

بهینه‌سازی فرآیند اتوفرتاژ در استوانه‌های جدار ضخیم برای ماده

الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی

رحمت ... قاجار
دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
پیمان گروه
دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه
نصیرالدین طوسی

چکیده

در این مقاله، فرآیند اتوفرتاژ برای یک ماده الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی مورد تحلیل قرار گرفته است. این تحلیل بر مبنای معیارهای ترسکا و فون-میسز به گونه‌ای صورت گرفته که روابط برای هر یک از دو معیار مذکور در غالب یک معادله مشترک قابل بیان باشند. هدف اصلی این مقاله تعیین یک رابطه ساده و کاربردی برای تعیین شعاع و فشار اتوفرتاژ بهینه است که حداقل تنش ممکن را در نقطه بحرانی یک استوانه اتوفرتاژ شده نتیجه دهد. به علاوه، این رابطه دارای دو ویژگی می‌باشد: ۱- دقت بالاتری را از طریق در نظر گرفتن سخت شوندگی خطی ارائه می‌دهد، ۲- برای هر یک از دو معیار ترسکا و فون-میسز معتبر و قابل استفاده باشد. بنابراین، روابطی برای شعاع، میزان و فشار اتوفرتاژ بهینه ارائه می‌شود بطوری‌که با به کار بردن یک ضریب، برای هر دو معیار ترسکا و فون-میسز به صورت همزمان قابل استفاده می‌باشند. همچنین، با تعریف یک پارامتر جدید، که معیاری از سخت شوندگی نسبی است و مقداری بین ۱ (برای ماده الاستیک-پلاستیک کامل) و کوچکتر از ۲ (برای ماده الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی) دارد، اثر سخت شوندگی نیز در آنها لحاظ می‌شود. با مقایسه نتایج این پژوهش با نتایج تحقیقات پیشین صحت آنها مورد تایید قرار گرفت.

کلمات کلیدی: الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی، اتوفرتاژ، بهینه سازی، تاثیر سخت شوندگی.

Optimization of Autofrettage Process in Thick-walled Cylinder for Elastic-Plastic linear Strain Hardening Material

R. Ghajar Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology

P. Gervehli M.Sc., Department of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology

Abstract

In this paper, autofrettaged process is investigated using elastic-linear strain hardening plastic material model. This analysis is based on Tresca and Von-mises criteria so that formulation can be expressed as a equation for both of criteria. The aim of this paper is determination of an applied and simple formulation to specify optimum autofrettage radius and optimum autofrettage pressure. In addition, the equation has two properties: 1- because of using elastic-linear strain hardening plastic material model, has high accuracy. 2- It can be expressed for both of Trecca and Von-mises criterion. Therefore, formulations is provided for optimum autofrettage radius and optimum autofrettage pressure so that using a factor can be applied for both of Trecca and von-mises criterion. Also, using defention of a new parameter, that is criterion of relatively hardening which is between 1 (for elastic-perfect plastic) and smaller than 2 (for elastic-linear strain hardening plastic), the effects of hardening is prescribed. Verification of results is evaluated in by comparison with the results of previous researches.

Keywords Elastic-Linear Strain Hardening Plastic, Autofrettage, Optimization, Effect of Hardening.

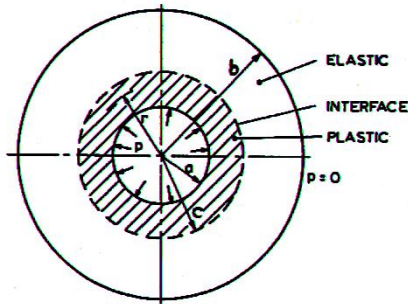
۱- مقدمه

یکی از روش‌هایی که به منظور بالا بردن مقاومت و کاهش وزن در مخازن جدار ضخیم تحت فشار مورد استفاده قرار می‌گیرد اتوفرتاژ نام دارد که مبنای آن ایجاد تنش‌های پسماند در جداره مخزن - به گونه‌ای که توزیع تنش نهایی را تعدیل و بهبود بخشد - می‌باشد [۱]. میدان تنش در یک مخزن استوانه‌ای الاستو-پلاستیک، توسط Alexander و Gunasekera [۲] برای ماده کاملاً پلاستیک توسط Bayoumi و Ragab [۳] برای ماده سخت شونده خطی بر اساس فرض کرنش صفحه-ای ارائه گردیده‌اند. جهت ایجاد کاراترین میدان تنش پسماند تعیین شعاع و یا فشار بهبود اتوفرتاژ ضروری است. در این زمینه برخی روش‌های طولانی تکراری [۴] و یا ترسیمی [۵] ارائه شده است. در همین راستا Yang و Zhu [۶] جهت به دست آوردن نتیجه‌ای واضح‌تر، در یک تحلیل روابطی صریح برای شعاع و فشار اتوفرتاژ بهبود ارائه نمودند. این روابط با صرف‌نظر از کرنش سختی و برای حالت اتوفرتاژ ایده‌آل (ماده الاستیک-پلاستیک کامل) که معمولاً به عنوان یک تحلیل پایه برای این فرآیند مطرح می‌باشد [۷] ارائه شده‌اند. مجذوبی و همکارانش [۸] فرآیند اتوفرتاژ را برای استوانه الاستو-پلاستیک سخت‌شونده به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. بر این اساس ایشان به تعیین محدوده مناسب برای فشار اتوفرتاژ جهت موثر بودن آن پرداختند. جاهد و همکارانش [۹] با استفاده از روش‌های عددی، بهبودسازی فرآیند اتوفرتاژ در استوانه‌های سه‌لایه‌ای را مطالعه نمودند. داریجانی و همکارانش [۱۰] از معیار ترسکا و با در نظر گرفتن سخت‌شوندگی خطی و اثر باشینگر استوانه‌های جدار ضخیم و فرآیند اتوفرتاژ را مورد مطالعه و تحلیل قرار دادند. همچنین حق‌پناه جهرمی و همکارانش [۱۱] با گسترش روش خواص مکانیکی متغیر^۱ به بررسی پارامتری و بهبودسازی استوانه‌های اتوفرتاژ شده از جنس مواد مرکب لایه‌ای پرداختند. در این مقاله تحلیل و بهبودسازی فرآیند اتوفرتاژ در استوانه‌های جدار ضخیم، با فرض ماده الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی انجام گرفته است. علاوه بر این که روابط به دست آمده برای میزان اتوفرتاژ بهبود به صورت صریح ارائه شده‌اند، اثر سخت‌شوندگی نیز در آنها لحاظ گردیده است تا نتایج دقیق‌تری نسبت به حالت الاستیک-پلاستیک کامل بدست دهند. تحلیل به گونه‌ای صورت گرفته است که روابط بدست آمده برای هر یک از دو معیار ترسکا و فون-میسز معتبر و قابل استفاده باشند.

۲- تحلیل تنش مخازن اتوفرتاژ شده تحت فشار برای ماده

الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی

چنانچه برای مقاوم‌تر کردن مخازن استوانه‌ای جدار ضخیم فشار داخلی به گونه‌ای کنترل شود که مخزن تا شعاع معینی پلاستیک گردد. پس از باربرداری، حاصل یک سیلندر اتوفرتاژ شده مطابق شکل (۱) خواهد بود. در شکل (۱) استوانه‌ای به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر گرفته می‌شود. C شعاع مرز نواحی الاستیک و پلاستیک می‌باشد.



شکل ۱- هندسه و نواحی الاستیک و پلاستیک در استوانه.

۲-۱- تنش‌های ناشی از بارگذاری با فشار اتوفرتاژ

در صورتی که یک استوانه جدار ضخیم با تسلیم جزئی که تحت فشارهای بالاتر از p_y (فشار تسلیم در شعاع داخلی استوانه) قرار گرفته برای ماده‌ای که رفتار الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی دارد انجام گیرد، تنش‌های شعاعی σ_r و محیطی σ_θ در ناحیه پلاستیک آن ($a \leq r \leq c$) با استفاده از معیار ترسکا عبارت است از [۳]:

$$\sigma_r^p = \frac{Y}{2} \frac{\left[\left(\frac{c^2}{b^2} - 1 \right) + 2 \ln \frac{r}{c} + (1 - \nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{c^2}{r^2} \right) \right]}{\left[1 + (1 - \nu^2) \frac{E^p}{E} \right]} \quad (1)$$

$$\sigma_\theta^p = \frac{Y}{2} \frac{\left[\left(\frac{c^2}{b^2} + 1 \right) + 2 \ln \frac{r}{c} + (1 - \nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} + \frac{c^2}{r^2} \right) \right]}{\left[1 + (1 - \nu^2) \frac{E^p}{E} \right]} \quad (2)$$

که در آن بالانویس p معرف منطقه‌ی پلاستیک است. تنش‌ها در ناحیه پلاستیک را می‌توان با استفاده از معیار فون-میسز به صورت مشابه به دست آورد. میدان تنش‌های شعاعی و محیطی منطقه‌ی پلاستیک توسط دو معیار ترسکا و فون-میسز را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

¹ Variable Material Property Method

۲-۲- تنش‌های ناشی از باربرداری فشار اتوفرتاژ

هنگامی که یک مخزن تحت بارگذاری اتوفرتاژ قرار می‌گیرد، فشار داخلی به اندازه p_p به آن اعمال می‌گردد. فشار لازم برای رسیدن به وضعیت تسلیم تا شعاع $r=c$ برای ماده سخت شونده خطی، با جایگذاری $\sigma_r = -p$ و $r=a$ در معادله (۳) به دست می‌آید:

$$p_p = \frac{Y}{\mu \zeta} \left[1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right] \quad (11)$$

در طی فرآیند باربرداری این فشار p_p حذف شده و به صفر می‌رسد. باربرداری از فشار اتوفرتاژ مشابه با بارگذاری ارتجاعی داخلی با فشار $-p_p$ می‌باشد. تنش‌های ناشی از باربرداری از جایگذاری $-p_p$ از معادله (۱۱) در معادلات (۷) و (۸) به دست می‌آیند:

$$(\sigma_r)_2 = -\frac{Y}{\mu \zeta} \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right] \left[1 - \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (12)$$

$$(\sigma_\theta)_2 = -\frac{Y}{\mu \zeta} \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right] \left[1 + \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (13)$$

۲-۳- میدان تنش پسماند ناشی از فرآیند اتوفرتاژ

تنش‌های پسماند، برآیند تنش‌های ناشی از بارگذاری با فشار اتوفرتاژ و تنش‌های باربرداری می‌باشند، بنابراین با جمع کردن روابط (۳) و (۴) با رابطه (۱۲) و روابط (۹) و (۱۰) با رابطه (۱۳) تنش‌های پسماند در یک استوانه اتوفرتاژ شده برای ماده سخت شونده خطی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \sigma_r^p &= (\sigma_r)_1 + (\sigma_r)_2 = \\ &= \frac{Y}{\mu \zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} - 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{c^2}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

$$(\sigma_r^p)_1 = \frac{Y}{\mu \zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} - 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{c^2}{r^2} \right) \right] \quad (3)$$

$$(\sigma_\theta^p)_1 = \frac{Y}{\mu \zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} + 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} + \frac{c^2}{r^2} \right) \right] \quad (4)$$

در این روابط، k مقداری بزرگ‌تر از ۱ (برای حالت الاستیک-پلاستیک کامل) و کوچک‌تر از ۲ (برای ماده الاستیک-پلاستیک سخت شونده خطی) دارد و از معادله زیر بدست می‌آید:

$$\zeta = 1 + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \quad (5)$$

μ ضریب شاخص معیار تسلیم و برابر است با:

$$\mu = \begin{cases} 2 & \text{معیار ترسکا} \\ \sqrt{3} & \text{معیار فون-میسز} \end{cases} \quad (6)$$

برای مخزن استوانه‌ای الاستیک تحت فشار داخلی دلخواه p_1 (به‌گونه‌ای که جداره استوانه فقط تحت تنش الاستیک باشد)، تنش‌ها از معادلات لانه به دست می‌آیند:

$$\sigma_r = \frac{p_1}{k^2 - 1} - \frac{p_1 k^2}{k^2 - 1} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_1}{k^2 - 1} + \frac{p_1 k^2}{k^2 - 1} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (8)$$

که در آن $k = \frac{b}{a}$ است.

تنش‌ها در منطقه الاستیک یک استوانه با تسلیم جزئی نیز از معادلات (۷) و (۸) و با جایگزین کردن c برای a ، $\frac{b}{c}$ برای k و

فشار تسلیم اولیه برابر با $\left(\frac{Y}{\mu} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right)$ برای p_1 بدست

خواهد آمد:

$$(\sigma_r^e)_1 = \frac{Y}{\mu \zeta} \frac{c^2}{b^2} \left[\left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right] \quad (9)$$

$$(\sigma_\theta^e)_1 = \frac{Y}{\mu \zeta} \frac{c^2}{b^2} \left[\left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right] \quad (10)$$

که در آن Y معرف تنش تسلیم ماده است.

$$\begin{aligned} \sigma_r^p &= (\sigma_r^p)_1 + (\sigma_r)_2 + (\sigma_r)_3 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} - 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{c^2}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + p \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^p &= (\sigma_\theta^p)_1 + (\sigma_\theta)_2 + (\sigma_\theta)_3 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} + 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} + \frac{c^2}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + p \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{te} &= (\sigma_r^e)_1 + (\sigma_r)_2 + (\sigma_r)_3 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\left(\frac{c^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + p \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^{te} &= (\sigma_\theta^e)_1 + (\sigma_\theta)_2 + (\sigma_\theta)_3 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\left(\frac{c^2}{b^2} \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + p \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

۳- تعیین مقدار اتوفرتاژ بهینه

۳-۱- محاسبه تنش‌های معادل

نتایج تجربی نشان می‌دهند که در هنگام تسلیم استوانه جدار ضخیم، صفحات همچنان صفحه باقی می‌مانند و در حین تغییر شکل پلاستیک تغییر طول استوانه بسیار کوچک و ناچیز است [۳]. بنابراین می‌توان وضعیت را به صورت کرنش صفحه‌ای در نظر گرفت [۶]. لذا از معادله لوی-میسز برای کرنش طولی می‌توان نتیجه گرفت:

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^{rp} &= (\sigma_\theta^p)_1 + (\sigma_\theta)_2 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\frac{c^2}{b^2} + 1 + 2Ln \frac{r}{c} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{b^2} + \frac{c^2}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{re} &= (\sigma_r^e)_1 + (\sigma_r)_2 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\left(\frac{c^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^{re} &= (\sigma_\theta^e)_1 + (\sigma_\theta)_2 = \\ &= \frac{Y}{\mu\zeta} \left[\left(\frac{c^2}{b^2} \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) (\zeta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

۲-۴- تنش در طی بارگذاری با فشار کاری

در یک استوانه اتوفرتاژ نشده، ماکزیمم فشار داخلی در محدوده الاستیک، فشار تسلیم اولیه p_y می‌باشد. در حالی که برای یک استوانه اتوفرتاژ شده، فشار داخلی می‌تواند بدون ایجاد تغییر شکل پلاستیک تا مقدار $p_p > p_y$ افزایش یابد. فشار کاری (p) که به یک استوانه اتوفرتاژ شده اعمال می‌گردد باید کوچکتر از فشار اتوفرتاژ (p_p) باشد تا در محدوده‌ای قرار گیرد که تنش‌های پسماند ناشی از اتوفرتاژ مفید واقع گردند، بنابراین تنش‌های حاصل از فشار کاری در محدوده الاستیک قرار گرفته و به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$(\sigma_r)_3 = p \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 - \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (18)$$

$$(\sigma_\theta)_3 = p \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 + \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (19)$$

۲-۵- تنش‌های برآیند نهایی در یک استوانه اتوفرتاژ شده

تحت فشار داخلی کاری

تنش‌های برآیند نهایی از جمع تنش‌های پسماند ناشی از اتوفرتاژ یعنی روابط (۱۴) تا (۱۷) و تنش‌های کاری یعنی روابط (۱۸) و (۱۹) بدست می‌آیند:

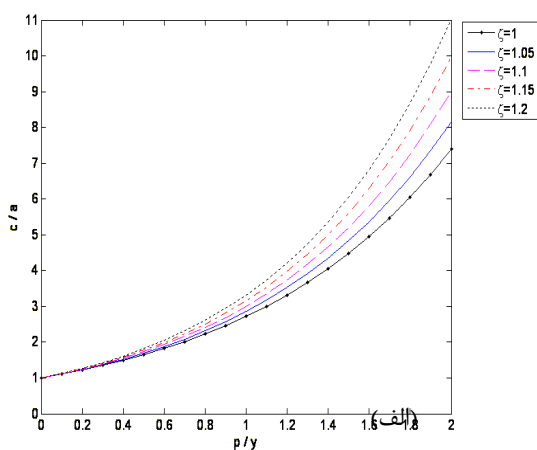
نزولی می‌باشد. بنابراین برآیند این تنش‌ها در نقطه‌ای مینیمم خواهد شد. مقدار C که به ازای آن معادله (۲۸) مینیمم می‌گردد

$$\text{با استفاده از } \frac{d\bar{\sigma}}{dc} \Big|_{r=c} = 0 \text{ به دست می‌آید:}$$

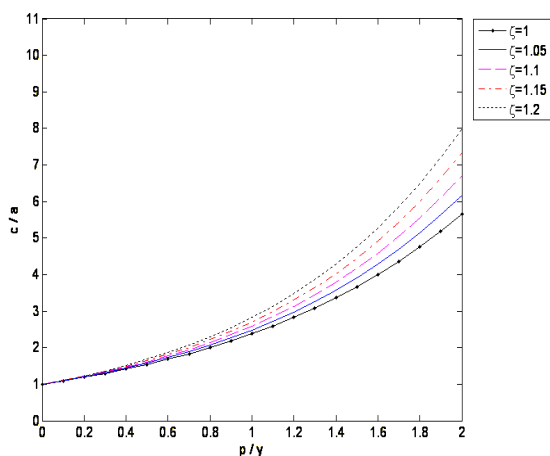
$$c_{opt} = a e^{\frac{\mu}{2} \frac{p}{y} \cdot \zeta} \quad (29)$$

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}}{dc^2} \Big|_{r=c} > 0, c = c_{opt} \text{ در انتظار می‌رود،}$$

می‌باشد که تایید کننده مینیمم بودن تنش در آن می‌باشد. تاثیر سخت شوندگی بر شعاع بهینه اتوفرتاژ و مقایسه با حالت پلاستیک کامل در شکل (۲) نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۲- شعاع بهینه اتوفرتاژ برای ماده سخت شونده خطی (الف) معیار ترسکا (ب) معیار فون-میسز

با استفاده از رابطه (۲۴)، تنش‌های معادل ترسکا و فون-میسز را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\bar{\sigma} = \frac{\mu}{2} [\sigma_{\theta} - \sigma_r] \quad (25)$$

با توجه به رابطه (۲۵)، تنش معادل در مناطق پلاستیک و الاستیک طبق روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^p &= \frac{Y}{\zeta} \left[1 + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(\frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + \mu p \left[\left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(\frac{b^2}{r^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^e &= \frac{Y}{\zeta} \left[\left(\frac{c^2}{r^2} \right) (\zeta) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(\frac{b^2}{r^2} \right) \right] \\ &\quad + \mu p \left[\left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(\frac{b^2}{r^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

۳-۲- بهینه سازی تنش در فرآیند اتوفرتاژ

نقطه‌ای که دارای بیشترین مقدار تنش محیطی کششی (مثبت) می‌باشد، مرز ناحیه پلاستیک و الاستیک ($r=C$) است، بنابراین نقطه بحرانی تنش در یک استوانه اتوفرتاژ شده در نقطه $r=C$ قرار دارد. تنش معادل در $r=C$ با استفاده از روابط (۲۶) و یا (۲۷)، یکسان و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} \Big|_{r=c} &= \frac{Y}{\zeta} \left[\zeta \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right] \\ &\quad + \mu p \left[\left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

با توجه به معادله (۲۸) مشاهده می‌شود که تنش معادل در $r=C$ از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول ناشی از تنش‌های پسماند یعنی

$$\frac{Y}{\zeta} \left[\zeta - \left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(1 - \frac{c^2}{b^2} + 2Ln \frac{c}{a} + (1-\nu^2) \frac{E^p}{E} \left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{b^2} \right) \right) \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right]$$

می‌باشد که مقدار آن نسبت به C صعودی بوده و با افزایش C ، افزایش می‌یابد. قسمت دوم ناشی از تنش‌های فشار کاری یعنی

$$\mu p \left[\left(\frac{a^2}{b^2-a^2} \right) \left(\frac{b^2}{c^2} \right) \right]$$

می‌باشد که مقدار آن نسبت به C ،

بنابراین میزان اتوفرتاژ^۱ بهینه برابر است با:

$$\Phi = \frac{c-a}{b-a} = \frac{e^{\frac{\mu}{2} \cdot \frac{p}{y} \cdot \zeta} - 1}{b/a - 1} \quad (30)$$

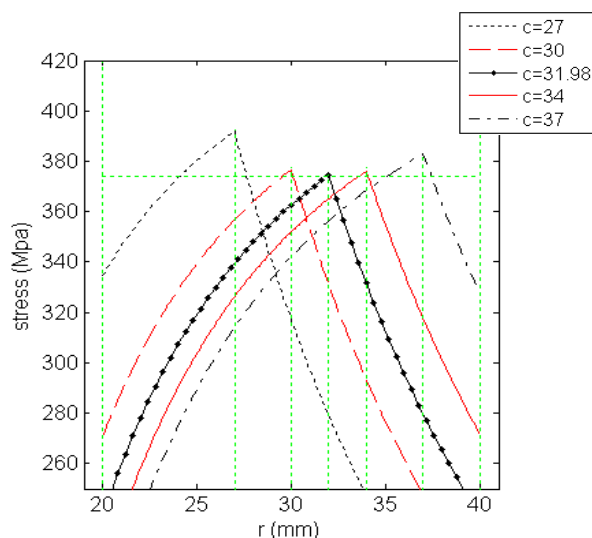
جهت دستیابی به شعاع اتوفرتاژ بهینه باید از فشار مناسب برای اتوفرتاژ استفاده گردد، با به دست آمدن شعاع بهینه اتوفرتاژ (C_{opt}) می‌توان فشار لازم برای اتوفرتاژ بهینه را از رابطه (۱۱) بدست آورد:

$$p_{p\ opt} = \frac{y}{\zeta \mu} \left[1 - \frac{a^2}{b^2} e^{\zeta \mu \frac{p}{y}} + (\zeta - 1) \left(e^{\zeta \mu \frac{p}{y}} - \frac{a^2}{b^2} e^{\zeta \mu \frac{p}{y}} \right) \right] + p \quad (31)$$

۴- بحث و بررسی نتایج

۱-۴- تحلیل روابط با استفاده از نمودار

برای بررسی صحت نتایج بدست آمده، تغییرات تنش معادل نهایی را برای مقادیر مختلفی از شعاع مرزی نواحی پلاستیک و الاستیک مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. شکل (۳) این تغییرات را به ازای تغییرات c و برای مقادیر $E^P/E = 0.1$, $a = 20\text{ mm}$, $\nu = 0.33$, $Y = 500\text{ MPa}$, $p = 250\text{ MPa}$, $b = 40\text{ mm}$ و معیار فون-میسز نشان می‌دهد.



شکل ۳- تغییرات تنش معادل نهایی بر حسب r به ازای مقادیر مختلف $c(\text{mm})$

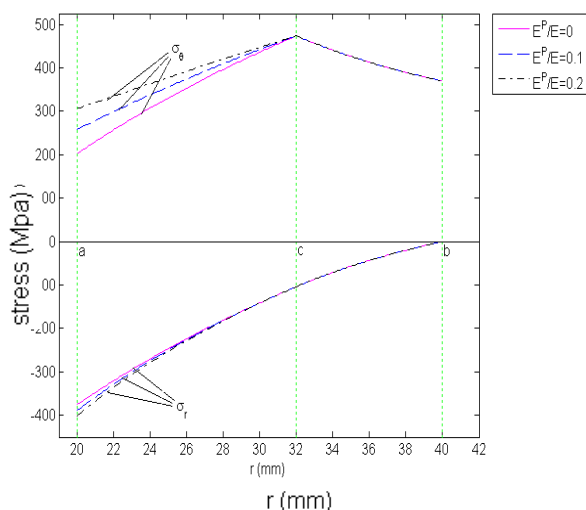
همانطور که مشاهده می‌شود در هر یک از این موارد نقطه تنش معادل ماکزیمم، در $r=C$ (نقطه شکست منحنی‌ها) قرار دارد که مقدار تنش معادل در $r=C$ ، به ازای $c = c_{opt} = a e^{\frac{\mu}{2} \cdot \frac{p}{y} \cdot \zeta} = 31.98\text{ mm}$ کمترین مقدار خود را اختیار می‌کند. ($\bar{\sigma} = 374.5\text{ MPa}$)

در شکل (۳) مواردی شامل، نمای کلی تنش معادل، ماکزیمم بودن این مقدار در $r=C$ ، تغییرات تنش معادل به ازای تغییر C و بهینه شدن آنرا به ازای C_{opt} قابل مشاهده می‌باشد.

۴-۲- تاثیر سخت شوندگی بر تنش‌ها در یک استوانه

بدون اتوفرتاژ با تسلیم جزئی

برای بررسی اثر افزایش سخت شوندگی، از روابط (۳)، (۴)، (۹) و (۱۰) که توزیع تنش را در یک استوانه با تسلیم جزئی برای ماده سخت شونده خطی به دست می‌دهند، استفاده می‌گردد. نمودار این روابط در شکل (۴) و به ازای مقادیر $a = 20\text{ mm}$, $b = 40\text{ mm}$, $c = 32\text{ mm}$, $Y = 500\text{ MPa}$, $\nu = 0.33$ (به عنوان نمونه) و معیار فون-میسز رسم شده‌اند.



شکل ۴- تاثیر سخت شوندگی بر تنش‌های نواحی پلاستیک و الاستیک برای $b/a=2$ و $c/a=1.6$

همانطور که از این نمودار مشخص است، افزایش سخت شوندگی باعث افزایش مقادیر مطلق تنش‌های σ_r و σ_θ در ناحیه پلاستیک شده است، به گونه‌ای که تفاضل این دو تنش افزایش پیدا کرده است، زیرا شعاع‌های داخلی‌تر مخازن استوانه‌ای درصد بیشتری از بار را تحمل می‌کنند و در نتیجه کرنش‌های بزرگ‌تری در آنها ایجاد می‌گردد. در ماده سخت شونده افزایش کرنش در محدوده پلاستیک باعث ازدیاد تنش می‌گردد و بنابراین افزایش سخت شوندگی، درصد بار متحمل شده در شعاع‌های داخلی نسبت به شعاع‌های خارجی را افزایش می‌دهد. افزایش مقدار

¹ Level of Autofrettage

پلاستیک می‌گردد. از آنجا که در بارگذاری کاری، تنش‌های ایجاد شده در محدوده الاستیک قرار می‌گیرند، سخت شوندگی در تنش‌های ناشی از فشار کاری تأثیری ندارد. بنابراین سخت شوندگی و یا افزایش آن، تنش‌های پسماند مفید را در شعاع $r=a$ کاهش می‌دهد و باعث افزایش مقادیر مطلق تنش‌های برآیند نهایی در $r=a$ می‌گردند. یکی از مزایای اتوفرتاژ ایجاد تنش‌های پسماند فشاری و کاهش تنش معادل در $r=a$ می‌باشد که باعث بسته شدن ترک‌های ناشی از خستگی در سطوح مرزی قطعه می‌گردد. بنابراین بر طبق نتایج ارائه شده در شکل (۶)، افزایش سخت شوندگی باعث کاهش این مزیت می‌گردد. سخت شوندگی تنها باعث کاهش تنش‌های پسماند در $r=a$ نمی‌شود بلکه مقادیر مطلق تنش‌های پسماند در کل ضخامت را نیز کاهش می‌دهد. از طرفی همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است، تنش پسماند معادل در $r=c$ کششی (مثبت) می‌باشد و این مکان، نقطه بحرانی یک استوانه اتوفرتاژ شده محسوب می‌گردد [۱۲ و ۱۶]. افزایش سخت شوندگی باعث کاهش تنش‌های پسماند محیطی کششی در $r=c$ می‌گردد. از آنجا که سخت شوندگی در تنش‌های ناشی از فشار کاری تأثیری ندارد و تنش کاری معادل نیز به صورت کششی می‌باشد، لذا سخت شوندگی و افزایش آن باعث کاهش مقدار مطلق تنش برآیند نهایی معادل در $r=c$ و یا به عبارت دیگر، بهبود وضعیت تنش در نقطه بحرانی تنش یک استوانه اتوفرتاژ خواهد شد.

۴-۴- مقایسه با نتایج تحقیقات پیشین

برای ارزیابی نتایج بدست آمده، روابط بدست آمده برای شعاع و فشار اتوفرتاژ بهینه که توسط روابط (۲۹) و (۳۱) ارائه شدند، با نتایج بدست آمده توسط Yang و Zhu [۶] مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

شعاع اتوفرتاژ بهینه

در مرجع [۶] شعاع اتوفرتاژ بهینه برای ماده الاستیک-پلاستیک کامل مطابق روابط زیر بیان شده است:

$$r_{jopt} = r_i \exp\left(\frac{p}{\sigma_y}\right) \quad \text{معیار ترسکا} \quad (32)$$

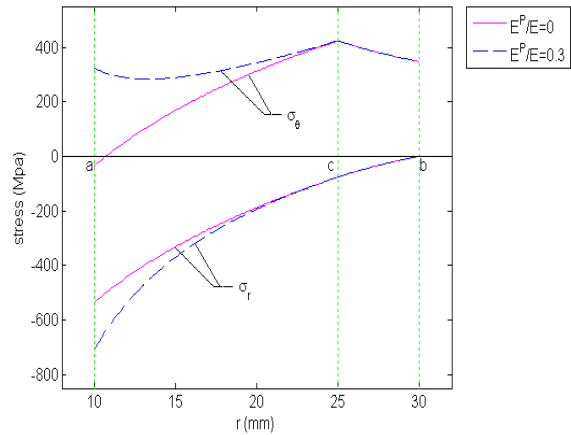
$$r_{jopt} = r_i \exp\left(\frac{\sqrt{3} p}{2\sigma_y}\right) \quad \text{معیار فون-میسز} \quad (33)$$

که در آن r_{jopt} شعاع اتوفرتاژ بهینه، r_i شعاع داخلی، p فشار کاری و σ_y تنش تسلیم ماده می‌باشد.

سخت شوندگی (E^p/E) برای مقادیر بزرگ b/a و c/a ، باعث ایجاد یک صعود مجدد تنش محیطی در نزدیکی جدار داخلی می‌شود. نمودار شکل (۵) که به ازای مقادیر که به ازای مقادیر

$$\nu=0.33, Y=500MPa, c=25mm, b=30mm, a=10mm$$

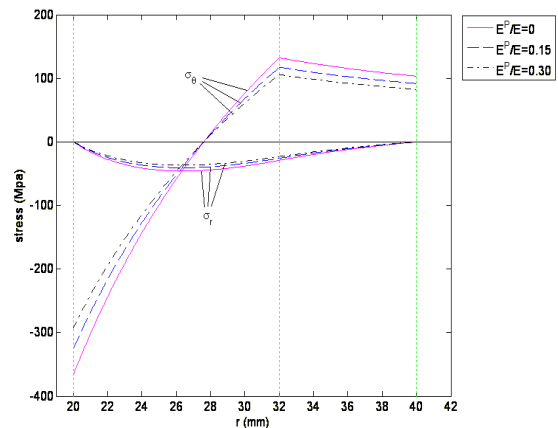
و معیار فون-میسز رسم شده‌اند، این افزایش را نشان می‌دهد.



شکل ۵- اثر سخت شوندگی بر تغییرات تنش محیطی و شعاعی استوانه تحت فشار داخلی برای $b/a=3$ و $c/a=2.5$

۳-۴- تأثیر سخت شوندگی بر روی تنش‌های پسماند در یک استوانه اتوفرتاژ شده

برای بررسی تأثیر میزان سخت شوندگی بر روی تنش‌های پسماند ناشی از پدیده اتوفرتاژ، نمودار روابط (۱۴) تا (۱۷) در شکل (۶) و به ازای مقادیر (به عنوان نمونه) $Y = 500 MPa, c = 32 mm, b = 40 mm, a = 20 mm, \nu = 0.33$ و معیار ترسکا رسم شده‌اند.



شکل ۶- تأثیر سخت شوندگی بر تنش‌های پسماند در فرآیند اتوفرتاژ

مطابق شکل (۶)، افزایش سخت شوندگی باعث کاهش مقادیر مطلق تنش‌های پسماند σ_r و σ_θ در کل نواحی الاستیک و

$$p_{p\ opt} = \frac{y}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{a^2}{b^2} e^{\frac{\sqrt{3}p}{y}} \right] + p = \frac{y}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{1}{k^2} e^{\frac{\sqrt{3}p}{y}} \right] + p \quad (41)$$

معیار فون-میسز

با جایگذاری k در روابط (۴۰) و (۴۱) می‌توان مشاهده کرد که رابطه (۳۱)، مطابق مرجع [۶] می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پارامترهایی شامل، میدان تنش در طول بارگذاری با فشار اولیه اتوفرتاژ، تنش‌های پسماند، میدان تنش برآیند نهایی، میدان تنش معادل و تنش معادل در نقطه بحرانی برای یک استوانه اتوفرتاژ استخراج گردید. فرض سخت شونده خطی برای مواد در نظر گرفته شد. نتایج بر اساس هر یک از معیارهای ترسکا و فون-میسز تعیین گردیدند. بر اساس رفتار سخت شونده خطی برای اتوفرتاژ و بهینه‌سازی، روابطی صریح و ساده برای تعیین شعاع، میزان و فشار اتوفرتاژ بهینه در استوانه جدار ضخیم تحت فشار داخلی ارائه گردید. این روابط به طور همزمان برای معیارهای ترسکا و فون-میسز قابل استفاده می‌باشند. با بکارگیری این روابط، کمترین مقدار تنش ماکزیمم قطعه حاصل خواهد گشت. به علت آنکه فشار کاری در میدان تنش برآیند نهایی تاثیرگذار است، میزان اتوفرتاژ به فشار کاری وابسته است.

نتایج نشان داد که افزایش سخت شوندگی باعث افزایش مقادیر مطلق تنش‌های σ_θ و σ_r در ناحیه پلاستیک ($a \leq r \leq c$) و در عین حال کاهش تنش‌های پسماند σ_r و σ_θ در کل نواحی الاستیک و پلاستیک ($a \leq r \leq b$) می‌گردد. لذا افزایش سخت شوندگی ماده هم یک نتیجه مفید و هم یک نتیجه نامطلوب ایجاد می‌کند. نتیجه مفید شامل بهبود وضعیت تنش در نقطه بحرانی تنش یک استوانه اتوفرتاژ شده ($r=c$) می‌باشد. نتیجه نامطلوب عبارت از آن است که افزایش سخت شوندگی، تنش‌های پسماند مفید در شعاع داخلی ($r=a$) که از اهداف اصلی فرایند اتوفرتاژ است را کاهش می‌دهد.

نمادها

a	شعاع داخلی استوانه.
b	شعاع خارجی استوانه.
c	شعاع مرز نواحی الاستیک و پلاستیک.
k	نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی.
E^P, E	مدول الاستیسیته، مدول پلاستیسیته.
p	فشار کاری.
p_p	فشار اتوفرتاژ.

با بازنویسی رابطه (۲۹) برای ماده الاستیک-پلاستیک کامل (که در آن $E^P = 0$ و $\zeta = 1 + (1 - \nu^2) \cdot 0 = 1$) و بر حسب معیارهای ترسکا ($\mu = 2$) و فون-میسز ($\mu = \sqrt{3}$) داریم:

$$c_{opt} = a e^{\frac{p}{y}} \quad \text{معیار ترسکا} \quad (34)$$

$$c_{opt} = a e^{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{p}{y}} \quad \text{معیار فون-میسز} \quad (35)$$

که مطابق با روابط استخراجی در مرجع [۶] می‌باشد.

- فشار اتوفرتاژ بهینه

در مرجع [۶] فشار اتوفرتاژ بهینه مطابق روابط زیر بیان شده است:

$$p_{aopt}^{III} = \frac{\sigma_y}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{2p}{\sigma_y} \right) \exp\left(\frac{2p}{\sigma_y}\right) \right] + p \quad \text{معیار ترسکا} \quad (36)$$

$$p_{aopt}^{IV} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \left[1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}p}{\sigma_y} \right) \exp\left(\frac{\sqrt{3}p}{\sigma_y}\right) \right] + p \quad \text{معیار فون-میسز} \quad (37)$$

که در آن p فشار کاری، p_{aopt}^{III} فشار اتوفرتاژ بهینه بر اساس معیار ترسکا و p_{aopt}^{IV} فشار اتوفرتاژ بهینه بر اساس معیار فون-میسز می‌باشد.

به نظر می‌رسد که شکل صحیح روابط (۳۶) و (۳۷) به صورت روابط (۳۸) و (۳۹) باشد:

$$p_{aopt}^{III} = \frac{\sigma_y}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{2p_y}{\sigma_y} \right) \exp\left(\frac{2p}{\sigma_y}\right) \right] + p \quad \text{معیار ترسکا} \quad (38)$$

$$p_{aopt}^{IV} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \left[1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}p_y}{\sigma_y} \right) \exp\left(\frac{\sqrt{3}p}{\sigma_y}\right) \right] + p \quad \text{معیار فون-میسز} \quad (39)$$

با بازنویسی رابطه (۳۱) برای ماده الاستیک-پلاستیک کامل و بر حسب معیارهای ترسکا ($\mu = 2$) و فون-میسز ($\mu = \sqrt{3}$) روابط (۴۰) و (۴۱) حاصل می‌گردد:

$$p_{p\ opt} = \frac{y}{2} \left[1 - \frac{a^2}{b^2} e^{\frac{2p}{y}} \right] + p = \frac{y}{2} \left[1 - \frac{1}{k^2} e^{\frac{2p}{y}} \right] + p \quad \text{معیار ترسکا} \quad (40)$$

[6] Zhu, R., and Yang J., "Autofrettage of Thick Cylinders", Int. J. of Pressure Vessels and Piping, Vol. 75, No. 4, pp. 443-446, 1998.

[7] Tan, C.L., Parker, A.P., and Cassell, C.W.V., "Stress Intensity Factors for a Curved-Front Internal Crack in an Autofrettaged Tube With Bauschinger Effect," J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 126, pp. 229-233, 2004.

[8] Majzoobi, G.H., Farrahi, G.H., and Mahmoudi, A.H., "A Finite Element Simulation and an Experimental Study of Autofrettage for Strain Hardened Thick-Walled Cylinders", Materials Science and Engineering A, Vol. 359, pp. 326-331, 2003.

[9] Jahed, H., Farshi, B., "Optimum Autofrettage and Shrink-Fit Combination in Multi-Layer Cylinders", Int. J. of Pressure Vessels and Piping, Vol. 128, pp. 196-200, 2006.

[10] Darijani, H., Kargarnovin, M.H., and Naghdabadi, R., "Design of Thick-Walled Cylindrical Vessels Under Internal Pressure Based on Elasto-Plastic Approach", Materials and Design, Vol. 30, pp. 3537-3544, 2009.

[11] Haghpanah Jahromi, B., Ajdari, A., Nayeb-Hashemi, H., and Vaziri, A., "Autofrettage of Layered and Functionally Graded Metal-Ceramic Composite Vessels" Composite Structures, Vol. 92, pp. 1813-1822, 2010.

[12] Gao, X.L., "Elasto-Plastic Analysis of an Internally Pressurized Thick-Walled Cylinder Using a Strain Gradient Plasticity Theory", Int. J. of Solids and Structures, Vol. 40, pp. 6445-6455, 2003.

p_y فشار تسلیم اولیه.

p_1 فشار داخلی دلخواه که جداره استوانه فقط تحت تنش الاستیک باشد.

σ_y, Y تنش تسلیم.

σ_r تنش شعاعی.

σ_θ تنش محیطی.

ν ضریب پواسون.

ζ متغیری وابسته به خواص الاستیک و پلاستیک ماده.

μ ضریب شاخص معیار تسلیم.

Φ درصد ضخامت ناحیه پلاستیک به کل ضخامت (میزان اتوفرتاژ).

اندیس‌های پایین

r راستای شعاعی.

θ راستای محیطی.

$3, 2, 1$ مراحل اول، دوم و سوم بارگذاری فرآیند اتوفرتاژ.

opt مقدار بهینه.

اندیس‌های بالا

e ناحیه الاستیک.

p ناحیه پلاستیک.

r تنش پسماند.

t تنش برآیند نهایی.

مراجع

[1] Hameed, A., Brown, R.D., and Hetherington, J.G., "Numerical Analysis of the Effect of Machining on the Depth of Yield, Maximum Firing Pressure and Residual Stress Profile in an Autofrettaged Gun Tube", J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 125, pp. 342-346, 2003.

[2] Alexander, J., and Gunasekera, J.S., "Strength of Materials", Vol. 2, Ellis Horwood Limited, London, 1991.

[3] Ragab, A.R., and Bayoumi, S.E., "Engineering Solid Mechanics", CRC, United State of America, 1999.

[4] Yu, G., "Chemical Pressure Vessel and Equipment", Beijing Chemical Industrial Press, New York, 1980.

[5] Kong, F., "Determining the Optimum Radius of the Elastic-Plastic Juncture, R_c , for Thick-Wall Autofrettage Cylinder by Graphic Method", Petrochemical Equipment, 1986.