

کنترل مقاوم سیستم‌های غیرخطی با استفاده از رویکرد تقریب‌های تکرار شونده

ریحانه حق پناه

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

محمد حسین شفيعي*

دانشیار، گروه مهندسی برق کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

چکیده

در این مقاله رویکردی جدید جهت طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی به روش تقریب‌های تکرار شونده ارائه می‌شود. در رویکرد پیشنهادی، ابتدا سیستم غیرخطی با چندین سیستم خطی متغیر با زمان تقریب زده می‌شود. سپس برای هر کدام از سیستم‌های خطی، یک قانون کنترلی طراحی شده و قانون کنترلی محاسبه شده برای آخرین سیستم، به سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. در این مقاله نشان داده می‌شود که روش مرسوم در تقریب‌های تکرار شونده عملاً حلقه باز بوده و پس از سپری شدن زمان کوتاهی ناپایدار می‌شود. سپس حداکثر زمان پایداری T در کنترل کننده‌های مرسوم با روش تقریب‌های تکرار شونده برای یک بازوی ربات از طریق شبیه‌سازی به دست می‌آید. در این مقاله، به منظور ایجاد ارتباط میان کنترل کننده و سیستم غیرخطی، هر T ثانیه فرآیند تقریب زدن و طراحی کنترل کننده تکرار می‌شود. به این ترتیب کنترل سیستم به صورت حلقه بسته بوده و هر T ثانیه با استفاده از پسخوردی که از سیستم غیرخطی گرفته می‌شود، سیگنال کنترلی به روزرسانی می‌گردد. در نهایت کارایی روش پیشنهادی، از طریق شبیه‌سازی نشان داده می‌شود. **واژه‌های کلیدی:** کنترل مقاوم، سیستم‌های غیرخطی تقریب تکرار شونده، مد لغزشی، بازوی ربات.

Robust Control of Nonlinear Systems Using the Approach of Iterative Approximations

Reyhaneh haghpanah
Mohammad Hossein Shafiei

Department of Electronic Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran.
Department of Electronic Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

Abstract

This paper presents a new approach to design a controller for nonlinear systems using the iterative approximation method. In the proposed approach, the nonlinear system is first approximated by several linear time-varying systems. Then, for each of the linear systems, a control law is designed and the calculated control law for the last system is applied to the nonlinear system. This paper shows that the conventional method in the iterative approximations is practically open-loop and becomes unstable after a short time. Then, the maximum duration of the stability in conventional controllers called T is evaluated using simulations in the case of a robot arm. In this paper, to establish a relationship between the controller and the nonlinear system, the process of approximation and design of the controller is repeated every T seconds. In this way, the control system is closed-loop, and every T second, using the updated feedback signal from the nonlinear system the control signal is updated. Finally, the efficiency of the proposed method is shown through a simulation.

Keywords: Robust control, Nonlinear iterative approximation systems, Sliding mode, Robot arm.

۱- مقدمه

مدل بسیاری از سیستم‌های فیزیکی غیرخطی است و در معادلات آن‌ها گاهی جملات پیچیده‌ای ظاهر می‌شود. لذا طراحی کنترل کننده برای این سیستم‌ها از روش‌های معمول، با مشکلاتی همراه است. اما به علت برخورد با چنین سیستم‌هایی در عمل (خصوصاً در حوزه مکانیک)، طراحی کنترل کننده برای این سیستم‌ها حائز اهمیت است [1-4]. مشکل عمده در روش‌های ارائه شده برای سیستم‌های غیرخطی، نیاز به فرض یک فرم خاص برای مدل سیستم مورد نظر است. برای مثال در مرجع [1] تنها سیستم‌هایی با ساختار پسخورد اکید در نظر گرفته شده است و یا در مرجع [2]، ورودی سیستم باید به صورت چند جمله‌ای باشد.

روشی که در این مقاله برای کنترل سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شود، روش تقریب سیستم‌های تکرار شونده است [5]. در این روش، سیستم غیرخطی در بازه زمانی عملکرد آن، با چند سیستم خطی متغیر با زمان که به شکل تکراری تولید می‌شوند، تقریب زده می‌شود. سپس به جای طراحی قانون کنترلی برای سیستم غیرخطی که بسیار

پیچیده می‌باشد، کنترل کننده برای آخرین سیستم‌های خطی متغیر با زمان طراحی شده و به سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. برای کنترل سیستم‌های تقریب زده شده، روش‌های گوناگونی مانند روش کنترل بهینه [6,7] و روش مقاوم مد لغزشی [8,9] به کار رفته است. در روش اول به علت مبتنی بر مدل بودن مشکلاتی در هنگام بروز خطای مدلسازی پیش می‌آید. در روش دوم، چون سیگنال کنترلی با بهره‌گیری از متغیرهای حالت سیستم‌های تقریب زده شده تشکیل می‌شود، هنگام اعمال سیگنال کنترلی به سیستم اصلی مشکل ناپایداری در طولانی مدت به وجود می‌آید. زیرا تنها شرایط اولیه سیستم غیرخطی اصلی در فرایند طراحی لحاظ می‌شود؛ ولی بقیه اطلاعات قانون کنترلی از سیستم‌های تکرار شونده گرفته می‌شود. در این مقاله ابتدا روش طراحی کنترل کننده توسط تقریب تکرار شونده بررسی شده و نشان داده می‌شود که این روش با وجود ظاهر حلقه بسته‌ای آن، عملاً حلقه باز می‌باشد. برای حل این مشکل، استفاده از روش کنترل پیش بین مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. اما به دلیل وجود خطای گسسته‌سازی و حجم زیاد محاسبات آنلاین آن، در مورد بسیاری از سیستم‌ها قابل استفاده نیست. سپس، با توجه به

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: shafiei@sutech.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۸/۰۹

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۹/۲۵

این که تنها ارتباط سیستم غیرخطی با سیستم‌های خطی تکرار شونده، مقدار اولیه سیستم غیرخطی است، هر T ثانیه یکبار مقدار حالت سیستم غیرخطی اندازه‌گیری و با استفاده از آن، روند تقریب تکرار شونده و همچنین طراحی قانون کنترلی دوباره انجام می‌شود. در بخش شبیه سازی، برای نشان دادن مشکل ناپایداری، ابتدا روش ارائه شده در مرجع [8] برای یک بازوی ربات پیاده‌سازی و شبیه‌سازی شده و سپس نشان داده می‌شود که این روش، تنها برای زمان کوتاهی (T ثانیه) پایدار می‌باشد. در این مقاله برای حل مشکل، از زمان بدست آمده، T کمک گرفته شده و هر T ثانیه عملیات تقریب تکرار شونده مجدداً انجام و سیگنال کنترلی به روزرسانی می‌شود. در نهایت، کارایی روش پیشنهادی، از طریق شبیه‌سازی نشان داده می‌شود.

۲- روش تقریب‌های تکرار شونده

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (۱)$$

اگر معادلات کلی این سیستم را بتوان به فرم معادله

$$\dot{x} = A(x)x + B(x, u)u \quad (۲)$$

نوشت، آنگاه معادلات دینامیکی (۲) را می‌توان با چند سیستم خطی متغیر با زمان تکرار شونده، به صورت زیر تقریب زد:

$$\dot{x}_i = A(x_{i-1})x_i + B(x_{i-1}, u_{i-1})u_i, \quad 0 < i < n, \quad x_i(0) = x_0 \quad (۳)$$

قضیه زیر شرایطی را ارائه می‌کند که در صورت برقراری آنها، پاسخ آخرین تکرار از معادله‌های خطی متغیر با زمان (۳)، به پاسخ معادله غیرخطی (۲) همگرا می‌شود.

قضیه ۱ [5]: فرض کنید معادلات سیستم غیرخطی (۲) در بازه $[0, \tau]$ دارای پاسخ یکتا باشد و این پاسخ با $x(t)$ نمایش داده شود. همچنین اگر $A(x)$ در این بازه لپ شیتز باشد، آنگاه دنباله معادلاتی که در (۳) تعریف شده است، در بازه $[0, \tau]$ به طور یکنواخت به $x(t)$ همگرا می‌شود.

حال به منظور کنترل سیستم غیرخطی (۱)، طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های خطی متغیر با زمان (تقریب‌های پیاپی سیستم اصلی) انجام می‌شود. در نهایت، نتیجه طراحی به سیستم اصلی اعمال می‌شود. با توجه به این که سیستم‌های تقریب زده شده، خطی متغیر با زمان هستند، در ادامه روش مد لغزشی برای سیستم‌های خطی متغیر با زمان توضیح داده می‌شود.

۳- روش مد لغزشی برای سیستم خطی متغیر با زمان

سیستم خطی متغیر با زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (۴)$$

که در آن $A(t) \in R^{n \times n}$ و $B(t) \in R^{n \times l}$ ماتریس‌های سیستم می‌باشند.

حال فرض کنید تبدیل متغیر با زمان Z به نحوی یافت شود که پس اعمال آن، سیستم به شکل منظم زیر تبدیل شود [10]:

$$\dot{\xi}(t) = \tilde{A}_{11}\xi(t) + \tilde{A}_{12}v(t) \quad (۵)$$

$$\dot{v}(t) = \tilde{A}_{21}\xi(t) + \tilde{A}_{22}v(t) + \tilde{B}u(t) \quad (۶)$$

که در آن،

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} = ZAZ^{-1} + \dot{Z}Z^{-1}, \quad \tilde{B} = [0 \quad I_l]ZB \quad (۷)$$

نکته ۱: با وجود غیرمربعی بودن ماتریس $B(t)$ ، پس از تبدیل به شکل منظم، ماتریس $\tilde{B}$ در معادلات ظاهر می‌شود که با توجه به خواص این فرم، ماتریسی مربعی است (خواننده محترم جهت جزئیات بیشتر به مرجع [۱۰] ارجاع داده می‌شود).

کنترل مد لغزشی شامل دو فاز است: فاز دست‌یابی و فاز لغزش. در فاز لغزش هدف یافتن سطح لغزش مناسب به نحوی است که هدف کنترلی مسئله برآورده شود (همگرایی متغیرهای حالت به مبدا). در فاز دست‌یابی، قانون کنترلی به نحوی طراحی می‌شود که در زمان محدود مسیر فاز سیستم به سطح لغزش برسد و روی آن باقی بماند. فرض کنید سطح لغزش به شکل زیر تعریف شود:

$$\sigma(t) = c * \xi + v \quad (۸)$$

حال با جای‌گذاری معادله $\sigma = 0$ در (۵)، معادلات سیستم کاهش مرتبه یافته (معادلات سیستم بر روی سطح لغزش) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\xi} = (A_{11} - A_{12} * c) * \xi \quad (۹)$$

به منظور پایداری مجانبی سیستم کاهش مرتبه یافته باید C به گونه‌ای انتخاب شود که ماتریس $(A_{11} - A_{12} * c)$ ثابت و دارای مقادیر ویژه‌ی سمت چپ باشد. بدین ترتیب طراحی فاز لغزش خاتمه می‌یابد.

اکنون باید قانون کنترلی به نحوی طراحی شود که همگرایی زمان محدود به سطح لغزش تضمین شود. در معادله (۸)، مقدار $\sigma(t)$ فاصله لحظه‌ای بردار متغیرهای حالت سیستم تا سطح لغزش را نشان می‌دهد. مشتق $\sigma(t)$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) &= \dot{c}(t) * \xi(t) + c(t) * \dot{\xi}(t) + \dot{v}(t) \\ &= \dot{c}(t) * \xi(t) + c(t) * (\tilde{A}_{11}\xi(t) + \tilde{A}_{12}v(t)) \\ &\quad + \tilde{A}_{21}\xi(t) + \tilde{A}_{22}v(t) + \tilde{B}u(t) \end{aligned} \quad (۱۰)$$

اگر قانون کنترلی به شکل زیر انتخاب شود،

$$\begin{aligned} u(t) &= -\tilde{B}^{-1}(t) * [\dot{c}(t) * \xi(t) + c(t) \\ &\quad * (\tilde{A}_{11}\xi(t) + \tilde{A}_{12}v(t)) \\ &\quad + \tilde{A}_{21}\xi(t) + \tilde{A}_{22}v(t) + \text{sign}(\sigma(t))] \end{aligned} \quad (۱۱)$$

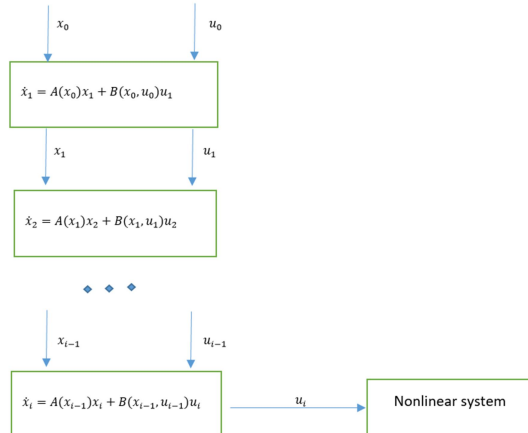
آنگاه معادله حاکم بر فاصله تا سطح لغزش در سیستم حلقه بسته

به صورت زیر خواهد بود [8]:

$$\dot{\sigma}(t) = -\text{sign}(\sigma(t)) \quad (۱۲)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که پاسخ معادله (۱۲) به صورت زمان محدود به صفر همگرا می‌شود.

دقیقی وجود ندارد. در نتیجه ترکیب روش‌های پیش بین و تقریب تکرار شونده، در مورد بسیاری از سیستم‌ها چندان عملیاتی نیست.



شکل ۱- بلوک دیاگرام روش تقریب های تکرار شونده

روش پیشنهادی در این مقاله در عین حال حلقه بسته بودن، از نظر محاسباتی قابل اجراست و در روند طراحی نیازی به گسسته سازی نیز ندارد. به این صورت که ابتدا روش تقریب های تکرار شونده از لحظه t_0 به مدت T ثانیه و با شرط اولیه سیستم $x(t_0) = x_0$ اجرا می‌شود. پس از گذشتن T ثانیه، شرایط اولیه سیستم به $x(t_0 + T)$ تغییر داده می‌شود که همان مقدار پسخورد شده از سیستم غیرخطی در زمان $t_0 + T$ می‌باشد. سپس روش تقریب های تکرار شونده با شرایط اولیه جدید و T ثانیه بعدی دوباره اجرا می‌شود و به همین ترتیب ادامه داده می‌شود.

معادلات سیستم های تقریب تکرار شونده با روش گفته شده و در بازه های زمانی T ثانیه ای به صورت زیر به دست می‌آید:

در T ثانیه اول:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A(x_{i-1})x_i + B(x_{i-1}, u_{i-1})u_i, 0 < i < n \\ x_i(t_0) &= x_0; \end{aligned} \quad (14)$$

در T ثانیه k ام:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A(x_{i-1})x_i + B(x_{i-1}, u_{i-1})u_i, \\ \forall t \in [kT, (k+1)T], 0 < i < n \\ x_i(t_0 + kT) &= x(t_0 + kT); \end{aligned} \quad (15)$$

تذکره ۱: سیستم غیرخطی (معادله ۲) و سیستم های خطی ایجاد شده توسط روش تقریب تکرار شونده (معادلات ۱۴ و ۱۵) پیوسته-زمان هستند. اما ماتریس حالت سیستم خطی i ام به پاسخ حالت تولید شده توسط سیستم خطی $i-1$ ام بستگی دارد. بنابراین همانگونه که در معادلات (۱۴ و ۱۵) دیده می‌شود، ماتریس های A ، B ، x_{i-1} ، u_{i-1} بستگی دارند که از سیستم خطی قبلی به دست آمده‌اند. بنابراین در روش پیشنهادی پس از سپری شدن هر T ثانیه از سیستم غیرخطی پسخورد گرفته شده و فرایند تقریب تکرار شونده مجدداً انجام و سیگنال کنترلی به روز می‌شود. بنابراین فرایند تقریب هر T ثانیه اجرا شده و چون مقدار T معمولاً در حدود چند ثانیه است که بسیار بیشتر از زمان نمونه برداری از سیستم جهت گسسته سازی است، حجم محاسبات بسیار کمتر از کنترل پیش بین خواهد بود.

۴- طراحی قانون کنترلی برای سیستم غیرخطی

کنترل کننده مد لغزشی طراحی شده در قسمت قبل، برای آمايين سیستم تقریب زده شده با معادلات (۳) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -\tilde{B}(x_{i-1}, u_{i-1})^{-1} * [\dot{c}_i(t) * \xi_i(t) + c_i * \\ &\quad (\tilde{A}_{11}^{i-1} * \xi_i(t) + \tilde{A}_{12}^{i-1} * v_i(t)) \\ &\quad + \tilde{A}_{21}^{i-1} * \xi_i(t) + \tilde{A}_{22}^{i-1} * v_i(t) + \text{sign}(\sigma_i(t))] \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن $\tilde{A}_{jk}^{i-1}$ زیرماتریس k ، j ام از ماتریس $A(x_{i-1})$ پس از اعمال تبدیل Z است.

حال، قانون کنترلی به دست آمده از آخرین تکرار (به ازای $i = n$) به سیستم غیرخطی اعمال می‌شود. چنانکه دیده می‌شود قانون پسخوردی حاصل، وابسته به متغیرهای $u_{n-1}, \xi_n, x_{n-1}, v_n$ خواهد بود. این متغیرها مربوط به سیستم های تقریب زده شده‌اند نه متغیرهای حالت سیستم غیرخطی اصلی. بنابراین سیستم کنترلی عملاً حلقه باز است و از سیستم غیرخطی اصلی پسخورد گرفته نمی‌شود.

بلوک دیاگرام شکل ۱ نیز حلقه باز بودن این روش را نشان می‌دهد:

در این بلوک دیاگرام نحوه انجام فرایند تقریب سیستم‌های تکرار شونده و سپس اعمال سیگنال کنترلی به سیستم غیرخطی نشان داده می‌شود. چنانکه دیده می‌شود، تنها شرط اولیه سیستم غیرخطی در پروسه طراحی دخالت دارد. بنابراین با طولانی شدن زمان شبیه سازی، به دلیل وجود خطای محاسباتی از سیستم غیرخطی فاصله گرفته و اگر می‌شود، در سیستم های عملی علاوه بر خطای محاسباتی، عدم قطعیت سیستم و نویز هم وجود دارد، بنابراین احتمال واگرایی سیستم بیشتر می‌شود. در بخش ۶ از مقاله، حلقه باز بودن این روش که در نتیجه موجب واگرایی سیستم می‌شود، از طریق شبیه سازی نیز نشان داده می‌شود.

۵- حلقه بسته نمودن سیستم کنترلی

به منظور حل مشکلی که در بخش قبل به آن اشاره شد، راه حلی شبیه به کنترل پیشگوی مدل^۱ پیشنهاد می‌شود. در این روش، معمولاً سیستم با یک زمان نمونه برداری کوچک گسسته سازی شده و مسئله کنترلی به ازای یک افق زمانی محدود حل می‌شود. سپس اولین نمونه از سیگنال کنترلی به سیستم اعمال و پنجره افق زمانی به اندازه یک گام به جلو انتقال پیدا می‌کند. در حقیقت در هر گام زمانی، پروسه طراحی انجام می‌شود. حال اگر بخواهیم کنترل کننده ای که با روش تقریب سیستم‌های تکرار شونده طراحی می‌شود را با روش کنترل پیش بین مدل اجرا کنیم، در هر گام زمانی باید روند تقریب به سیستم‌های خطی و طراحی کنترل کننده انجام شود. این روند بار محاسباتی را بی دلیل بالا می‌برد. علاوه بر آن خطای گسسته سازی نیز در سیستم‌های غیرخطی از چالش‌های این روش به شمار می‌رود. زیرا برخلاف سیستم‌های خطی، در مورد سیستم‌های غیرخطی روش گسسته سازی

^۱ Model Predictive Control

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta}_1 + MgL\sin(\theta_1) + k(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ J\ddot{\theta}_2 - k(\theta_1 - \theta_2) &= u \end{aligned} \quad (۱۶)$$

حال اگر $\theta_1 = x_1, \theta_2 = x_2, \dot{\theta}_1 = x_3, \dot{\theta}_2 = x_4$ در نظر گرفته شود معادلات فضای حالت بازوی ربات به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{k}{I} * (x_1 - x_2) - \frac{mgL}{I} * \sin(x_1) \\ \dot{x}_4 &= -\frac{u}{J} + \frac{k}{J} * (x_1 - x_2) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

در شبیه‌سازی پارامترهای موجود در معادلات (۱۷) از مقادیر ارائه شده در جدول زیر استفاده می‌شود:

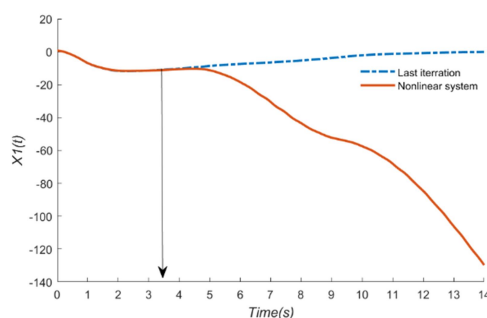
جدول ۱- مقادیر پارامترهای بازوی ربات استفاده شده در شبیه‌سازی

واحد	مقدار	پارامتر
N/m	100	k
m	0.5	L
$kg/m * m$	1.5	J
$kg/m * m$	2.5	I
kg	5	m
m/s	9.81	g

در این مثال به دلیل وجود $\sin(x)$ در معادلات سیستم، این عبارت را به صورت $\frac{\sin(x)*x}{x}$ باز نویسی می‌کنیم تا بتوان معادلات سیستم غیرخطی (۱۷) را به فرم معادله (۲) نوشت. بدین ترتیب ماتریس‌های حالت سیستم به دست می آید:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{I} \left(\frac{mgL}{J} \right) \frac{\sin(x_1(t))}{x_1(t)} & \frac{k}{I} & 0 & 0 \\ \frac{k}{J} & -\frac{k}{J} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۸)$$

در شکل ۳ به عنوان نمونه نتیجه تقریب یکی از متغیرهای حالت سیستم با روش مقالات پیشین نشان داده می‌شود. هدف از ارائه این شکل نشان دادن حلقه باز بودن روش‌های قبلی توسط شبیه‌سازی است.



شکل ۳- متغیر حالت x_1 برای تکرارها و سیستم غیرخطی

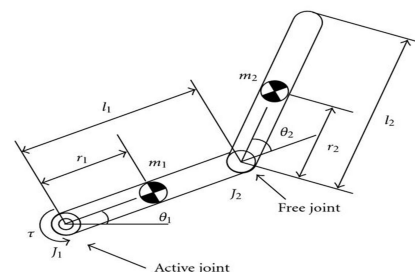
بدیهی است که اگر T بزرگتر از مقدار لازم انتخاب شود، در بازه‌هایی از زمان، متغیرهای حالت سیستم از مقدار مطلوب فاصله می‌گیرد. اما اگر مقدار T بیش از حد کوچک انتخاب شود، به علت زمان‌بر بودن فرآیند تقریب تکرار شونده، زمان اجرا افزایش می‌یابد. بنابراین، انتخاب مقدار بهینه T بسیار مهم است. اما مقدار مناسب T کاملاً وابسته به دینامیک سیستم تحت کنترل، دامنه اغتشاشات و عدم قطعیت‌های موجود در سیستم است. چنان‌که در بخش شبیه‌سازی دیده خواهد شد، پیشنهاد می‌شود که سیستم غیرخطی نامی و سیستم‌های تقریب تکرار شونده شبیه‌سازی شوند و زمان فاصله گرفتن متغیرهای حالت سیستم غیرخطی از حالت‌های آخرین سیستم تکرار شونده به عنوان حداکثر مقدار قابل قبول برای T در نظر گرفته شود.

ممکن است به ازای شرایط اولیه یا متغیرهای حالت مختلف، زمان محاسبه شده برای T متفاوت باشد. در این حالت حداقل مقادیر مشاهده شده (یا حتی مقداری کوچک‌تر جهت در نظر گرفتن حاشیه امنیت) می‌تواند انتخاب شود. در صورتی که قوام در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت مد نظر باشد، با کوچک‌تر انتخاب کردن مقدار T می‌توان اثر آنها را جبران نمود. بدین ترتیب دیگر کنترل سیستم غیرخطی به صورت حلقه باز نبوده و هر T ثانیه یکبار از سیستم غیرخطی پسخورد گرفته می‌شود. به این صورت که هر T ثانیه روند تقریب زدن با مقدار پسخورد گرفته شده به عنوان شرایط اولیه جدید تکرار می‌شود.

تذکر ۲: منظور از پسخورد گرفتن از سیستم غیرخطی در اینجا، انجام مجدد روند تقریب‌های تکرار شونده با مقدار حالت جدید سیستم غیرخطی است. در روش تقریب‌های تکرار شونده مرسوم، فقط یکبار با شرایط اولیه سیستم غیر خطی عملیات تقریب زدن انجام شده و سپس قانون کنترلی طراحی شده برای آخرین تکرار به سیستم غیر خطی اعمال می‌شود. بنابراین تنها ارتباط میان سیستم غیر خطی و شرایط اولیه سیستم است. اما در روش پیشنهادی، هر T ثانیه متغیرهای حالت سیستم غیرخطی اندازه‌گیری شده و به عنوان شرایط اولیه جدید برای تقریب زدن در نظر گرفته می‌شود. به همین دلیل هر T ثانیه مقدار حالت سیستم اندازه‌گیری و سیستم حلقه بسته می‌شود. در ادامه روش پیشنهادی بر روی یک بازوی ربات اعمال و شبیه‌سازی می‌شود و نحوه انتخاب مقدار مناسب T به کمک شبیه‌سازی بیشتر توضیح داده می‌شود.

۶- شبیه‌سازی

سیستم مکانیکی یک بازوی ربات با دو مفصل به شکل نمایش داده شده در زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۲- بازوی ربات با دو مفصل

معادلات دینامیکی این بازوی ربات به صورت زیر می‌باشد [8]:

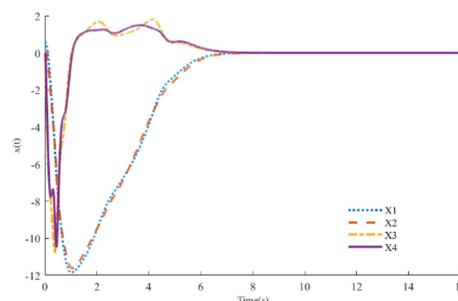
کنترل سیستم به صورت حلقه باز نبوده و هر T ثانیه با پسخوردی که از سیستم غیرخطی گرفته می‌شود، سیگنال کنترلی به روز رسانی می‌گردد. در نهایت کارایی روش پیشنهادی، از طریق شبیه‌سازی نشان داده شد.

۸- مراجع

- [1] Shirvani F. and Shafiei M.H., Robust output regulation via Sliding Mode Control and Disturbance observer: Application in a Forced Van Der Pol chaotic oscillator. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 139, No. 9, pp. 091015, 2017.
- [2] Binazadeh T., Rahgoshay M. and Shafiei M.H., Robust stabilization of a class of nonaffine quadratic polynomial systems: application in magnetic ball levitation system. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, Vol. 10, No. 1, pp. 014501, 2015.
- [3] Binazadeh T. and Shafiei M.H., Robust stabilization of uncertain nonlinear slowly-varying systems: Application in a time-varying inertia pendulum. *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 2, pp. 373-379, 2014.
- [4] Binazadeh T. and Shafiei M.H., Extending satisficing control strategy to slowly varying nonlinear systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 18, No. 4, pp. 1071-1078, 2013.
- [5] Tomas-Rodriguez M., Linear approximations to nonlinear dynamical systems with applications to stability and spectral theory. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, Vol. 20, No. 1, pp. 89-103, 2003.
- [6] Tomas-Rodriguez M., Navarro-Hernandez C. and Banks S., Parametric Approach To Optimal Nonlinear Control Problem Using Orthogonal Expansions. *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 38, No. 1, pp. 556-561, 2005.
- [7] Çimen T. and Banks S., Global optimal feedback control for general nonlinear systems with nonquadratic performance criteria. *Systems & Control Letters*, Vol. 53, No. 5, pp. 327-346, 2004.
- [8] Tomas-Rodriguez M., Banks S. and Salameci M., Sliding Mode Control for Nonlinear Systems: An Iterative Approach. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, USA, 2006.
- [9] Tombul G., Banks S. and Akturk N., Sliding mode control for a class of non-affine nonlinear systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, Vol. 71, No. 12, pp. e1589-e1597, 2009.
- [10] Khalil H.K., *Nonlinear systems*. 3rd ed. Prentice Hall, New York, 2002.

با توجه شکل ۳ می‌توان چنین نتیجه گرفت که متغیر حالت سیستم غیرخطی تقریباً بعد از سپری شدن ۳ ثانیه ناپایدار می‌شوند. بنابراین مقدار T را می‌توان حداکثر همان ۳ ثانیه در نظر گرفت.

در ادامه کنترل‌کننده مورد بحث در این مقاله برای سیستم غیرخطی با روش اصلاح شده و با $T = 3$ اجرا شده و نتیجه شبیه‌سازی در شکل زیر ارائه می‌شود:



شکل ۴- متغیر حالت سیستم غیر خطی با $T = 3$

همانگونه که در شکل ۴ دیده می‌شود، با روش پیشنهادی سیستم غیرخطی برای مدت طولانی پایدار شده و متغیرهای حالت آن به سمت صفر همگرا می‌شود. علت طولانی تر شدن این زمان این است که با تکرار روند تقریب زدن با شرایط اولیه جدید در هر T ثانیه، سیستم غیرخطی با سیستم تقریب زده شده و در نتیجه با قانون کنترلی مرتبط می‌شود که این مانع از واگرایی سیستم غیرخطی می‌شود.

اگر مقادیر بزرگتری برای T انتخاب شود، سیستم دچار ناپایداری می‌شود. اما اگر زمان T کمتر از ۳ ثانیه انتخاب شود، تاثیر چندانی در کیفیت پاسخ گذرا و روند پایداری سیستم نخواهد داشت. با کوچک انتخاب کردن مقدار T زمان اجرای برنامه طولانی‌تر شده ولی در عوض امکان تحمل اغتشاش و عدم قطعیت در سیستم حلقه بسته بیشتر می‌شود.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک رویکرد جهت طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی به روش تقریب‌های تکرار شونده ارائه شد. در رویکرد پیشنهادی، ابتدا سیستم غیرخطی با چندین سیستم خطی متغیر با زمان تقریب زده شد؛ سپس برای هر کدام از سیستم‌های خطی، با استفاده از روش مد لغزشی، یک قانون کنترلی طراحی شد. در نهایت، قانون کنترلی محاسبه شده برای آخرین سیستم خطی متغیر با زمان، به سیستم غیر خطی اعمال شد. نشان داده شد که در مقالات پیشین به دلیلی عدم وجود ارتباط بین کنترل کننده‌ی طراحی شده و سیستم غیرخطی اصلی، عملاً سیستم به صورت حلقه باز کنترل می‌شد و پس از سپری شدن زمان کوتاهی از شبیه‌سازی، سیستم ناپایدار می‌شود. در این مقاله، حداکثر زمان پایداری (T ثانیه) در کنترل کننده‌های با روش تقریب‌های تکرار شونده‌ی مرسوم برای یک بازوی ربات از طریق شبیه‌سازی به دست آورده شد. به منظور ایجاد ارتباط میان کنترل کننده و سیستم غیرخطی، هر T ثانیه فرآیند تقریب زدن و طراحی کنترل کننده تکرار شد. به این ترتیب دیگر