

## مطالعه عددی تاثیر ضریب سرعت لغزشی بر روی مشخصه های جریان و انتقال گرما نانوسیال غیرنیوتونی آب/کربوکسی متیل سلولز-اکسید مس در یک میکرولوله افقی

احمد رضا رحمتی\*

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

علی مرزبان

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

امیدعلی اکبری

دانشجوی دکتری، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، ایران

### چکیده

در این تحقیق، جریان لایه‌ای و انتقال گرمای نانوسیال غیرنیوتونی محلول کربوکسی متیل سلولز (CMC) با غلظت ۰/۵ درصد وزنی به روش عددی بررسی می‌شود. نانوذرات جامد شامل کسر حجمی ۱ و ۱/۵ درصد نانوذره اکسید مس با قطر نانوذره معادل ۱۰۰ nm می‌باشند. همچنین در این بررسی اثرات ضریب سرعت لغزشی بی‌بعد در حالت‌های  $\beta^* = 0-0.1$  نیز مورد توجه است. جریان لایه‌ای و انتقال گرما نانوسیال غیرنیوتونی در یک میکرولوله افقی دو بعدی با طول  $L=200$  mm و قطر هیدرولیکی معادل  $D_h = 3$  mm شبیه‌سازی عددی می‌شود. به دیواره‌ی میکرولوله افقی شار گرمایی ثابت معادل  $1000 \text{ W/m}^2$  اعمال می‌شود. محدوده اعداد رینولدز این پژوهش بین  $100 \leq Re \leq 2000$  است. در این تحقیق، تأثیر ضریب سرعت لغزشی، کسر حجمی نانوذرات اکسید مس و عدد رینولدز بر پارامترهای جریان و انتقال گرما نانوسیال غیرنیوتونی مدنظر است. نتایج این مطالعه به صورت نمودارهای، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک و سرعت و دمای بی‌بعد ترسیم می‌شوند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی نانوذره جامد و ضریب سرعت لغزشی باعث افزایش انتقال گرما می‌شود. همچنین افزایش ضریب سرعت لغزشی تأثیر زیادی در کاهش ضریب اصطکاک در دیواره میکرولوله افقی دارد. **واژه‌های کلیدی:** ضریب سرعت لغزشی، نانوسیال غیرنیوتونی، کربوکسی متیل سلولز، میکرولوله افقی، انتقال گرما.

## Numerical Study of Effect of the Slip Velocity Coefficient on Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics of Non-Newtonian Nanofluid, Water / Carboxymethyl Cellulose-Copper Oxide, in a Horizontal Microtube

A. R. Rahmati

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

A. Marzban

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

O. A. Akbari

Young Researchers and Elite Club, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr, Iran

### Abstract

In the present study, laminar flow and heat transfer of non-Newtonian fluid, including the solution carboxymethyl cellulose (CMC) at a concentration of 0.5 wt% is investigated numerically. Nano particles including the volume fraction of 1 and 1.5 percent copper oxide nanofluid with a diameter nanoparticles are equivalent 100nm. Also in this research, the effects of coefficient of non-dimensional slip velocity is also considered in the cases of  $\beta^* = 0-0.1$ . The laminar flow and heat transfer of non-Newtonian nanofluid in a horizontal two-dimensional microtube with the length equals  $L=200$ mm and hydraulic diameter equals  $D_h = 3$  mm is numerically simulated. A fixed heat flux equals of  $q''=1000 \text{ W/m}^2$  is applied on the walls of the horizontal microtube. The range of Reynolds numbers in this study between  $100 \leq Re \leq 2000$ . In this study, the effect of slip velocity coefficient, the volume fraction of copper oxide nanoparticles and Reynolds number on the parameters of fluid flow and heat transfer of non-Newtonian nanofluids are considered. The results, in the form of figures, the Nusselt number, coefficient of friction, velocity and non-dimensional temperature are depicted. Results of the study show that the increase in the volume fraction of solid nanoparticles and the coefficient of slip velocity increases the heat transfer coefficient. As well as the increase of the slip velocity coefficient has a big effect on reducing the coefficient of friction on the walls of the horizontal micro tube.

**Keywords:** coefficient of slip velocity, non-Newtonian nanofluids, carboxymethyl cellulose, horizontal microtube, heat transfer.

### ۱- مقدمه

پژوهشگاه‌ها و دانشگاه‌ها و چاپ عناوین مختلف بحث‌های علمی در زمینه انتقال گرما در نشریه‌ها نشان دهنده اهمیت حیاتی این علم در صنایع امروزی است. بکارگیری روش‌های موثر در انتقال شارهای گرمایی بالا با صرفه‌جویی در زمان انتقال گرما و استفاده از سطوح انتقال گرمای با صرف مواد مصرفی کمتر از موضوعات بحث برانگیز در انتقال گرما هستند. از اینرو محققین با بکارگیری نانوسیالات و استفاده از هندسه‌های مختلف مانند استفاده از میکروکانال‌ها و میکرولوله‌ها سعی بر بکارگیری این ابزارها در صنایع مختلف مانند صنایع نیروگاهی

اصلاح روش‌های انتقال گرما در کلیه ابزارهای صنعتی به ویژه در مبدل‌های گرمایی و صنایع کوچک و بزرگ به عنوان یکی از مهمترین بحث‌های علمی در چند دهه اخیر است. با افزایش آلودگی‌های زیست محیطی ناشی از گرم شدن زمین به علت وجود گازهای گلخانه‌ای و کنترل انتقال گرما در صنایع، مصرف انرژی به عنوان بحث جدی و پراهمیت در کشورهای صنعتی است. مقالات و پژوهش‌های امروزی در

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: ar\_rahmati@kashanu.ac.ir

و الکترونیک و خودرو و غیره دارند [۱]. تحقیق بر روی انتقال گرما جابجایی با استفاده از نانوسیالات نشان داد که نانوذرات معلق در سیال پایه ویژگی‌های انتقال گرما سیال را تغییر می‌دهند [۲-۴].

اهمیت افزایش انتقال گرما در صنایع و بهینه سازی بهتر اجزای انتقال دهنده گرما باعث شد مطالعات گسترده‌ای در مورد انتقال گرما در ابعاد میکرو با استفاده از نانوسیالات مختلف انجام پذیرد [۵-۸]. استفاده صنعتی از نانوسیالات غیرنیوتونی به منظور افزایش چشمگیر انتقال گرما در صنایع شیمیایی، پتروشیمی، پلیمر و داروسازی توسط چهارپا و ریچاردسون [۹] بررسی شده است. در چند دهه اخیر مطالعاتی نیز مبنی بر استفاده از نانوسیالات غیرنیوتونی به عنوان سیال خنک کننده انجام شده است [۱۰-۱۴].

نیکخواه و همکاران [۱۵] به بررسی عددی جریان نانوسیال آب-نانولوله های کربنی چند دیواره تابعی (FMWCNT) در میکروکانال دوبعدی با شرایط مرزی لغزشی و غیرلغزشی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که افزایش درصد وزنی نانوذره جامد و ضریب سرعت لغزشی باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود. له لنا و همکاران [۱۶] به بررسی عددی انتقال گرما سیال آب و سیالات دی‌الکتریک در میکرولوله فولادی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که، رسانایی گرمایی در اعداد رینولدز پایین تاثیر بسزایی در افزایش عدد ناسلت موضعی دارد. هریس و همکاران [۱۷] جریان سیال و انتقال گرما نانوسیال را در لوله دایروی به صورت عددی بررسی کردند. در این مطالعه آن‌ها دریافتند که افزودن پودر نانوذرات به سیال عامل باعث افزایش چشمگیر انتقال گرما می‌شود. مطالعات انجام شده توسط احمد و همکاران [۱۸-۱۹] در مورد بررسی جریان نانوسیال کانال‌ها و مجراها نشان که انتقال گرما در نانوسیالات به نوع ذرات جامد وابسته است. نیو و همکاران [۲۰] به بررسی نظری جریان لغزشی نانوسیال غیرنیوتونی آب-اکسید آلومینیم در میکرولوله دوبعدی پرداختند. آن‌ها در این پژوهش دریافتند که افزایش کسر حجمی نانوذره جامد و طول لغزش تاثیر زیادی در رفتار نانوسیال غیرنیوتونی دارد.

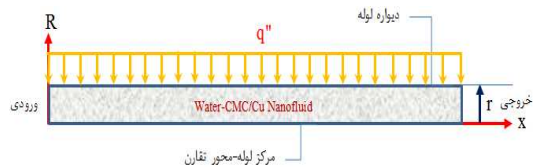
مینه‌آ [۲۱]، بررسی عددی جریان مغشوش نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در کسر حجمی ۱-۴ درصد به صورت عددی در میکرولوله مورد مطالعه قرار دارد. نتایج تحقیق عددی آن نشان داد که افزایش ضریب انتقال گرما جابجایی نانوسیال در مقایسه با سیال پایه چشمگیر است. مروچی و اسماعیلی [۲۲] انتقال گرما جابجایی اجباری نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در لوله مدور به صورت عددی مطالعه کردند. سانتا و همکاران [۲۳ و ۲۵] به بررسی رفتار سیالاتی و انتقال گرما نانوسیال غیر نیوتونی آب-اکسید مس در هندسه هایی مانند محفظه بسته با روش غیر نیوتونی power-law پرداختند. چن و همکاران [۲۵]، انتقال گرما و جریان سیال غیرنیوتونی در میکروکانال را به روش power-law بررسی کردند، همچنین آن‌ها پارامترهای مختلف سیال را برای ضرایب متفاوت ( $K, n$ ) محاسبه نمودند. پنگ و همکاران [۲۶] به بررسی جریان سیال آب در میکرولوله شیشه‌ای پرداختند، در این بررسی تجربی، آن‌ها دریافتند که انتقال جریان از حالت آرام به مغشوش در میکرولوله در محدوده عدد رینولدز بین ۱۷۰۰ تا ۱۹۰۰ اتفاق می‌افتد. ال جینک و یانگ [۲۷] و سلاتا و همکاران [۲۸] به بررسی رفتار دینامیکی جریان سیال آب در میکرولوله با شرط مرزی لغزش پرداختند و نتایج آن‌ها نشان داد که برای سیال آب در

میکرولوله، طول لغزشی حدود ۰/۷ تا ۱ میکرومتر است. در این مطالعه دینامیک سیالات محاسباتی و انتقال گرما جریان لایه‌ای نانوسیال غیرنیوتونی محلول آب-کربوکسی متیل سلولز با غلظت ۰/۵ درصد وزنی، و نانوذرات جامد اکسید مس با کسر حجمی ۱ و ۱/۵ درصد در میکرولوله افقی دو بعدی با شرایط مرزی لغزشی و غیر لغزشی به صورت عددی شبیه‌سازی می‌شود. رفتار رئولوژیکی نانوسیال مورد بررسی به صورت روش غیرنیوتونی و با قانون توانی با در نظر گرفتن ضریب قانون توانی ( $K$ ) و توان قانون توانی ( $n$ ) برای هر کسر حجمی بررسی می‌شود. تمایز تحقیق حاضر با مطالعات انجام شده در این راستا در این است که، در پژوهش پیش‌رو اثرات استفاده از نانوسیال غیرنیوتونی در کسر حجمی مختلف نانوذره جامد و شرایط مرزی لغزشی و غیر لغزشی به صورت یکجا بررسی می‌شود.

## ۲- مدل ریاضی مسئله

### ۲-۱- بیان مسئله

در این مطالعه جریان اجباری و آرام نانوسیال، برای کسر حجمی‌های ۱ و ۱/۵ درصد نانوذره جامد اکسید مس معلق در سیال غیرنیوتونی حاصل از محلول ۰/۵ درصد وزنی کربوکسی متیل سلولز در آب به صورت عددی بررسی می‌شود. تجزیه و تحلیل انجام شده بر روی یک میکرولوله افقی دو بعدی است. به منظور بررسی انتقال گرما و جریان لایه‌ای نانوسیال غیرنیوتونی، میدان سرعت و دما و اثرات اصطکاک در کسر حجمی و اعداد رینولدز مختلف و شرایط مرزی لغزشی و غیر لغزشی متفاوت بررسی می‌شود. شکل (۱) طرحواره میکرولوله افقی دو بعدی بررسی شده در این تحقیق را نمایش می‌دهد. طول میکرولوله افقی  $L=3\text{mm}$  و ارتفاع آن  $D_h=3\text{mm}$  است. در طول میکرولوله افقی، بر روی دیواره شار گرمایی ثابت معادل  $q''=1000\text{ W/m}^2$  اعمال شده است.



شکل ۱- طرحواره میکرولوله افقی دو بعدی بررسی شده

دمای سیال ورودی به میکرولوله افقی  $T_h=301\text{ K}$  است. جریان سیال در حالت آرام برای اعداد رینولدز ۱۰۰، ۵۰۰، ۱۵۰۰ و ۲۰۰۰ بررسی می‌شود. سیال پایه شامل محلول غیر نیوتونی آب-کربوکسی متیل سلولز با غلظت ۰/۵ درصد وزنی و نانوذرات جامد شامل، پودر اکسید مس ( $\text{CuO}$ ) با کسر حجمی ۱ و ۱/۵ درصد است. قطر ملکول سیال پایه برابر ۲ انگستروم و قطر نانوذرات جامد ۱۰۰ nm و به صورت کروی و یکنواخت در نظر گرفته می‌شوند. خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات پودر اکسید مس در جدول (۱) ارایه شده است.

$$Pr = \frac{C_{p_{nf}} \cdot \Gamma \cdot (v_{nf})^{n-1}}{k_{nf}} \quad (6)$$

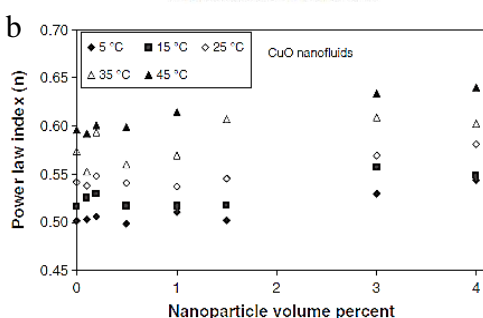
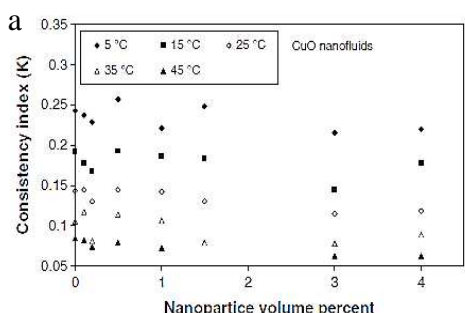
$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\rho_{nf} \cdot C_{p_{nf}} \cdot v_{nf} \cdot D_h}{k_{nf}} \quad (7)$$

در این مطالعه عددی از مدل قانون توانی در بررسی رفتار رئولوژیک سیال استفاده شده است، بنابراین بجای تعیین لزجت نانوسیال، مقادیر  $n$  و  $K$  که به ترتیب بیان کننده ثابت و اندیس پاورلا یا قانون توانی هستند برای تعیین مقادیر  $n$  و  $K$  در غلظت‌های ۱ و ۱/۵ درصد کسر حجمی نانوذره جامد اکسید مس معلق در سیال غیرنیوتونی حاصل از محلول ۰/۵ درصد وزنی کربوکسی متیل سلولوز در آب، از نمودار تجربی حجت و همکاران [۳۳] به صورت زیر استفاده می‌شود (شکل ۲). این شکل برای تعیین ضرایب  $n$  و  $K$  مربوط به نانوسیال غیرنیوتونی آب-کربوکسی متیل سلولوز/اکسیدمس در کسر حجمی های ۰ تا ۴ درصد آورده شده است. این نمودار برای تعیین ضرایب  $n$  و  $K$  ضروری است. برای دستیابی به خواص نانوسیال از روابط تجربی پیشنهاد شده توسط محققین استفاده می‌شود. برای محاسبه چگالی نانوسیال [۳۴] و ظرفیت گرمایی ویژه [۳۵] از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (8)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (9)$$

در روابط فوق  $\phi$ ، کسر حجمی نانوذره جامد است و اندیس‌های  $f$ ،  $s$  و  $nf$  به ترتیب معرف، سیال، جامد و نانوسیال هستند.



شکل ۲- نمودارهای **a** و **b** به ترتیب برای تعیین ضرایب  $n$  و  $K$  در روش قانون توانی [۳۳]

برای تعیین رسانایی گرمایی نانوسیال از معادله چون و همکاران [۳۶] استفاده می‌شود.

Material	Pr	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Cp (J/kg.K)	K (W/m.K)
Pure Water	۶/۲	۹۹۷/۱	۴۱۷۹	۰/۶۱۳
CuO	-	۸۹۳۳	۳۸۶	۴۰۱
CMC(0.5%) + 1%CuO	-	۱۰۴۴/۳	۳۹۷۶	۰/۶۲۵۱
CMC(0.5%) + 1.5%CuO	-	۱۰۷۱	۳۸۶۹	۰/۶۳۱۱

در این بررسی جریان دو بعدی، تراکم ناپذیر، غیرنیوتونی، آرام و تک فازی و خواص نانو سیال با دما ثابت فرض می‌شود. سیال در نواحی ورودی میکرولوله افقی با سرعت یکنواخت وارد شده و شکل نانوذرات به طور یکنواخت و کروی شکل فرض می‌شود. مسئله به صورت تقارن محوری حل می‌شود. ضرایب  $n$  و  $K$  در طول میکرولوله افقی برای هر کسر حجمی نسبت به دما ثابت است.

### ۳- معادلات حاکم

برای این تحقیق فرض مدل تک فازی برای بررسی انتقال گرما و جریان نانوسیال غیرنیوتونی مورد توجه است. معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات بقای جرم، بقای ممنتوم و بقای انرژی هستند [۲۹].

$$\frac{\partial}{\partial x}(rU) + \frac{\partial}{\partial r}(rV) = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \frac{1}{r\rho} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

به دلیل استفاده از روش غیرنیوتونی قانون توانی، مولفه تنش  $\tau$  به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۰ و ۳۱] و رابطه بین تنش و لزجت به صورت توانی بیان می‌شود،

$$\tau = f(\dot{\gamma})^n \Rightarrow \mu = K(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \tau = K\dot{\gamma}^n = -K \left( \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\dot{\gamma} \cdot \dot{\gamma}) \right|^{(n-1)} \right) \cdot \dot{\gamma}$$

در این معادله پارامترهای  $\tau$ ،  $K$ ،  $\dot{\gamma}$  و  $n$  به ترتیب تنش برشی، ثابت پایداری، نرخ برش و اندیس قانون توانی هستند. به منظور تعریف عدد رینولدز برای سیال غیر نیوتونی، نقش ضریب و اندیس قانون توانی در تعیین عدد رینولدز و سرعت اولیه جریان سیال در ورودی لوله بسیار با اهمیت است. عدد رینولدز برای سیال غیر نیوتونی به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۲].

$$Re = \frac{\rho U^{2-n} D^n}{K} \quad (5)$$

در روابط فوق  $K$  ضریب قانون توانی است. عدد پکلت که به بیان نفوذ گرمایی سیال می‌پردازد و عدد پراتل در سیال غیرنیوتونی به صورت زیر است [۱۴].

$$Nu_{ave} = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} Nu(X) dX \quad (19)$$

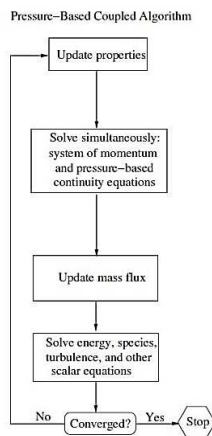
در معادلات فوق،  $T_w$ ،  $T_{in}$  و  $q''$  به ترتیب دمای موضعی دیواره جریان، دمای میانگین سیال ورودی و شار اعمالی به دیواره میکرولوله افقی هستند. برای محاسبه ضریب اصطکاک متوسط [۳۸] از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$f = \frac{2 \cdot \Delta P \cdot D_h}{L \cdot \rho \cdot u_{in}^2} \quad (20)$$

کلید روابط معرفی شده برای جریان لایه‌ای در این پژوهش استفاده شده است همچنین با توجه به مطالعات و مقالات اخیر، بررسی جریان نانوسیال غیرنیوتونی در محدوده کمتر از ۲۰۰۰ طبق مطالعات تجربی انجام شده [۳۹] به صورت آرام معرفی شده است. در این مقاله رژیم جریان لایه‌ای و در محدوده عدد رینولدز ۱۰۰ تا ۲۰۰۰ بررسی می‌شود.

#### ۴- خصوصیات و روش حل

شبیه‌سازی عددی پژوهش حاضر با روش حجم محدود و با استفاده از نرم افزار Fluent 15 انجام شده است. در شبیه‌سازی میدان حل عددی از معادلات کوپل سرعت-فشار استفاده شده است. در این روش یک سیستم کوپل از معادلات که شامل معادلات بقای جرم و مومنوم است (شکل (۳))، حل می‌شوند. با توجه به آن که معادلات بقای جرم و مومنوم به صورت همزمان حل می‌شوند، بنابراین نرخ همگرایی نسبت به روش قبلی به شکل قابل توجهی افزایش می‌یابد. برای دستیابی به دقت مناسب در فرآیند حل عددی، گسسته سازی مرتبه دوم آپویند و الگوریتم SIMPLEC و روش غیرنیوتونی قانون توانی مدنظر است. در کلیه حالت‌های تعریف شده برای اعداد رینولدز و کسر حجمی مختلف، برای استفاده از حافظه کمتر کامپیوتر و صرفه جویی در فرآیند حل عددی از حداکثر مانده  $10^{-6}$  استفاده می‌شود.



شکل ۳- فلوجارت مراحل حل معادلات حرکت به روش کوپل سرعت-فشار

#### ۴-۱- شرایط مرزی حل مسئله

شرایط مرزی بدون بعد برای حل عددی تحقیق حاضر به صورت معادله (۲۱) است [۳۵ و ۴۰-۴۱]:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7 \phi^{0.7460} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.3690} \quad (10)$$

$$\times \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.7476} Pr^{0.9955} Re^{1.2321}$$

در معادله (۱۰) پارامترهای  $Pr$  و  $Re$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f} \quad (11)$$

$$Re = \frac{\rho_f V_{Br} d_p}{\mu_f} = \frac{\rho_f k_B T}{3 \pi \mu_f^2 \lambda_f} \quad (12)$$

در معادله (۱۱)،  $\alpha_f$  پخشندگی گرمایی سیال پایه است همچنین لزجت دینامیکی سیال پایه نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\mu_f = A \times 10^{\frac{B}{(T-c)}} \quad (13)$$

در معادله (۱۳)،  $A$ ،  $B$  و  $C$  اعداد ثابت بوده که به ترتیب برابر با  $2.414 \times 10^{-3} Pa \cdot s$ ،  $247/8 K$  و  $140 K$  هستند.  $T$  برحسب کلون است و  $V_{Br}$  پارامتر سرعت براونی نانوذرات است که به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$V_{Br} = \frac{k_B T}{3 \pi \mu d_p \lambda_f} = \frac{k_B T}{3 \pi \mu d_p \lambda_f A \cdot 10^{\frac{B}{(T-c)}}} \quad (14)$$

که در آن  $\lambda_f$  پویش آزاد ملکولی است. رابطه فوق برای نانوذراتی با ابعاد ۱۱ تا ۱۵۰ نانومتر معتبر بوده و اعتبار آن در بازه دمایی ۱ تا ۷۱ درجه سانتی‌گراد است. در معادله (۱۰) اثر حرکت براونی و اندازه قطر نانوذره جامد و ملکول‌های سیال پایه برای محاسبه رسانایی گرمایی در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای بی بعد برای محاسبه مقادیر بی‌بعد به صورت زیر هستند:

$$X = \frac{x}{D_h}, R = \frac{r}{D_h}, U = \frac{u}{u_{in}}, R = \frac{r}{2r} = 0.5 \quad (15)$$

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{\Delta T}, \Delta T = \frac{q'' D_h}{k_f}, X = \frac{L}{D_h} = 66.67$$

$$\beta^* = \beta / D_h, L_1 = \frac{L}{D}$$

برای تعیین پارامترهای انتقال گرما و سیالاتی جریان نانوسیال غیرنیوتونی از معادلات زیر استفاده می‌شود. برای محاسبه عدد ناسلت موضعی از رابطه زیر استفاده می‌شود [۳۷]:

$$Nu(x) = \frac{h(x) \cdot D_h}{k_f} \quad (16)$$

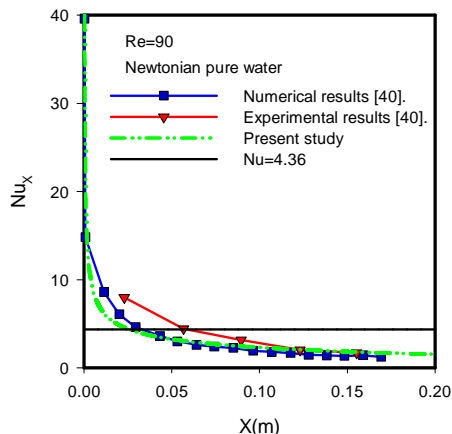
بنابراین ضریب انتقال گرما موضعی به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۷]:

$$h(x) = \frac{q''}{T_w - T_{in}} \quad (17)$$

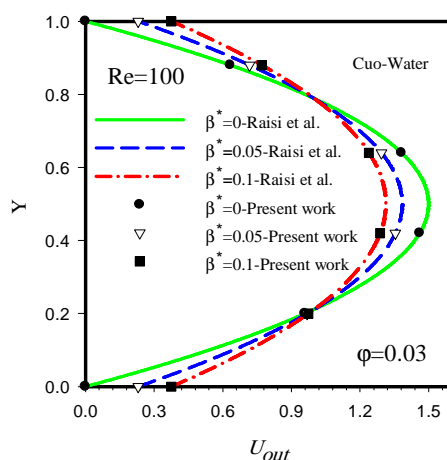
از ترکیب معادلات (۱۶) و (۱۷) و استفاده از پارامترهای بی‌بعد نتیجه می‌دهد:

$$Nu(X) = \frac{1}{\theta_s(X)} \quad (18)$$

همچنین با انتگرال‌گیری از معادله فوق روی دیواره میکرولوله افقی پارامتر عدد ناسلت متوسط به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل ۴- اعتبار سنجی حل عددی حاضر با مطالعه سلمان و همکاران [۴۰]



شکل ۵- شکل اعتبار سنجی کار حاضر با مطالعات رئیسی و همکاران [۳۵]

در این نمودار سرعت توسعه یافته در مقطع خروجی برای حالات  $\beta^* = 0, 0.05, 0.1$  در هندسه میکروکانال مستطیلی دوبعدی ترسیم شده است. با توجه به انطباق مناسب نمودارهای فوق در هر یک از ضرایب لغزشی می‌توان از صحت نتایج مربوط به ضرایب لغزشی مختلف در هندسه مورد بررسی مطمئن بود.

شکل (۶) نمودار عدد ناسلت متوسط در طول دیواره میکرولوله افقی برای ضرایب سرعت لغزش، عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذره جامد نمایش می‌دهد. با توجه به نتایج این نمودار عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذره، عدد رینولدز و ضرایب سرعت لغزش افزایش می‌یابد. با افزایش کسر حجمی نانوذره جامد به علت تقویت مکانیزم‌های انتقال گرما و کاهش ضخامت لایه مرزی گرمایی و دیرتر تشکیل شده آن میزان افزایش انتقال گرما چشمگیر است. شکل (۷) نمودار ضریب اصطکاک متوسط در طول دیواره میکرولوله افقی در کسر حجمی، اعداد رینولدز و ضریب سرعت لغزشی مختلف را نمایش می‌دهد. با توجه به نمودار (۷)، با افزایش عدد رینولدز به علت افزایش سرعت سیال و تمایل حرکت سیال به صورت توده‌ای و کاهش تماس نانوسیال با دیواره‌ها ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. با افزایش ضریب سرعت لغزشی مولفه‌های سرعت نزدیک به دیواره قوی‌تر شده و دیرتر

$$U = 1, V = 0, \theta = 0, \text{ in } X = 0, \text{ \& } 0 \leq R \leq 0.5$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \text{ in } X = 66.67, \text{ \& } 0 \leq R \leq 0.5$$

$$V = 0, U_s = \beta \frac{\partial U}{\partial R}, \frac{\partial \theta}{\partial R} = + \frac{k_f}{k_{nf}}, \text{ for } \quad (21)$$

$$R = 0.5, \text{ \& } 0 \leq X \leq 66.67$$

$$V = 0, \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \text{ or Symmetry plane, for}$$

$$R = 0, \text{ \& } 0 \leq X \leq 66.67$$

## ۵- بررسی استقلال از شبکه

با توجه به اینکه هندسه مورد نظر میکرولوله افقی دوبعدی است، از مش منظم مستطیلی استفاده می‌شود. در این پژوهش تعداد مش مطابق با جدول (۲) با در نظر گرفتن معیارهایی مانند خطای عددی قابل قبول و تعداد مش مناسب برای محاسبه پارامترهای عدد ناسلت متوسط و ضریب اصطکاک بررسی می‌شود. در جدول (۲) استقلال از شبکه در حالت عدد رینولدز  $Re = 500$  برای نانوسیال غیرنیوتونی در کسر حجمی 1.5 درصد نانوذره جامد بررسی شده است.

جدول ۲- بررسی استقلال از شبکه در پژوهش حاضر

عدد ناسلت متوسط ( $Nu_{ave}$ )	ضریب اصطکاک متوسط ( $f$ )	(تعداد مش در طول $\times$ تعداد مش عرض)
14.0051	0.1578	30×300
15.0641	0.1612	50×500
15.198	0.1620	70×700

در بررسی استقلال از شبکه، میزان خطای دو پارامتر عدد ناسلت متوسط و ضریب اصطکاک متوسط نسبت به حالت جواب‌های دقیق‌تر (تعداد مش  $70 \times 700$ ) در نظر گرفته شده است. به دلیل وجود خطای کمتر از حدود ۱۰ درصد و تعداد مش کمتر و استفاده از حافظه و زمان پردازش کمتر، از مش سازمان یافته مستطیلی برای هندسه مورد نظر با ابعاد  $(50 \times 50)$  استفاده می‌کنیم.

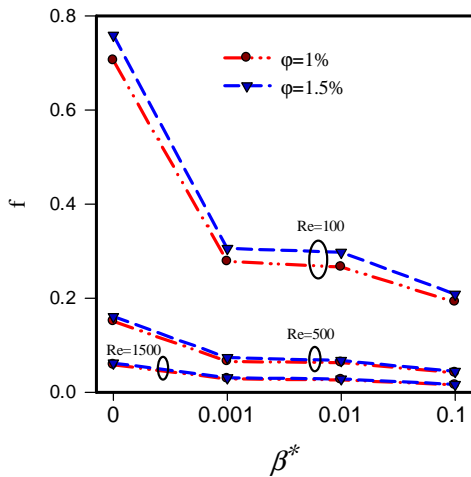
## ۶- بررسی و تحلیل نتایج

### ۶-۱ اعتبار سنجی

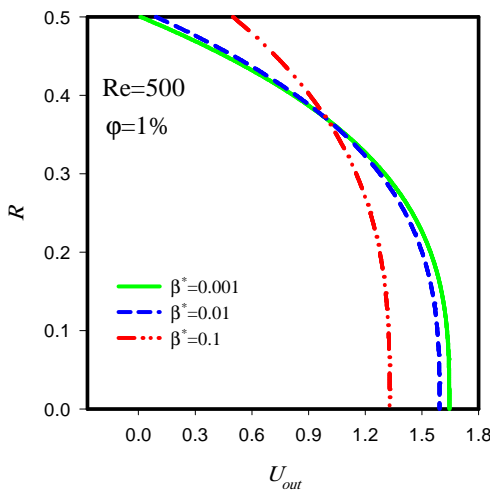
شکل (۴) اعتبار سنجی حل عددی حاضر در حالت محاسبه عدد ناسلت متوسط روی دیواره میکرولوله افقی را نمایش می‌دهد. صحت سنجی پژوهش عددی حاضر با کارهای عددی و تجربی صورت گرفته است [۴۰]. در این اعتبار سنجی شرایط از نظر هندسی با مطالعه سلمان و همکاران [۴۰] یکسان است.

اعتبار سنجی در عدد رینولدز  $Re = 90$  برای سیال آب خالص در میکرولوله افقی دوبعدی انجام شده است. نتایج اعتبارسنجی کار حاضر دارای انطباق مناسب با مطالعه سلمان و همکاران [۴۰] است.

شکل (۵) نمودار اعتبارسنجی مربوط به نتایج این تحقیق و مطالعات رئیسی و همکاران [۳۵] را در حالت  $Re = 100$  و در کسر حجمی نانوذره جامد  $\phi = 0.03$  برای نانوسیال نیوتونی آب-اکسید مس نمایش می‌دهد.



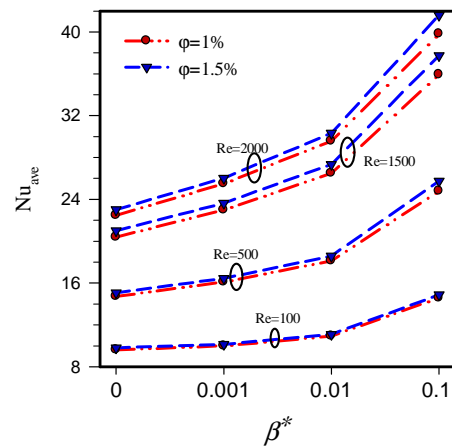
شکل ۷- ضریب اصطکاک متوسط در کسر حجمی و اعداد رینولدز و ضریب سرعت لغزشی مختلف



شکل ۸- پروفیل سرعت بی بعد در مقطع خروجی جریان برای ضریب سرعت لغزشی مختلف

شکل (۹) نمودارهای سرعت بی بعد لغزشی در راستای طول دیواره میکرولوله افقی در کسر حجمی ۱/۵ درصد نانوذره جامد و در ضریب سرعت لغزشی مختلف و اعداد رینولدز ۱۰۰، ۵۰۰، و ۱۵۰۰ نمایش می دهد. با افزایش ضریب سرعت لغزشی در کلیه نمودارها در ناحیه ورودی جریان، مولفه سرعت لغزشی بی بعد افزایش می یابد. دلیل این افزایش سرعت، ناشی از کاهش اثرات اصطکاکی دیواره جامد در ضریب سرعت لغزشی بالاتر است. با توجه به نمودارها با افزایش عدد رینولدز به علت افزایش طول توسعه یافتگی جریان، تغییرات سرعت لغزشی بی بعد در دیواره میکرولوله افقی در ناحیه ورودی چشمگیر است. نمودارهای (۱۰)، نمودار دمای بی بعد در ضریب سرعت لغزشی ۰ و ۰/۰۱ و ۰/۱ و ۰/۱۰ و اعداد رینولدز مختلف ۱۰۰، ۱۵۰۰، ۵۰۰۰ و ۲۰۰۰ در مقطع خروجی میکرولوله افقی در کسر حجمی ۱/۵ درصد نانوذره جامد را نمایش می دهد. با افزایش ضریب سرعت لغزشی در کلیه اعداد رینولدز دمای بی بعد کاهش می یابد.

مستهلك می شوند، که باعث انتقال کمتر اثرات وجود دیواره جامد به هسته غیرلزج در مرکز لوله می شود. افزایش کسر حجمی نانوذرات جامد با افزایش لزجت همراه است. تماس تعداد بیشتر نانوذرات جامد در کسر حجمی بالاتر خود باعث افزایش تعداد تماس با دیواره ها می شود و افزایش ضریب اصطکاک را به همراه دارد.

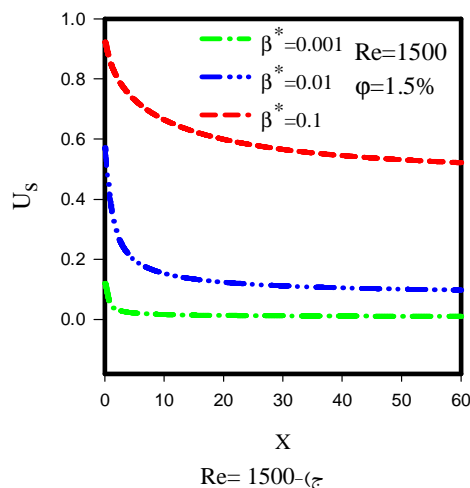
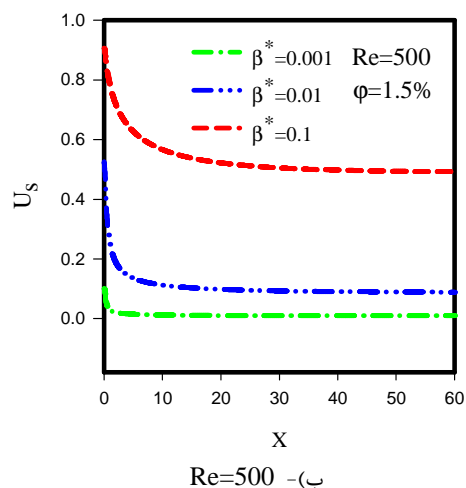
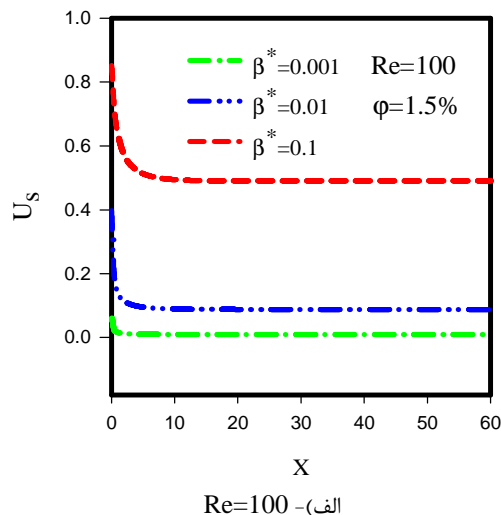
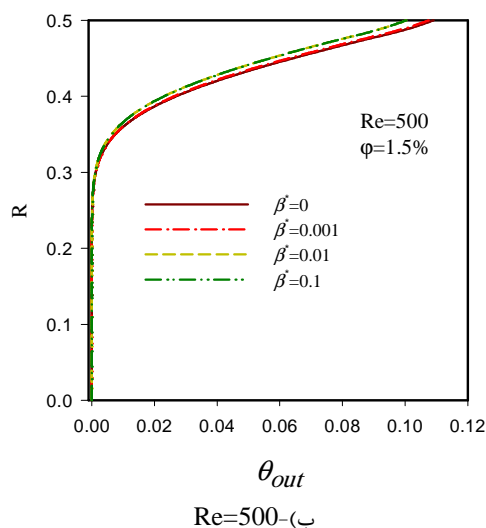
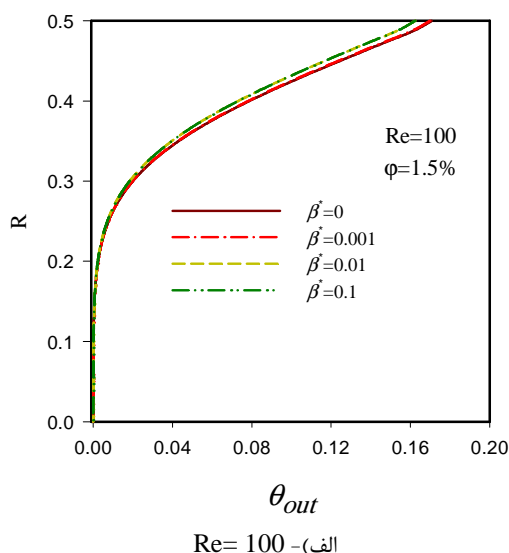


شکل ۹- نمودار عدد ناسلت متوسط در کسر حجمی و اعداد رینولدز و ضریب سرعت لغزشی مختلف

در نمودار (۷) با افزایش ضریب سرعت لغزشی بر روی دیواره میکرولوله، سیال با ممانعت کمتری ناشی از وجود دیواره جامد نزدیک به سطح با سرعت بالاتر را به همراه دارد. با افزایش سرعت سیال پارامتر ضریب اصطکاک به علت کاهش گرادیان های سرعت به شدت کاهش می یابد. بیشترین شیب نمودار مربوط به حالت استفاده از شرط مرزی عدم لغزش بر روی سطح جامد است (حالت  $\beta^*=0$ ). شیب تند نمودار (۷) روند تغییرات ضریب اصطکاک در استفاده از دو شرط مرزی عدم لغزش (حالت  $\beta^*=0$ ) و لغزشی (حالت  $\beta^*=0.001$ ) را تشریح می کند. استفاده از شرط مرزی لغزشی روی دیواره های جامد باعث کاهش ضریب اصطکاک به میزان چشمگیری می شود. در بازه  $\beta^*=0.001$  تا  $\beta^*=0.01$  شیب نمودار ضریب اصطکاک تقریباً روند ثابتی دارد اما هرچه میزان ضریب لغزش به مرتبه بالاتری برسد، به علت افزایش چشمگیر مولفه سرعت لغزشی بر روی سطح جامد گرادیان های سرعت که عامل ایجاد ضریب اصطکاک هستند کاهش می یابند. که این رفتار در بازه  $\beta^*=0.01$  تا  $\beta^*=0.1$  دیده می شود. در نمودار (۷) مشاهده می شود که با افزایش کسر حجمی نانوذره جامد خصوصاً در اعداد رینولدز بالاتر؛ نمودار دارای سطح بالاتری است.

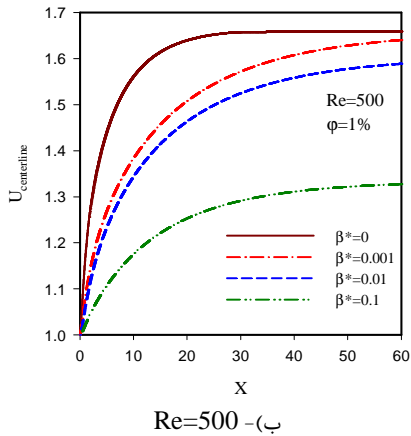
شکل (۸) تصویر توزیع سرعت بی بعد توسعه یافته در مقطع خروجی میکرولوله افقی، برای ضریب سرعت لغزشی مختلف در حالت  $Re=500$  و در کسر حجمی ۱ درصد نانوذره جامد تشریح می کند. بر اساس نمودار (۸) با افزایش ضریب سرعت لغزشی بی بعد، مولفه بردار سرعت قوی تری در روی دیواره جامد به وجود می آید. هرچه بردار سرعت روی دیواره قوی تر باشد اثرات وجود دیواره جامد را کمتر به مرکز جریان انتقال می دهد.

لایه‌های سیال صورت می‌پذیرد. از طرفی با توجه به تعریف عدد ناسلت کاهش دمای بی‌بعد به منزله افزایش انتقال گرما است. در اعداد رینولدز پایین افزایش ضریب سرعت لغزشی تاثیر چندانی در تغییرات دمای بی‌بعد ندارد. شکل (۱۱)، سرعت بی‌بعد خط مرکزی جریان سیال را در راستای طول میکرولوله افقی و در ضریب سرعت لغزشی، اعداد رینولدز مختلف و کسر حجمی ۱ درصد نانوذره جامد نمایش می‌دهد. مطابق نمودارهای شکل (۱۱) با افزایش ضریب سرعت لغزشی، سرعت بی‌بعد خط مرکزی جریان کاهش می‌یابد. دلیل این کاهش ناشی از نفوذ کمتر گرادیان سرعت لایه‌های سیال در تماس با دیواره جامد به هسته مرکزی جریان است. در ضرایب پایین‌تر سرعت لغزشی، به دلیل این‌که مولفه‌های سرعت روی دیواره جامد ضعیف‌تر هستند اثرات وجود دیواره جامد به لایه‌های بالاتر سیال انتقال می‌یابد. نمودار (۱۲) مقدار نسبت عدد ناسلت در کسر حجمی مختلف در مقایسه با کسر حجمی صفر درصد تشریح می‌کند. این بررسی در اعداد رینولدز مختلف و در حالت  $\beta^* = 0$  برای شاخص  $K$  مختلف ترسیم شده است. با کاهش ثابت قانون توانی و افزایش عدد رینولدز میزان نسبت عدد ناسلت افزایش می‌یابد. این شاخص به رفتار رئولوژیکی سیال خنک کننده غیرنیوتونی وابسته است.

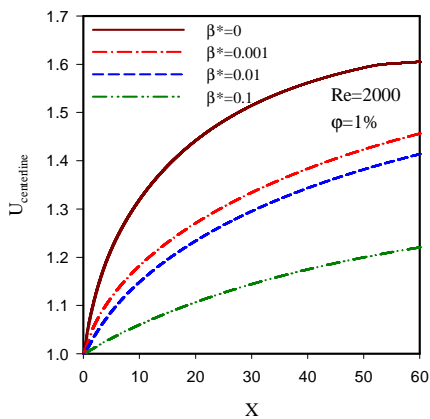


شکل ۹- سرعت بی‌بعد لغزشی در راستای دیواره بالای میکرولوله افقی در ضریب سرعت لغزشی و اعداد رینولدز مختلف

همچنین در شکل (۱۰) با افزایش عدد رینولدز میزان دمای بی‌بعد کاهش می‌یابد. با افزایش سرعت لغزشی در دیواره‌ها، گرادیان‌های دمایی در نواحی نزدیک دیواره کاهش می‌یابند و اختلاط بهتری در

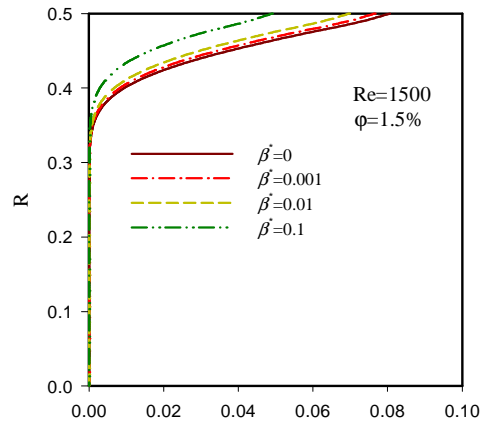


Re=500 - (ب)

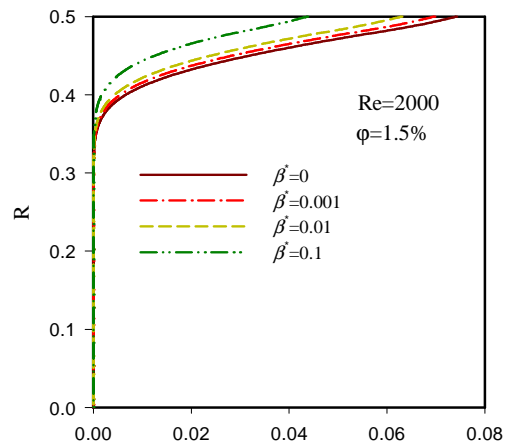


Re=100 - (ج)

نمودار ۱۱- سرعت بی بعد جریان در راستای طول بی بعد میکرولوله افقی در ضریب سرعت لغزشی و اعداد رینولدز مختلف



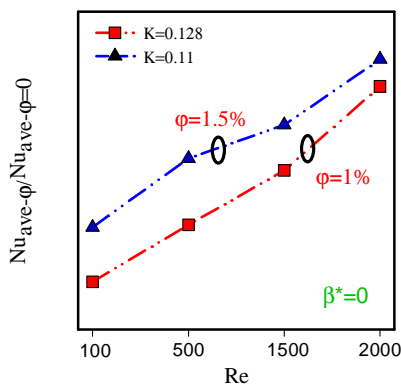
Re=1500 - (د)



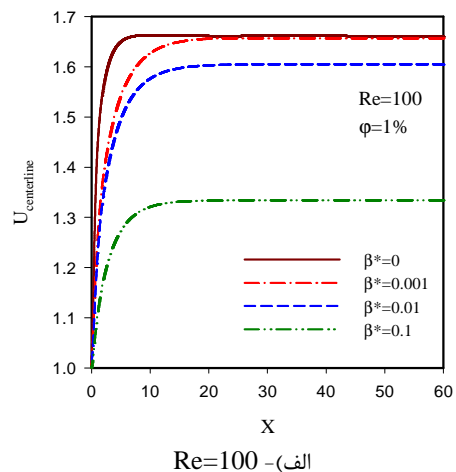
Re=2000 - (ه)

شکل ۱۰- رفتار دمای بی بعد در مقطع خروجی میکرولوله افقی در ضریب سرعت لغزشی و اعداد رینولدز مختلف

شکل (۱۳) تغییرات دمای بی بعد در راستای محور میکرولوله افقی را نمایش می‌دهد. در ابتدای محور لوله اختلاف دمای سطح و سیال زیاد است، تغییرات نمودار چشمگیر است. با پیشروی بیشتر سیال به سمت انتهای لوله و کاهش اختلاف دمای سطح و سیال و تأثیر رشد لایه مرزی گرمایی، جریان میل به توسعه یافتگی گرمایی دارد. با توجه به نمودار دمای بی بعد رفته رفته از تغییرات دمای بی بعد در راستای حرکت سیال خصوصاً در ناحیه خروجی کاسته شده و جریان توسعه یافته گرمایی می‌شود.



شکل ۱۲- نسبت عدد ناسلت متوسط در اعداد رینولدز و K مختلف



Re=100 - (ف)



علائم یونانی

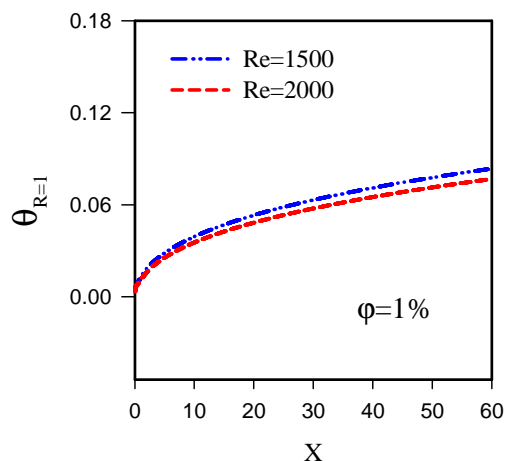
اختلاف	$\Delta$
ضریب سرعت لغزشی بی بعد	$\beta^* = \beta/D_h$
ضریب سرعت لغزشی	$\beta$
پخشندگی گرمایی $m^2/s$	$\alpha$
کسر حجمی، درصد	$\phi$
لزجت دینامیکی، Pa.s	$\mu$
دمای بی بعد	$\theta$
چگالی، $Kg/m^3$	$\rho$

اندیس‌ها

توده	b
بروانی	Br
نانوسیال	Nf
ذره	P
جامد	S
دیواره	W

۹- مراجع

- [1] Tannaz H., Suresh V G., Microchannel size effects on local f law boiling heat transfer to a dielectric fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 3724–3735, 2008.
- [2] Karimipour A., Alipour H., Akbari O.A., Toghraie Semiromi D and Esfe M.H., Studying the effect of indentation on flow parameters and slow heat transfer of water-silver nanofluid with varying volume fraction in a rectangular Two-Dimensional microchannel. *Indian Journal of Science and Technology*, Vol 8(15), 5 1707, July 2015.
- [3] Nasiri M., Etemad S.G., Bagheri R., Experimental heat transfer of nanofluid through an annular duct. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 958–963, 2011.
- [4] Karimipour A., Nezhad A.H., D’Orazio A., Shirani E., Investigation of the gravity effects on the mixed convection heat transfer in a microchannel using lattice Boltzmann method. *Int. J. Therm. Sci*, Vol. 54 pp. 142-152, 2012.
- [5] Esfe M.H., Akbari M., Toghraie D., Karimipour A., Afrand M., Effect of nanofluid variable properties on mixed convection f law and heat transfer in an inclined two-sided lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls. *Heat Transf. Res*, Vol. 45, pp. 409-432, 2014.
- [6] Karimipour A., Nezhad A.H., Behzadmehr A., Alikhani S., Abedini E., Periodic mixed convection of a nanofluid in a cavity with top lid sinusoidal motion. *Proc. Inst. Mech. Eng. C: J. Mech. Eng. Sci*, Vol. 225, pp. 2149-2160, 2011.
- [7] Safaei M.R., Mahian O., Garoosi F., Hooman K., Karimipour A., Kazi S.N. and Gharekhani S., Investigation of micro and nano-sized particle erosion in a 90° pipe bend using a two-phase discrete phase model. *Sci. World. J.* Article ID 740578, 11 pages, 2014.
- [8] Safaei M.R., Togun H., Vafai K., Kazi S.N. and Badarudin A., Investigation of heat transfer enchantment in a forward-facing contracting channel using FMWCNT nanofluids. *Numer. Heat Transf. A: Appl.* Vol. 66, pp. 1321-1340, 2014.
- [9] Chhabra R.P., Richardson J.F., *Non-Newtonian Flow in the Process Industries: Fundamentals and Engineering Applications*. VCH Publishers, New York, 1999.
- [10] Metzner A.B., *Heat Transfer in Non-Newtonian Fluids*, *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1965.
- [11] Skelland A.H.P., *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer*, John Wiley & Sons, 1967.



شکل ۱۳- تغییرات دمای بی بعد در راستای طول میکرولوله افقی در حالت شرط مرزی عدم لغزش در دیواره

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق عددی جریان لایه‌ای نانوسیال غیرنیوتونی در میکرولوله افقی در مختصات دوبعدی با شرایط مرزی لغزشی و غیرلغزشی برای کسر حجمی‌های ۱ و ۱/۵ درصد نانوذره جامد اکسید مس به صورت معلق در محلول پایه آب/کربوکسی متیل سلولز (CMC) بررسی شد. نتایج این مطالعه نشان داد که افزایش کسر حجمی نانوذره جامد و ضریب سرعت لغزشی باعث بهبود چشمگیر انتقال گرما می‌شود. همچنین افزایش ضریب سرعت لغزشی تاثیر زیادی در کاهش ضریب اصطکاک در دیواره میکرولوله افقی دارد که باعث کاهش مستهلک شدن ممنتوم سیال می‌شود. همچنین با توجه به نمودارهای سرعت بی بعد، با افزایش ضریب سرعت لغزشی تغییرات سرعت خط مرکزی جریان کمتر است.

۸- فهرست علائم

ظرفیت گرمایی ویژه، $J/Kg.K$	$C_p$
قطر هیدرولیکی، m	$D_h$
قطر نانوذرات، nm	$D_p$
ضریب انتقال گرما جابجایی، $w/m^2.K$	$H$
ضریب رسانایی گرمایی، $w/m.K$	$K$
ثابت قانون توانی، $Pa.s^n$	$K$
ثابت بولتزمن	$K_B$
طول، m	$L$
طول بی بعد	$L_1=L/D$
توان پاورلاو	$N$
عدد ناسلت	$Nu$
فشار، Pa	$P$
عدد پرانتل، $Pr=(v_f/\alpha_f)$	$Pr$
شار گرمایی، $w/m^2$	$q''$
عدد رینولدز، $Re=(u \times D \times \rho_f)/\mu_f$	$Re$
دما، K	$T$
سرعت ورودی، $m/s$	$U, u$

- [31] Soltani S., Etemad S.Gh., Thibault J., Pool boiling heat transfer of non-Newtonian nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 29–33, 2010.
- [32] Shojaeian M., Kosar A., Convective heat transfer and entropy generation analysis on Newtonian and non-Newtonian fluid f laws between parallel-plates under slip boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 664–673, 2014.
- [33] Hojjat M., Etemad S.Gh., Bagheri R., Thibault J., Rheological characteristics of non Newtonian nanofluids: Experimental investigation. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 144–148, 2011.
- [34] Ghasemi B., Aminossadati S.M., Natural convection heat transfer in an inclined enclosure filled with a water-Cuo nanofluid, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 55, pp. 807–823, 2009.
- [35] Raisi A., Ghasemi B., Aminossadati S.M., A numerical study on the forced convection of laminar nanofluid in a microchannel with both slip and no slip conditions, *Numerical Heat Transfer, Part A*. Vol. 59, pp. 114–129, 2011.
- [36] Chon C.H., Kihm K.D., Lee S.P., , and Choi S.U.S., Empirical Correlation Finding the Role of Temperature and Particle Size for Nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) Thermal Conductivity Enhancement. *Applied Physics Letters*, Vol. 87, No. 15, 2005.
- [37] Lelea D., Laza I., The particle thermal conductivity influence of nanofluids on thermal performance of the microtubes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 59, pp. 61–67, 2014.
- [38] Meyer J.P., McKrell T.J., Grote K., The influence of multi-walled carbon nanotubes on single-phase heat transfer and pressure drop characteristics in the transitional f law regime of smooth tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 58, pp. 597–609, 2013.
- [39] Li Z.X., Du D.X., Guo Z.Y., Experimental study on flow characteristics of liquid in circular micro-tubes. *Microscale Thermophys. Eng.* Vol. 7, pp. 253–265, 2003.
- [40] Salman B.H., Mohammed H.A., Kherbeet A.Sh., Numerical and experimental investigation of heat transfer enhancement in a microtube using nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 59, pp. 88–100, 2014.
- [41] Aminossadati S.M., Raisi A., Ghasemi B., Effects of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 46, pp. 1373–1382, 2011.
- [12] Cho Y.I., Hartnett J.P., *Handbook of Heat Transfer Applications*, McGraw-Hill, New York, 1985.
- [13] Hartnett J.P., Kostic M., *Heat Transfer to Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Rectangular Ducts*, in: *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1989.
- [14] Esmaeilnejad A., Aminfar H., Shafiee Neistanak M., Numerical investigation of forced convection heat transfer through microchannels with non-Newtonian nanofluids. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 75, pp. 76–86, 2014.
- [15] Nikkhab Z., Karimipour A., Safaei M.R., Forghani-Tehrani P., Goodarzi M., Dahari M., Wongwises S., Forced convective heat transfer of water/functionalized multi-walled carbon nanotube nanofluids in a microchannel with oscillating heat flux and slip boundary condition. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 68, pp. 69–77, 2015.
- [16] Lelea, Effects of temperature dependent thermal conductivity on Nu number behavior in micro-tubes, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 37 (2010) 245–249.
- [17] Zeinali Heris S., Etemad S.Gh., Nasr Esfahany M., Numerical investigation of nanofluid laminar convective heat transfer through a circular tube. *Numer. Heat Transfer A Appl*, Vol. 52 (11), pp. 1043–1058, 2007.
- [18] Ahmed H.E., Mohammed H.A., Yusoff M.Z., Heat transfer enhancement of laminar nanofluids f law in a triangular duct using vortex generator. *Superlattice. Microst.* Vol. 52, pp. 398–415, 2012.
- [19] Ahmed H.E., Mohammed H.A., Yusoff M.Z., An overview on heat transfer augmentation using vortex generators and nanofluids, *Approaches and applications*, *Renew. Sust. Energ. Rev.* Vol. 16, pp. 5951–5993, 2012.
- [20] Niu J., Fu C., Tan W., Slip-F law and Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid in a Microtube. *Heat Transfer of a Non-Newtonian Nanofluid*, Vol. 7, No. 5-37274, 2012
- [21] Minea A.A., Uncertainties in modeling thermal conductivity of laminar forced convection heat transfer with water alumina nanofluids. *Heat Mass Transf.* Vol. 68, pp. 78–84, 2014.
- [22] Moraveji M.K., Esmaeili E., Comparison between single-phase and two-phase CFD modeling of laminar forced convection f law of nanofluids in a circular tube under constant heat flux. *Int. Comm. Heat Mass Transf.* Vol. 39, pp. 1297–1302, 2012.
- [23] Santra A.K., Sen S., Chakraborty N., Study of heat transfer augmentation in a differentially heated square cavity using copper–water nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 1113–1122, 2008.
- [24] Santra A.K., Chakraborty N., Sen S., Prediction of heat transfer due to presence of copper–water nanofluid using resilient-propagation neural network. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 1311–1318, 2009.
- [25] Chen C.H., Hwang Y.L., Hwang S.J., Non-Newtonian fluid f law and heat transfer in microchannels. *Appl. Mech. Mater.* Vol. 462, pp. 275–277, 2013.
- [26] Xi-Wen P.F.H., Yao Feng He Z.Z.H., Transitional and turbulent f law in a circular microtube. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32, pp. 423–31, 2007.
- [27] El-Genk M.S., Yang I.H., Friction numbers and viscous dissipation heating for laminar f laws of water in microtubes, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 130, 2008, 082405.
- [28] Celata G.P., Cumo M., McPhail S., Zummo G., Characterization of fluid dynamic behavior and channel wall effects in microtubes. *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 27, pp. 135–143, 2006.
- [29] Wangskarn P., Ghorashi B. and Gorla R.S.R., A numerical solution for the turbulent flow of non-Newtonian fluids in the entrance region of a heated circular tube, *Chemical & Biomedical Engineering Faculty Publications*, 3-1990.
- [30] Hojjat M., Etemad S.Gh., Bagheri R., Thibault J., Convective heat transfer of non-Newtonian nanofluids through a uniformly heated circular tube. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 525–531, 2011.