

شبیه‌سازی عددی تولید قطره از یک محفظه متقارن محوری به کمک حباب جرقه‌ای

سامرندکنعان

کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تبریز، تبریز، ایران

عبدالرحمان دادوند*

دانشیار، دانشگاه صنعتی ارومیه، دانشکده مهندسی مکانیک، ارومیه، ایران

چکیده

تولید کننده‌های میکرو قطره به دلیل کاربردهای روز افزون، به زمینه تحقیقاتی مهمی تبدیل شده است. محققان روش‌های مختلفی را برای تولید میکرو قطرات کنترل شده ارائه کرده‌اند. در این مقاله تولید قطره به کمک حباب جرقه‌ای از طریق یک محفظه متقارن محوری بررسی شده است. فرایند شامل رشد و فروپاشی حباب و تشکیل قطره تا لحظه جدایش می‌باشد. کانتورهای فشار و بردارهای سرعت سیال اطراف حباب با استفاده از ترکیب روش المان مرزی و تفاضل محدود به دست آمده و تأثیر پارامتر قدرت، عمق محفظه و زاویه کانال تغذیه بر دینامیک حباب و قطره مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر قدرت، طول قطره و حجم آن افزایش و جدایش قطره سریعتر اتفاق خواهد افتاد. با افزایش زاویه کانال تغذیه، طول قطره و حجم آن افزایش می‌یابد. بیشترین زمان جدایش متعلق به زاویه ۱۵- درجه است. با افزایش عمق محفظه، طول قطره افزایش خواهد یافت. همچنین به ازای زاویه ۱۵- درجه، زمان جدایش قطره افزایش و حجم آن کاهش می‌یابد در حالی که برای زاویه‌های ۰ و ۱۵ درجه زمان جدایش قطره کاهش و حجم آن افزایش خواهد یافت. به علاوه، با افزایش فاصله حباب از سطح آزاد، حجم قطره کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: حباب جرقه‌ای، روش المان مرزی، قطره، محفظه متقارن محوری.

Numerical Simulation of Droplet Generation from an Axisymmetric Chamber by Spark Bubble

S. Kanan

Faculty of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Tabriz Branch, Tabriz, Iran

A. Dadvand

Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

Due to the increasing applications, micro droplet generators have become an important research area. Researchers presented different methods to produce controlled microdroplets. In this article, spark bubble-induced droplet generation has been studied through an axisymmetric chamber. The process includes the growth and collapse of the bubble and the formation resultant droplet until the pinch-off time. Pressure contours and velocity vectors in the fluid surrounding the bubble are obtained by using a combination of boundary element and finite difference method, and the effect strength parameter, chamber depth and inclination angle of feeder canal on the behavior of bubble and droplet is assessed. The results showed that by increasing the strength parameter, the length of droplet and its volume increase and droplet pinch-off happens earlier. By increasing inclination angle of feeder canal the droplet length and its volume will increase. The maximum pinch-off time belongs to -15 degree. By increasing the chamber depth, the droplet length will increase. In addition, for -15 degree the pinch-off time increases and the droplet volume decreases, while for 0 and 15 degrees the pinch-off time will decrease and the droplet volume will increase. Besides, by increasing bubble-free surface distance the droplet size decreases.

Keywords: Spark bubble, Boundary element method, Droplet, Axisymmetric chamber.

در دیگر معالجات پزشکی نظیر ارتوپدی و مدیریت درد استفاده شده است. همچنین از جت مایع حاصل از فروپاشی حباب به عنوان ابزاری جهت رساندن دارو به بافت‌های سرطانی استفاده شده است. از اثرات مخرب جت‌های با سرعت بالا در مقاصد پزشکی، با هدف ضدعفونی کردن نیز بهره می‌برند [۲].

جت‌های حاصل از اثر متقابل بین موج ضربه‌ای و حباب بسیار مخرب‌تر از جت‌های ناشی از حضور مرز مجاور حباب است. دلیل آن سرعت جت نفوذی به داخل حباب است که در حدود ۲/۶km/s می‌باشد و اینکه در اثر برخورد جت بر طرف مقابل سطح حباب، یک موج ضربه‌ای قوی ایجاد می‌شود [۳].

مشاهده‌های تجربی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی درک خوبی از اتفاقات متوالی که حباب بخار در طول تکامل خود در مجاورت یک سطح آزاد تجربه می‌کند، به همراه دارد. در این بین استفاده از

۱- مقدمه

امروزه بررسی دینامیک یک حباب در مجاورت سطوح مختلف به دلیل کاربرد وسیع آن در صنعت و پزشکی به یکی از مهمترین زمینه‌های پژوهشی تبدیل شده است. به هنگام فروپاشی حباب در مجاورت مرزها و ساختارهای جامد، یک جت مایع با سرعت بالا تولید می‌شود. این جت مایع از یک طرف حباب آغاز شده و بر طرف مقابل آن برخورد می‌کند و همزمان نیز یک موج فشاری ایجاد می‌کند. جت برخوردی و موج فشاری می‌تواند اثرهای مخربی داشته باشند. در پزشکی با ابداع روش جراحی به کمک لیزر تلاش‌های زیادی به منظور درک فعل و انفعال بین حباب بخار تولید شده توسط لیزر و سطوح انعطاف پذیر، نظیر بافت‌های هدف صورت گرفته است [۱]. در سه دهه گذشته از جت با سرعت بالا و موج فشاری ناشی از آن به منظور شکستن سنگ کلیه و

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: a.dadvand@mee.uut.ac.ir

روش‌های تجربی جهت ثبت رفتار حباب به دلیل نیاز به دوربین با سرعت بالا، بسیار پرهزینه است، لذا اغلب پژوهشگران از روش‌های عددی به منظور مدل‌سازی این نوع مسائل استفاده می‌کنند. روش ترکیبی اولری- لاگرانژی یا به اختصار روش MEL یکی از روش‌های مناسب در زمینه شبیه‌سازی دینامیک یک حباب نامتعادل می‌باشد. روش MEL متقارن محوری برای شبیه‌سازی حرکت حباب در مجاورت مرز صلب توسط گوری [۴]، بلیک و همکاران [۵]، بست و کوچرا [۶]، بروجان و همکاران [۷]، سوه و شروانی‌تبار [۸] اعمال شده است. همچنین از این روش جهت شبیه‌سازی برهم‌کنش حباب با یک سطح آزاد استفاده شده است. از جمله کسانی که از این روش بهره برده‌اند می‌توان به گیسون و بلیک [۹]، ونگ و همکاران [۱۰ و ۱۱] و شروانی‌تبار [۱۲ و ۱۳] اشاره کرد.

خو و همکاران [۱۴] با استفاده از روش المان مرزی رفتار یک حباب نوسانی را در نزدیکی سوراخ دایره‌ای ایجاد شده در وسط یک صفحه تخت و صلب واقع در داخل یک مخزن پر از آب شبیه‌سازی کردند. در تحقیق آن‌ها ابعاد سوراخ، از بیشینه شعاع حباب بسیار کوچکتر بود طوری که جهت جت برگشتی حباب به سمت صفحه تخت بوده و باعث پمپاژ مایع از درون سوراخ می‌شد. جان و همکاران [۱۵] حرکت حباب در یک مایع متراکم را بر اساس معادله موج سه بعدی شبیه‌سازی کردند.

استفاده از دوربین‌های با سرعت بالا برای عکسبرداری از فرایند رشد و فروپاشی حباب جرقه‌ای منجر به مشاهده جزئیات دینامیک حباب شده است. دادوند و همکاران [۱۶] با استفاده از تکنیک تصویربرداری با سرعت بالا، نوسان حباب جرقه‌ای در مجاورت روزنه ایجاد شده در یک صفحه تخت و تأثیر اندازه روزنه و فاصله حباب از سطح آزاد بر روی رفتار و دینامیک قطره حاصل را بررسی نمودند.

استفاده از قطرات با اندازه‌های مختلف، باعث شده بسیاری از پژوهشگران در کارهای تحقیقاتی خود به درک و توصیف مکانیزم‌های موجود در تولید قطره بپردازند. از این رو تلاش‌های زیادی به منظور تولید ریز قطره‌های کنترل شده صورت گرفته است، از جمله میسر و همکاران [۱۷]، بونر و همکاران [۱۸]، اشلی و همکاران [۱۹]، نیلسن و همکاران [۲۰]، آلن و همکاران [۲۱]، چن و همکاران [۲۲] و ژو و همکاران [۲۳].

تولیدکننده‌های میکرو قطره به عنوان دستگاهی با قابلیت کنترل اندازه قطره و همچنین شمارش دقیق تعداد آن‌ها دارای کاربرد وسیعی هستند [۲۴]. از این تولیدکننده‌ها علاوه بر چاپگرهای جوهرافشان، در تزریق سوخت، آزمایش دارو، ساخت سلول‌های خورشیدی و قطعات میکرو نوری، پاشش پلاسما، و به عنوان خنک‌کننده در دستگاه‌های یکپارچه استفاده می‌شود [۲۵]. تولیدکننده‌های میکرو قطره از اصل ایجاد اختلاف فشار، با کاهش فشار بیرونی یا افزایش فشار داخلی نازل، برای پرتاب قطره استفاده می‌کنند. نمونه‌ای از تکنیک‌های تحریک جهت ایجاد اختلاف فشار عبارتند از: پنوماتیک، پیژوالکتریک حباب گرمایی، کمانش گرمایی^۱، موج متمرکز آکوستیک [۲۶].

تکنیک‌های مختلفی برای تولید قطره وجود دارد که آن‌ها را

می‌توان به دو گروه بزرگ تقسیم نمود:

۱- تولید قطره براساس جریان پیوسته^۲ (CIJ)

۲- تولید قطره به کمک جوهرافشان چکان به وقت نیاز^۳ (DOD)

در جوهر افشان‌های نوع CIJ مایع خروجی از نازل به صورت پی در پی به مجموعه‌ای از قطرات تبدیل می‌شود. این تکنولوژی قادر به تولید قطره با نرخ بسیار بالا (در حدود یک میلیون در ثانیه و بیشتر) خواهد بود. ساخت و کارکرد این نوع از جوهرافشان‌ها بسیار پرهزینه است.

جوهرافشان‌های نوع DOD تنها به هنگام نیاز قطرات را تولید و پرتاب می‌کنند و در نتیجه در مقایسه با نوع CIJ به سیستم انحراف و بازیافت نیاز ندارند. یک سیستم DOD شامل سه بخش اصلی محفظه، نازل و محرک است. با اعمال یک پالس فشاری به جوهر موجود در لوله تأمین (واقع در بالا دست نازل)، جوهر از طریق نازل پرتاب می‌شود. لازمه پرتاب قطره در این سیستم‌ها این است که مایع خروجی از نازل برای غلبه بر کشش سطحی سیال از مومنتوم کافی برخوردار باشد.

دو روش معمول برای ایجاد پالس فشاری در جوهرافشان نوع DOD عبارتند از: حباب گرمایی و پیژوالکتریک.

جوهر در روش حباب گرمایی با القای انرژی گرمایی به آن، به سرعت به جوش آمده و باعث تشکیل حباب می‌شود. حباب بخار تشکیل شده منبسط شده و در اثر آن یک پالس فشاری ایجاد شده که باعث پرتاب جوهر در نازل (پایین دست گرمکن) به سمت کاغذ می‌شود. پس از چند میکرو ثانیه حباب بخار خنک شده و فرو می‌پاشد. سپس کشش سطحی گوژی یا کاوی سطح جوهر^۴ در نازل، به منظور پرشدن مجدد نازل برای پرتاب قطره بعدی، مقداری جوهر از مخزن به طرف خود می‌کشد.

القای الکتریسیته به محرک‌های پیژو در جوهرافشان پیژوالکتریک، باعث خم شدن آن‌ها شده و در نتیجه مقدار جوهر لازم را از مجرای انتقال جوهر به محفظه پرتاب جوهر وارد می‌کنند. این محرک‌ها با پالس‌های معکوس الکتریسیته به سمت جلو خم شده و به جوهر جلوی خود فشار می‌آورند و آن را از طریق نازل به سوی کاغذ پرتاب می‌کنند. نزدیک به یک قرن است که پژوهش‌های زیادی در خصوص سیستم‌های DOD صورت گرفته است. مشاهدات تجربی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها درک خوبی از مراحل تشکیل یک قطره و پرتاب آن در سیستم‌های DOD به همراه دارد. روش‌های عددی زیادی جهت شبیه‌سازی فرایند تشکیل قطره و پرتاب آن از سیستم‌های پیژوالکتریک توسعه یافته‌اند که در همه آن‌ها از یک مدل فرضی تاریخچه فشار ورودی در طرف نازل استفاده می‌شود، در حالی که به دلیل پیچیدگی فرایند پاشش قطره از جوهرافشان حباب گرمایی (گرمایش گرمکن، تشکیل هسته حباب، رشد، فروپاشی و پرتاب قطره) تاکنون شبیه‌سازی جامعی صورت نگرفته است، لذا بایستی سیستم فشار مناسبی جایگزین فرایند پیچیده تشکیل هسته حباب، رشد و فروپاشی آن شود.

رمبه و همکاران [۲۵] برای تسخیر تکامل زمانی دینامیک تشکیل قطره از یک نازل DOD گرمایی، از عکسبرداری دیجیتال با سرعت

^۲ Continuous inkjet

^۳ Drop-on-demand

^۴ Meniscus

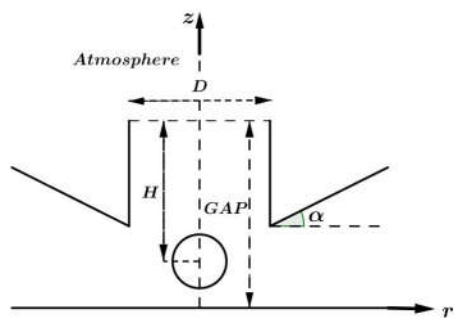
^۱ Thermal buckling

متقارن محوری بررسی شده است. فرایند شامل رشد و فروپاشی حباب و تشکیل قطره تا لحظه جدایش آن می‌باشد. این تحقیق دارای تفاوت‌های عمده‌ای با کارهای قبلی صورت گرفته در این زمینه (مراجع [۳۰ و ۱۶]) است که عبارتند از در نظر گرفتن زاویه کانال تغذیه و بدست آوردن میدان سرعت و فشار.

۲- هندسه و فرمول بندی مسأله

۲-۱- بیان مسأله

در این مقاله تولید قطره به کمک حباب جرقه‌ای از طریق یک محفظه متقارن محوری که از بالا در معرض هوای اتمسفری قرار دارد و از کناره‌ها به یک منبع متصل است، مطالعه شده است. فرایند شامل رشد و فروپاشی حباب و تشکیل قطره حاصل تا زمان جدایش می‌باشد. این هندسه شامل دو سطح صلب بالایی و پایینی است که در شکل ۱ نمایش داده شده است. α زاویه سطح صلب بالایی نسبت به سطح افق است. حباب جرقه‌ای در داخل محفظه و بر روی محور تقارن تشکیل می‌شود. فاصله مرکز حباب و سطح صلب پایینی با سطح آزاد به ترتیب با H و GAP مشخص شده است. شعاع بیشینه حباب بوده که مقدار آن برابر $20 \mu m$ است. نصف طول سطح صلب پایینی برابر با AR_m ، نصف طول سطح آزاد برابر با $3R_m = D/2$ و فشار در بی نهایت دور فیزیکی P_∞ برابر با $100 kPa$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- هندسه مسأله

۲-۲- روابط و فرمول‌های ریاضی

جریان سیال اطراف حباب، تراکم ناپذیر و غیرچرخشی و در نتیجه پتانسیلی فرض می‌شود (مراجع [۱۰، ۱۱ و ۳۲] را ببینید). معادله حاکم بر مسأله معادله لاپلاس می‌باشد (ϕ پتانسیل سرعت است):

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

این معادله در کل دامنه شامل دو شرط دینامیکی و سینماتیکی است. از شرط مرزی سینماتیکی برای به دست آوردن موقعیت هر گره در مرزهای متحرک و از شرط مرزی دینامیکی برای به روز رسانی پتانسیل سرعت روی مرزهای متحرک استفاده می‌شود. شرط مرزی سینماتیکی به صورت زیر می‌باشد. \vec{x} موقعیت گره در مرز است:

$$\nabla \phi = \vec{u} = d\vec{x}/dt \quad (2)$$

بر اساس مدل رایلی (به عنوان پایه مطالعات تئوری در زمینه بررسی رفتار یک حباب) داخل حباب از گاز چگالش ناپذیر و بخار انباشته شده است. لذا فشار داخل حباب برابر مجموع فشار جزئی بخار P_v و فشار جزئی گاز چگالش ناپذیر P_g است. مطابق فرض‌های مسأله

فوق‌العاده بالا استفاده نمودند. چن و باساران [۲۶] فرایند تشکیل قطره از یک نازل DOD پیژو را با استفاده از دوربین سرعت بالا تصویربرداری کردند. علاوه بر مطالعه‌های تجربی اشاره شده، کارهای عددی زیادی نیز در این خصوص صورت گرفته است. فرام [۲۷ و ۲۸] اولین کسی بود که دینامیک تشکیل قطره از نازل DOD را با استفاده از روش ترکیبی اولبری- لاگرانژی علامت گذاری و سلول (MAC) به صورت متقارن محوری تحلیل نمود. او یک جریان ورودی مثبت را در بالادست خروجی نازل اعمال کرد که با یک جریان ورودی منفی همراه بود. آلن و همکاران [۲۱] با بهره‌گیری از روش MAC به مطالعه فرایند تشکیل قطره از یک نازل DOD گرمایی پرداختند. آن‌ها به دلیل محدودیت در منابع و نداشتن اطلاعات کافی در مورد روش‌های عددی، زمان جدایش قطره را لحظه‌ای در نظر گرفتند که نسبت کمینه شعاع قطره تشکیل شده (در راستای عمود بر جهت حرکت قطره) به شعاع نازل هنوز نسبتاً بزرگ بود. زو و باساران [۲۹] به منظور شبیه‌سازی تشکیل قطره مایع از یک نازل DOD و برای بررسی دقیق‌تر زمان جدایش قطره و شکل آن حین جدا شدن، یک لوله موئینه ساده را در نظر گرفته و برای تسخیر جریان مثبت و منفی در مکانیزم تحریک این نوع از جوهرافشان‌ها، یک شدت جریان سینوسی گذرا را در بالادست خروجی نازل اعمال کردند. آن‌ها معادلات حاکم در یک هندسه متقارن محوری را با روش گالرکین-المان محدود حل کرده و زمان و طول جدایش قطره را برحسب تغییرات عدد وبر و فرکانس شدت جریان گذرا ارائه نمودند.

دادوند و همکاران [۳۰] یک روش جدید تولید قطره به صورت DOD را بر اساس دینامیک حباب نامتعادل توسعه دادند. در این روش نوسان یک حباب جرقه‌ای در نزدیکی روزنه تعبیه شده روی یک سطح مسطح، منجر به تولید امواج فشاری می‌شود. این امواج بسته به موقعیت حباب نسبت به سطح مشترک مایع- هوا و اندازه روزنه باعث تشکیل و پرتاب یک ریز قطره کوچکتر از نازل صفحه مسطح می‌شود. آن‌ها یک اندازه بحرانی برای روزنه تعیین کردند که به ازای آن، حباب بدون جت برگشتی رشد و فروپاشی می‌کند. سالکی و همکاران [۳۱] به مطالعه نوسان یک حباب گذرا در مجاورت یک سطح آزاد محدود، به منظور تولید قطره پرداختند. آن‌ها نوسان یک حباب جرقه‌ای در نزدیکی یک سطح مشترک مایع- هوا و به دنبال آن تولید و پرتاب قطره حاصل را به صورت عددی و با استفاده از روش المان مرزی مورد بررسی قرار دادند. در پژوهشی دیگر سالکی و همکاران [۳۲] نوسان دو حباب جرقه‌ای واقع بر روی یک ستون عمودی و در نزدیکی سطح محدود شده و مشترک آب- هوا را با استفاده از روش المان مرزی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها اثرات پارامترهای موثری مانند فاصله اولیه بین مرکزهای دو حباب و موقعیت اولیه حباب بالایی نسبت به سطح آزاد بر روی رفتار دو حباب و سطح آزاد را بررسی نمودند. اخیراً لیو و همکاران [۳۳] رفتار یک حباب در مجاورت سطح آزاد و یک دیوار صلب دارای سوراخ دایره‌ای را به صورت عددی و تجربی بررسی نمودند. آن‌ها تأثیر فاصله بی‌بعد حباب- سطح آزاد را بر روی دینامیک حباب مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که با افزایش این فاصله، طول عمر حباب و بیشینه حجم آن افزایش می‌یابد. آن‌ها نشان دادند وقتی این فاصله از ۵ بزرگتر باشد اثر سطح آزاد بر روی حرکت حباب می‌تواند صرف نظر کرد.

در کار حاضر تولید قطره به کمک حباب جرقه‌ای در یک محفظه

(پیروی گاز داخل حباب از قانون پلی تروپیک و اینکه نفوذ گاز و یا انتقال گرما در طول رشد و فروپاشی حباب اتفاق نمی افتد) فشار جزئی لحظه‌ای گاز به دست می‌آید. فشار اولیه درون حباب (ناشی از گاز چگالش‌ناپذیر داخل آن) V_0 و V به ترتیب حجم اولیه و لحظه‌ای حباب و λ نسبت گرمای ویژه است که به دلیل طبیعت انفجاری حباب جرقه‌ای مقدار آن $1/25$ فرض می‌شود.

$$P_g = P_{ig} \left(\frac{V_0}{V} \right)^\lambda \quad (3)$$

با نوشتن معادله ناپابای برنولی بر روی سطوح متحرک، شروط مرزی دینامیکی مسأله حاصل می‌شود:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\rho} (P_\infty - P_{lb}) + \frac{1}{2} |\bar{u}|^2 - g(z - H) \quad (4) \quad (\text{روی سطح حباب})$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\rho} (P_\infty - P_{lf}) + \frac{1}{2} |\bar{u}|^2 - gz \quad (5) \quad (\text{روی سطح آزاد})$$

ρ چگالی سیال، P_∞ فشار اتمسفری، g شتاب گرانشی، H برابر فاصله مرکز حباب از سطح آزاد می‌باشد. P_{lf} و P_{lb} به ترتیب برابر فشار سیال روی سطح حباب و سطح آزاد است و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$P_{lb} = P_v + P_g - \sigma \kappa_b \quad (6)$$

$$P_{lf} = P_\infty - \sigma \kappa_f \quad (7)$$

σ کشش سطحی، κ_b و κ_f به ترتیب دو برابر میانگین انحنای محلی سطح حباب و فصل مشترک سیال- هوا روی سطح آزاد است. با فرض $t_{ch} = R_m / \sqrt{\Delta P / \rho}$ و $U_{ch} = \sqrt{(\Delta P / \rho)}$ ، $P_{ch} = P_\infty - P_v$ ، $L_{ch} = R_m$ به ترتیب به عنوان طول، فشار، سرعت و زمان مشخصه، شکل بی‌بعد معادلات (1)، (3) و (4) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\nabla^2 \varphi^* = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d\varphi^*}{dt^*} = 1 - \varepsilon \left(\frac{V_0}{V} \right)^\lambda + \frac{1}{2} |\bar{u}^*|^2 - \delta^2 (z^* - H^*) \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi^*}{dt^*} = \frac{1}{2} |\bar{u}^*|^2 - \delta^2 z^* + \frac{\kappa_f^*}{We} \quad (10)$$

We ، ε و δ به ترتیب بیانگر عدد وبر، پارامتر قدرت و شناوری است.

۲-۱-۲- شرایط اولیه

حباب جرقه‌ای مورد مطالعه در ابتدا کروی بوده و حاوی گاز و بخار با فشار بسیار بالا (که باعث رشد حباب می‌شود) است. لازمه حل تحلیلی دینامیک حباب مشخص بودن شرایط اولیه حاکم بر مسأله (مقادیر اولیه فشار داخل حباب و شعاع اولیه آن) است، لذا از شکل بی-بعد معادله رایلی- پلیست استفاده می‌شود:

$$R^* \ddot{R}^* + \frac{3}{2} \dot{R}^{*2} = -1 + \varepsilon \left(\frac{R_i^*}{R^*} \right)^{3\lambda} - \frac{2}{R^* We} \quad (11)$$

معادله مذکور از نوع دیفرانسیل غیر خطی ساده است و نخستین بار توسط رایلی برای یک سیال غیرلزج مطرح شد. بعدها پلیست با وارد کردن اثر لزجت در مسأله، شکل نهایی معادله رایلی- پلیست را بیان نمود. برای حل این معادله از روش تکراری نیوتن-رافسون استفاده می‌شود. حل به ازای مقادیر مختلف پارامتر قدرت ε صورت گرفته و شعاع متناظر با پارامترهای قدرت مختلف به دست آمده است. از

آنجایی که در حجم بیشینه حباب $R_m^* = 1$ و $\dot{R}_m^* = 0$ است:

$$-1 + R_i^{*3} = \frac{\varepsilon R_i^{*3\lambda}}{\lambda - 1} \left(1 - R_i^{*3(1-\lambda)} \right) + \frac{3}{We} \left(1 - R_i^{*2} \right) \quad (12)$$

معادله (12) بیانگر حرکت خالص شعاعی حباب است.

۲-۲-۲- فرمول بندی انتگرال مرزی

معادله انتگرالی پایه حاکم بر مسئله، معادله انتگرالی فردهلم است. برای یک تابع به اندازه کافی هموار φ که در دامنه‌ای مانند Ω با سطح تکه‌ای هموار S در معادله لاپلاس صدق می‌کند، فرمول انتگرال گرین را می‌توان به معادله انتگرالی فردهلم تبدیل و به شکل معادله (13) نوشت:

$$c(p)\varphi(p) = \int_S \frac{\partial}{\partial n} (\varphi(q)) \frac{1}{|p-q|} dS - \varphi(q) \int_S \left(\frac{1}{|p-q|} \right) dS \quad (13)$$

S ، $p \in \Omega$ ، $q \in S$ و $\partial/\partial n$ مشتق نسبت به بردار واحد عمود بر سطح است. p و q به ترتیب به عنوان نقاط چشمه و میدان می-باشد. $G(p, q) = 1/|p - q|$ را تابع گرین میدان آزاد و ضریب $c(p)$ زاویه فضایی در نقطه p می‌نامند که برابر شار وارده از منبع مجازی به داخل میدان است و بسته به اینکه p در داخل دامنه یا روی مرز قرار گیرد به ترتیب برابر 4π و 2π خواهد بود. جهت گسسته‌سازی، از المان‌های خطی بر روی سطح آزاد و سطح صلب و از المان‌های اسپلاین مکعبی بر روی سطح حباب استفاده می‌شود. با گسسته سازی معادله انتگرالی (13) خواهیم داشت:

$$2\pi\varphi(p_i) = \sum_{j=1}^N \frac{\partial\varphi(q_j)}{\partial n} \int_{S_j} G(p_i, q_j) dS - \sum_{j=1}^N \varphi(q_j) \int_{S_j} \frac{\partial G(p_i, q_j)}{\partial n} dS \quad (14)$$

N مجموع المان‌های مرزی (روی مرز حباب، دیواره صلب و سطح آزاد) است. مقادیر پتانسیل و مشتق نرمال آن در طول هر المان، ثابت در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین مقادیر المانی مجهول از روش هم-مکانی استفاده شده است (مقادیر پتانسیل در وسط هر المان ذخیره شده و دانسیته در طول المان ثابت فرض می‌شود).

۲-۳- روش حل

حل مسأله شامل دو مرحله است: یکی فاز اوپلری جهت حل معادله میدان در زمان ثابت t و دیگری فاز لاگرانژی.

به منظور پیشروی در زمان. از حل معادله میدان (معادله (1))، سرعت نرمال $\partial\varphi/\partial n$ روی مرزهای متحرک و پتانسیل سرعت φ روی مرزهای صلب حاصل می‌شود. مؤلفه مماسی سرعت φ_s روی مرزهای متحرک را می‌توان با استفاده از مقادیر معلوم پتانسیل سرعت و موقعیت نقاط روی این مرزها و با استفاده از شروط مرزی سینماتیکی (معادله (2)) و دینامیکی (معادله‌های (4) و (5)) به روز نمود.

۲-۳-۱- انتگرال گیری عددی

روش غالب حل انتگرال‌های بیضوی، روش گوس- لژاندر استاندارد است. اما در صورتی که نقطه p به q نزدیک شود، انتگرال شامل تکنیکی خواهد بود که بایستی برای حذف تکنیکی اقدام نمود، لذا یک جمله لگاریتمی از انتگرال تکیین کم می‌شود. در این صورت دو انتگرال حاصل می‌شود، یکی بدون تکنیکی بوده و با روش گوس- لژاندر استاندارد قابل حل بوده و دیگری شامل تکنیکی لگاریتمی است و از روش مربعی حل می‌شود (برای جزئیات بیشتر مرجع [۳۵] را ببینید).

۲-۳-۱- شبکه بندی مجدد

شبکه بندی مجدد مرزهای متحرک در سه مرحله صورت می‌گیرد:
 ۱- ابتدا با استفاده از پارامتر طول کمان، تقریب مناسبی برای پروفیل مرزهای متحرک به دست می‌آید.
 ۲- با توجه به طول کمان مرز مورد نظر، تقریب‌های جدید خطی و اسپلاین مکعبی فرمول بندی می‌شوند.
 ۳- در نهایت با تقسیم کردن مرز به طول کمان‌های مساوی، توزیع مجدد گره‌ها صورت می‌گیرد (جزئیات بیشتر در [۳۸]).

۲-۳-۲- گام زمانی

گام زمانی مورد استفاده به صورت زیر است:

$$\Delta t = \min(\Delta t_1, \Delta t_2)$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta \Phi}{\max \left[\frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \varepsilon \left(\frac{R_i}{R} \right)^{3\lambda} + \frac{\kappa_f}{We} \right]} \quad (15)$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta \Phi}{\max \left[1 + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \varepsilon \left(\frac{R_i}{R} \right)^{3\lambda} + \frac{\kappa_b}{We} \right]} \quad (16)$$

که از معادله ناپایداری برنولی بر روی سطوح متحرک به دست می‌آیند. $\Delta \Phi$ به صورت بیشینه افزایش پتانسیل سرعت روی مرزهای متحرک بین دو گام زمانی متوالی تعریف شده و مقدار آن برابر 0.03 - 0.02 در نظر گرفته می‌شود. در کار حاضر، برای به روزرسانی مرزهای متحرک و مقادیر پتانسیل آن‌ها از روش رونگ-کوتای مرتبه دوم استفاده می‌شود.

۲-۳-۳- هموارسازی و شبکه بندی مجدد

شکل نهایی معادله انتگرالی فردهلم ترکیبی از معادلات انتگرالی فردهلم نوع اول و دوم بوده که حل عددی انتگرال فردهلم نوع اول باعث بروز ناپایداری از نوع دندان آرهای و با فرکانس بالا می‌شود [۳۶]. از طرف دیگر هنگام به روز رسانی مرزهای متحرک، ممکن است گره‌ها خیلی به هم نزدیک یا دور باشند که خود این امر نیز ناپایداری عددی را به همراه خواهد داشت. لذا با هدف ردیابی دقیق و عاری از هرگونه ناپیوستگی مرزهای متحرک، لازم است در هر چند تکرار یکبار، هموارسازی و شبکه بندی مجدد صورت گیرد. جهت حذف ناپایداری دندان آرهای بر روی مرز حباب و سطح آزاد یک جمله استهلاکی به کمیت تعدیل شونده اضافه می‌شود که اساس آن یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای شبه خطی از مرتبه چهار به صورت زیر است:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\eta \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \quad (17)$$

η ثابت پخششی، χ طول کمان و f تابع تعدیل شونده است. رابطه (۱۷) درجات مختلفی از تعدیل را ارائه می‌کند که بسته به سرعت رشد ناپایداری می‌توان از درجه مناسب استفاده کرد. در کار حاضر از فیلتر لانگت-هیگینس و کوکلت [۳۷] استفاده شده است. \bar{f}_j و \bar{f}_j به ترتیب کمیت‌های تعدیل شده و تعدیل شونده در گره j هستند.

$$\bar{f}_j = \frac{1}{32} (-f_{j-3} + 9f_{j-1} + 16f_j + 9f_{j+1} - f_{j+3}) \quad (18)$$

۳- نتایج و بحث

۳-۱- استقلال از شبکه

به منظور دستیابی به نتایج مستقل از تعداد المان‌های روی سطح آزاد و حباب، سه حالت متفاوت با تعداد المانهای (۳۰، ۲۰)، (۶۰، ۴۰) و (۸۰، ۱۲۰)، جهت گسسته‌سازی (نصف سطح آزاد، نصف سطح حباب) بررسی شد. نتایج در جدول ۱ داده شده است. با توجه به این جدول، در تمام شبیه‌سازی‌های کار حاضر از تعداد المان‌های (۶۰، ۴۰) استفاده شده است.

جدول ۱- استقلال نتایج از شبکه، به ازای $\varepsilon = 100$ ، $\text{FRSU} = 3$ ، $\alpha = 0$

و $\text{GAP}^* = 3$

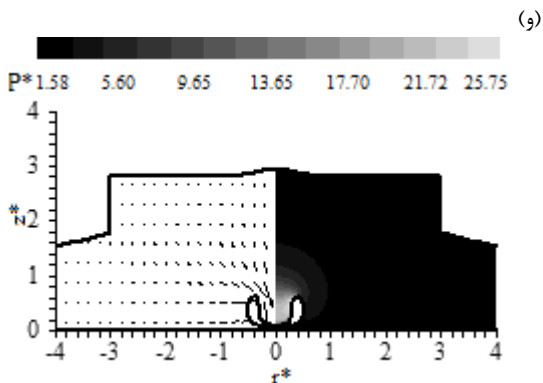
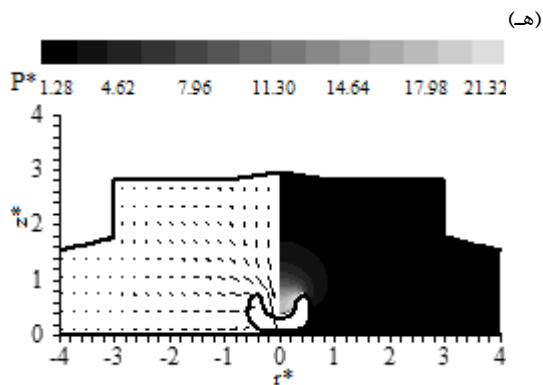
تعداد المانهای روی نیمه (سطح آزاد، حباب)	حجم بی بعد قطره V_{drop}^*	موقعیت عمودی نوک قطره Z_{tip}^*	زمان بی بعد جدایش قطره $t_{\text{pinch-off}}^*$
(۳۰، ۲۰)	۰/۲۳۳۷	۹/۲۱۰	۱۲/۵۲۱
(۶۰، ۴۰)	۰/۲۳۴۴	۹/۲۳۸	۱۲/۷۴۲
(۱۲۰، ۸۰)	۰/۲۳۴۶	۹/۲۵۵	۱۲/۸۱۴

۳-۲- اعتبارسنجی

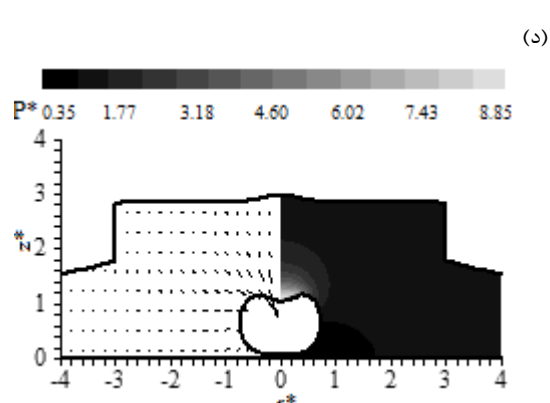
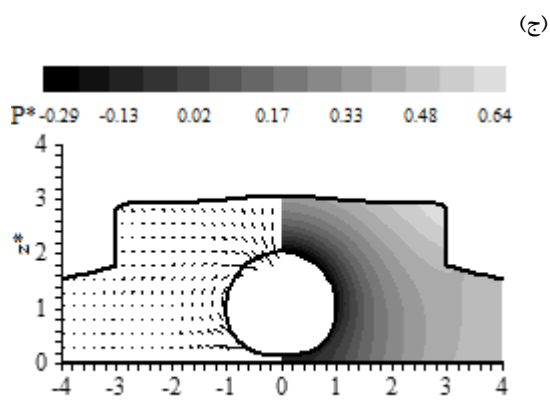
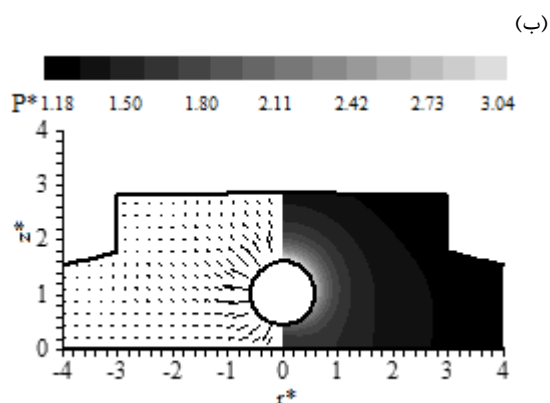
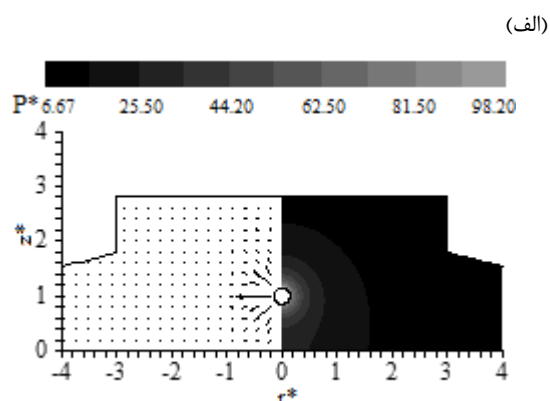
درستی و دقت نتایج حاصل از کد فرترن المان مرزی مورد استفاده در کار حاضر قبلاً توسط شروانی تبار و همکاران [۳۹] و دادوند و همکاران [۴۰] برای شبیه‌سازی قطره ناشی از نوسان حباب با مقایسه با نتایج تجربی مرتبط اثبات شده است و در این جا تکرار نمی‌گردد.

نتایج حاصل از شبیه سازی حاضر (سمت چپ) به ازای $\alpha = 0$ ، در حالتی که $\varepsilon = 10$ ، $D^* = 3/0$ ، $H^* = 2/04$ و $\text{GAP}^* = 2/54$ با نتایج تجربی دادوند و همکاران [۴۰] (سمت راست) مقایسه شد (شکل ۲ را ببینید). همانطور که مشاهده می‌شود انطباق خوبی بین نتایج برقرار است. شایان ذکر است که برخلاف کار دادوند و همکاران [۴۰]، در کار حاضر میدان سرعت و فشار سیال اطراف حباب نیز به دست آمده است. پس از اینکه حباب به حجم بیشینه خود رسید (تصویر الف) یک جت مایع شکل می‌گیرد که در جهت دور شدن از سطح آزاد شتاب گرفته و تمایل دارد به طرف دیگر حباب رسوخ کند (تصویر ب). در این میان سطح آزاد به آرامی آشفته می‌شود. این آشفته‌گی به منظور حفظ تعادل مومنوم کلی سیستم اتفاق می‌افتد. در واقع جت مایع بازگشتی به صورت ضمنی به عنوان یک نیروی ضربه‌ای عمل می‌کند که یک

دلیل نزدیکی به سطح صلب پایین تخت می‌شود. در نهایت حباب در لحظه $t^* = 2/0.2979$ (فریم و) با برخورد جت بازگشتی به سطح مقابل آن متلاشی می‌شود.



شکل ۳- کانتورهای فشار و بردارهای سرعت سیال اطراف حباب نوسانی در محفظه متقارن محوری ($\alpha = -15$, $GAP^* = 2/8$, $H^* = 1/8$, $\epsilon = 100$). زمان بی‌بعد متناظر با فریم‌های (الف) تا (و) به ترتیب برابر است با: 0.0003 , 0.15936 , 0.99128 , 1.77414 , 1.97741 و 2.02979 .



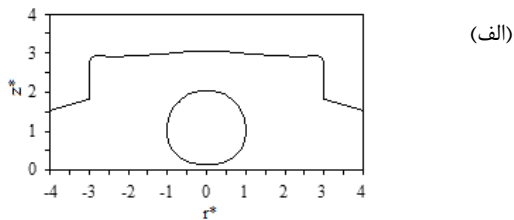
۳-۴- تأثیر پارامترهای GAP^* و α بر رفتار حباب نوسانی

تأثیر پارامترهای GAP^* و α بر رفتار حباب با رسم نمودار تغییرات حجم بی‌بعد حباب نسبت به زمان بی‌بعد، نمودار سرعت جت بازگشتی روی سطح حباب و خط تقارن قائم نسبت به زمان بی‌بعد و نمودار حرکت مرکز حباب نسبت به زمان بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۴ مربوط به تغییرات حجم بی‌بعد حباب نسبت به زمان بی‌بعد است. به ازای زاویه ثابت α (نمودار الف) با افزایش GAP^* طول عمر حباب، حجم بیشینه حباب، حجم حباب در فاز انقباض و زمان رسیدن حباب به حجم بیشینه افزایش و برای مقدار ثابت GAP^* (نمودار ب) با افزایش α ، طول عمر حباب کاهش می‌یابد. حباب در $\alpha = 0$ نسبت به سایر زوایا، دیرتر و در زاویه $\alpha = 15$ سریعتر به حجم بیشینه می‌رسد. نمودار حرکت مرکز حباب نسبت به زمان بی‌بعد در شکل ۵ نمایش داده شده است. حباب در طول فاز رشد به سمت سطح آزاد جذب شده و در فاز انقباض از آن دور خواهد شد. در حالتی که زاویه α ثابت است (نمودار الف) با کاهش GAP^* و برای مقادیر ثابت GAP^* (نمودار ب) با افزایش زاویه α ، حرکت مرکز حباب به سمت سطح آزاد در فاز رشد و دور شدن از آن در فاز انقباض ملموس‌تر خواهد شد. شکل ۶ مربوط به نمودار سرعت جت روی سطح حباب و خط تقارن قائم نسبت به زمان بی‌بعد است. سرعت جت روی سطح حباب برای زاویه ثابت α (نمودار الف) با افزایش GAP^* و برای مقدار ثابت GAP^* (نمودار ب) با افزایش α ، به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.

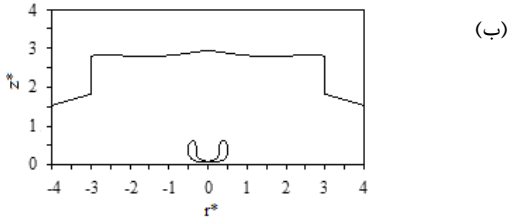
۳-۵- تولید قطره به کمک حباب جرقه‌ای

۳-۵-۱- دینامیک قطره تولید شده تا زمان جدایش

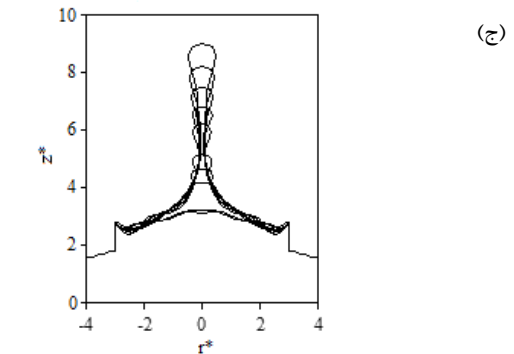
رفتار حباب نوسانی در محفظه متقارن محوری و در انتهای فازهای رشد و انقباض به ترتیب در شکل‌های ۷-الف و ۷-ب نشان داده شده است. در لحظه‌ای که حباب دارای بیشینه حجم خود است حرکت و نوسان حباب در زیر سطح آزاد منجر به یک اسپایک مایع وسیع بر روی سطح آزاد می‌شود (۷-الف). سپس حباب مذکور به دلیل برخورد جت برگشتی بر طرف مقابل آن فرو می‌باشد (شکل ۷-ب). بلافاصله پس از فروپاشی، حباب از شبیه‌سازی‌ها حذف شده ولی سطح آزاد همچنان با توجه به سرعت غیر صفر خود به حرکت رو به بالا ادامه می‌دهد. در مراحل اولیه تکامل سطح آزاد، اسپایک مایع وسیع‌تر بوده اما به تدریج در اثر تقابل بین نیروهای اینرسی و کشش سطحی باریک‌تر خواهد شد و در نهایت یک قطره شکل می‌گیرد (شکل ۷-ج).



(الف)



(ب)

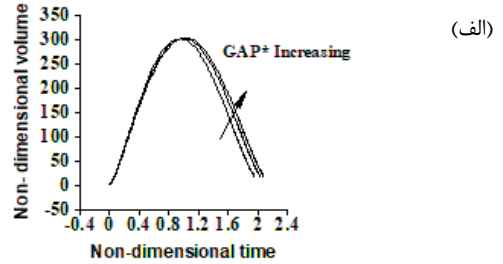


(ج)

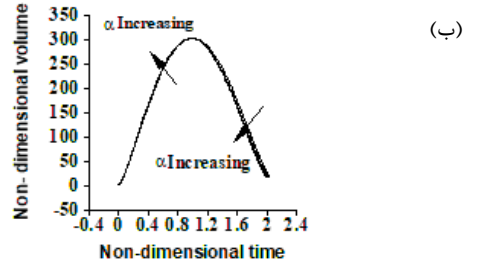
شکل ۷- رفتار حباب نوسانی در یک محفظه متقارن محوری و شکل-گیری قطره به ازای $H^* = 2/8$, $GAP^* = 2/8$, $\alpha = -15$, $\epsilon = 100$ و $H^* = 1/8$: (الف) حباب در بیشینه حجم، (ب) حباب در انتهای فاز انقباض، (ج) فریم-های متوالی از تکامل اسپایک مایع سطح آزاد و شکل‌گیری قطره

۳-۵-۲- تأثیر هندسه محفظه بر روی شکل قطره

نتایج شبیه‌سازی برای زاویای 15° , 0° , -15° در حالتی که $\epsilon = 100$, $GAP^* = 2/8$, $H^* = 1/8$ و $D^* = 3/0$ در جدول ۲ نشان داده شده است. $V_{drop}^* = \frac{V_{drop}^*}{V_m}$ حجم بی‌بعد قطره، $t_{pinch-off}^*$ زمان بی‌بعد جدایش قطره و Z_{tip}^* موقعیت بی‌بعد نوک قطره در لحظه جدایش است. مشاهده می‌شود بیشترین زمان جدایش متعلق به زاویه -15° است. با افزایش زاویه α مقدار Z_{tip}^* افزایش می‌یابد.

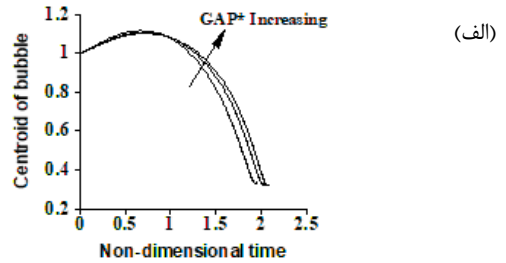


(الف)

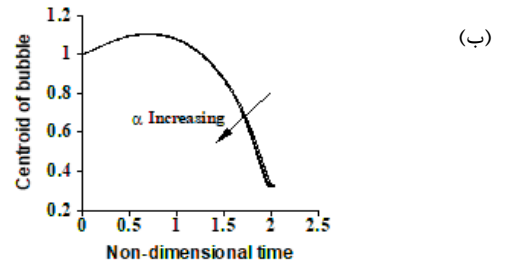


(ب)

شکل ۴- نمودار تغییرات حجم بی‌بعد حباب نسبت به زمان بی‌بعد

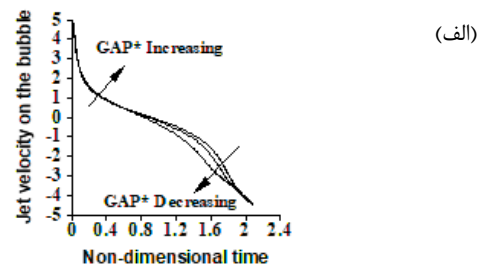


(الف)

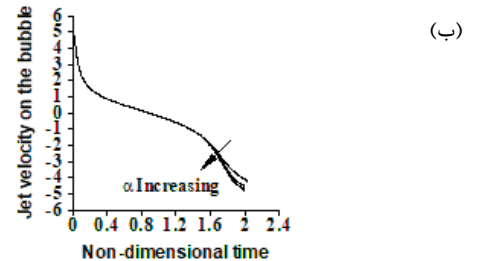


(ب)

شکل ۵- نمودارهای حرکت مرکز حباب نسبت به زمان بی‌بعد



(الف)



(ب)

شکل ۶- نمودار سرعت جت روی سطح حباب نسبت به زمان بی‌بعد

جدول ۵- مشخصات قطره به ازای مقادیر مختلف GAP^*

GAP^*	α	V_{drop}^*	Z_{tip}^*	$t_{pinch-off}^*$
۲/۵	-۱۵	۰/۱۸۹۳	۸/۶۰۷۲	۱۴/۴۵۴۷
۲/۵	۰	۰/۱۸۵۱	۸/۵۲۶۷	۱۴/۷۱۲۵
۲/۵	۱۵	۰/۱۸۸۲	۸/۵۸۵۷	۱۴/۹۲۱۶
۲/۸	-۱۵	۰/۱۸۴۰	۸/۹۷۶۰	۲۲/۰۷۶۱
۲/۸	۰	۰/۲۳۴۰	۹/۲۴۲۰	۱۲/۷۱۳۳
۲/۸	۱۵	۰/۲۳۱۵	۹/۲۴۸۹	۱۳/۱۱۲۱

۴- نتیجه گیری

در کار حاضر تولید قطره به کمک حباب جرقه‌ای در یک محفظه متقارن محوری بررسی شد. فرایند شامل رشد و فروپاشی حباب و تشکیل قطره تا لحظه جدایش می‌باشد. تأثیر زاویه کانال تغذیه روی رفتار حباب بررسی شد و برای درک بهتر فرایند تشکیل قطره کانتورهای فشار و بردارهای سرعت سیال اطراف حباب نیز به دست آمد.

نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهد که با افزایش Z_{tip}^* و V_{drop}^* افزایش یافته و جدایش قطره سریع‌تر اتفاق می‌افتاد. با افزایش زاویه α ، Z_{tip}^* و V_{drop}^* افزایش می‌یابد زیرا حجم بیشتری از سیال در تولید قطره مشارکت دارد. بیشترین زمان جدایش متعلق به زاویه ۱۵- درجه است. با افزایش GAP^* ، Z_{tip}^* افزایش می‌یابد. به ازای زاویه ۱۵- درجه زمان جدایش قطره افزایش، V_{drop}^* کاهش، در حالی که برای زوایای ۰ و ۱۵ درجه زمان جدایش کاهش و V_{drop}^* افزایش می‌یابد و با افزایش H^* ، مقدار V_{drop}^* کاهش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Robert E., *Dynamic of a Cavitation Bubble Inside A Liquid Jet*, Diploma Work, University of Ecole Polytechnique, Lausanne Suisse, 2004.
- [2] Klaseboer E., Turangan C. K. and Khoo B. C., Dynamic Behavior of a Bubble near an Elastic Infinite Interface. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 32, pp. 1110-1122, 2006.
- [3] Brenner M. P., Hilgenfeldt S. and Lohse D., Single-Bubble Sonoluminescence. *Reviews of modern physics*, Vol. 74, pp. 425-484, 2002.
- [4] Benjamin T. B. and Ellis A. T., The Collapse of Cavitation Bubbles and Pressure thereby Produced against Solid Boundary. *Philos. Trans. R. Soc.*, Vol. 260, No. 1110, pp. 221-240, 1966.
- [5] Guerri L., Lucca G. and Prosperetti A., A Numerical Method For The Dynamics Of Non- Spherical Cavitation Bubbles. In *Proceedings of the 2nd International Colloquium on Drops and Bubbles*, pp. 175-181, 1981.
- [6] Baker G. R. and Moore D. W., The rise and distortion of a two-dimensional gas bubble in an inviscid liquid. *Phys. Fluids*, Vol. 1, pp. 1451-1459, 1989.
- [7] Best J. P. and Kucera A., A numerical investigation of non-spherical rebounding bubbles. *J. Fluid Mech*, Vol. 245, pp. 137-154, 1992.

۳-۵-۳- تأثیر فاصله مرکز حباب از سطح آزاد بر

مشخصات قطره

نتایج حاصل از ارزیابی تأثیر فاصله مرکز حباب از سطح آزاد بر رفتار قطره شکل گرفته، در جدول ۳ نشان داده شده است. هندسه مسأله به ازای زاویه $\alpha = 0$ ، با سه مقدار $2/0, 1/9, 1/8$ ، $H^* = 1/8$ و در شرایطی که $GAP^* = 3/0$ ، $\varepsilon = 100$ ، مورد مطالعه قرار گرفته است. مشاهده می‌شود در اثر افزایش H^* مقدار V_{drop}^* افزایش می‌یابد. بالاترین فاصله سطح آزاد از نوک قطره مربوط به $H^* = 1/8$ و کمترین آن مربوط به $H^* = 1/9$ است. همچنین بیشترین و کمترین زمان جدایش به ترتیب متعلق به مقادیر $H^* = 2/0$ و $H^* = 1/9$ است.

۳-۵-۴- تأثیر پارامتر قدرت بر رفتار قطره

اثر پارامتر قدرت بر رفتار قطره در حالی $GAP^* = 2/8$ و $D^* = 3/0$ و $H^* = 1/8$ به ازای مقادیر $100, 50, 10$ ، $\varepsilon = 100$ بررسی و نتایج در جدول ۴ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود با افزایش ε مقدار V_{drop}^* و Z_{tip}^* افزایش یافته و جدایش قطره سریعتر اتفاق می‌افتد.

۳-۵-۵- تأثیر اندازه GAP^* بر روی شکل قطره

نتایج حاصل از بررسی تأثیر اندازه GAP^* بر روی مشخصات قطره در جدول ۵ بیان شده که در کلیه حالت‌ها $\varepsilon = 100$ ، $H^* = 1/8$ ، $D^* = 3/0$ است. با افزایش GAP^* به ازای زاویه ۱۵- درجه زمان جدایش قطره افزایش و V_{drop}^* کاهش یافته در حالی که برای زوایای ۰ و ۱۵ درجه زمان جدایش کاهش و V_{drop}^* افزایش خواهد یافت. همچنین به ازای افزایش GAP^* مقدار Z_{tip}^* افزایش می‌یابد.

جدول ۲- مشخصات قطره به ازای مقادیر مختلف α

α	V_{drop}^*	Z_{tip}^*	$t_{pinch-off}^*$
-۱۵	۰/۱۸۴۰	۸/۹۷۶۰	۲۲/۰۷۶۱
۰	۰/۲۳۴۰	۹/۲۴۲۰	۱۲/۷۱۳۳
۱۵	۰/۲۳۱۵	۹/۲۴۸۹	۱۳/۱۱۲۱

جدول ۳- مشخصات قطره به ازای مقادیر مختلف H^*

H^*	V_{drop}^*	Z_{tip}^*	$t_{pinch-off}^*$
۱/۸	۰/۲۲۶۲	۹/۲۵۰۶	۱۲/۱۹۴۴
۱/۹	۰/۲۳۰۴	۹/۲۳۶۰	۱۲/۱۶۴۶
۲/۰	۰/۲۳۴۰	۹/۲۴۲۰	۱۲/۷۱۳۳

جدول ۴- مشخصات قطره به ازای مقادیر مختلف ε

ε	V_{drop}^*	Z_{tip}^*	$t_{pinch-off}^*$
۱۰	۰/۲۱۶۷	۹/۱۱۰۲	۱۴/۳۱۵۳
۵۰	۰/۲۲۸۲	۹/۱۹۷۶	۱۳/۰۸۸۵
۱۰۰	۰/۲۳۴۰	۹/۲۴۲۰	۱۲/۷۱۳۳

- radius in drop-on-demand drop production. *Physics of Fluids*, Vol.14, pp. L1-L4, 2002.
- [27] Fromm J., A numerical study of drop-on-demand ink jets. Proceedings of the Second International Colloquium on Drops and Bubbles, *Monterey, CA*, NASA JPL Publication, pp. 82–7, 1981.
- [28] Fromm J., Numerical calculation of the fluid dynamics of drop-on-demand jets. *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 28, pp. 322-33, 1984.
- [29] Xu Q. and Basaran O. A., Computational analysis of drop-on-demand drop formation. *Physics of Fluids*, Vol. 19, pp. 1-12, 2007.
- [30] Dadvand A., Shervani-Tabar M. T. and Khoo B. C., A note on spark bubble drop-on demand droplet generation: simulation and experiment. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 56, pp. 245–259, 2011.
- [31] Saleki-Haselghoubi N., Shervani-Tabar M. T., Taeibi-Rahni M. and Dadvand A., Numerical study on the oscillation of a transient bubble near a confined free surface for droplet generation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 28, pp. 449-472, 2014.
- [32] Saleki-Haselghoubi, N., Shervani-Tabar, M.T., Taeibi-Rahni, M. and Dadvand, A., Interaction of two spark-generated bubbles near a confined free surface. *Theor. Comput. Fluid Dyn*, 30 (3), 185–209, 2016.
- [33] Liu N. N., Wu W. B., Zhang A. M. and Lio Y. L., Experimental and numerical investigation on bubble dynamics near a free surface and a circular opening of plate. *Physics of Fluids*, Vol. 29. No. 107102, 2017.
- [34] Blake J. R. and Gibson D. C., Cavitation bubbles near boundaries. *Ann Rev Fluid Mech*, Vol. 19, pp. 99–123, 1987.
- [35] Taib B. B., *Boundary Integral Methods Applied To Cavitation Bubble Dynamics*. PhD Thesis, University of Wollongong, Wollongong, Australia, 1985.
- [36] Arfken G. B. and Weber H. J., *Mathematical Methods For Physicists*. Sixth Edition, pp. 1005-1036, New York, Elsevier, 2005.
- [37] Longuet-Higgins M. S. and Cokelet E. D., The Deformation of Steep Surface Waves on Water. I. A Numerical Method of Computation. Proceedings of the Royal Society of London A: *Mathematical, Physical and Engineering Sciences. A*, Vol. 350, pp. 1–26, 1976.
- [38] Best J. P., *The Dynamics of underwater explosions*, Ph.D. thesis, University of Wollongong, Wollongong, Australia, 1991.
- [39] Shervani-Tabar M. T., Dadvand A., Khoo B. C. and Nobari M. R. H., A numerical and experimental study of a collapsing bubble-induced droplet ejector. *Theor Comput Fluid Dyn*, Vol. 23, No.4, pp. 297–316, 2009
- [40] Dadvand A., Khoo B. C., Shervani-Tabar M. T. and Khalilpourazary S., Boundary element analysis of the droplet dynamics induced by spark-generated bubble. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 36, pp. 1595- 1603, 2012.
- [8] Brujan E. A., Keen G. S., Vogel A. and Blake J. R., The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary. *Physics of fluids*, Vol. 14, No. 1, pp. 85–92, 2002.
- [9] Blake J. R. and Gibson D. C., Growth and collapse of a vapour cavity near a free surface. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 111, pp. 123–140, 1981.
- [10] Wang Q. X., Yeo K. S., Khoo B. C. and Lam K. Y., Strong Interaction Between Buoyancy Bubble and Free Surface. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 8, pp. 73-88, 1996.
- [11] Wang Q. X., Yeo K. S., Khoo B. C. and Lam K. Y., Nonlinear interaction between gas bubble and free surface. *Computers & Fluids*, Vol. 25, pp. 607-628, 1996.
- [12] Shervani-Tabar M. T., Dynamics of A Pulsating Bubble Beneath A Free Surface. In *Proceedings of DETC02, ASME2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Montreal, Canada, 2002.
- [13] Shervani-Tabar M. T., *Computer Study of A Cavity Bubble Near a Rigid Boundary, A free surface and A compliant wall*, PhD Thesis, University of Wollongong, Wollongong, Australia, 1995.
- [14] Khoo B. C., Klaseboer E. and Hung K. C., A collapsing bubble-induced micro-pump using the jetting effect. *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 118, pp. 152–161, 2005.
- [15] Zhang A. M., Wang S. P., Huang C. and Wang B., Influences of initial and boundary conditions on underwater explosion bubble dynamics. *Eur. J. Mech. –B/Fluids*, Vol. 42, pp. 69–91, 2013.
- [16] Dadvand A., Dawoodian M., Khoo B. C. and Esmaily R., Spark-generated bubble collapse near or inside a circular aperture and the ensuing vortex ring and droplet formation. *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 29, pp. 657–666, 2013.
- [17] Myers R. A. and Tamulis J. C., Introduction to Topical Issue on Non-Impact Printing Technologies. *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 28, pp. 234–40, 1984.
- [18] Buehner W. L., Hill J. D., Williams T. H. and Woods J. W., Application of Ink-jet Technology to a Word Processing Output Printer. *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 21, pp. 2–9, 1977.
- [19] Ashley C. T., Edds K. E. and Elbert D. L., Development and Characterization of Ink for an Electrostatic Ink Jet Printer. *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 21, pp. 69–74, 1977.
- [20] Nielsen N. J., History of ThinkJet Printhead Development. *Hewlett-Packard Journal*, Vol. 36, No. 5, pp. 4–10, 1985.
- [21] Allen R. R., Meyer J. D. and Knight W. R., Thermodynamics and Hydrodynamics of Thermal ink jets. *Hewlett-Packard Journal*, Vol. 36, No. 5, pp. 21-27, 1985.
- [22] Chen P. H., Peng H. Y., Liu H. Y., Chang S. L., Wu T.I., and Cheng C. H., Pressure response and droplet ejection of a piezoelectric inkjet printhead. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 235–48, 1999.
- [23] Hirata S., Ishii Y., Matoba H. and Inui T., An Ink-Jet Head Using Diaphragm Microactuator. *Proc. of the 9th IEEE Micro Electro Mechanical Systems Workshop*, pp. 418–23, San Diego, 1996.
- [24] Vera A. J., *Study of the Parameters to Generate Different Sizes of Micro-Droplets*, Master thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2013.
- [25] Rembe C., Patzer J., Hofer E. P. and Kreh P., Real-cinematographic visualization of droplet ejection in thermal ink jets. *J. Imaging Sci. Technol*, Vol. 2658, pp. 400-404, 1996.
- [26] Chen A. U. and Basaran O. A., A new method for significantly reducing drop radius without reducing nozzle