زمانی و u_i نوسان سرعت آشفتگی است. δ_{ij} دلتای کرونیکر، E انرژی کل، u_i مقدار سرعت میانگین زمانی، $k_{eff} = k + k_t$ رسانایی گرمایی موثر و $\rho \overline{u_i u_j}$ تانسور تنش رینولدزی می باشد که توسط رابطه ی زیر بیان می شود:

$$\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

برای محاسبه لزجت موثر در رابطه فوق از مدل اسپالارت آلماراس استفاده می شود. در این مدل لزجت سینماتیک توربولانسی با حل معادله انتقال زیر محاسبه می شود [۱۴]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{\nu} u_i) = G_\theta$$

$$+ \frac{1}{\sigma_\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} [(\mu + \rho \bar{\nu}) \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j}] + C_{b2} \rho (\nabla V)^2 \right\} - Y_\theta + S_\theta$$

ارتباط بین لزجت آشفتگی و $\bar{\nu}$ بصورت $\mu_t = \rho \bar{\nu} f_{\theta 1}$ بیان می شود که در آن $f_{\theta 1}$ تابع میرایی لزجتی است. جزئیات بیشتر توسط اسپالارت و آلماراس [۱۸] بیان شده است.

نیروی پیشران به صورت زیر تعریف می شود:

$$F = \iint V_x \, d\dot{m} + \iint (P_e - P_{atm}) \, dA \quad (5)$$

انتگرال بر روی سطح خروجی نازل گرفته می شود. همچنین راندمان نیروی پیشران به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_T = \frac{C_F}{C_{Fopt}} \quad (6)$$

که در آن C_F نیروی پیشران نازل واقعی و C_{Fopt} نیروی پیشران نازل فرانساسطی ایده آل است.

معیار سامرفیلد [۱۵] برای جلوگیری از جدایش جریان با رابطه $P_e \geq 0.4 P_a$ بیان می شود (P_a فشار اتمسفر و P_e فشار جریان خروجی است). معیار اشموکر [۱۷] معیار دیگری برای جلوگیری از جدایش جریان در داخل نازل است که با رابطه ی زیر بیان می شود:

$$P_e > (1.88 M_e - 1)^{0.64} P_a \quad (7)$$

در این رابطه، M_e ماخ خروجی نازل و P_e فشار خروجی طراحی است.

دادند. در این مطالعه، پروفیل نازل با استفاده از فرمول جدیدی از تابع پرانتل-مایر، در ماخ های خروجی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اصلی ایشان، اثر تغییرات دما بر طراحی نازل مافوق صوت است. برای محدود ساختن کاربرد مدل مورد نظر، گاز کامل در نظر گرفته شده است. نازل طول کوتاه، به روش مشخصه ها تحلیل شده و با دیگر نازل ها مقایسه شده است. آنها نتیجه گرفتند که اگر برای کاربردهای آیرودینامیکی خطای کمتر از ۵ درصد پذیرفته شود، در جریان مافوق صوت، برای دمای کمتر از ۱۰۰۰ کلوین در هر عدد ماخ خروجی، می توان از روابط گاز کامل، استفاده نمود. همچنین اگر عدد ماخ کمتر از ۲ باشد، برای هر دمای سکون با مقادیر بیشتر از ۳۰۰۰ کلوین، نیز می توان از روابط گاز کامل استفاده کرد.

اهمیت بررسی موضوع اثر هندسه ی نازل بر عملکرد آن در حالت خارج از طرح در جریان دارای شوک و جدایش لایه مرزی از این نظر است که کاربرد نازل های مختلف در شرایط متفاوت بررسی گردد و نازل مناسب برای عملکرد بهتر معرفی گردد. معمولاً طراحی نازل برای حالتی انجام می شود که درون آن شوک رخ ندهد (حالتی که موشک برای ارتفاع و ماخ خروجی مورد نظر طراحی شده است). رامامورتی [۱۴] بیان کرده است که اگر نازل در ارتفاع کمتر از ارتفاع طراحی به کار گرفته شود، نازل اصطلاحاً فوق منبسط^۱ عمل می کند و احتمال وقوع شوک و جدایش ناشی از آن وجود دارد. از سوی دیگر در موتورهای موشک با سوخت جامد بسته به شکل دانه، تغییرات فشار با زمان وجود دارد. این امر باعث می شود نسبت فشار محفظه به فشار خروجی با زمان تغییر کند. در نسبت فشار های کم (نسبت فشار موتور به محیط کم) امکان وقوع موج شوک پدید می آید و این امر معمولاً در ابتدا و انتهای زمان سوزش موتور امکان پذیر است. ایجاد شوک منجر به پدیده نامطلوب جدایش جریان و در نتیجه کاهش نیروی پیشران می شود. معیار ساده ای برای جلوگیری از جدایش جریان توسط اشموکر و همکارانش [۱۵] بیان شده است. بررسی جریان دارای جدایش در داخل نازل دو بعدی توسط گراس و همکارانش [۱۶] بصورت عددی مطالعه شده است. اعتبار معیارهای های مختلف در پیش بینی جدایش جریان توسط استارک [۱۷] بررسی شده است.

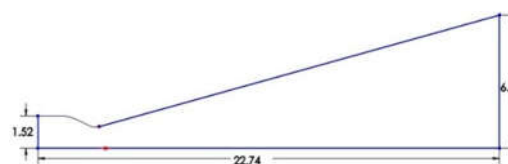
لازم به ذکر است که در مطالعات قبلی اثر جدایش ناشی از شوک، در نازل های همگرا-واگرای مافوق صوت با شکلهای مختلف در جریان لزج غیرپایا مقایسه نشده و بررسی شرایط طراحی و خارج از طراحی برای انواع نازل ها مطرح نبوده است. در این تحقیق علاوه بر ارائه ی بهترین مدل آشفتگی برای پیش بینی شرایط خارج از طرح نازل، اثر شکل نازل ها نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. یکی از مهمترین اهداف این تحقیق یافتن شکلی از نازل است که در شرایط خارج از طرح، پیشران بیشتری بدهد. با شبیه سازی عددی نازل های مختلف مناسب ترین نازل نیز معرفی گردیده است. همچنین در مطالعات پیشین پارامترهایی از جمله راندمان پیشران، فشار دیواره ی نازل، عدد ماخ، تنش برشی دیواره، جدایش جریان و تحلیل موج شوک در نسبت فشارهای مختلف در نازل های متفاوت مقایسه نشده است که در این

¹ over-expanded nozzle

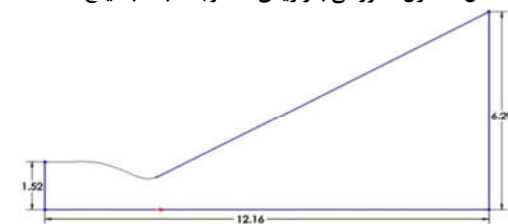
این رابطه نشان می دهد برای جلوگیری از جدایش جریان، نسبت مساحت خروجی به گلوگاه باید طوری انتخاب شود که نامعادله فوق برقرار گردد.

۳- تعریف مساله

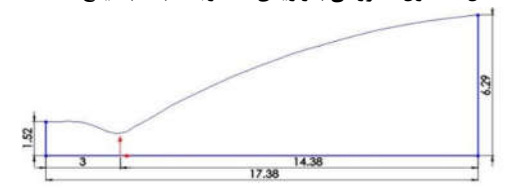
چهار نمونه نازل در این تحقیق بررسی شده است. هندسه نازل مخروطی با زاویه ۱۵ درجه و زاویه ۳۰ درجه به ترتیب در شکل ۱ و شکل ۲ و هندسه نازل طول کوتاه و نازل مسیر- بهینه، به ترتیب در شکل ۳ و شکل ۴ نشان داده شده است. همچنین شکل ۵ کانکتور قسمت واگرای هر چهار نازل را نشان می دهد که می توان آن ها را با هم مقایسه نمود. طول قسمت همگرای هر چهار نازل سه اینچ در نظر گرفته می شود. مشخصات هندسی نازل ها، در جدول ۱ ارائه شده است.



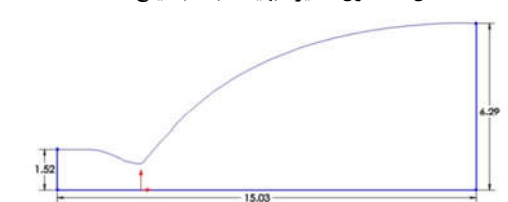
شکل ۱- نازل مخروطی با زاویه ۱۵ درجه (ابعاد به اینچ است.)



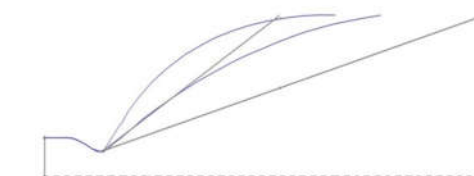
شکل ۲- نازل مخروطی با زاویه ۳۰ درجه (ابعاد به اینچ است.)



شکل ۳- نازل مسیر- بهینه (ابعاد به اینچ است.)



شکل ۴- هندسه نازل طول کوتاه (ابعاد به اینچ است.)



شکل ۵- هندسه دیواره نازل طول کوتاه، مخروطی ۳۰°، مخروطی ۱۵° و نازل مسیر- بهینه (به ترتیب از بالا به پایین)

جدول ۱- مشخصات هندسی نازل ها

نوع نازل	شعاع ورودی (اینچ)	شعاع خروجی (اینچ)	طول نازل (اینچ)
نازل مسیر-بهینه	۱/۵۲۲	۶/۲۹	۱۷/۳۸
نازل مخروطی ۱۵°	۱/۵۲۲	۶/۲۹	۲۲/۷۴۴
نازل مخروطی ۳۰°	۱/۵۲۲	۶/۲۹	۱۲/۱۶۳۳
نازل طول کوتاه	۱/۵۲۲	۶/۲۹	۱۵/۰۳

جدول ۲ نوع و مقدار شرایط مرزی به کار رفته شده را نشان می دهد. اعداد داده شده در این جدول، برای شرط ورودی فشار است. شرایط مرزی در این مطالعه، شرایط مرزی متقارن محوری است و دیواره نازل دارای شرط مرزی عدم لغزش و آدیاباتیک است. فشار جریان آزاد فشار اتمسفر و دما ۳۰۰ کلین است. چگالی محفظه با توجه به تغییر فشار، متغیر و نسبت فشار محفظه به فشار محیط خواهد بود. عدد ماخ مرکزی در ورودی نازل ۰/۲۶۵ است. همانطور که گفته شد، جریان مورد نظر لزج و غیرپایا است. دستگامعادلات ناویر استوکس با میانگین گیری رینولدز حل شده است. نرم افزار مورد استفاده در این تحقیق Fluent می باشد و روش حل مورد استفاده در آن روش حجم محدود و به صورت چگالی مینا است که به طور هم زمان معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و معادله حالت را حل می کند. در تجزیه معادلات حاکم روش حجم محدود به همراه حل مرتبه دو بالادست و روش Roe- FDS برای گسسته سازی شار استفاده شده است، که این روش در تسخیر موج شوک درون نازل، می تواند پاسخ بهتری ارائه دهد [۱۶]. عدد کورانت نیز ۱ در نظر گرفته می شود. در حل گر فلونت از شرط مرزی فشار خروجی استفاده شده است. در این روش هنگامی که جریان خروجی مادون صوت باشد، فشار خروجی با استفاده میانگین گیری وزنی مقادیر چپ و راست وجه مورد نظر حساب می شود. اگر جریان به صورت موضعی مافوق صوت باشد، در نرم افزار مقدار فشار روی سطح را از داخل میدان برون یابی می کند. همان گونه که در شکل ۶ نشان داده شده، شبکه بندی به دو قسمت داخلی و خارجی تقسیم می شود که قسمت داخلی از محفظه احتراق به پایین دست مرز خروجی (۲۰۰ شعاع) است و ناحیه خارجی، دیواره نازل را به میدان دوردست (۱۰۰ شعاع) متصل می کند. ناحیه مرز در سطح امتداد لبه دیواره نازل است. محاسبات این مطالعه برای شبکه بندی شامل ۲۲۳×۹۱ گره برای ناحیه داخلی و ۱۰۶×۹۱ گره برای ناحیه خارجی است [۴]. برای مدل سازی جریان در نزدیکی دیواره تراکم شبکه بیشتر در نظر گرفته شده است. استقلال حل از شبکه به طور خلاصه در جدول ۳ آورده شده که عدد ماخ بعد از شوک در شبکه های مختلف به ترتیب ریز شدن شبکه محاسبه شده است.

جدول ۲- نوع و مقادیر شرایط مرزی تنظیم شده

شرط مرزی	PR=۴۳	PR=۴۵
فشار کل (Pa)	۴۳۵۶۹۷۵	۴۵۵۹۶۲۵
فشار استاتیک (Pa)	۴۱۴۷۸۴۰/۲	۴۳۴۰۷۶۳
عدد ماخ مرکزی	۰/۲۶۵	۰/۲۶۵
دمای کل (K)	۳۰۰	۳۰۰

جدول ۴- حل عددی مدل‌های آشفتگی و حل تحلیلی محل استقرار

شوک در PR=45		
درصد خطا	X/Rt	مدل آزمایشگاهی / آشفتگی
-	۱۰/۸	مدل آزمایشگاهی [۴]
۰/۳۷	۱۰/۷۶	اسپالارت-آلماراس
۱/۳۷	۱۰/۹۵	k-w-SST
۱/۶۴	۱۰/۹۸	k-w-standard
۱۰/۷۴	۱۲/۱	k-w-BSL
۱۲/۴۱	۱۲/۳۳	k-ε-RNG
۱۴/۳۵	۱۲/۶۱	k-ε-standard

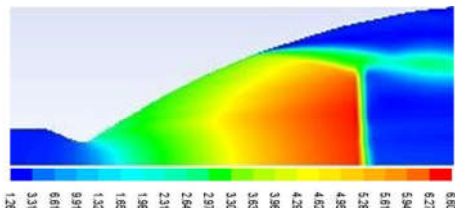
جدول ۵- حل عددی مدل‌های آشفتگی و حل آزمایشگاهی نسبت فشار دیواره‌ی نازل به فشار محفظه احتراق در X/R_t=10.8 در PR=43

درصد خطا	P _w /P _c	مدل آزمایشگاهی / آشفتگی
-	۰/۰۲۰۵	نتایج آزمایشگاهی [۴]
۲/۶۴	۰/۰۱۹۹	اسپالارت-آلماراس
۳/۰۶	۰/۰۱۹۸	SST k-w
۷۸/۰۱	۰/۰۰۴۵	k-w-BSL
۷۳/۴۹	۰/۰۰۵۴	k-ε-RNG
۴/۵۶	۰/۰۲۱۴	k-ε-standard
۱۱/۵۸	۰/۰۱۸۱	k-w-standard

۵- بحث و نتایج

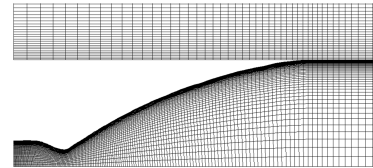
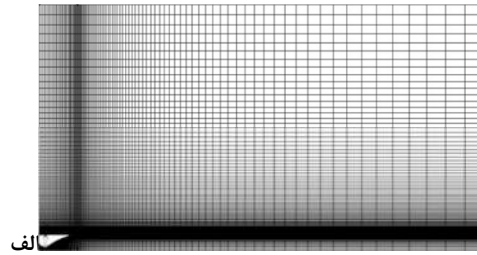
در نسبت فشارهای داده شده، با استفاده از محاسبات عددی، جدایش ناشی از شوک در انواع نازل مورد بررسی قرار می‌گیرد و عملکرد نازل‌های مختلف با بررسی مشخصات آیرودینامیکی از جمله نیروی پیشران با هم مقایسه می‌شود.

با توجه به ارتفاع موردنظر و عدد ماخ خروجی ۵/۵۹۵۲ که نازل برای آن طراحی شده است، با وجود عواملی در جلوی جریان از جمله کاهش شدید فشار، در نسبت فشار ۴۵، درون نازل شوک عمودی رخ داده است. کانتور عدد ماخ چهار نوع نازل در PR=45، داده شده است. با توجه به شکل ۷ و شکل ۸، به ترتیب شوک عمودی قوی در نازل مسیر- بهینه و نازل طول کوتاه مشاهده می‌شود. در شکل ۹ در نازل مخروطی ۱۵ درجه یک شوک ضعیف رخ داده است. همان‌طور که در شکل ۱۰ نشان داده شده، در نازل مخروطی با زاویه ۳۰ درجه، شوک در نزدیکی دهانه‌ی خروجی نازل به وجود آمده است.



شکل ۷- کانتور عدد ماخ نازل مسیر- بهینه در PR=45

قطر هیدرولیکی (m)	۰/۰۷۷	۰/۰۷۷
شدت آشفتگی (درصد)	۱	۱



ب

شکل ۶- شبکه بندی میدان حل الف) کل میدان ب) بزرگنمایی شبکه در قسمت نازل همگرا- واگرا

جدول ۳- حل استقلال از شبکه

تعداد سلول	عدد ماخ بعد از شوک	درصد خطا عدد ماخ بعد از شوک نسبت به حالت قبل
۱۶۶۸۵	۰/۴۰۱۹۸۴۴۰	-
۲۹۹۲۹	۰/۴۰۲۰۹۰۴۸	۰/۰۲۶۳۸۹
۱۱۹۷۵۶	۰/۴۰۲۰۹۱۶۲	۰/۰۰۰۲۸۳۵
۲۶۹۴۵۱	۰/۴۰۲۰۹۲۳	۰/۰۰۰۱۶۹۱

۴- انتخاب مدل آشفتگی مناسب و مقایسه با نتایج تجربی

تجربی

برای بررسی اعتبار روش عددی، پیش‌بینی‌های مطالعه‌ی حاضر با اندازه‌گیری‌های چن و همکاران [۴] مقایسه گردیده است. در مطالعه چن و همکاران [۴] ذکر شده است که در نسبت فشار PR=45 شوک در قسمت واگرای نازل و در X/R_t=10.8 رخ داده است. مدل آشفتگی اسپالارت آلماراس [۱۸] به طور ویژه برای کاربردهای هوافضایی و جریانهای محصور و با گرادیان فشار معکوس (نظیر مساله حاضر) طراحی شده است. با توجه به جدول ۴، مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس با ۰/۳۷ درصد خطا، محل وقوع شوک را بهتر از سایر مدلها پیش بینی کرده است.

برای نسبت فشار PR=43، مقدار فشار اندازه‌گیری شده چن و همکارانش [۴] بر روی دیواره (در X/R_t=10.8) با نتایج مدل‌های مختلف آشفتگی مطالعه حاضر مقایسه شده است. نسبت فشار استاتیک دیواره به فشار محفظه (P_w/P_c) در جدول ۵ ارائه شده است. با مقایسه‌ی داده‌ها، نتیجه می‌شود که مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس با P_w/P_c = 0.0199 و ۲/۶۴ درصد خطا، نزدیک‌ترین نتیجه را با داده‌ی

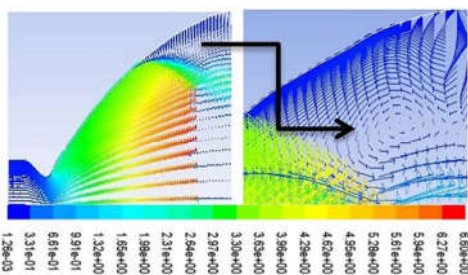
آزمایشگاهی P_w/P_c = 0.0205 دارد.

فشار در خروجی به مقدار $P_0/P_0=9.706 \times 10^{-4}$ باشد. در نتیجه برای فشار محیط یک اتمسفر و نسبت فشار 45 مقدار فشار خروجی از نازل در حالت آیزنتروپیک 4425 پاسکال خواهد بود. این در حالی است که در معیار سامرفیلد برای جلوگیری از جدایش فشار جریان حداقل فشار خروجی 40530 پاسکال باشد. از این رو معیار سامرفیلد در همه حالت‌های مورد بحث جدایش را پیش بینی می‌کند. با استفاده از معیار اشموکر هم حداقل فشار در ماخ طراحی 5.59 باید به مقدار 23972 پاسکال باشد تا جدایش رخ ندهد. لذا این معیار هم جدایش جریان را پیش بینی می‌کند. با بررسی شکل‌های ۱۱ الی ۱۴ که نتیجه حل عددی می‌باشد، این تطابق قابل مشاهده است. پس از وقوع شوک فشار خروجی زیاد شده و عدد ماخ جریان در خروجی کمتر از مقدار طراحی می‌شود. این اعداد برای نازل‌های مختلف در جدول ۵ آمده است.

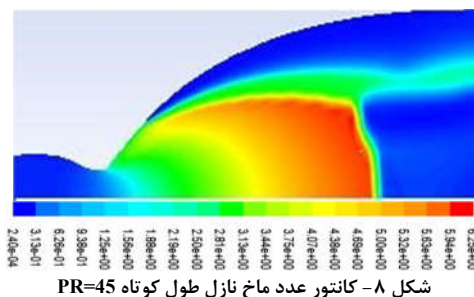
جدول ۵- بررسی جدایش جریان با معیار اشموکر در انواع نازل

معیار سامرفیلد	معیار اشموکر	فشار خروجی	ماخ خروجی	نوع نازل
رخ می‌دهد	رخ می‌دهد	۹۱۴۴۶/۱	۰/۷۱	نازل مسیر- بهینه
رخ می‌دهد	رخ می‌دهد	۱۰۵۷۰۵/۸	۰/۴۲	نازل مخروطی ۱۵°
رخ می‌دهد	رخ می‌دهد	۷۴۱۰۱/۰۵	۲/۹۷	نازل مخروطی ۳۰°
رخ می‌دهد	رخ می‌دهد	۹۸۴۴۵/۷۸	۱/۴۲	نازل طول کوتاه

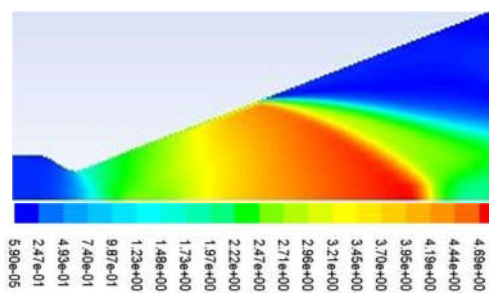
نیروی پیشران با استفاده از معادله‌ی (۶) به دست می‌آید که این نیرو برای چهار نوع نازل محاسبه و نتایج آن در جدول ۶ نشان داده شده است. در شرایط خارج از طراحی، نازل مخروطی با زاویه‌ی ۱۵ درجه با $970/51$ نیوتن، بیشترین نیروی پیشران را دارد، زیرا طول این نازل بیشتر از سایر نازل‌های داده شده، است و شوک ضعیفی در آن رخ داده است، اما این نازل از نظر مصالحه‌ی مهندسی بهینه نیست چرا که با افزایش طول نازل، میزان هزینه‌ها و جرم نازل بیشتر می‌شود.



شکل ۱۱- بردارهای سرعت بی بعد (ماخ) در نازل مسیر- بهینه در PR=45 و ناحیه‌ی جدایش

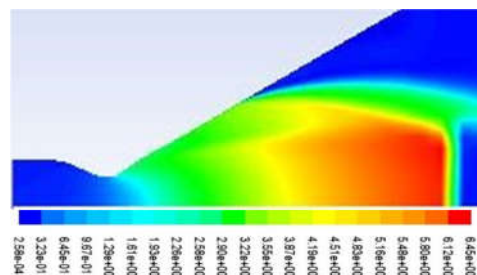


شکل ۸- کانتور عدد ماخ نازل طول کوتاه PR=45



شکل ۹- کانتور عدد ماخ نازل مخروطی ۱۵ درجه PR=45

با رخ دادن شوک درون نازل، چون فشار افزایش می‌یابد جریان با گرادین فشار معکوس مواجه می‌شود و پدیده‌ی نامطلوب جدایش رخ می‌دهد. این جدایش می‌تواند از نوع محدود و یا آزاد باشد، به این مفهوم که در جدایش آزاد، لایه‌ی مرزی از دیواره‌ی نازل جدا شده و اتصال مجدداً وجود ندارد و در حالت جدایش محدود توسط یک حباب جدایش صورت گرفته و لایه‌ی مرزی مجدداً روی دیواره‌ی نازل متصل می‌شود.

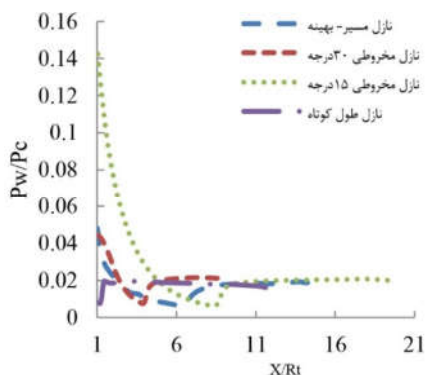


شکل ۱۰- کانتور عدد ماخ نازل مخروطی ۳۰ درجه PR=45

کارکرد معیارهای سامرفیلد و اشموکر برای بررسی جدایش، در جدول ۵ در PR=45، بررسی شده است (در این جدول زاویه‌ی نازل بر حسب درجه و فشار خروجی بر حسب پاسکال ارائه شده است). همانطور که در شکل ۱۱ و شکل ۱۲ نشان داده شده، به ترتیب درون نازل مسیر- بهینه و نازل مخروطی با زاویه‌ی ۱۵ درجه، جدایش محدود رخ داده و گردابه به وجود آمده است. اما با توجه به شکل ۱۳ درون نازل مخروطی ۳۰ درجه جریان به صورت جزئی، جدا می‌شود اما از نوع جدایش آزاد و هیچ گردابه‌ای وسیع به وجود نمی‌آید. در نازل طول کوتاه نیز، جدایش جریان روی دیواره‌ی نازل رخ می‌دهد که در شکل ۱۴ نمایش داده شده است. در جریان آیزنتروپیک یک بعدی برای آنکه در خروجی جریان شوک رخ ندهد و جریان بصورت متداول و با ماخ طراحی خارج شود، با توجه به نسبت مساحت خروجی به گلوگاه (39.56)، باید نسبت

یکی از پارامترهای بررسی جریان درون نازل، فشار استاتیکی روی دیواره است. فشار دیواره‌ی نازل در $PR=45$ در نازل‌های مختلف در شکل ۱۵ داده شده است. نمودار در هر کدام از نازل‌ها دارای یک نقطه‌ی کمینه است. سپس به دلیل رخ دادن موج شوک در نازل، فشار افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه مکان وقوع شوک در نازل‌ها متفاوت است این نقطه‌ی مینیمم در نمودار نیز متفاوت است که در نازل طول کوتاه در قسمت واگرا شوک زودتر رخ داده است و در نازل مخروطی ۱۵ درجه شوک در خارج از نازل رخ داده و این نقطه در خارج از نازل نشان داده شده است.

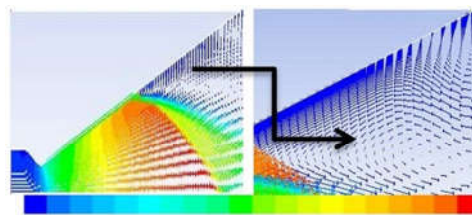
درون نازل همگرا- واگرا سرعت جریان افزایش می‌یابد. در نازل‌های مورد بررسی در ابتدای نازل سرعت جریان افزایش می‌یابد، تا جایی که شوک رخ داده است. بعد از وقوع شوک، جریان با کاهش سرعت مواجه می‌شود. عدد ماخ نیز تابعی از سرعت جریان است. با توجه به شکل ۱۶ که نمودار عدد ماخ روی محور نازل را نشان می‌دهد، روند افزایش عدد ماخ سپس کاهش آن مشاهده می‌شود.



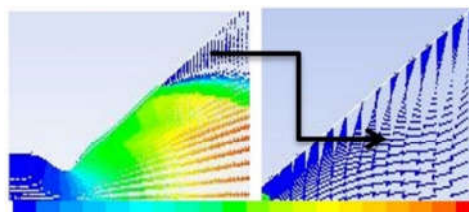
شکل ۱۵- نمودار فشار دیواره‌ی نازل در $PR=45$ در نازل‌های مختلف

عدد ماخ محوری در نازل مخروطی ۱۵ درجه دارای انحنا و تغییرات بیشتری است که جدایش بسیار زیاد جریان و ناپایدار بودن جریان را درون این نازل نشان می‌دهد و دلیل آن نیز نامناسب بودن طراحی این نوع نازل است. می‌توان گفت تا قبل از رخ دادن موج شوک درون چهارنوع نازل مسیر- بهینه، مخروطی ۱۵ درجه، مخروطی ۳۰ درجه و نازل طول کوتاه، انحنای نمودار عدد ماخ با اختلاف خیلی جزئی، یکسان است.

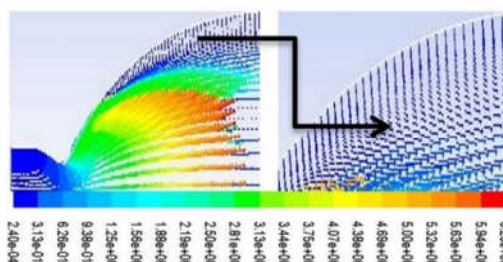
تنش برشی دیواره تابعی از سرعت جریان و لزجت است. در نازلی که موج شوک رخ داده و جریان بر روی دیواره جدا شده، تنش برشی در مکان‌هایی که جریان بر روی سطح دیواره جدا شده است، به مقدار صفر می‌رسد. شکل ۱۷ نمودار تنش برشی دیواره در $PR=45$ در نازل‌های مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تنش برشی در قسمت همگرای نازل کاهش سپس در قسمت واگرا افزایش می‌یابد تا جایی که شوک رخ داده است. بعد از آن تنش برشی کاهش می‌یابد و به مقدار تقریبی صفر می‌رسد و جریان از روی دیواره جدا می‌شود.



شکل ۱۲- بردارهای سرعت بی بعد (ماخ) در نازل مخروطی ۱۵ درجه در $PR=45$ و ناحیه‌ی جدایش



شکل ۱۳- بردارهای سرعت بی بعد (ماخ) در نازل مخروطی ۳۰ درجه در $PR=45$ و ناحیه‌ی جدایش



شکل ۱۴- بردارهای سرعت بی بعد (ماخ) در نازل طول کوتاه در $PR=45$ و ناحیه‌ی جدایش

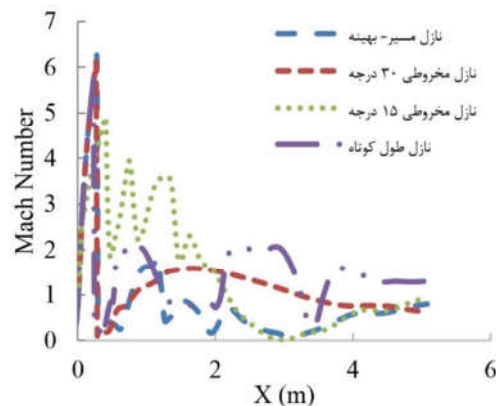
همچنین نیروی پیشران نازل مخروطی با زاویه‌ی ۳۰ درجه، با طول کوتاه‌تر هم از نیروی پیشران نازل کامل، بیشتر شده است زیرا در این نازل به دلیل بزرگ‌تر بودن زاویه، سطح بزرگ‌تر است و موج شوک در این نازل رخ نداده و در نسبت فشار ۴۵ این شوک به نزدیکی خروجی نازل انتقال داده شده است. نازل مسیر- بهینه برای عدد ماخ خروجی ۵/۵۹ در نسبت فشار ۴۵، نیروی پیشران ۷۸۸۹/۱۷ نیوتن دارد. در نازل موشک‌ها به منظور کاهش وزن، طول نازل را تا حد ممکن کوتاه طراحی می‌کنند. نازل طول کوتاه با شرایط مشابه با دیگر نازل‌های گفته شده، نیروی پیشران ۷۶۷۶/۰۹ نیوتن دارد.

جدول ۶- نیروی پیشران نازل‌ها در $PR=45$

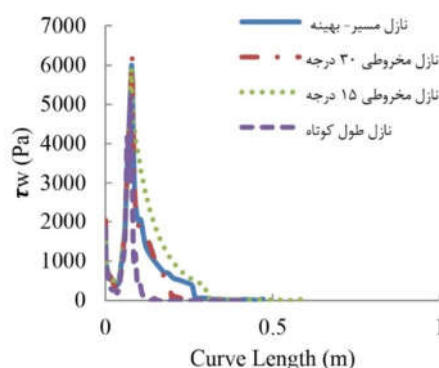
نوع نازل	نیروی پیشران (نیوتن)
نازل مسیر- بهینه	۷۸۸۹/۱۷
نازل مخروطی ۱۵°	۹۷۰۰/۵۱
نازل مخروطی ۳۰°	۹۶۱۲/۲۳
نازل طول کوتاه	۷۶۷۶/۰۹

۷- نمادها

فشار، Pa	P
نسبت فشار محفظه احتراق به فشار اتمسفر	PR
فشار دیواره، Pa	P_w
دم، K	T
مولفه x سرعت، m/s	u_i
مولفه y سرعت، m/s	u_j
عدد ماخ	M
فشار اتمسفر، Pa	P_a
راندمان پیشران	C_T
لزجت دینامیکی، kg/ms	μ
چگالی، kg/m ³	ρ
تنش برشی (Pa)	τ_w



شکل ۱۶- نمودار عدد ماخ محوری در PR=45 در نازل‌های مختلف



شکل ۱۷- نمودار تنش برشی دیواره بر حسب طول منحنی نازل، در PR=45 در نازل‌های مختلف

۸- مراجع

[۱] گلرنگ س. و رفیعی ر.، بررسی اثر جابه‌جایی مکان مقطع برشی در ناحیه واگرایی یک نازل متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار تراست. مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، د. ۴، ش. ۲، ص ۱۴۶-۱۳۳، ۱۳۹۳.

[۲] گلرنگ س. و رفیعی ر.، بررسی اثر تغییر زاویه واگرایی یک شیب‌پوره متحرک بر عملکرد آن در سیستم کنترل بردار نیروی پیشران، علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، د. ۲۶، ش. ۱، ص. ۱-۱۵، ۱۳۹۳.

[۳] بنازاده نیشابوری ن. و رفیعی ر.، شبیه‌سازی عددی میدان جریان تراکم‌پذیر سه بعدی در سیستم کنترل بردار نیروی پیشران با تیغه‌های منحرف کننده جریان. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۴۶، ش. ۴، ص. ۳۹-۴۸، ۱۳۹۵.

- [4] Chen C. L., Chakravarthy S. R., Hung C. M., Numerical Investigation of Separated Nozzle Flows. *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 9, pp.1836-1843, 1994.
- [5] Miaosheng H., Lizi Q., Yu L., Numerical Investigation of Flow Separation Behavior in an Over-Expanded Annular Conical Aerospike Nozzle. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 28, No. 4, pp. 983-1002, 2015.
- [6] Allamaprahu Y., Raghunandan B. N., Morinigo J. A. Numerical Prediction of Nozzle Flow Separation: Issue of Turbulence Modeling. *Aerospace Science Technology*, Vol. 13, No. 50, pp. 31-43, 2016.
- [7] Bradshaw P., Ferriss D. H., Atwell N. P., Calculation of Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.28, pp. 593-616, 1967.
- [8] Sushma L., Deepik A. U., Sunnam S. K., Madhavi M., CFD Investigation for Different Nozzle Jet. *Materials today: Proceedings*, Vol. 48, pp. 9087-9094, 2017.
- [9] Verma S. B., Shock Unsteadiness in a Thrust Optimized Parabolic Nozzle. *Shock Waves*, Vol. 19, pp. 193-212, 2009.
- [10] Kbab H., Sellam M., Hamitouche T., Berghel S., Lagab L., Design and Performance Evaluation of a Dual Bell Nozzle. *Acta Astronautica*, Vol. 130, pp. 52-59, 2017.
- [11] Hasan A. M., Mashud M., Bari A., Islam M. M. U., Numerical Solution for the Design of Minimum Length Supersonic Nozzle. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 7, No. 5, pp. 605-612, 2012.
- [12] Dangi D. R., Thaker P. B., Harichandan A. B., Flow Analysis of Rocket Nozzle Using Method of Characteristics. *International Journal of Innovative Research in Science and Engineering*, Vol. 7, No. 3, pp. 181-188, 2017.
- [13] Zebbiche T., Youbi Z., Supersonic Two-Dimensional Minimum Length Nozzle at High Temperature,

۶- نتیجه گیری

در این مطالعه به بررسی چهار نوع نازل مسیر- بهینه ، نازل مخروطی ۱۵ درجه، مخروطی ۳۰ درجه و نازل طول کوتاه پرداخته شده است. نازل‌های مخروطی به دلیل افت واگرایی، کاربرد بسیاری ندارند و اگر با یک نازل سهموی با نیروی پیشران مشابه، در شرایط ایده‌آل مقایسه شود، طول نازل مخروطی بیشتر خواهد شد و جرم، که پارامتری مهم برای وزن هواپیماست، نیز افزایش می‌یابد. با طراحی نازل مافوق صوت و مقایسه آن‌ها در شرایط مشابه، نتیجه می‌شود که در شرایط خارج از طرح، نازل مخروطی ۱۵ درجه با ۹۷۰۰ نیوتن نیروی پیشران بیشتری نسبت به سایر نازل‌ها، تولید می‌کند. با بررسی شوک و جدایش جریان، مشاهده می‌شود که شوک عمودی قوی در نازل مسیر- بهینه و نازل طول کوتاه تشکیل شده و جریان در نازل مسیر- بهینه جدا می‌شود. فشار دیواره‌ی نازل در چهار نوع نازل مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که فشار دیواره‌ی نازل کاهش می‌یابد. سپس به دلیل رخ دادن شوک دارای یک نقطه‌ی مینیمم است و بعد از آن فشار افزایش می‌یابد. پارامترهای دیگری از جمله تنش برشی دیواره و عدد ماخ در نازل‌های مختلف مقایسه شده و نتایج آن‌ها به صورت نمودار ارائه شده است.

- Emirates Journal for Engineering Research*, Vol. 11, No. 1, pp. 91-102, 2006.
- [14] Ramamamurthi K., *Rocket Propulsion*, 2nd ed., Infinity Press, 2017.
- [15] Summerfield M., Foster C., and Swan W., Flow Separation in Overexpanded Supersonic Exhaust Nozzles, *Jet propulsion*, Vol. 24, No. 9, pp. 319-321, 1954.
- [16] Gross, A., Haidn, O., Stark, R., Zeiss, W, Weber, C., Weiland, C., Experimental and Numerical Investigation of Heat Loads in Separated Nozzle Flow, *37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 8-11 July/Salt Lake City, UT, AIAA-2001-3682, 2001.
- [17] Stark, R., Flow Separation in Rocket Nozzles, a Simple Criteria, *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 10-13 July, Tucson, Arizona, AIAA 2005-3940, 2005.
- [18] Spalart P. and Allmaras S., A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Technical Report*, AIAA-92-0439, 1992.
- [19] Kim S., Kim C., Rho O. H., Cures for Shock Instability: Development of an Improved Roe Scheme. *Journal of Computational Physics*, Vol. 85, No., 2, pp. 342-374, 2003.