

اعتبار سنجی روش‌های پیش بینی مشخصه‌های عملکردی کمپرسور محوری در محدوده واماندگی

مصطفی محمودی*

دانشیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

مهدی جهرمی

استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

علیرضا کیالی

کارشناس ارشد، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

علی امینایی

دانشجوی کارشناس ارشد، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

چکیده

در تحقیق پیشرو مشخصه‌های عملکردی یک کمپرسور محوری در محدوده واماندگی با استفاده از روش محاسبات نرم افزاری و انطباق منحنی مور-گریتز به صورت ترکیبی، بدست آمده است. این روش علاوه بر سرعت در محاسبات، بسیار کم هزینه و در دسترس است. به منظور انجام تحقیق از روتور ۳۷ که یک کمپرسور تک مرحله است استفاده شده است. با انجام مراحل طراحی روتور، حل عددی آن انجام شده و سپس با استفاده از منحنی درجه سه، نتایج بصورت نقشه کمپرسور در سه دور کاری ۷۰، ۹۰ و ۱۰۰ درصد رسم شده است. بر اساس نتایج بدست آمده خطای محاسبات انجام شده با نتایج موجود در خصوص حداکثر فشار و دبی جرمی بسیار ناچیز است. برای خطای پیش‌بینی نقطه شروع ناپایداری‌ها خواهیم داشت؛ در دور کاری ۱۰۰ درصد خطا در پیش‌بینی حداکثر فشار برابر ۰/۴۴۹۰ درصد و در مورد پیش‌بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۱/۸۹۹۳ درصد می‌باشد؛ در دور کاری ۹۰ درصد خطا در پیش‌بینی حداکثر فشار برابر ۰/۶۶۸۵ درصد و در مورد پیش‌بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۴/۳۵۷۸ درصد محاسبه شد و در دور کاری ۷۰ درصد خطا در پیش‌بینی حداکثر فشار برابر ۰/۹۳۶۳ درصد و در مورد پیش‌بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۸/۹۳۵۳ درصد می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: کمپرسور جریان محوری، مور-گریتز، شبیه سازی عددی، واماندگی، نسبت فشار، دبی جرمی جریان.

Validation of methods to predict functional features of axial compressors within stall

Mostafa Mahmoodi

Department of Aerospace, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Mehdi Jahromi

Department of Aerospace, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Alireza Kiali

Department of Aerospace, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Ali Aminaiy

Department of Aerospace, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

The present study, obtain an axial compressor performance map by using of the software calculations and adaptation of the Moore-Gritter curve in combination This method has high computing speed beside very low-cost and availability. In this study rotor 37, which is a single stage compressor used. Numerical solution of the rotor is performed by the rotor design process and then the results are plotted as curve fitting Third Grade Maps compressor at three rpm speeds of 70, 90 and 100%. According to the obtained results with the results of the calculation error maximum pressure and mass flow is minimal. Predict point in three rpm work instability, error is encountered. Working around 100, the percentage of error in predicting maximum pressure of 0.4490% and 1.8993% of the Predict mass flow is equal at this point. Working around 90 percent, the error in predicting maximum pressure of 0.6685% and 4.3578% of the Predict mass flow rate was calculated at this point and around 70 percent, the error in predicting maximum pressure of 0.9363 percent and 8.9840 percent predicted mass flow rate at this point is equal.

Keywords: Axial Compressor, Moore-Geritzer, numerical simulation, stall, pressure ratio.

۱- مقدمه

بیشتر این نوع از کمپرسورها در زمان سرج و واماندگی نسبت به نوع گریز از مرکز، می‌باشد [۳]. در مورد روش های عددی، اولین روش‌ها از نوع دینامیک سیالات عددی در زمینه‌ی حل واماندگی چرخان در سال ۱۹۸۹ توسط سیستو و همکارانش [۴] و سپس توسط جوناوایتولا و همکارانش [۵] در سال ۱۹۹۰ ارائه شد. این مدل‌ها بسیار ساده بودند و در آن‌ها دامنه‌ی حل بصورت دو بعدی اتخاذ شده است. با وجود ابتدایی بودن این مدل‌ها نتایج پیش‌بینی شده از واماندگی چرخان بسیار به نتایج آزمایشگاهی نزدیک است [۵]. در تحقیقات انجام شده توسط میخالیوف و همکارانش [۶] مجموعه‌ای از نرم افزارهای شبیه ساز جهت پیش‌بینی عملکرد کمپرسور جریان محوری در شرایط پایدار و با در نظر گرفتن جریان‌های چرخشی و جریان معکوس ارائه شده است. در تحقیقات دیگری که اخیرا توسط جانگ و همکارانش [۷] انجام شده، اثر

برای پیش‌بینی شرایط شکست جریان غیر واماندگی به جریان دچار واماندگی چرخان و یا سرج شده توسط افراد بسیاری بررسی‌هایی صورت گرفته است که به اوایل سال ۱۹۵۰ باز می‌گردد. در این موضوع دو دیدگاه اساسی متفاوت وجود دارد، اولین دیدگاه به میدان جریان به صورت دو بعدی و دیگری کل سیستم را در یک بعد تحلیل می‌کند. هر دو روش در بسیاری از موارد یک وضعیت مشابه را برای ناپایداری سیستم پیش‌بینی می‌کند، اگرچه وقوع شکست جریان بسیار متفاوت است، و در مواردی شبیه سازی‌های خوبی در این خصوص انجام شده است. بیشترین مدل‌ها برای پیش‌بینی رفتار واماندگی و سرج توسط گریتز در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ میلادی صورت گرفته است [۱-۲]. بیشتر این فعالیت‌ها بر روی کمپرسورهای محوری به دلیل آسیب دیدگی

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mostafamahmoodi@mut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۲/۲۶

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۹/۲۵

نوک پره کمپرسور بر روی محدوده واماندگی گذرا بررسی شده است. بر اساس نتایج بدست آمده شکل نوک پره بر روی افزایش محدوده واماندگی موثر است. در تحقیق دیگری که توسط لو و وو [۸] انجام شده، اثر واماندگی پره کمپرسور بر روی واماندگی سازه ای پره بررسی شده است. نتایج نشان دهنده وجود دو نوع بار خستگی در پره است. نتایج نشان میدهند که تنش القایی از پدیده سرچ پره و بار خستگی خمشی ناشی از واماندگی چرخشی پره در کمپرسور ایجاد می شود. امروزه برای سرعت بخشیدن به حل محاسبات حجیم از روش های حل موازی استفاده می کنند. این روش ها به تحلیل گران اجازه می دهد پدیده هایی همچون واماندگی چرخان را به صورت کاملاً سه بعدی با تمام پیچیدگی های هندسی در طول کل محیط کمپرسور و حتی با وجود چندین طبقه به صورت کامل تحلیل نمایند [۹-۱۱-۱۲]. ولی در هر حال این روش ها نیازمند سخت افزارهایی با قدرت تحلیل بالا و گران قیمت می باشند. کمپرسور مورد مطالعه در این تحقیق معروف به روتور ۳۷ می باشد که توسط ناسا طراحی و مورد مطالعه قرار گرفته است. در دهه ۸۰ تحقیقات صورت گرفته توسط رید و مور [۱۳] در مرکز تحقیقاتی گلن ناسا منجر به ایجاد یکی از معروف ترین روتورهای ساخته شده یعنی روتور ۳۷ شده است. تحقیقات جی دونه و همکاران [۱۴] یکی از اصلی ترین مراجع تحقیقاتی در مورد روتور ۳۷ به حساب می آید که در آن علاوه بر تست تجربی، بیش از ۱۰ مورد شبیه سازی عددی روتور ۳۷ مورد بررسی قرار گرفته است و پارامترهای عملکردی مثل بازده کل، نسبت فشار، نسبت دما و... در دو حالت تجربی و عددی مورد بحث و بررسی قرار گرفته اند. این روتور به صورت مجزا و بدون استاتور در روی نقطه طراحی خود دبی جریانی در حدود ۲۰/۲ کیلوگرم بر ثانیه از خود عبور می دهد و در این شرایط نسبت فشاری برابر ۲/۵ ایجاد می کند، سرعت نوک پره ها در نقطه طراحی برابر ۴۵۴ متر بر ثانیه می باشد. عدد ماخ ورودی نسبی به این روتور ۱/۴۹۳ برای نوک پره ها و ۱/۱۲۵ برای ریشه پره ها متغیر می باشد. ضریب دیفیوژی روتور در ریشه و نوک پره ها چیزی در حدود ۰/۵۶ است که بیشترین مقدار ضریب برابر ۰/۵۸ در ۸۵ درصد طول دهانه پره رخ می دهد. این روتور حول محور خود دارای ۳۶ پره می باشد، سختی نوک آن ۱/۳ و نسبت منطری پره ها برابر ۱/۱۹ اتخاذ شده است [۱۵-۱۶].

۲- روابط حاکم

با توجه به معادلات حاکم بر جریان سیال، معادلات بقا شامل معادله پیوستگی و مومنوم برای حالت سه بعدی، تراکم پذیر و پایا خواهند بود. از این رو معادلات بقای مومنوم و پیوستگی به شرح ذیل خواهد بود:

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j u_{i,j} \right) = -p_i + (\rho - \rho_0)g_i + \left[\mu (u_{i,j} + u_{j,i}) - \rho u_i u'_{i,j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_{j,j}) = 0 \quad (2)$$

که در آن u'_i سرعت مقیاس آشفتهگی، P فشار استاتیک و μ لزجت سیال می باشد [۱۷]. برای پیش بینی تنش برشی در معادلات بالا در جریان آشفته روش های بسیاری ارائه شده است، که در اینجا تحقیق از روش K-ε برای مدل کردن این تنش ها استفاده شده است. مدل K-ε معروف ترین مدل دو معادله ای می باشد [۱۸]، چرا که فهم آن

آسان و استفاده از آن در برنامه نویسی ساده می باشد. این مدل از مدل های ادی-لزجت می باشد که میدان جریان آشفته را بر حسب متغیر بیان می کند. در این مدل که از معادله K و ε استفاده می شود، K بیانگر انرژی جنبشی جریان آشفته و ε نشان دهنده نرخ اضمحلال لزج انرژی جنبشی جریان آشفته می باشد. بر اساس تعریف معادلات K و ε به صورت کلی مانند زیر بیان می گردند:

$$K = \quad (3)$$

$$\varepsilon = \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \overline{u'_{i,j} u'_{i,j}} \quad (4)$$

با توجه به تعاریف خواهیم داشت:

$$\mu_t \propto \rho u_i \delta_i$$

$$u_i \propto \sqrt{k}$$

$$\delta_i \propto \frac{\sqrt{k^3}}{\varepsilon}$$

که در آن u'_i سرعت مقیاس آشفتهگی و δ_i طول مقیاس بزرگترین ادی ها می باشد. با قرار دادن مقادیر در معادلات خواهیم داشت:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

که در معادله بالا C_μ یک ضریب تجربی بوده و مقدار آن در حدود ۰/۰۹ می باشد. معادله K و معادله ε به صورت زیر بیان می شود:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u k = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k \right) + G_k B - \rho \varepsilon \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \varepsilon = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon \right) + c_1 \frac{\varepsilon}{k} G \quad (7)$$

$$+ c_1 (1 + c_3) \frac{\varepsilon}{k} B - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

در معادلات بالا پارامتر G بیانگر تولید انرژی جنبشی و B ناشی از میدان چگالی نوسان کننده جریان (تولید و اتلاف بویانسی) می باشد که با روابط زیر بیان می گردد:

$$G = -\rho \overline{u'_i u'_{i,j} u_{j,i}} \quad (8)$$

$$B = \rho \overline{u'_i g_i} \quad (9)$$

جدول ۱ سایر ثابت ها را بیان می کند:

جدول ۱- ثابت های معادلات k-ε

Coefficient	σ_k	σ_ε	c_1	c_2	C_μ	c_3
Value	1	1.3	1.44	1.92	0.09	0.8

این مقادیر برای طیف وسیعی از جریانات قابل مقایسه است. می توان این ضرایب را برای رسیدن به جواب های منطبق تر بر جواب های آزمایشگاهی تغییر داد و لیکن بایستی توجه داشت که مدل K-ε نسبت به تغییرات هر چند نا چیز در برخی از این ضرایب مخصوصاً C_1 و C_2 بسیار حساس می باشد.

۳- مدل مور-گریتر

تحقیقات انجام شده توسط مور و گریتر [۱۹] در سال ۱۹۸۶ منجر به توسعه مدل سازی دینامیک سیستم تراکم گردیده. در این

کمپرسور خود را به صورت نظری رسم نمایند. در مورد عبور خطوط از قسمت قبل از واماندگی آن‌ها از دو روش استفاده نمودند اولین روش استفاده از منحنی بزیرو دومین روش استفاده از معادلات بیضی بوده است. در هر دو روش نتایج تقریباً مشابه می باشد، از آنجایی که هدف این دو محقق بررسی رفتار گذرای کمپرسور در ناحیه سرج است آن‌ها به همین دو روش بسنده نموده و معادلات را استخراج کردند.

۴- طراحی هندسه و شبکه بندی

در این بررسی برای ایجاد هندسه و شبکه بندی، ابتدا با وارد نمودن اطلاعات مربوط به طراحی ایرفویل ریشه و نوک، و پروفیل روتور ۳۷ در نرم افزار BladeGen، هندسه روتور تولید گردیده است. سپس برای شبکه بندی هندسه ایجاد شده مدل را به نرم افزار Turbogrid انتقال داده و شبکه مورد نیاز اعمال می شود. اطلاعات مورد نیاز برای طراحی این روتور در جدول ۲ ارائه شده است. در ادامه مقادیر در دور ۱۰۰ درصد نقاط طراحی برای این روتور بررسی می شود.

جدول ۲- تعدادی از پارامترهای مورد نیاز برای طراحی روتور ۳۷ [۱۶]

پارامتر	مقدار
تعداد پره های روتور	۳۶
نسبت قطر نوک تا ریشه	۰/۷
نسبت منطری پره روتور	۱/۱۹
میزان لقی نوک پره	۰/۳۵۶ (میلی متر)
نرخ خفگی جریان جرمی	۲۰/۹۳ (کیلوگرم/ثانیه)
سرعت نوک پره	۰/۳۵۶ (متر/ثانیه)
دمای مرجع	۲۸۸/۱۵ کلوین
سرعت چرخش طراحی	۱۷۱۷۷/۷ (دور بر دقیقه)
نسبت شعاع نوک/ ریشه	۰/۷
نوع پره ها	MCA

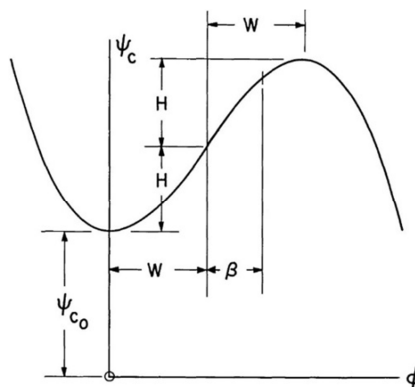
دامنه حل جریان برای روتور ۳۷ در شکل ۲ و طرحواره معبر جریان و هندسه های به کار رفته در ایرفویل پره همراه با توضیحات مربوط به مختصات مرجع در ساختار هندسی روتور ۳۷ در شکل ۳ نشان داده شده است.

تحقیقات تحلیل و استخراج مدل دینامیکی غیر خطی معرفی شد که رشد و یا احتمال از بین رفتن سلول های واماندگی چرخان در حین عملکرد کمپرسور در حالت گذرا را نشان می دهد. تحقیقات آن‌ها توسعه واماندگی و امکان کوپل شدن بین دو ناپایداری را نیز شرح می دهد. زمانی که واماندگی به عنوان یک نوسان متقارن محوری ناپایا در نظر گرفته می شود واماندگی چرخان یک جریان پایا (در چارچوب یک دستگاه چرخان مرجع) و تغییرات آن در هر دو جهت محوری و محیطی پایا در نظر گرفته می شود. برای به کار بردن هر دو پدیده مدل مور- گریتر شکل گرفته تا توصیفات جریان ناپایای دو بعدی را به یک مدل سیستم پارامتری مرتبط کند.

مدل مور- گریتر از نظر نحوه ی گسترش روابط بسیار شبیه مدل گریتر [۱] [۲] می باشد با این تفاوت که در این مدل روابط بسیار گسترش یافته و به نتایج تجربی نزدیک تر می باشد. در این مدل جریان پارامترها به صورت تقارن محوری در کمپرسور فرض شده است و رفتار کمپرسور در هر دور کاری در نقشه خود با یک معادله ی درجه سه شبیه سازی می شود.

$$\psi_c(\phi) = \psi_{c0} + H \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\phi}{W} - 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi}{W} - 1 \right)^3 \right] \quad (10)$$

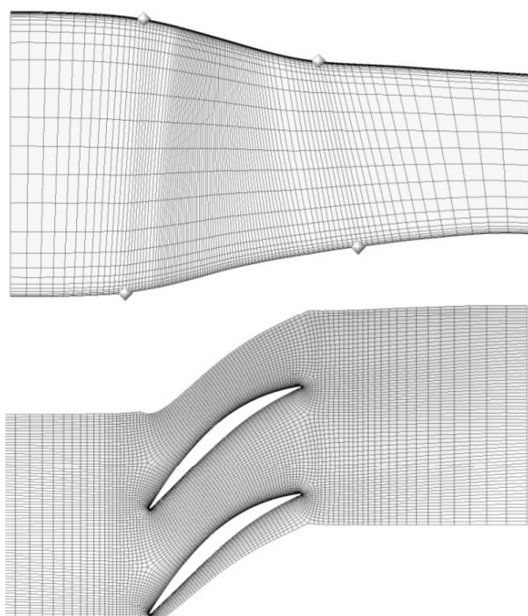
بر اساس معادله (۱۰) نمودار شکل ۱ رسم شده است. این معادله درجه سه دارای یک نقطه بیشینه نسبی و یک نقطه کمینه نسبی است. نقطه بیشینه در محل شروع ناپایداری ها یا خط واماندگی قرار دارد و کمینه نسبی در محل دبی برابر صفر می باشد. عملاً در واقعیت از نقطه بیشینه نسبی به سمت دبی برابر صفر وجود خارجی ندارد.



شکل ۱- تعریف مشخصه ها روی نقشه کمپرسور [۱۶]

بعدها یوهان و اسکار [۲۰] در بررسی های خود از این رفتار شبه خطی برای پیش بینی رفتار کمپرسور بعد از نقاط واماندگی استفاده نمودند. آن‌ها قیود مربوط به این معادله را بر اساس برخی فرضیات خود و روش های ریاضی و عددی تعریف کرده و معادله خود را تشکیل دادند. آن‌ها ابتدا از نقاط بدست آمده از آزمایشات تا قبل از واماندگی یک منحنی عبور داده و سپس با داشتن شیب منحنی در نقطه آخر و مختصات آن و همچنین شیب در دبی صفر که برابر صفر است منحنی درجه سه را عبور دادند. آن‌ها برای این کار به مختصات محور ψ در دبی صفر نیز نیاز مند بودند که این مقدار را برابر دبی این مقدار در نقطه خفگی کمپرسور فرض نمودند. از این رو یوهان و اسکار توانستند نقشه

یک صفحه موازی دو صفحه ریشه و نوک ایجاد می‌شود که بر اساس پیشنهاد خود نرم افزار در ۴۲/۱ درصد طول دهانه پره قرار دارد.

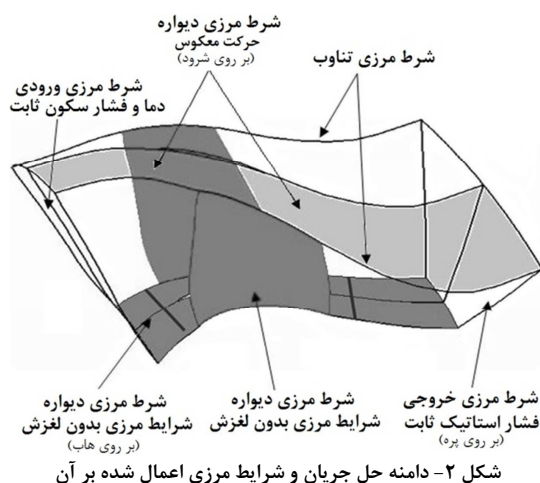


شکل ۴- مش ایجاد شده توسط نرم افزار توربو گرید (برای ۱۵۸۱۳۶ مش)

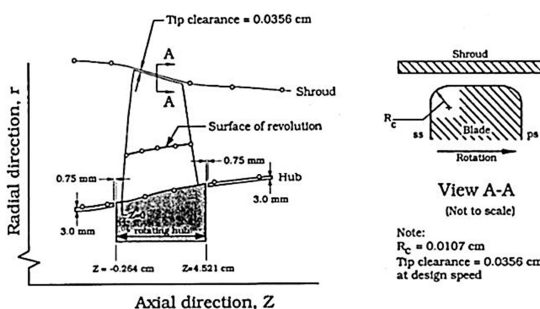
در ادامه و به منظور بررسی روند استقلال حل از شبکه، سه نوع شبکه‌بندی متفاوت مورد استفاده قرار گرفت. برای مش اولیه ۶۵۱۶۰ المان، متوسط ۹۷۲۰۸ المان و در بهترین حالت تعداد ۱۵۸۱۳۶ المان برای شبکه‌بندی در نظر گرفته شد.

۵- روش انجام تحقیق

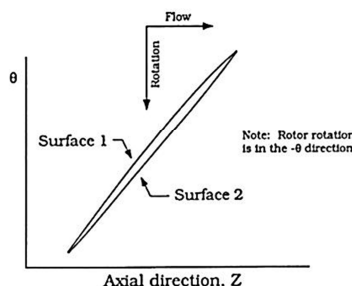
در روش انجام تحقیق بر روی روتور ۳۷ مراحل به این صورت انجام می‌پذیرد. ابتدا با استفاده از روش تحلیل نرم افزاری توسط نرم افزار Ansys CFX نقطه خفگی در یک دور کاری محاسبه می‌گردد. سپس گام به گام و با استفاده از حل‌های قبلی مقادیر نقشه کمپرسور در یک دور کاری از نقطه خفگی به سمت واماندگی یعنی کاهش دبی جرمی سیال، محاسبه می‌شود. این روند تا جایی ادامه دارد که مقادیر عددی بدست آمده در نقشه با مقادیر آزمایشگاهی اختلافی زیر ۰/۱ درصد داشته باشند. بعد از اتمام محاسبات به صورت عددی ابتدا فرض می‌شود که بین نقطه اول (خفگی) و نقطه بعدی یک خط درجه یک عبور می‌کند و این خط را عبور داده و شیب آن محاسبه می‌شود (شکل ۵).



شکل ۲- دامنه حل جریان و شرایط مرزی اعمال شده بر آن



شکل ۳- هندسه پره و مشخصات محورهای مختصات [۱۹]



از آنجایی که حل عددی مورد نظر در این تحقیق تا جایی ادامه خواهد داشت که نزدیکی زیادی به واماندگی و سرج ندارد و حل به صورت پایا انجام خواهد شد، نیازی به اعمال شبکه بندی پیچیده و دقیق به خصوص در نزدیکی دیواره وجود ندارد؛ چرا که سیال دچار جدایش، رفتارهای گذرا و ناپایداری‌های اساسی نخواهد شد. از این رو از گزینه ATM Optimized استفاده شده است. این روش بهترین مش سازمان یافته را در صفحات ریشه و نوک پره و صفحات موازی آن‌ها ایجاد می‌نماید. این روش از آنجایی که حداقل خطا را در نسبت منظری و ایجاد شبکه‌های با زوایای بسیار تند دارد روشی مناسب برای حل روتور ۳۷ در این تحقیق می‌باشد (شکل ۴).

از آنجایی که توپولوژی تعیین کننده نوع شبکه در صفحات موازی ریشه و نوک پره است، در گسترش این شبکه‌ها برای ایجاد مش سه بعدی به سمت همدیگر، ممکن است یک شبکه دچار پیچش بیش از اندازه شده و حجم منفی بوجود آورد. برای اینکه این مورد برطرف شود

نزدیک بودن نتایج شبیه سازی به جواب واقعی موثر باشد سایز شبکه است. در شبیه سازی عددی خطای محاسباتی که با بهبود شبکه تقلیل می یابد، به عنوان خطای گسسته سازی شناخته می شود. برای به دست آوردن مقدار این خطا روشی استاندارد توسط مهندسان سیالات بخش (ASME38) ارائه شده است. این روش به صورت کلی از همان قاعده برون یابی ریچاردسون طبیعت می کند؛ با این تفاوت که توسط روچ و همکارانش [۲۱] برای کاربردهای گسترده تری در دینامیک سیالات محاسباتی توسعه داده شد.

روش مورد نظر شاخص همگرایی شبکه (grid convergence index (GCI نامیده می شود که محدوده خطای گسسته سازی را برای متغیرهای مورد نظر در حل عددی مشخص می کند. همانطور که مشخص است خطای گسسته سازی به صفر نخواهد رسید و همواره یک مقدار خطا وجود خواهد داشت که روش GCI یک تعریف و میزان مشخص از این خطا و در نتیجه میزان استقلال از مش حل عددی را بیان خواهد کرد.

برای انجام روند بررسی استقلال حل از مش، سه پارامتر مهم دبی کلی جریان جرمی، نسبت فشار کل و بازده کلی در نظر گرفته شد. طبق جدول ۴، مقدار خطای نسبی e_a^{21} و شاخص نسبی همگرایی شبکه GCI_{fine}^{21} محاسبه می شود که عدد حاصل شده، مقدار خطای حل عددی در شبیه سازی جریان در روتور ۳۷ است [۲۱].

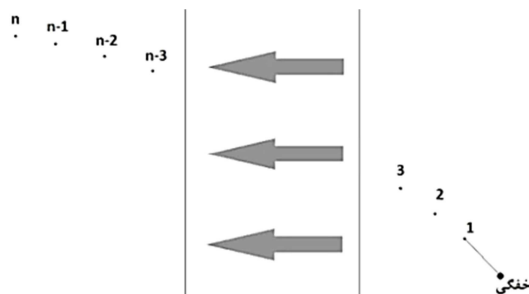
جدول ۴- بررسی مقدار GCI شبیه سازی روتور ۳۷

بازده کلی	نسبت فشار کل	دبی کلی جریان جرمی	
٪/۱۹	٪/۲۹	٪/۴۴	GCI_{fine}^{21}
٪/۳۳	٪/۵۷	٪/۸۶	e_a^{21}

۷- بحث و بررسی نتایج

بعد از اعمال شرایط مرزی و اولیه بر روی فضای شبکه بندی شده در یک کانال از روتور ۳۷ و انجام حل های متعدد با تعداد شبکه های متفاوت و در دوره های متفاوت، نتایج از خروجی نرم افزار استخراج شد. این خروجی ها مربوط به سه دسته دور کمپرسور، دوره های ۱۰۰ درصد، ۹۰ درصد و ۷۰ درصد دور کاری، می باشند.

نتایج این تحلیل ها برای مقایسه با نتایج تجربی [۲۰] در یک دهانه پره برای مقادیر توضیح فشار و دما در شکل های شماره ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل ۵- نقاط بدست آمده به روش عددی و عبور خط از آن ها

اکنون با داشتن شیب در نقطه ۱ (شکل ۵) و مختصات نقاط ۱ تا n می توان از روش اس پی لاین درجه دو، خطی را از این نقاط عبور داد.

نتیجه محاسبه معادله این خط، بدست آمدن شیب در نقطه n ام است. حال با استفاده فرض روش مور-گریتر که بیان می داشت رفتار منحنی عملکردی در هر دور کاری رفتاری خطی و از درجه ۳ می باشد و همچنین فرض مختصات دبی برابر صفر توسط یوهان و اسکار، با داشتن مختصات دو نقطه و شیب در آن دو نقطه می توان معادله درجه سه مد نظر را عبور داد و منحنی عملکردی کمپرسور را رسم نمود. در ادامه به شرح مراحل یاد شده و فرضیات اتخاذ شده پرداخته می شود. در این تحقیق برای مدلسازی عددی، سیال به صورت نیوتنی و جریان به صورت آشفته، سه بعدی و با خواص ترموفیزیکی ثابت در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی و سایر پارامترهای استفاده شده در این حل عددی، در جدول ۳ و شکل ۵ ارائه شده است. شرط مرزی فشار کل ورودی- فشار استاتیک خروجی به این دلیل انتخاب شده است که با کاهش فشار استاتیک و به طبع آن کاهش دبی جرمی در هر دور کاری ثابت، نقشه عملکردی کمپرسور حاصل می شود. در ادامه و به منظور صحت سنجی می بایست نتایج حاصل از این روش با نتایج تست های تجربی مقایسه شود. برای اعمال شرط مرزی، فشار و دمای کل ورودی در همه حالت ها ثابت فرض می شود و تنها فشار استاتیک خروجی تغییر می کند.

جدول ۳- مشخصات حل عددی

پارامتر	اعمال در حل عددی
شرایط مرزی	فشار کل ورودی- فشار استاتیک خروجی
حرکت دامنه	چرخشی پاد ساعت گرد
جهت حرکت جریان	عمود بر مرز
سیال عامل	گاز ایده آل
نوع معادلات	صریح/پایدار
فشار مرجع	۰ اتمسفر
فشار کل ورودی	۱ اتمسفر
دمای کل ورودی	۲۸۸/۱۵ کلوین

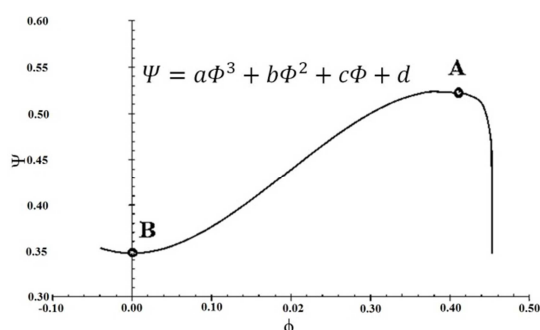
۶- بررسی معیار همگرایی شبکه

اصولا در شبیه سازی ها، یکی از پارامترهایی که ممکن است در

جدول ۵- مقادیر ضریب بار و جریان محاسبه شده در هر دور کاری

point	100%		90 %		70%	
	ϕ	ψ	ϕ	ψ	ϕ	ψ
1	0.4529	0.3475	0.4660	0.3655	0.4746	0.3509
2	0.4529	0.3602	0.4659	0.3877	0.4678	0.3766
3	0.4528	0.3859	0.4656	0.4168	0.4529	0.4050
4	0.4525	0.4375	0.4645	0.4501	0.4315	0.4372
5	0.4511	0.4744	0.4435	0.4937	0.4005	0.4753
6	0.4410	0.5146	-	-	-	-

بعد از انجام محاسبات مربوط به Spline شیب در نقطه آخر محاسبه شد. از آنجایی که مقدار ضریب بار در نقطه ضریب جریان برابر صفر، برابر است با مقدار ضریب بار در نقطه خفگی، در نتیجه با توجه به شکل شماره ۸ مقادیر را برابر جدول ۶ خواهیم داشت:



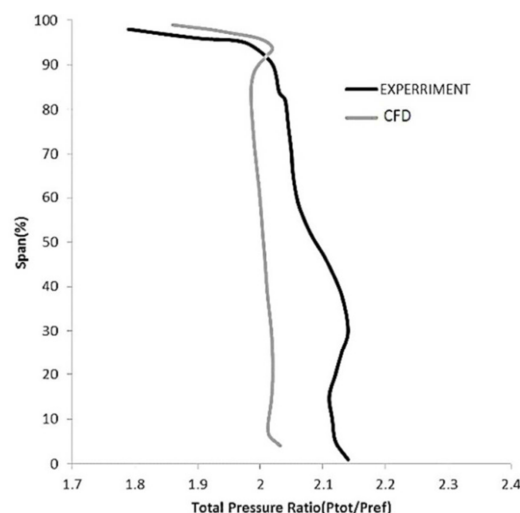
شکل ۸- عبور معادله درجه سه از بین دو نقطه در نقشه کمپرسور

جدول ۶- مختصات و شیب در دو نقطه مورد نظر در هر دور کاری

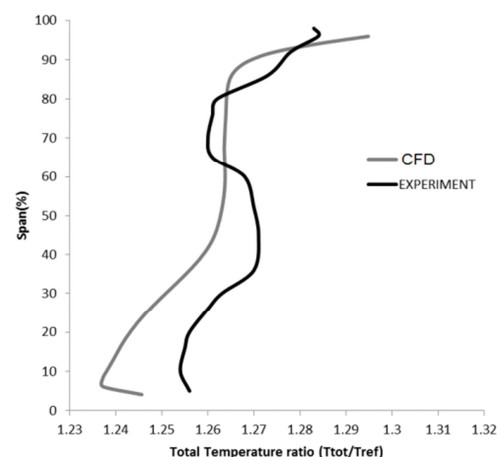
	100%	90 %	70%
ϕ_A	0.44101435	0.429858412	0.400514309
ψ_A	0.514621842	0.509006559	0.475303619
m_A	-0.39713627	-0.50023521	-0.639455426
ϕ_B	0	0	0
ψ_B	0.347584857	0.365549019	0.350922426
m_B	0	0	0

بر اساس محاسبات و مقادیر عددی جدول ۶ تشکیل شده است مقادیر شیب از محاسبات عبور دادن خط از بین نقاط و مقادیر مختصات از محاسبات نرم افزاری بدست آمده است. با توجه به شکل ۶ موقعیت نقاط A و B مشخص می‌باشد. در این شکل معادله درجه سه نیز برای این مختصات نوشته شده است. اما از آنجایی که شیب در ضریب بار برابر صفر، صفر می‌باشد مقدار c در این معادله صفر است، چرا که با برابر گرفتن مشتق اول معادله برابر صفر معادله c مساوی صفر بدست می‌آید.

حال با داشتن دو نقطه و شیب در این دو نقطه مقادیر معادله درجه سه بین آن‌ها قابل استخراج است. مقادیر محاسبه شده برای ضرایب



شکل ۶- توزیع نسبت فشار در طول دهانه پره



شکل ۷- توزیع نسبت فشار در طول دهانه پره

بعد از بدست آمدن نتایج عددی، برای تحلیل نتایج به منظور رسم کامل منحنی عملکردی روتور ۳۷ می‌بایست نتایج عددی را که بر منحنی نتایج تجربی منطبق می‌باشد را جدا نمود. در دور ۱۰۰ درصد با افزایش نسبت فشار خطای نتایج عددی بیشتر می‌شود. این نتایج تا نقطه ششم یعنی تا مقدار ۱۷/۵۵ درصد افزایش در نسبت فشار خفگی قابل قبول می‌باشد. در دور ۹۰ درصد این مقدار تا نقطه پنجم و تا ۱۸/۲۹ درصد افزایش در نسبت فشار خفگی در این دور می‌باشد. اما در دور ۷۰ درصد از آنجایی که تمامی مقادیر نسبت به نتایج تجربی دارای اختلاف می‌باشند مقداری از این نتایج در نظر گرفته می‌شود که برای ادامه کار بتوان منحنی عملکردی در این دور را تشکیل داد. این تعداد نقطه در حقیقت پنج نقطه اول از ده نقطه محاسبه شده می‌باشد.

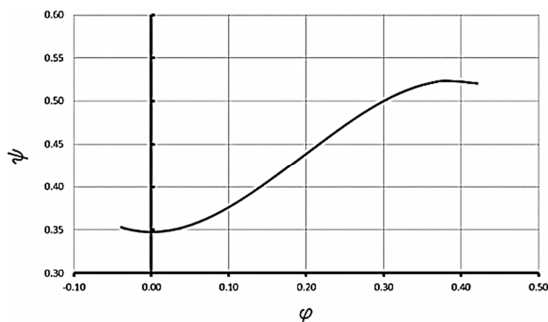
به منظور محاسبه شیب در نقطه آخر در هر دور یک Spline درجه دو بین نقاط عبور داده می‌شود. این اس پی لاین با این فرض تشکیل شده است که خط عبوری از دو نقطه اول درجه یک باشد. از این رو Spline بین نقاط بعدی قابل محاسبه می‌باشد. تمامی محاسبات برای بدست آوردن معادلات در فضای ضریب بار و ضریب جریان صورت می‌گیرد. مقادیر ضریب بار و ضریب جریان برای هر دور کاری به ترتیب جدول ۵ است.

معادلات درجه ۳ به ترتیب جدول شماره ۷ می‌باشد.

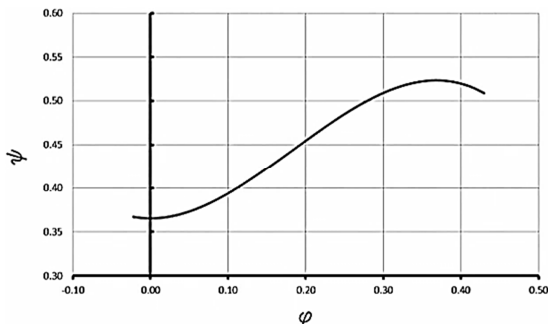
جدول ۷- مقادیر بدست آمده برای ضرایب معادله درجه سه

	100%	90 %	70%
A	-5.93669219	-6.318190179	-7.858296472
B	3.476996435	3.492303941	3.922747408
C	0	0	0
D	0.347584857	0.365549019	0.350922426

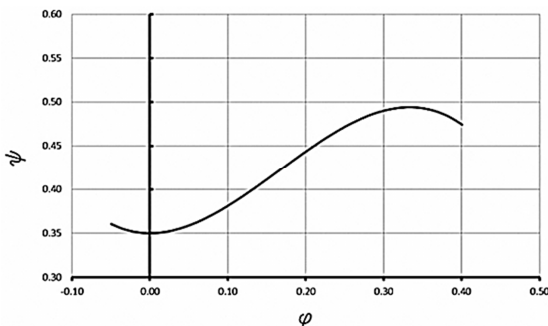
ضرایب محاسبه شده در جدول بالا معادله درجه سه مور-گریتر را در هر دور کاری می‌سازند. نمودار درجه سه مربوط به این سه دور کاری در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۹- منحنی مور-گریتر بدست آمده مربوط به دور ۱۰۰ درصد



شکل ۱۰- منحنی مور-گریتر بدست آمده مربوط به دور ۹۰ درصد



شکل ۱۱- منحنی مور-گریتر بدست آمده مربوط به دور ۹۰ درصد

در سه منحنی بالا که به ترتیب برای دورهای ۱۰۰ درصد، ۹۰ درصد و ۷۰ درصد می‌باشد، مقادیر ضریب بار بر حسب ضریب جریان نشان داده شده است. این منحنی‌ها که منحنی‌های درجه سه می‌باشند بر اساس منحنی درجه سه مور-گریتر (معادله ۱۰) تشکیل شده اند.

همانطور که در قسمت ۳ گفته شد در مدل مور-گریتر اعتقاد بر این است که رفتار منحنی عملکردی کمپرسور در هر دور کاری از نوع درجه سه می‌باشد. حال برای مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج تجربی مقادیر ضریب بار و ضریب جریان با استفاده از روابط زیر به مقادیر نسبت فشار و دبی جرمی جریان تبدیل خواهد شد.

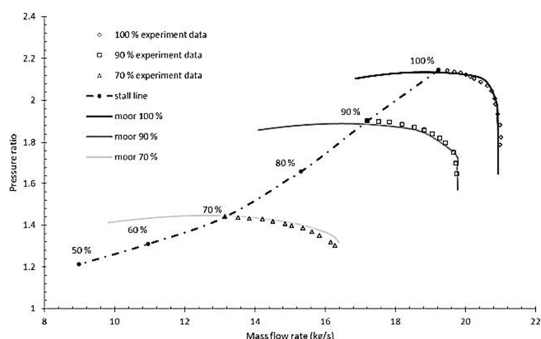
$$\dot{m} = \rho_0 A U \phi \quad (11)$$

$$Pr = \left[\frac{\psi U^2}{c_p T_{01}} + 1 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (12)$$

در رابطه (۱۱) برای محاسبه دبی جرمی از مقدار ضریب جریان ϕ ، مساحت ورودی A ، سرعت جریان U و چگالی سیال در حال جریان ρ_0 استفاده شده است. رابطه (۱۲) برای محاسبه نسبت فشار از مقدار ضریب بار مورد استفاده قرار گرفته است، در این رابطه ψ ضریب بار، C_p گرمای ویژه، T_{01} دمای سکون در ورودی و γ نسبت گرمای ویژه می‌باشد. تمامی مقادیر بالا از نتایج عددی قابل استخراج است.

اکنون با استفاده از روابط بالا و مقادیر بدست آمده از ایجاد منحنی مور-گریتر و همچنین نتایج عددی بدست آمده در مرحله محاسبات نرم افزاری، می‌توان منحنی عملکردی روتور ۳۷ را از نقطه خفگی تا بعد از نقطه واماندگی با توجه به مدل مور-گریتر رسم نمود. این منحنی در شکل شماره ۱۰ نشان داده شده است.

نمودار شکل ۱۲ بعد از تبدیل نتایج مور-گریتر از فضای ضریب بار و ضریب جریان به دبی جرمی سیال و نسبت فشار روتور و از طرفی مقایسه با نتایج تجربی [۱۴] بدست آمده است. در نمودار زیر بر اساس مدل مور-گریتر بیشینه نمودار برابر نقطه شروع ناپایداری‌ها می‌باشد. این نقاط بیشینه در هر دور با نتایج تجربی از دو منظر دارای خطا می‌باشد. یک دیدگاه خطا در پیش‌بینی نسبت فشار بیشینه است و دیگری خطا در پیش‌بینی دبی جرمی سیال در آن نقطه می‌باشد. در مورد دور ۱۰۰ درصد خطا در پیش‌بینی حداکثر فشار برابر ۰/۴۴۹۰ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۱/۸۹۹۳ درصد می‌باشد. در دور ۹۰ درصد دور کاری خطا در پیش بینی حد اکثر فشار برابر ۰/۶۶۸۵ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۴/۳۵۷۸ درصد می‌باشد. اما نتایج در مورد خطا در دور ۷۰ درصد دور کاری در مورد پیش بینی نسبت فشار بیشینه برابر ۰/۹۳۶۳ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۸/۹۳۵۳ درصد صد بدست آمده است.



شکل ۱۲- منحنی عملکردی روتور ۳۷ حاصل از نتایج عددی و منحنی مور-گریتر و مقایسه با نتایج تجربی [۱۷]

مقادیر خطا از جدول ۸ محاسبه شده است. برای محاسبه خطا از فرمول شماره ۱۳ استفاده شده است.

$$error = \frac{A_{exp} - A_{CFD}}{A_{exp}} \quad (13)$$

جدول ۸- نتایج بدست آمده از روش ارائه شده در مقاله و مقادیر موجود تجربی [۱۷] در بیشینه مپ کمپرسور

rpm	experimental		new method		error %	
	m (kg/s)	pr	m (kg/s)	pr	m	pr
100	19.23243	2.14501	18.86714	2.135379	1.899321	0.449015
90	17.2094	1.90291	16.45944	1.890189	4.357829	0.668524
70	12.7029	1.43906	11.56785	1.452534	8.935361	0.936338

۸- نتیجه گیری

در این بررسی با استفاده از نرم افزار CFX و توسط مدل آشفتگی $K - \varepsilon$ و مدل ارائه شده توسط مور و گریتز یک نمونه روتور استاندارد موجود در منابع به نام روتور ۳۷ مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. با استفاده از این نرم افزار نقشه عملکردی روتور ۳۷ در دوره های کاری ۱۰۰ درصد، ۹۰ درصد و ۷۰ درصد تا نزدیک شدن به خط واماندگی و شروع ناپایداری ها استخراج و با نتایج تجربی مقایسه و نمودار نسبت فشار دبی جرمی جریان استخراج شد. نزدیک شدن به شرایط ناپایداری کمپرسور توسط روش عددی بسیار دشوار و نیازمند حل گذرا در کل دامنه کمپرسور است که این امر نیاز به صرف هزینه و زمان زیاد می باشد. همانطور که در این نمودارها نشان داده شد نزدیک شدن به خط واماندگی به وسیله روش مطرح شده در این تحقیق بسیار آسان تر از روش عددی بوده و حداقل انجام پنج حل عددی سنگین در نزدیکی ناپایداری کمپرسور دیگر نیاز نمی باشد. خطای موجود در این روش تفاوت چندانی با روش حل عددی گذرا در کل دامنه کمپرسور ندارد ولی این روش دارای هزینه و زمان کمتری می باشد. در زیر خطای نتایج بدست آمده نسبت به نتایج تجربی بار دیگر به اختصار یادآوری می شود:

- دور کاری ۱۰۰ درصد خطا در پیش بینی حداکثر فشار برابر ۰/۴۴۹۰ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۱/۸۹۹۳ درصد می باشد؛
 - در دور کاری ۹۰ درصد خطا در پیش بینی حد اکثر فشار برابر ۰/۶۶۸۵ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۴/۳۵۷۸ درصد می باشد؛
 - در دور کاری ۷۰ درصد خطا در پیش بینی حد اکثر فشار برابر ۰/۹۳۶۳ درصد و در مورد پیش بینی دبی جرمی در این نقطه برابر ۸/۹۳۵۳ درصد می باشد.
- مقادیر بدست آمده برای استقلال از شبکه که دو دور ۱۰۰ درصد انجام پذیرفت، به شرح زیر می باشد:
- مقدار e_{32} برای دبی جرمی جریان برابر ۰/۲۴ درصد، برای نسبت فشار برابر ۰/۱۶ درصد و برای راندمان کل برابر ۰/۱۰ درصد می باشد؛
 - شاخص همگرایی GCI fine 23 برای دبی جرمی جریان برابر ۰/۱۲ درصد، برای نسبت فشار روتور برابر ۰/۰۸ درصد و برای راندمان کل برابر ۰/۰۶ درصد می باشد.
- همان طور که مشاهده می شود با کاهش دور کاری خطا در پیش بینی

نقطه شروع ناپایداری ها افزایش یافته است. این امر از آنجایی که به نظر دارای الگویی مشخص می باشد امری مطلوب است چرا که ممکن است با بدست آوردن الگوی افزایش خطا بتوان با استفاده از ضرایب آن ها را مدل سازی و حذف نمود ولی از طرفی دیگر بدست آوردن الگوی خطا در هر دور کاری مستلزم تحقیق این روش پیش بینی بر روی چندین کمپرسور محوری دیگر می باشد که برای بدست آوردن این الگو نیاز است.

از دیگر اقداماتی که برای کاهش خطا می توان در نظر گرفت تغییر نسبت فشار در نقطه دبی برابر صفر است که در اینجا به طور فرضی برابر نسبت فشار در نقطه خفگی فرض شد. با کاهش یا افزایش این مقدار می توان خطاها را تا حدی بهبود داد اما این موضوع نیز نیازمند پیدا کردن الگویی برای تعیین کاهش یا افزایش و میزان تغییر این مقدار است که مستلزم بررسی بیشتر بر روی تعداد کمپرسور بیشتر می باشد.

به طور کلی در این روش پیش بینی نقطه واماندگی با دقتی مناسب انجام شد که اگر این کار به روش عددی انجام می شد، نیازمند ایجاد شبکه های سنگین، حل های گذرا در چندین نقطه کاری و از همه مهم تر صرف وقت زیاد می بود. حال با این روش، پیش بینی واماندگی بسیار ساده تر می نماید اما برای کاهش خطای موجود در روش نیاز به بررسی های بیشتر و استفاده از ضرایب و الگوهای در این روش می باشد تا این روش را به یک مدل تبدیل نماید.

۹- مراجع

- [1] Greitzer E. M., Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors, Part II: Experimental Results and Comparison with Theory, *Journal of Propulsion and Power*, pp. 199-21, 1976.
- [2] Greitzer E. M., Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors, Part I: Theoretical Compression System Model, *Journal of Propulsion and Power*, pp. 190-198, 1976.
- [3] Cumpsty N. A., *Compressor Aerodynamics*, Longman Group UK Limited, 1989.
- [4] Sisto F., Wu W., Thangam S. and Jonnavithula S., Computational Aerodynamics of Oscillating Cascade with Evolution of Rotating Stall, *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 4, , pp. 462 - 471, 1989.
- [5] Jonnavithula S., Thangam S. and Sisto F., Computational and Experimental Study of Stall Propagation in Axial Compressors, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 11, pp. 1945 - 1952, 1990.
- [6] Mikhailov A. E., Mikhailova A.B., Akhmetov Yu.M. and Akhmedzyanov D.A., Simulation of Gas Turbine Engines Considering the Rotating Stall in a Compressor, *Procedia Engineering*, Vol. 176, pp 207-217, 2017.
- [7] Jung Y. J., Jeon H., Jung Y., Lee K. J. and Choi M., Effects of Recessed Blade Tips on Stall Margin in a Transonic Axial Compressor, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 30, No. 3, PP 898-906, 2017.
- [8] Luo S., Wu S., Fatigue Failure Analysis of Rotor Compressor Blades Concerning the Effect of Rotating Stall and Surge, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 68, pp. 1-9, 2016.
- [9] Vahdati M., Simpson G. and Imregun M., Unsteady Flow and Aeroelasticity Behaviour of Aeroengine Core Compressors During Rotating Stall and Surge, *ASME J. Turbomach.* 130(3),p. 031017, 2008.
- [10] Choi M., Vahdati M. and Imregun M., Effects of Fan Speed on Rotating Stall Inception and Recovery, *ASME J. Turbomach.* 133(4),p. 041013, 2011.

- [11] Gourdain Burguburu, Leboeuf, and Michon, Simulation of Rotating Stall in a Whole Stage of an Axial Compressor, *Comput. Fluids*, 39(9), pp. 1644–1655, 2010.
- [12] Chen Hathaway and Herrick, Prestall Behaviour of a Transonic Axial Compressor Stage via Time-Accurate Numerical Simulation, *ASME J. Turbomach.*, 130(4), p. 041014, 2008.
- [13] MOORE, Design and Overall Performance of Four Highly Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced High-Pressure-Ratio Core Compressor, NASA, 1978.
- [14] AGARD, CFD validation for propulsion system components, AGARD-AR-355, 1998.
- [15] Lonnie Reid and Royce D. Moore., Design and Overall Performance of Four Highly Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced High-Pressure-Ratio Core Compressor. NASA, 1978.
- [16] J. Dunham., CFD validation for propulsion system components ,AR-355. *Canada Communication Group Inc .AGARD*, 1998.
- [17] Batchelor G. K., An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge Univ. Press. Cambridge, England, 1967.
- [18] Launder B. E. and Spalding D. B., *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, London, England, 1972.
- [19] Moore F.K and Greitzer E.M., A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems – Part I and II , *ASME J. Eng. Gas Turbines Power*. 1986, 108(2), pp. 231-239.
- [20] Johan Bergstrom, Oskar Leufven, Surge Modeling and Control of Automotive Turbochargers, *Dept. Of electrical engineering at Linkopings universitet*, June 14, 2007.
- [21] Ismail B. Celik, Urmila Ghia, Patrick J. Roache and Christopher J. Freitas., Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications, Journal of Fluids Engineering Editorial Policy Statement on the Control of Numerical Accuracy, 1993..