

شبیه سازی عددی جابجائی طبیعی در یک حفره با مقطع دایره ای

محمد حسن جوارشکیان

دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

علی کرم باقری

کارشناسی ارشد گروه مکانیک دانشگاه تبریز

چکیده

در این پژوهش، یک فرآیند عددی برای شبیه سازی جریان جابجایی طبیعی سیال که شامل پدیده انجماد می باشد توسعه داده شده است. در این مطالعه از روش آنالپی - تخلخل که توانائی تشخیص محل انجماد در هر لحظه را دارد برای پیش بینی مرز مشترک مایع/جامد استفاده شده است. روش عددی بکار رفته یک روش ضمنی است که فشار به عنوان متغیر اصلی می باشد. در روال فوق معادلات ناویر استوکس با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه جابجا شده (staggered) جهت ذخیره متغیرها، گسسته شده اند. در این تحقیق، ضمن بررسی خواص فازهای مایع و جامد آب و تاثیر آنها بر فرایند انجماد، زمان انجماد سیال و تاثیر عدد رایلی مورد مطالعه قرار گرفته اند. پارامترهای موثر در این شبیه سازی شامل قطر لوله، دمای دیواره و دمای اولیه سیال می باشند. به منظور بررسی اعتبار روند این شبیه سازی، ابتدا مقایسه ای بین داده های استخراجی با نتایج منتشر موجود در ادبیات فن در حالت خاص انجام شده. که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می شود و مبین صحیح بودن روند عددی توسعه داده شده و تصدیق بقیه نتایجی استخراج می باشد.

کلمات کلیدی: انتقال گرمای طبیعی، انجماد، آنالپی تخلخل، زمان انجماد، حفره دایره ای، شبه مانا

Numerical Simulation of Natural Convection in a Circular Enclosure

M.H. Djavarehshkian Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

A.K. Baghri M.Sc., Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz

Abstract

In this research, a fixed-grid finite volume numerical approach is developed and used to simulate unsteady natural convection flow during freezing of water in a circular enclosure. This approach is based on the enthalpy-porosity method which is used to track the motion of the liquid-solid front and to obtain the freezing length and time of the solidification. The Navier-Stokes equations are solved on a staggered mesh by pressure-based implicit procedure. Results of the solidification are then validated against published results. Findings show a remarkable quality of the simulation of solidification problems.

Keywords: Natural Heat transfer, Solidification, Enthalpy-Porosity, Time of Solidification

۱- مقدمه

فرآیندهای ذوب و انجماد در بسیاری از زمینه‌ها همانند سرمایش غذا، ساخت شیشه و مواد بلوری، فرآوری فلزات، ذوب و ریخته‌گری آلیاژها در قالب‌ها و همچنین تغییر فاز مواد در سیستم‌های نگهداری که از پارافین‌ها، نمکها یا اسیدهای چرب استفاده می‌شود، به دلیل گرمای نهان آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند [۱]. در این فرآیندها، ماده دارای تغییر فاز خواهد بود. بنابراین، در طول فرآیند مرز جدا کننده دو فاز مختلف، پیشرفت کرده و در حال حرکت می‌باشد. خواص انتقالی در نتیجه اختلاف کلی نرخ‌هایی از انتقال انرژی، جرم و ممنتوم از یک فاز به فاز دیگر بطور چشمگیری بین فازها تغییر می‌کنند. در این مسائل موقعیت مرز متحرک نمی‌تواند به صورت دقیق تشخیص داده شود، اما باید به عنوان عامل مهم تشکیل دهنده در حل تعیین شود [۲]. در هنگام تغییر فاز گرمای ویژه آنها بیش از صد مرتبه افزایش می‌یابد. بنابراین ظرفیت ذخیره سازی انرژی گرمایی مواد بصورت خیلی زیادی افزایش می‌یابد و مقدار قابل توجهی انرژی را در خود ذخیره می‌کنند [۳]. محقق اخیر بیان نمود که برای اعداد رایلی بین 10^6 و 5×10^6 جابجایی طبیعی بر هدایت غالب می‌باشد.

روشهای مختلفی برای شبیه سازی مسائل ذوب و انجماد وجود دارند که از جمله می‌توان به روش های شبکه ثابت شده (Fixed grid)، شبکه متغیر (Variable grid)، ظرفیت ظاهری (Apparent capacity)، ظرفیت مؤثر (Effective capacity)، چشمه مبنا (Source based)، تابع جریان گردابی (Stream function vorticity)، متغیر اولیه (Primitive variable) و روش آنتالپی (Enthalpy) اشاره نمود [۴].

در این تحقیق با تلفیق دو روش شبکه ثابت و آنتالپی که روش آنتالپی - تخلخل نامیده می‌شود، مسئله انجماد در یک حفره دایره‌ای شبیه سازی شده است. نظریه آنتالپی ابتدا توسط اریس و همکاران [۵] به منظور جلوگیری از ایجاد جمله های غیرخطی در مسائل رسانش ارائه شد. بسط این روش توسط الینیک [۶] و همچنین انپی [۷] انجام شد و فرمولهای دقیقی برای حل مسائل ذوب و انجماد ارائه گردید. به منظور حل مسائل یک بعدی انجماد، وولر و همکاران [۸]، دقیق ترین جوابها را از روند فوق بدست آوردند. با توجه به اینکه فرآیندهای تغییر فاز علاوه بر عوامل پخش، متاثر از جمله های جابجایی نیز می‌شوند، کائو و همکاران [۹] تاثیر جابجایی و تغییر فاز در مسائل ذوب و انجماد را بررسی کردند.

در ادامه بررسی فرآیندهای ذوب و انجماد تحقیقات زیادی با استفاده از روش های عددی و تجربی صورت گرفته که به تعدادی از آنها اشاره می‌شود. تشریح مفاهیم انجماد در سال ۲۰۰۲ توسط آکیورت و همکاران [۱۰] با تاکید ویژه بر ناحیه تغییر فاز خمیری^۱ صورت گرفت. کند و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۰۴ با استفاده از یک نرم افزار تجاری مسائل انجماد در لوله های با قطر میلیمتری را مورد بررسی قرار دادند. در سال ۲۰۰۶ جوارشکیان و کریمی [۱۲] انجماد در یک مقطع طولی از یک لوله با خواص متغیر برای سیال و همچنین فرض جریان تقارن محوری را در دستگاه مختصات دکارتی بررسی کردند. در سال ۲۰۰۷ استیکلند و همکارانش جابجایی طبیعی همراه با تغییر فاز در یک حفره مستطیلی که یک ضلع عمودی آن زیر دمای انجماد و دیگر ضلع عمودی آن درمایی بالای دمای انجماد بود و اضلاع افقی آن هم عایق بودند را به روش تجربی بررسی کردند. هدف آنها ایجاد یک معیار تجربی برای اعتبار دهی به روشهای عددی بود [۱۳]. در سال ۲۰۰۸ پاسوپاتی و همکاران به بررسی تجربی و عددی استفاده از مواد تغییر فاز دهنده در سقف ساختمان برای مدیریت بهتر انرژی در ساختمان پرداختند [۱۴].

در اکثر تحقیقات انجام شده برای حل مسئله انجماد، اولاً تنها فاکتور خاصی مورد مطالعه قرار گرفته است و به زمان لازم برای انجماد کامل سیال کمتر پرداخته شده است، ثانیاً در خیلی از پژوهش های انجام شده خواص فازهای مایع و جامد سیال در فرآیند انجماد ثابت فرض شده است.

هدف از این تحقیق توسعه یک نرم افزار جهت شبیه سازی جریان سیال در حال انجماد همراه با جریان جابجایی طبیعی در مقطع عرضی لوله بوده است و معادلات دیفرانسیل حاکم در مختصات قطبی نوشته و گسسته سازی شده است.

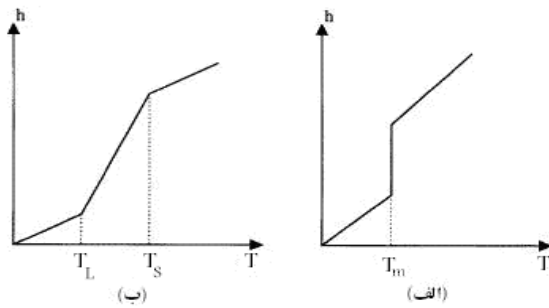
به منظور بررسی اعتبار نتایج این شبیه سازی، نخست مقایسه ای بین داده های استخراجی با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن برای حالت خاص انجام شده است که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می‌شود که روند شبیه سازی را تایید می‌نماید.

۲- معادلات حاکم مبتنی بر روش آنتالپی - تخلخل

در مسائل تغییر فاز، معادلات حاکم مبتنی بر روش آنتالپی - تخلخل شامل معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی می‌باشند که به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1)$$

^۱-Mushy Zone



شکل ۱ - آنتالپی بر حسب تابعی از دما برای (الف) تغییر فاز همدم (ب) تغییر فاز غیر همدم [۱۶]

در معادله (۷) علاوه بر دما، سرعت و درصد حجمی مایع نیز مجهول می باشند. درصد حجمی مایع با توجه به روابط موجود در معادله (۶) بر حسب تابعی از دما محاسبه می‌شود و با توجه به در نظر گرفتن سرعت از قدم زمانی قبل، حل عددی برای بدست آوردن توزیع دما امکان پذیر می‌شود.

در این تحقیق به منظور بررسی تأثیر پارامترهای ذکر شده بر زمان انجماد خواص فیزیکی سیال آب در هر دو فاز مایع و جامد متغیر با دما فرض شده است. در مرجع [۱۲] تغییرات خواص آب در فازهای مایع و جامد بر حسب دما بیان گردیده است. تغییرات چگالی فاز مایع آب، زمانی که دما بر حسب سلسیوس باشد مطابق زیر است:

$$\rho_l = 999.840281 + 0.067326T - 0.008944T^2 + 0.000087T^3 - 0.00000066T^4 \quad (۸)$$

روابط سایر خواص فیزیکی با دما هم در مرجع [۱۲] موجود است. با توجه به اینکه در مواد با تغییر فازهای غیر همدم ناحیه خمیری بوجود می‌آید، در این تحقیق با استفاده از ایده درصد حجمی مایع ارتباطی بین خواص مواد در ناحیه خمیری با استفاده از رابطه زیر برقرار شده است:

$$\lambda = \lambda_s + f(\lambda_l - \lambda_s) \quad (۹)$$

که λ را می‌توان چگالی، گرمای ویژه و ضریب رسانش گرمایی در ناحیه خمیری در نظر گرفت. در این تحقیق درحالتی که خواص فیزیکی فازهای مایع و جامد آب مستقل از دما در نظر گرفته شده است از داده‌های جدول (۱) استفاده گردیده است.

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla U) + S_M \quad (۲)$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_T \quad (۳)$$

در روابط بالا باید از تعریف دیورژانس و گرادینان در دستگاه مختصات قطبی استفاده شود.

در این روش، آنتالپی شامل آنتالپی مرجع و تغییرات آنتالپی نسبت به آنتالپی مرجع در نظر گرفته می‌شود، که اگر h_{ref} را به عنوان آنتالپی مرجع و T_{ref} را به عنوان دمای مرجع قرار دهیم، آنتالپی به صورت زیر تعریف خواهد شد [۱۶]:

$$h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^T c dT \quad (۴)$$

رابطه بین آنتالپی و دما را می‌توان به صورت جمله ای از گرمای نهان آزاد شده ناشی از تغییر فاز ماده، تعریف کرد. معمولاً این رابطه برای مسائل تغییر فاز همدم، تابعی پله‌ای و برای مسائل تغییر فاز غیر همدم تابعی خطی فرض می‌شود. شکل (۱) نشان دهنده منحنی‌های آنتالپی-دما برای هر دو مسئله است. پس می‌توان آنتالپی بر حسب دما را به صورت زیر بیان کرد [۱۶]:

$$h = fL + cT \quad (۵)$$

در مسائل تغییر فاز به دلیل اینکه مرز مشترک مایع/جامد به طور واضحی از هم جدا نیستند، در هر سلول از درصد حجمی مایع f ، که مبین نسبت حجم مایع به کل حجم سلول محاسباتی می باشد، استفاده می‌شود. ناحیه‌ای که مقدار درصد مایع بین صفر و یک بوده و دمای آن محدوده‌ای بین یکی از فازهای مایع یا جامد را دارد، ناحیه خمیری گفته می‌شود و مقادیر مربوط به درصد حجمی مایع برای هر سلول را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد [۱۶]:

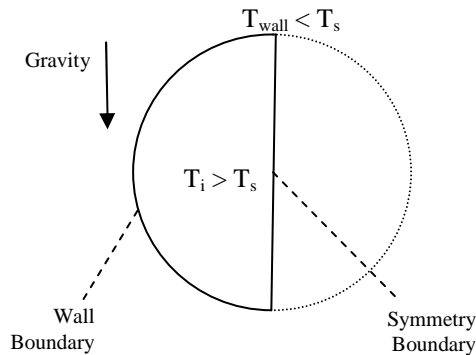
$$f = \begin{cases} 1 & T > T_l \\ (T - T_s) / \Delta T & T_s \leq T \leq T_l \\ 0 & T < T_s \end{cases} \quad (۶)$$

برای مواد غیر همدم $\Delta T = T_l - T_s$ بوده که T_l و T_s مبین دمای مایعی و یخی می باشند که تغییر فاز در بین این دو دما اتفاق می‌افتد، اما در مواد همدم به دلیل متساوی بودن دماهای T_l و T_s با دمای نقطه ذوب، مقدار ΔT برابر صفر می‌شود و ناحیه خمیری شکل نخواهد گرفت (شکل ۱).

در نهایت معادله بقای انرژی برای مسائل انجماد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho cT + \rho fL) + \nabla \cdot (\rho U (cT + fL)) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_T \quad (۷)$$

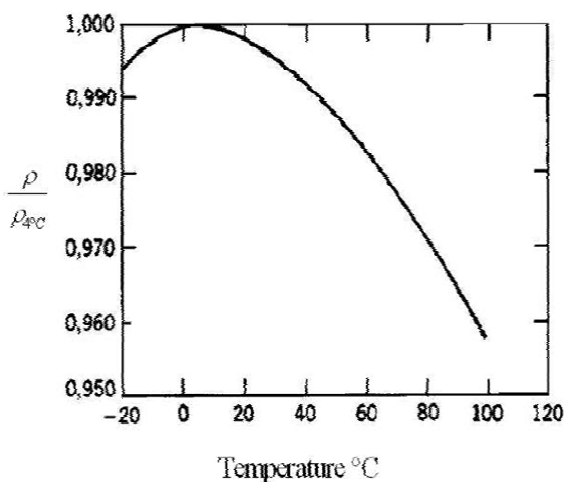
استفاده گردیده و معادلات جبری بدست آمده توسط روش TDMA حل شده‌اند.



شکل ۲- طرحواره از مدل فیزیکی

۴- شبکه بندی

شبکه دو بعدی استفاده شده است (شکل ۴) یک شبکه منظم در دستگاه مختصات قطبی است. مرکز دایره بعنوان مبدا مختصات در نظر گرفته شده و جهت در راستای شعاع به سمت خارج از مرکز می باشد. برای اینکه در مرکز دایره مشکلی بوجود نیاید، یک دایره با شعاع ϵ در نظر گرفته شده است. شعاع این دایره تا چهار رقم اعشار صفر است. البته برای اطمینان بیشتر برای چند مقدار متفاوت ϵ برنامه را اجرا شد و مشاهده شد که تفاوتی در نتایج بوجود نیامد. برای بررسی استقلال از شبکه در ابتدا یک شبکه با ابعاد 50×50 تعداد سلول های شبکه را ۴۴ و ۲۱، ۱۲ درصد شبکه اولیه افزایش داده شده است ولی تغییراتی که در نتایج بوجود آمده کمتر از ۳ درصد بوده است.



شکل ۳- تغییرات چگالی آب با دما [۱۷]

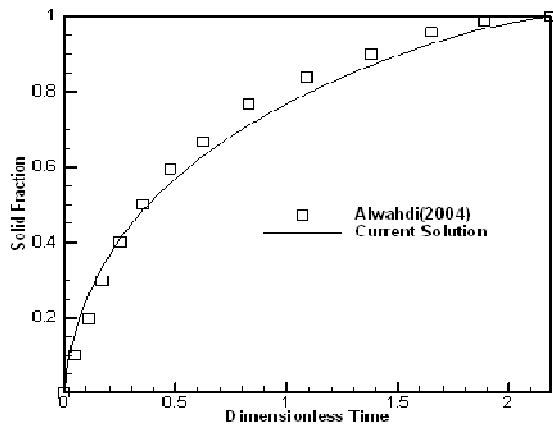
جدول ۱- خواص فیزیکی مواد

فاز جامد	فاز مایع	خواص ثابت فیزیکی آب
۹۱۶	۹۹۸	چگالی (ρ (kg / m ³))
۲۰۳۷	۴۱۸۲	گرمای ویژه (C_p (J / kg.K))
۲،۲	۰،۶	ضریب رسانش گرمایی (k (W / m.K))
۳۳۵		گرمای نهان (L (kJ / kg))
۲۷۳		نقطه ذوب (T_m (K))
۰،۰۰۱		ویسکوزیته (μ (kg / m.s))

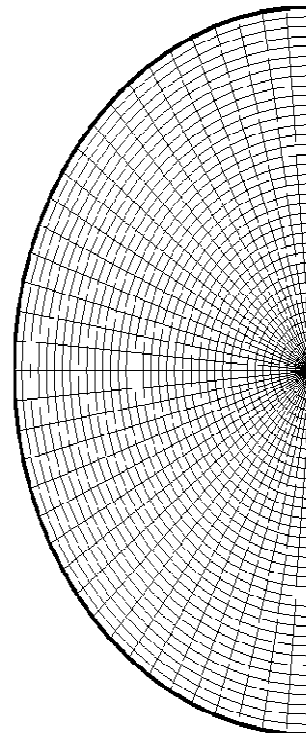
۳- الگوریتم حل و شرایط مرزی

در این تحقیق شبیه سازی عددی پدیده انجماد در درون یک حفره با مقطع دایره‌ای که با سیال آب پر شده است و تحت اثر نیروی وزن هم قرار دارد، انجام شده است مدل فیزیکی مسئله در شکل (۲) نشان داده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود دمای سیال آب در حالت اولیه بالاتر از دمای انجماد قرار دارد و در لحظه صفر ($t=0$) بطور ناگهانی دمای دیواره را از دمای اولیه آب (T_i) به دمای (T_{wall}) که کمتر از دمای انجماد آب (T_s) است کاهش می‌یابد. در اثر انتقال گرما از آب به دیواره، دمای آب کاهش می‌یابد و چگالی آب تا رسیدن به دمای چهار درجه سلسیوس افزایش می‌یابد و از چهار درجه تا صفر درجه دوباره کاهش می‌یابد. نمودار تغییرات چگالی آب با دما در شکل ۳ نشان داده شده است. در اثر این تغییرات در چگالی آب و شتاب جاذبه، نیرویی به سیال وارد می‌شود که منجر به ایجاد جریان جابجایی طبیعی در آب درون حفره می‌شود. با توجه به اینکه مسئله کاملاً متقارن است، برای کاهش حجم محاسبات نصف حفره مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله بصورت گذرا تحلیل شده و بازه زمانی را طوری در نظر گرفته شده است که عدد کورانت (CFL) کمتر از یک باشد و معیار پایداری ارضا شود. همچنین مسئله تا زمانی که دمای تمام حفره به زیر دمای انجماد برسد تحلیل شده است. در معادله انرژی، دمای هر سلول تابعی از در صد حجمی مایع آن سلول می باشد، پس در هر فاز معادلات مربوطه حل می‌شوند. با توجه به فرضیات بالا کلیه معادلات ذکر شده با استفاده از روش حجم محدود گسسته و توسط الگوریتم سیمپل (SIMPLE) و یک روند عددی ضمنی حل شده اند. در روند فوق از طرح اختلاف پیوندی^۲ برای محاسبه جمله جابجایی

² Hybrid Differencing Scheme



شکل ۵- مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج الودحی [۳]



شکل ۴- نمونه‌ای از شبکه بندی استفاده شده در تحلیل

۲- روش شبه مانا

کاربرد این روش برای تغییر فاز در حالت یک بعدی است. در این روش معادله پخش زمانمند گرما با معادله حالت پایایی یک بعدی گرما جایگزین می‌شود. ولی در عین حال مرز مشترک فازهای جامد-مایع با زمان تغییر می‌کند. معادله حالت پایا را به روش‌های مختلف حل کرده و توزیع دما بدست می‌آید. سپس با استفاده از شرط استفان که گرادیان دما را به سرعت حرکت جبهه انجماد مربوط می‌سازد، موقعیت جبهه انجماد تعیین می‌شود [۱۸].

شرط استفاده از روش شبه مانا آن است که نسبت گرمای محسوس به گرمای نهان انجماد یا ذوب خیلی ناچیز باشد (عدد استفان خیلی کوچک باشد). البته اگر این نسبت را برای آب محاسبه کنیم 0.0125 که عدد کوچکی است و شرط ارضا می‌شود.

حالا اگر روندی که گفته شد را روی معادله انتقال حرارت یک بعدی در جهت شعاعی یک دایره که از بیرون منجمد می‌شود اعمال کنیم و زمان نهایی انجماد مورد نظر باشد، رابطه زیر بدست می‌آید [۱۹].

$$t_s^{qs} = \frac{\rho L R_{out}^2}{4k_s(T_s - T_{wall})} \quad (< t_s) \quad (13)$$

در رابطه بالا L گرمای نهان و R_{out} قطر بیرونی حفره است. از آنجائیکه در این رابطه از تقریب استفاده شده است پس جوابهای آن کاملاً دقیق نبوده و به همین خاطر هم در رابطه بالا عبارت داخل پرانتز آمده است، ولی به هر حال این رابطه یک تقریب خوب برای زمان نهایی انجماد در یک مقطع دایره‌ای که فقط رسانش وجود دارد بشمار می‌رود. یعنی اگر زمان نهایی انجماد که برای

۵- مقایسه نتایج با نتایج موجود در ادبیات فن

برای اعتبار بخشی به تحلیل انجام شده مقایسه‌ای بین نتایج بدست آمده و نتایج موجود در ادبیات فن [۳] انجام شده است. در شکل ۵ محور افقی دمای بدون بعد است و محور عمودی هم نشان دهنده درصدی از کل حفره است که منجمد شده است. دمای بدون بعد اولیه طبق تعریف زیر (θ_i) برابر 270.292 و عدد رایلی (Ra) هم برابر 10^5 است.

$$\tau = \frac{t}{R^2 / \alpha} \quad (10)$$

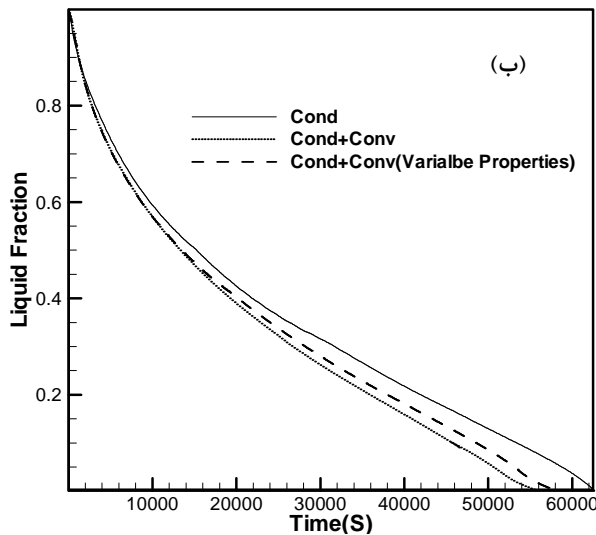
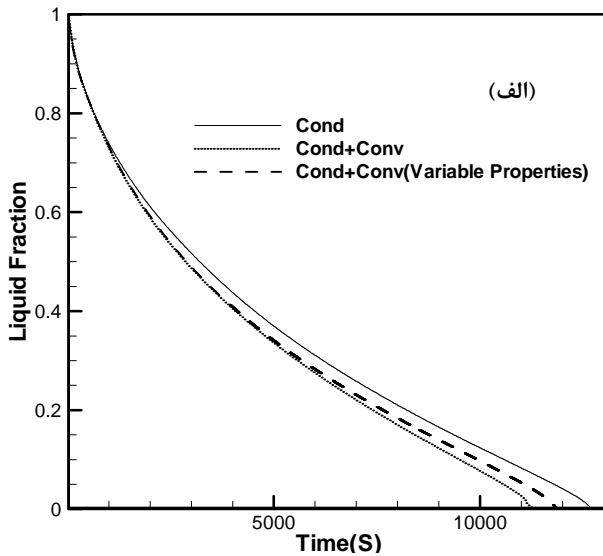
$$Ra = \frac{g\beta \Delta T R^3}{\nu \alpha} \quad (11)$$

$$\theta = \frac{T - T_w}{|T_s - T_w|} \quad (12)$$

الودحی [۳] با استفاده از روش عددی المان محدود جریان حاکم بر مسئله فوق را شبیه سازی نموده بود. همانطور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود هماهنگی خوبی بین نتایج منتشر شده الودحی و شبیه سازی حاضر وجود دارد، که مبین روند صحیح مدل سازی جریان می‌باشد.

³- Quasistationary Approximation

سمت دیواره منجمد شده و در هر لحظه دامنه حرکت سیال محدودتر می‌شود. پس از آن این چرخش باقی می‌ماند و با گذشت زمان کوچک و کوچکتر می‌شود تا اینکه بعد از ۱۱۳۵۰ ثانیه مقطع دایره‌ای کاملاً منجمد می‌شود. البته توجه شود که در شکل ۷ کانتورهای دما هم رسم شده‌اند. در چرخش ساعتگرد (بالایی) دما پایین‌تر از چرخش پادساعتگرد (پایینی) است.



شکل ۶- مقایسه تغییرات درصد حجمی مایع در حالتی که فقط رسانش، رسانش همراه با جابجایی و رسانش همراه با جابجایی با خواص متغیر با زمان برای آب نشان داده شده است. در شکل (الف) رایلی 10^6 و دمای بدون بعد ۲٫۰۲۹۲ در (ب) رایلی $10^6 \times 5$ و دمای بدون بعد ۱۰/۱۴۵۸ است.

حالت رسانش تنها بدست می‌آید کمتر از زمانی باشد که از روش شبه مانا بدست آمده نشان دهنده غلط بودن حل است.

۷- نتایج

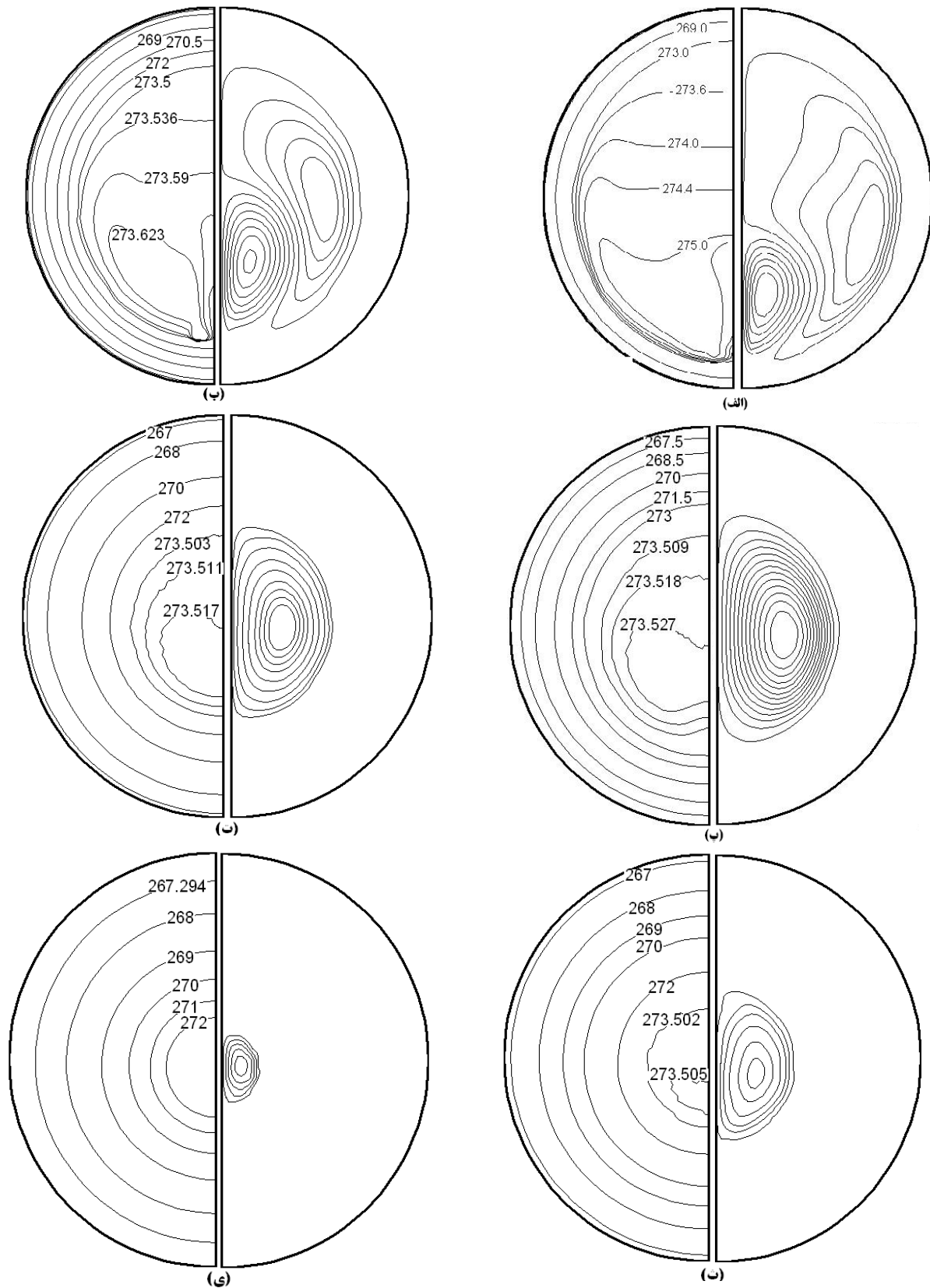
۷-۱- بررسی تأثیر خواص متغیر بر زمان انجماد

برای بررسی تأثیر خواص متغیر با دما، بر زمان انجماد آب، زمان انجماد آب با خواص ثابت و متغیر را روی یک نمودار که محور عمودی آن نشان دهنده درصد حجمی مایع و محور افقی آن زمان می‌باشد، رسم شده است. برای اینکار دو عدد رایلی و دو دمای بدون بعد متفاوت در نظر گرفته شده است. قطر حفره دایره‌ای ۸۲/۸ میلی‌متر می‌باشد. با توجه به شکل ۶ در زمانهای اولیه خطوط خواص ثابت و متغیر فاصله‌ای با هم ندارند ولی با افزایش زمان و منجمد شدن قسمت بیشتری از حفره این اختلاف بیشتر می‌شود. اگر این تغییرات بصورت درصد بیان شوند مشاهده می‌شود که اختلاف در حالت خواص ثابت با حالت خواص متغیر در شکل (الف) کمتر از ۴ درصد است و در شکل (ب) کمتر از ۳ درصد است. مشاهده می‌شود هرچه حجم جامد بیشتر می‌شود، یا بعبارت دیگر زمان انجماد افزایش می‌یابد اختلاف نتایج خواص ثابت با خواص متغیر بیشتر می‌گردد.

۷-۲- چگونگی حرکت آب در اثر تغییر چگالی در فرایند

تغییر فاز آب

همانطور که قبلاً گفته شد چگالی آب در اثر کاهش دما تا چهار درجه سانتیگراد افزایش می‌یابد و از چهار درجه تا صفر درجه دوباره کاهش می‌یابد. این تغییرات در چگالی و نیروی جاذبه گرانش باعث ایجاد یک جریان جابجایی طبیعی در داخل آب می‌شود. از آنجائیکه شکل مقطع کاملاً متقارن بوده و نصف آن تحلیل شده است برای بهتر فهمیدن نتایج دوتا نصف دایره در کنار یکدیگر رسم شده‌اند که نیم دایره سمت راست تابع جریان و نیم دایره سمت چپ کانتورهای دما را نشان می‌دهد. در شکل ۷ الف مدت ۷۵۰ ثانیه از شروع انجماد در مقطع دایره‌ای گذشته است. همانطور که از شکل پیداست دو تا چرخش در آن وجود دارد. چرخش بزرگ در جهت ساعتگرد می‌چرخد و چرخش کوچک در جهت پادساعتگرد می‌چرخد. در شکل ۷ ب مدت زمان ۱۵۰۰ ثانیه گذشته است. با گذشت زمان چرخش کوچک (پاد ساعتگرد) رشد می‌کند و چرخش بزرگ (ساعتگرد کوچک) می‌شود و این روند دوباره معکوس می‌شود و در زمان ۲۲۵۰ ثانیه دوباره چرخش ساعتگرد تقریباً غالب می‌شود در زمان ۳۰۰۰ ثانیه فقط یک چرخش ساعتگرد باقی می‌ماند. البته باید توجه داشت که با گذشت زمان جسم از

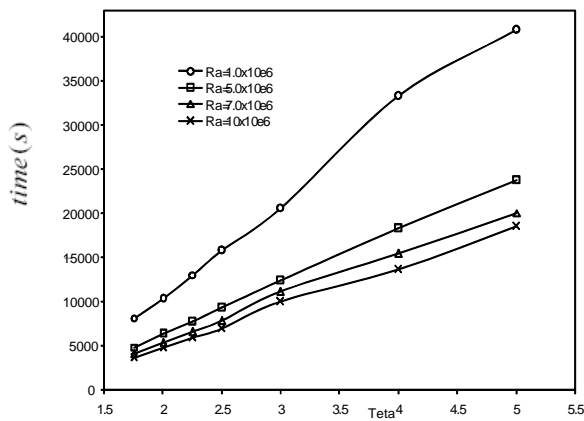


شکل ۷- کانتورهای تابع جریان و دما در رایلی 10^6 و زمانهای (الف) ۷۵۰، (ب) ۱۵۰۰، (پ) ۳۰۰۰، (ت) ۴۵۰۰، (ث) ۶۵۰۰ و (ی) ۹۵۰۰ ثانیه که دمای دیواره در این مسئله $6/22-$ درجه سلسیوس (دمای بدون بعد $2/0292$) است.

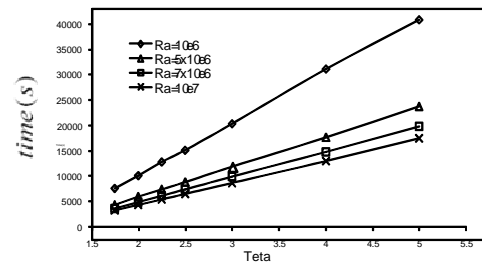
۷-۳- بررسی اثر اعداد رایلی ، دمای بدون بعد و

جابجایی طبیعی بر زمان نهایی انجماد

در شکل ۸ نمودار تغییرات زمان نهایی انجماد آب در یک مقطع دایره‌ای با شعاع ثابت برحسب دمای بدون بعدی که در بالا تعریف شده است و روش شبه مانا (حالت رسانش) و در اعداد رایلی مختلف رسم شده است. برای اینکار هفت دمای بدون بعد متفاوت با چهار رایلی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که در یک عدد رایلی ثابت با افزایش دمای بدون بعد زمان نهایی انجماد افزایش می‌یابد. البته توجه شود که در یک دمای بدون بعد ثابت با افزایش عدد رایلی زمان انجماد کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش عدد رایلی زمان انجماد کاهش و با افزایش دمای بدون بعد زمان انجماد افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰- تغییرات زمان انجماد آب در حفره دایره‌ای نسبت به عدد رایلی و دمای بدون بعد در حالت رسانش و جابجایی (ثانیه)

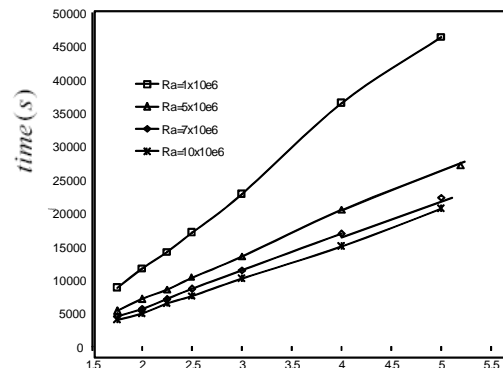


شکل ۸- نمودار تغییرات زمان انجماد در رایلی های متفاوت و بر حسب دمای بدون بعد با روش شبه مانا

از مقایسه شکل ۸ ، ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که روند کلی تغییرات در هر سه شکل یکسان است. با توجه به اطلاعات قبلی انتظار هست که زمان انجماد در حالت رسانش بیشتر از حالت رسانش همراه با جابجایی باشد که این گونه هم شد.

در آخرین نمودار رسم شده (شکل ۱۱) در یک عدد رایلی ثابت زمان نهایی انجماد را برحسب دمای بدون بعد رسم شده است. با توجه به شکل ۱۱ دیده می‌شود که حالت رسانش تنها فاصله زیادی را با حالت رسانش همراه با جابجایی دارد. البته فاصله حالت شبه مانا با حالت رسانش همراه با جابجایی خیلی کم است. این به این معنی است که برای محاسبه زمان نهایی انجماد در حفره دایره‌ای که در آن انتقال گرمای جابجایی وجود دارد بجای در نظر گرفتن رسانش تنها بسیار معقول تر است که از روش شبه مانا استفاده کنیم.

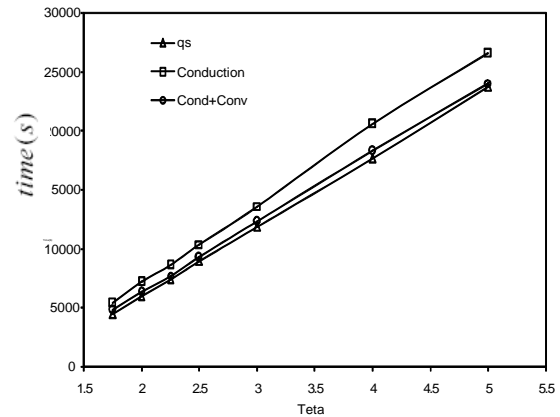
در شکل ۹ دوباره همان نمودار شکل قبل با استفاده از نرم‌افزار توسعه داده شده و با فرض رسانش تنها رسم شده است. در این نمودار هم روند کلی تغییرات مثل حالت شبه مانا است که این خود مبین درستی نرم افزار توسعه داده شده است. البته از نظر مقدار کمی با هم اختلاف دارند که این اختلاف هم بخاطر فرضیاتی که در روش شبه مانا برای ساده سازی بکار رفته است. البته در رابطه ۱۳ هم به این موضوع اشاره شده است.



شکل ۹- تغییرات زمان انجماد آب در حفره دایره‌ای نسبت به عدد رایلی و دمای بدون بعد در حالت رسانش تنها

مراجع

- [1] Huan, Z., and Jordaan, G.D. "Galerkin finite element analysis of spin casting cooling process", Applied Thermal Engineering., Vol. 24, pp. 95–110, 2004.
- [2] Lamberg, P. "Approximate analytical model for two-phase solidification problem in a finned phase-change material storage", Applied Energy Vol. 77, pp. 131–152, 2004.
- [3] Alawadhi Esam M. "Phase change process with free convection in a circular enclosure: numerical simulations", Computers & Fluids 33 (2004) 1335–1348
- [4] Henry, Huy., and Stavros, A Argyropoulos., "Mathematical modelling of solidification and melting", Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. Vol 4, pp. 371–396, 1996.
- [5] Eyres, N. R, Hartree, D. R, Ingham J., Jackson R, Sarjant R.J and Wagstaff, J.B. "The calculation of variable heat flow in solid Phil" Trans. R. Soc. A Vol.240. pp. 1–57, 1946.
- [6] Oleinik, O.A. Soviet Math Doki, Vol.1 ,pp.1350-1354, 1960.
- [7] Atthey, D.R. "A Finite Difference Scheme for Melting Problems Based on the Method of Weak Solutions in Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion", Oxford iv. Press, Oxford, 1975.
- [8] Voller V. and Cross, M. "Accurate Solution of Moving Boundary Problems Using the Enthalpy Method", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.24, PP.545-556, 1981.
- [9] Cao, Y., Faghri, A. and Chang, W.S. "A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-Dimensional Phase Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 32, PP.1289-1298, 1989.
- [10] Akyurt, M., zaki, G. and Habeebullah, B. "Freezing Phenomena in ice-water systems". Energy Conversion and Management. Vol. 43. pp. 1773-1789, 2002
- [11] Conde, R., Parra, M. T., Castro, FJ., Villafruela, M., Rodríguez, M. A and Méndez, C. " Numerical model for two-phase solidification problem in a pipe" Applied Thermal Engineering, Vol. 24, Issues 17-18, pp. 2501-2509, December 2004.
- [۱۲] کریمی، ا. ۱۳۸۵. مطالعه عددی جریان سیال در یک لوله افقی در حال انجماد، پایان نامه کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، ۸۳ صفحه
- [13] M.T. Stickland, T.J. Scanlon, J. MacKenzie. An experimental investigation of natural convection with solidification in a differentially heated cavity International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 36–44
- [14] A. Pasupathy, L. Athanasius, R. Velraj, R.V. Seeniraj. Experimental investigation and numerical



شکل ۱۱ - مقایسه زمان انجماد آب در رایلی 5×10^6 در حالت که رسانش تنها و جابجایی همراه با رسانش و روش شبه مانا

۸- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک فرآیند عددی برای شبیه سازی جریان جابجایی طبیعی سیال که شامل پدیده انجماد می باشد توسعه داده شده است. در این مطالعه از روش آنتالپی- تخلخل که توانائی تشخیص محل انجماد در هر لحظه را دارد برای پیش بینی مرز مشترک مایع/جامد استفاده شده است. روش عددی بکار رفته یک روش ضمنی است که فشار به عنوان متغیر اصلی می باشد. در روال فوق معادلات ناویر استوکس با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه جابجا شده (staggered) جهت ذخیره متغیرها، گسسته شده اند. نکات مهم که در این شبیه سازی پیدا شد عبارتند از : ۱- مقایسه نتایج این شبیه سازی با نتایج تجربی تطابق خوبی را نشان می دهد ۲-مقایسه خواص ثابت و متغیر در فرآیند انجماد نشان می دهد با افزایش انجماد و زمان انجماد اختلاف نتایج خواص ثابت با خواص متغیر بیشتر می گردد ۳- تغییرات در چگالی و نیروی جاذبه گرانش باعث ایجاد یک جریان جابجایی طبیعی در محفظه آب شده که منجر به پیداست دو تا چرخش. چرخش بزرگ در جهت ساعتگرد و چرخش کوچک در جهت پادساعتگرد می- شود. ۴- رفتار تغییرات رایلی با افزایش دمای بدون بعد در حالت رسانش برای روش عددی حاضر و روش شبه مانا هماهنگی خوبی را نشان می دهد ۵- در حالت رسانش و جابجایی، در یک عدد رایلی ثابت با افزایش دمای بدون بعد زمان انجماد افزایش و همچنین در یک دمای بدون بعد ثابت با افزایش عدد رایلی زمان انجماد را کاهش می دهد. ۶- روش شبه مانا زمان نهایی انجماد را خیلی بهتر از روش های عددی که رسانش تنها را در نظر می گیرند برای حالتی که جابجایی وجود دارد، محاسبه می کند.

simulation analysis on the thermal performance of a building roof incorporating phase change material (PCM) for thermal management. *Applied Thermal Engineering* 28 (2008) 556–565

[15] Ozlem, Ozmutlu, “Visualization of Temperature and Velocity Fields during Phase Change of Water under High Hydrostatic Pressure”, *Landnutzung und Umwelt am.*, 2005.

[16] Scanlon, T.J. and Stickland, M.T. “numerical analysis of buoyancy-driven melting and freezing”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47. pp, 429–436, 2004.

[17] S. I. S. de Souza and H. A. Vielmo (2005) Numerical Analysis of Water Melting and Solidification in the Interior of Tubes April-June 2005, Vol. XXVII, No. 2 / 119

[۱۸] - طلعتی، ف. ۱۳۸۲. تحلیل میدانهای دویعدی دما و سرعت در انجماد آلومینیم با استفاده از روش المان مرزی. پایان نامه دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، ۲۶۷ صفحه

[19] Alexiades, V. and Solomon, A.L.1993. *Mathematical modeling of melting and freezing processes*. Hemisphere, New York.