

# کنترل هواپیما در مرحله فرود در حضور اغتشاشات ناشی از بارهای آیرودینامیکی توسط کنترل کننده مد لغزشی بهینه

استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران  
دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

حامد خراطی\*  
امیر محدودی

## چکیده

در این مقاله یک سیستم کنترل مد لغزشی برای سیستم فرود خودکار هواپیما با دینامیک خطی شده بر اساس تنظیم کننده‌های خطی مرتبه دوم در حضور اغتشاشات ناشی از بارهای آیرودینامیکی طراحی شده است. در سیستم کنترل مد لغزشی برای به دست آوردن قانون کنترلی نیاز به معکوس پذیری ماتریس ورودی  $B$  هست، اما در اکثر سیستم های واقعی به دلیل برابر نبودن تعداد ورودی ها با تعداد حالت های سیستم این ماتریس مستطیلی است. به همین دلیل باید از روش های خاصی برای معکوس سازی ماتریس ورودی استفاده کرد اما روش های موجود برای معکوس پذیری ماتریس های مستطیلی اغلب یا به دلیل بزرگی ابعاد سیستم قابل پیاده سازی نیست و یا امکان کنترل مطلوب تمام متغیرهای حالت میسر نمی گردد. در مقاله حاضر از یک نوع تبدیل ماتریسی برای مربعی سازی ماتریس ورودی استفاده خواهد شد که بر مبنای تنظیم کننده های خطی مرتبه دوم عمل می کند و عملکرد سیستم کنترلی را به شکل چشمگیری بهبود می بخشد. اما در این روش نامعینی ها و اغتشاشات خارجی در نظر گرفته نشده است. از این رو روش تبدیل ماتریس را برای سیستم های دارای نامعینی و اغتشاشات خارجی گسترش داده شده است. مدل مورد مطالعه، یک مدل خطی شده از هواپیما بوئینگ ۷۴۷ در مرحله فرود در مواجهه با باد برشی است. مسیر کامل پرواز در مرحله فرود شامل دو فاز سرش با شیب ثابت و پاشنه نشینی است، که هواپیما باید این مسیر را در حرکت طولی به عنوان مسیر مرجع تعقیب کند که شامل پروفیلی از خط مستقیم و منحنی نمایی است که در طول این مسیر ارتفاع خود را کاهش می دهد. اما در این روش نامعینی ها و اغتشاشات خارجی در نظر گرفته نشده است. از این رو روش تبدیل ماتریس را برای سیستم های دارای نامعینی و اغتشاشات خارجی گسترش داده شده است.

**واژه های کلیدی:** کنترل مد لغزشی، معکوس پذیری، تنظیم کننده خطی مرتبه دوم، فرود هواپیما، اغتشاشات آیرودینامیکی، مسیر پروازی، تعقیب.

## Aircraft landing Control in Presents of Aerodynamic Disturbances Using Optimal Sliding Mode Control with Optimal Structure

H. Kharatti  
A. Mahdoodi

Electrical Engineering Department, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
Electrical Engineering Department, University of Tabriz, Tabriz, Iran

### Abstract

In this paper, a Sliding Mode Controller (SMC) based on Linear Quadratic Regulator (LQR) method is designed for aircraft landing control system in presence of aerodynamic disturbances. In order to obtain the control law, despite the inversion of input matrix should be calculated, in many practical systems the matrix is a non-square matrix which its inversion is not defined. To solve this problem, some approaches are developed which use pseudo inverse instead of the inversion of input matrix. A special type of transform matrix is employed for designing the proposed controller. The LQR procedure is used for calculating the transform matrix improves the performance of the control system. But in this method the external disturbances and uncertainties are not considered. Hence, the "matrix transform method" is extended for the systems with uncertainties and external disturbances. The propose controller is applied to control autonomous landing of Boeing 747. The simulation results are illustrated to show the performance of the proposed strategy.

**Keywords:** sliding mode control, invertibility, LQR, Aircraft Landing, aerodynamic disturbances, Flight Path, Tracking.

شیبی ثابتی در حدود ۲- الی ۳- درجه در امتداد باند فرود کاهش ارتفاع می دهد. فاز دوم بلافاصله پس از فاز اول زمانی که هواپیما حدوداً به ارتفاع ۵۰ الی ۳۰ فوتی زمین نزدیک آغاز می شود. در طول این فاز هواپیما یک مسیر منحنی وار را دنبال می کند و آهنگ فرود را رفته رفته کاهش می دهد تا زاویه مسیر نزدیک به صفر شود تا بتواند به نرمی باند فرود را لمس کند و ضربات وارد بر ارابه فرود<sup>۳</sup> را به حداقل کاهش دهد. شکل ۱ مسیر پروازی را که هواپیما باید به عنوان مسیر مرجع دنبال می کند را نشان می دهد.

### ۱- مقدمه

معمولاً مرحله فرود به دلیل شبیه سازی پیچیده و کنترل مشکل به دلیل وجود تعداد زیاد متغیرهای حالت به عنوان مشکل ترین قسمت از مانور پروازی هواپیما شناخته می شود. به همین دلیل سیستم فرود خودکار یکی از مهم ترین بخش های سیستم کنترل پروازی است. اغلب روند فرود در دو فاز سرش با شیب ثابت<sup>۱</sup> و مرحله پاشنه نشینی<sup>۲</sup> صورت می گیرد. در فاز اول هواپیما در امتداد خطی مستقیمی با

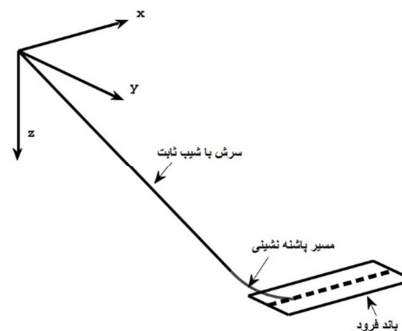
3 Landing Gear

1 Glide - Path  
2 Flare - Path

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: kharrati@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۱/۰۳

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۶/۱۶



شکل ۱- مسیر مرجع فرود در دو فاز

است، تا بتواند کیفیت تخمین بین هدایت بصری و ورودی‌های کنترلی خلبان را تحلیل کرد. یک سیستم فرود خودکار که به وسیله دوربین سه بعدی که بر روی یک پایه انعطاف‌پذیر نصب می‌شود و با استفاده از حس گرهایی که ارتفاع از سطح زمین را اندازه‌گیری می‌کردند برای هدایت هواپیما مورد استفاده قرار گرفته است این سیستم از اطلاعات نوری برای حس کردن، کنترل در ارتفاع بالای سطح زمین که از سیستم بینایی کسب می‌کند استفاده کند، تا بتواند زوایای رول پیچ و یاو را کنترل کند. [۸]. *Hervas* یک سیستم تعقیب حرکتی برای سیستم کنترل فرود خودکار را ارائه داده است و از یک رادار لیزری که بر روی یک پایه نوسانی نصب می‌شود و به عنوان رویتر عمل می‌کند استفاده کرده است. مدل استفاده‌شده یک مدل غیرخطی در دستگاه اینرسی است. این سیستم برای فرود هواپیما بر روی عرشه کشتی طراحی شده است. تأثیرات حرکت دریا بر روی حرکت کشتی نیز در این پژوهش در نظر گرفته شده است که از تبدیلات فوریه برای تعیین آن‌ها استفاده شده است [۹]. *Serra* برای سیستم فرود و صعود عمودی یک کنترل کننده طراحی کرده است که با استفاده از بینایی مبتنی بر تصویر کار می‌کند و در آن رویتر بر روی یک هدف مسطح نصب می‌شد و برای استنتاج قانون کنترل مناسب بکار گرفته می‌شود. [۱۰].

روش کنترلی که در اینجا مورد استفاده قرار خواهد گرفت کنترل مد- لغزشی است [۱۱]. این تکنیک اغلب برای سیستم‌های غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد ولی در سیستم‌های خطی نیز به خوبی عمل می‌کند. در این روش رابطه صریحی برای قانون کنترل ارائه می‌گردد که شامل معکوس سازی ماتریس ورودی است، ولی غالباً به دلیل کمتر بودن تعداد ورودی‌ها از حالت‌های سیستم ماتریس ورودی مستطیلی است، بنابراین نمی‌توان از روش معمول معکوس سازی استفاده کرد و روش‌هایی خاصی برای معکوس سازی این ماتریس‌ها بکار گرفته می‌شود که هر کدام دارای مشکلات خاص خود می‌باشند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به روش *Moore - penrose* اشاره کرد. مشکل اصلی این روش در این است که نمی‌توان متغیرهای حالت مطلوب را به درستی کنترل کرد، روش دیگر گسترش دینامیکی<sup>۲</sup> هست که اغلب پیاده‌سازی این روش در سیستم‌هایی با ابعاد بزرگ مشکل است. روش متعارف که ما نیز در این مقاله جهت مقایسه با روش جدید از آن استفاده خواهیم کرد روش معکوس مجازی<sup>۳</sup> است که می‌توان به راحتی در *MATLAB* نیز از آن استفاده کرد. روش مورد استفاده در این مقاله استفاده از تبدیل ماتریسی هست که بر مبنای تنظیم کننده خطی مرتبه دوم<sup>۴</sup> بهینه‌سازی شده است، که با تعیین ماتریس‌های وزنی مناسب ماتریس تبدیل به دست می‌آید و مشکل معکوس سازی را حل می‌کند. از مزایای این روش می‌توان به پاسخ بهتر، کاهش خطای حالت ماندگار و کاهش پدیده وزوز<sup>۵</sup> نسبت به روش معکوس مجازی اشاره کرد.

با استفاده از سیستم فرود خودکار، هواپیما باید در مسیر مرجع که از تجهیزات سیستم فرود<sup>۶</sup> دریافت می‌کند باقی بماند تا از موقعیت و

برخلاف مرحله کروز که به طور وسیعی سیستم خلبان خودکار مورد استفاده قرار دارد، مرحله فرود به دلیل ریسک بالا و قابلیت اعتماد به این سیستم به ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱].

روش‌های مختلفی برای سیستم فرود خودکار هواپیما پیشنهاد شده است که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان روش‌های مورد اشاره در مراجع [۲-۹] اشاره کرد. *Shue* پیشنهاد یک سیستم فرود خودکار را با استفاده از ترکیب کنترل کننده‌های  $H_2 / H_\infty$  را داده است. است که از یک مدل خطی با ضرائب آیرودینامیکی مناسب استفاده شده است. از دونوع کنترل کننده بهینه و مقاوم ارائه شده است. کنترل کننده بهینه  $H_2$  برای مینیمم کردن تابع هزینه می‌باشد تا بتواند با بهره کنترلی به مسیر بهینه دست یابد. و روش  $H_\infty$  برای کنترل مقاوم جهت مینیمم کردن تأثیرات اغتشاشات خروجی بکار گرفته شده است. و از الگوریتم کانوکس جهت ترکیب کنترل کننده‌های  $H_2 / H_\infty$  استفاده شده است [۲]. *Parsad* برای طراحی کنترل کننده سیستم فرود خودکار، خطی سازی بازخورد<sup>۱</sup> را به کار گرفته است. تحقیقات آن‌ها برای حرکت طولی بکار گرفته شده بود [۳]. *Nho* یک کنترل کننده تناسبی- مشتق گیر (*PD*) از

نوع فازی برای سیستم فرود خودکار توسعه داده شد و بر روی مدل خطی و غیرخطی هواپیما تست کرد. این کنترل کننده بر روی مدل غیرخطی شش درجه آزادی در مد طولی تست گردیده است. و با تنظیم ساده ضرایب به طور فازی با تغییر فاکتور مقیاس، مناسب هواپیما در مسیر فرود کنترل شده است [۴]. یک کنترل کننده مقاوم به تلورانس خطا برای سیستم فرود خودکار که می‌توانست اغتشاش باد و واماندگی کنترلی را اداره کند توسط *Leo* و همکارانش توسعه داده شده است. این روش یک روش جدید قابل اطمینان برای کنترل فرود هواپیما است، که می‌تواند تحمل‌پذیری خطای عملگر را افزایش دهد. مدل بکار رفته در این پژوهش یک جنگنده با مدل غیرخطی شش درجه آزادی است که به سطوح کنترلی راست و چپ وابسته است [۵]. یک کنترل کننده غیرمتعارف و جدید بر اساس بینایی ماشین و شبکه‌های عصبی مصنوعی در [۶-۷] توسعه داده شده است. یک مدل شبکه عصبی برای خلبان خودکار برای هدایت هواپیما به صورت بینایی ماشین ارائه شده است. دنباله زمانی هدایت بصری و ورودی‌های کنترلی خلبان با استفاده از شبیه‌ساز پرواز به دست آمده

2 Dynamic Extension

3 pseudo inverse

4 Linear Quadratic Regulator (LQR)

5 chattering

6 Instrument Landing System

1 Feedback linearization

## ۲-۲- مدل اغتشاش برش باد<sup>۱</sup>

مدل برش باد یک مدل دوبعدی است. هواپیما در طول مسیر پرواز با باد روبرو<sup>۲</sup> که با سرعتی در حدود  $-W_x$  می‌وزد مواجه می‌شود سپس باد با تغییر جهت تبدیل به باد دم<sup>۳</sup> می‌شود که سرعتی حدود  $+W_x$  خواهد داشت، این باد با جریان‌های کششی هوا که دارای سرعت برابر  $W_h$  دارد ترکیب می‌شود. که نتیجه‌اش افت شدید در انرژی هواپیما است، و باعث می‌شود که هواپیما نتواند در مسیر مطلوب باقی بماند. سرعت افقی و عمودی باد برشی با روابط زیر بدست می‌آید [۱۴].

$$W_x = -W_{x0} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) \quad (5)$$

$$W_h = -W_{h0} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)\right) \quad (6)$$

که  $T_0$  کل زمانی است که هواپیما در معرض باد قرار دارد.  
 $T_0 = 45(s), W_{h0} = 4(ft/s), W_{x0} = 10(ft/s)$

## ۳- طراحی کنترل کننده مد لغزشی

در کنترل کننده مد لغزشی [۱۶-۱۳] به دلیل اینکه این سیستم کنترلی نیازمند معکوس پذیری در ماتریس ورودی  $B$  است و فقط برای حالت‌های خاصی که تعداد ورودی برابر حالت‌های سیستم هست این ماتریس مربعی است و می‌توان آن را معکوس کرد. ولی در اکثر مواقع این ماتریس مستطیلی است و نمی‌توان آن را به طور معمول معکوس کرد به همین دلیل از روش‌هایی مانند معکوس مجازی استفاده می‌کنیم که خود این روش نیز در سیستم‌های پیچیده با متغیرهای زیاد که تحت تأثیر عواملی مثل نویز و اغتشاش قرار دارند نمی‌تواند سیستم را پایدار سازد و حالت‌های سیستم را کنترل کند. در این مقاله ابتدا روش معکوس مجازی را جهت بدست آوردن قانون کنترل مد لغزش بررسی می‌کنیم.

## ۳-۱- طراحی کنترل کننده به روش معکوس مجازی

سطح لغزش انتگرالی (۷) را در نظر بگیرید.

$$S = x - x_d + \lambda \int_0^t (x - x_d) dt \quad (7)$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۷) آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\dot{S} = \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda(e) = 0 \quad (8)$$

که در آن  $e = x - x_d$  را به عنوان خطا در نظر می‌گیریم.

با جاگذاری رابطه (۱) در رابطه (۸) رابطه جدید را خواهیم داشت.

$$0 = Ax + Bu - \dot{x}_d + \lambda(e) \quad (9)$$

$$Bu = -Ax + \dot{x}_d - \lambda(e) \quad (10)$$

و در نهایت قانون کنترلی بدست می‌آید:

$$u = B^{-1}(-Ax + \dot{x}_d - \lambda(e)) \quad (11)$$

سرعت مورد نظر در لحظه تماس با زمین اطمینان حاصل شود. مقاله حاضر در بخش‌های زیر پیکربندی شده است. بخش دوم به ارائه مدل خطی هواپیما در مد طولی می‌پردازد و ماتریس‌های سیستم را ارائه می‌کند و مدل اغتشاش ناشی از بارهای آئرودینامیکی را شرح می‌دهد. در بخش سوم به طراحی کنترل کننده مد لغزشی پرداخته خواهد شد و با مشکل ناشی از معکوس پذیری ماتریس ورودی مواجه می‌شویم، سپس برای حل این مشکل روش پیشنهادی ارائه شده در مرجع [۱۱] را بررسی خواهیم کرد و سپس این روش را برای سیستم‌های دارای نا معینگی و اغتشاشات خارجی گسترش خواهیم داد. در بخش چهارم اقدام به شبیه‌سازی با استفاده از هر دو روش خواهد شد و نتایج به دست آمده را بررسی خواهیم کرد. و در بخش پنجم از نمودارهای به دست آمده از شبیه‌سازی نتیجه‌گیری خواهیم کرد.

## ۲- مدل دینامیکی هواپیما

### ۲-۱- مدل خطی شده هواپیما در مد طولی

در حالت استاندارد برای طراحی کنترل کننده دینامیک هواپیما از معادلات ۶ درجه آزادی استفاده می‌شود که در این مقاله فقط حرکت طولی هواپیما در نظر گرفته شده است. با فرض اغتشاشات کوچک نسبت به شرایط حالت پایدار، می‌توانیم دستگاه معادلات خطی با ضرایب ثابت را بدست آوریم. که این حالت پایدار، نقطه تعادل سیستم هست. در این مقاله هواپیما با اغتشاشات کوچک حول نقطه تعادل مدل شده است [۱۴].

جدول ۱ فهرست نمادها مورد نیاز را با تعریف و واحدها ارائه می‌دهد.

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_w u_w \quad (1)$$

بردار حالت و ورودی و اغتشاش عبارتند از:

$$x = [u, w, q, \theta, h]^T$$

$$u = [\delta_e, \delta_r]^T$$

$$u_w = [W_u, W_w]^T$$

دو متغیر دیگر که معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2)$$

$$\alpha = \tan^{-1}(w/u) \quad (3)$$

رابطه‌ی بین زاویه پیچ و زاویه مسیر:

$$\theta = \alpha + \gamma \quad (4)$$

با استفاده از مشتقات آئرودینامیکی ماتریس‌های سیستم  $A$ ، ورودی

$B$  و اغتشاش  $B_w$  را می‌توان به صورت عددی به دست آورد [۱۳].

$$A = \begin{bmatrix} -0.021 & 0.1220 & 0.000 & -0.322 & 0.010 \\ -0.2090 & -0.5300 & 2.2100 & 0.000 & 0.000 \\ 0.017 & -0.164 & -0.412 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -1.000 & 0.000 & 2.210 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.010 & 1.000 \\ -0.064 & -0.044 \\ -0.3780 & 0.5440 \\ 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} 0.021 & -0.122 \\ 0.209 & 0.530 \\ -0.017 & 0.164 \\ 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

1 wind shear  
 2 Head wind  
 3 Tail wind

به دلیل مربعی نبودن ماتریس  $B$  با مشکل معکوس پذیری مواجه هستیم. برای حل این مسئله کنترلی باید از معکوس مجازی استفاده کرد که در MATLAB از دستور  $\text{pinv}()$  محاسبه می‌شود ولی نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که سیستم را نمی‌تواند به شکل مطلوب کنترل کند. برای حل مشکل معکوس سازی از یک تبدیل ماتریسی که در [۱۱] پیشنهاد شده است استفاده شده است.

### ۳-۲- طراحی کنترل کننده به روش تبدیل ماتریس

تبدیل ماتریسی زیر را در نظر بگیرید.

$$y = Tx \quad (12)$$

که در آن ابعاد  $T$  برابر با ابعاد ترانهاده  $B$  است.

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۱۲) و جاگذاری در رابطه (۱) معادلات فضای حالت جدید بدست می‌آید.

$$\dot{y} = T\dot{x} \quad (13)$$

$$\dot{y} = T[Ax + Bu] = TAx + TBu \quad (14)$$

سطح لغزش انتگرالی زیر را در نظر بگیرید.

$$S = T \cdot \left( (x - x_d) + \int_0^t (x - x_d) dt \right) \quad (15)$$

$x_d \in R^n$  حالت‌های مطلوب بوده و  $T \in R^{m \times n}$  ماتریس تبدیل است.

با مشتق‌گیری از این سطح لغزش و صفر قرار دادن آن در رابطه (۱۴) روابط زیر خواهیم داشت.

$$\dot{S} = \dot{y} - \dot{y}_d + \lambda T(e) \quad (16)$$

$$TAx + TBu_w - \dot{y}_d + \lambda T(e) = 0 \quad (17)$$

$$TBu = \dot{y}_d - TAx - \lambda T(e) \quad (18)$$

که قانون کنترلی به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$u = (TB)^{-1}[\dot{y}_d - TAx - \lambda T(e)] \quad (19)$$

با توجه به ابعاد ماتریس‌های  $T$  و  $B$  حاصل ضرب این دو ماتریس یک ماتریس مربعی است. هدف اصلی ما در این مقاله تعیین ماتریس  $T$  به شکلی است که بتوان حالت‌های مورد نظر را کنترل کند و انرژی کنترلی را به حداقل رساند. روش‌های مختلفی را برای محاسبه ماتریس  $T$  می‌توان بکار برد که از جمله آن‌ها روش‌های هوشمند هستند که با تعریف یک تابع هزینه مناسب از روش‌هایی مانند الگوریتم ژنتیک و یا الگوریتم تجمعی ذرات استفاده کرد ولی این روش‌ها علاوه بر مشکلات سازگار سازی ساختار الگوریتم با سیستم کنترلی، عدم حصول اطمینان از همگرایی الگوریتم در جهت پایداری سیستم است.

در این مقاله به دلیل اطمینان از پایداری سیستم و نیز بهینه‌سازی انرژی کنترلی از تنظیم‌کننده خطی مرتبه دوم جهت تعیین ماتریس  $T$  استفاده شده است [۱۸-۱۷].

تابع هزینه مرتبه دوم<sup>۱</sup> زیر را در نظر بگیرید.

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) H x(t_f) + \quad (20)$$

$$\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt$$

$Q$  و  $R$  ماتریس‌های وزنی هستند که به ترتیب مربوط به حالت‌ها و ورودی‌های کنترلی می‌باشند که نسبت به اهمیت آن‌ها به صورت سعی و خطا تنظیم می‌شوند.

حل استاندارد روش کنترل بهینه به صورت بازخورد حالت<sup>۲</sup> است که به شکل زیر است.

$$u = -Kx \quad (21)$$

اگر رابطه (۱۹) را یک‌بار دیگر به شکل زیر بازنویسی کنیم.

$$u = -(TB)^{-1}T[(A + \lambda I)x - \dot{x}_d - \lambda x_d] \quad (22)$$

با مقایسه روابط (۲۱) و (۲۲) خواهیم داشت:

$$K = -(TB)^{-1}T(A + \lambda I) \quad (23)$$

که  $T$  خواهد شد.

$$T = (TB)K(A + \lambda I)^{-1} \quad (24)$$

با فرض  $TB = B^*B$  در رابطه (۲۷) خواهیم داشت.

$$T = (B^*B)K(A + \lambda I)^{-1} \quad (25)$$

که در آن  $K$  ماتریس بازخورد حالت هست و برابر است با:

$$K = R^{-1}B^*S \quad (26)$$

و  $S$  پاسخ معادله ریکاتی زیر است.

$$\dot{S} + Q + A^*S + SA - SBR^{-1}B^*S = 0 \quad (27)$$

که با شرط حدی زیر قابل حل است.

$$S(t_f) = H = 0 \quad (28)$$

در نهایت با جاگذاری  $T$  از رابطه (۲۵) در رابطه (۲۲) می‌توان قانون کنترل مد لغزشی با ساختار بهینه را بدست آورد.

همانطور که دیده می‌شود قانون کنترلی بدست آمده در رابطه (۱۹) اثرات اغتشاش و نامعینی خارجی را به در نظر نگرفته است. از اینرو در این مقاله قانون کنترلی را برای سیستم‌هایی که به آن‌ها نامعینی و اغتشاش خارجی وارد می‌شوند گسترش خواهیم داد.

### ۳-۳- گسترش روش تبدیل ماتریس برای سیستم‌های دارای نامعینی و اغتشاش خارجی

برای یک رفتار پایدار، سیستم کنترلی مد لغزشی با دو شرط زیر را ارضا کند:

۱- اول حالت‌های  $x$  باید به سطح لغزش برسند یعنی

$$\dot{S} = 0$$

روی سطح  $S = 0$  باقی می‌ماند و خطا در زمان

$$\text{محدود } 0 \rightarrow e = x - x_d \text{ خواهد بود.}$$

۲- اگر حالت‌های  $x$  خارج از سطح لغزش باشند  $S \neq 0$

آنگاه شرایط رسیدن<sup>۴</sup>  $\dot{S} \leq -\eta|S|$  تضمین می‌کند

که  $x$  به  $S = 0$  در زمان محدود خواهد رسید.

2 State feedback

3 Sliding condition

4 Reaching condition

1 Quadratic cost function

#### ۴- شبیه‌سازی

در این مقاله جهت مقایسه مناسب از یک مسیر مرجع یکسان برای هر دو روش استفاده شده است. مانور فرود از ارتفاع ۱۵۰۰ فوتی آغاز می‌شود و به مدت ۲۰ ثانیه در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. در این شرایط هواپیما به صورت یکنواخت در حال حرکت است و متغیرهای حالت به صورت پایدار در یک وضعیت ثابت قرار دارند. مانور سرش بعد از ۲۰ ثانیه آغاز می‌شود و به مدت ۱۳۰ ثانیه تا ارتفاع ۳۰ فوتی ادامه می‌یابد، در این ارتفاع مرحله سوم آغاز می‌شود که هواپیما وارد یک مسیر منحنی وار می‌شود تا به آرامی باند را لمس کند تا حداقل ضربه به ارباب فرود وارد آید. در این بخش به شبیه‌سازی این مراحل خواهیم پرداخت.

#### ۴-۱- سرش با شیب ثابت

در این مرحله هواپیما در شرایط حرکت در صفحه طولی و در امتداد باند فرود به صورت موازی با آن است. مانور سرش بعد از ۲۰ ثانیه آغاز می‌شود، در این مرحله سیستم کنترل فرود خودکار فعال می‌شود و قوانین کنترلی را اجرا می‌کند. در این فاز، مسیر پروازی یک خط مستقیم با شیب ۳- درجه نسبت به افق هست که از ارتفاع ۱۵۰۰ فوتی زمین شروع و تا ارتفاع ۳۰ فوتی زمین ادامه می‌یابد. با در نظر گرفتن شرایط اولیه به صورت زیر:

$$\underline{x}_0 = [u_0, w_0, q_0, \theta_0, h_0]' = [231, 0, 0, 0, 1500]'$$

$$\underline{u}_0 = [\delta_e, \delta_r]' = [-3, .55]'$$

و مقادیر مطلوب حالت‌ها:

$$\underline{x}_d = [u_d, w_d, q_d, \theta_d, h_d]' = [190, 17, 0, 3, h_g(t)]'$$

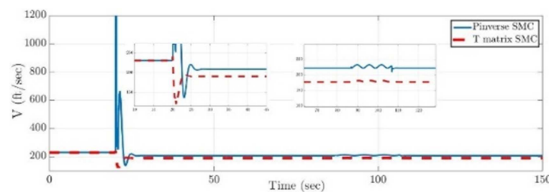
و ماتریس‌های وزنی:

$$Q = \text{diag}([700 \ 700 \ 300 \ 200 \ 50])$$

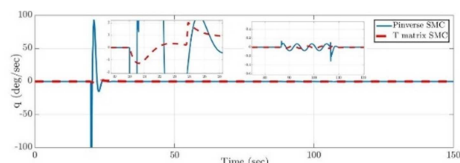
$$R = \text{diag}([100 \ 800])$$

$$\lambda = 0.01$$

شکل، شکل و شکل به ترتیب نمودارهای مربوط به سرعت کل که در معادله (۵) به آن اشاره شد، آهنگ پیچ و زاویه پیچ در فاز سرش را با استفاده از هر دو روش را نشان می‌دهند.



شکل ۲- سرعت کل در فاز سرش



شکل ۳- آهنگ پیچ در فاز سرش

بنابر این متغیر کنترلی باید به شکل زیر باشد.

$$u = u_{eq} + u_{nl} \quad (29)$$

از دو بخش تشکیل شده است. قسمت کنترل معادل  $u_{eq}$  در معادله (۲۹) که حالت  $x$  را در راستای  $s=0$  به سمت مبدا  $e=0$  وادار به لغزش می‌کند. و قسمت غیرخطی سوچینگ کنترل کننده  $u_{nl}$  باعث رسیدن حالت  $x$  به سطح لغزش می‌شود و حالتها را روی سطح لغزش نگه می‌دارد.

#### ۳-۳-۱- شرط لغزش

می‌خواهیم کنترل کننده مد لغزشی ایده آل را برای  $B_w u_w = 0$  بدست می‌آوریم.

با استفاده از روابط (۱)، (۱۵) و همچنین شرط  $\dot{s} = 0$  خواهیم داشت.

$$\dot{s} = T\dot{x} - T\dot{x}_d + Te = 0$$

$$TAX + (TB)u_{eq} + T(-\dot{x}_d + e) = 0 \quad (30)$$

و با در نظر گرفتن معکوس پذیری  $TB$  خواهیم داشت.

$$u_{eq} = -(TB)^{-1} T (Ax - \dot{x}_d + e) \quad (31)$$

#### ۳-۳-۲- شرط رسیدن

از روابط (۲۹) و (۳۱) داریم

$$u = (TB)^{-1} T (-Ax + \dot{x}_d + e) + u_{nl} \quad (32)$$

و با در نظر گرفتن ترم اغتشاش  $B_w u_w \neq 0$  در (۱) و (۱۵) خواهیم داشت

$$\dot{s} = T (Ax + B_w u_w - \dot{x}_d + e) + (TB)(u_{eq} + u_{nl}) \quad (33)$$

با جاگذاری رابطه (۳۱) در رابطه (۳۳) بدست خواهیم آورد

$$\dot{s} = (TB)u_{nl} + TB_w \quad (34)$$

در نتیجه می‌توانیم قانون کنترلی  $u_{nl}$  به شکل زیر بدست آوریم.

$$\text{از فرض } \dot{s} \leq -\eta |s| \text{ می‌توانیم یک عبارت مناسب داشته باشیم.} \quad (35)$$

$$\dot{s}_i s_i \leq -\eta_i |s_i|$$

با توجه به رابطه (۳۴) داریم.

$$\dot{s}_i = (TB)_i u_{ni} + \Delta_i \quad (36)$$

$$\Delta_i = (TB_w u_w)_i$$

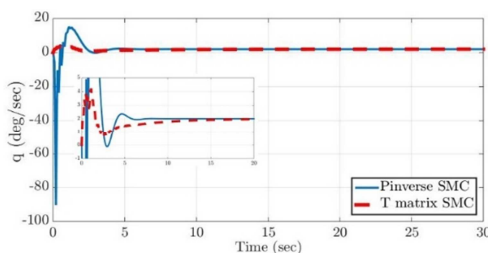
و با کمک رابطه (۳۵) و (۳۶)

$$s_i \dot{s}_i = s_i ((TB)_i u_{ni} + \Delta_i) \leq -\eta_i |s_i| = -\eta_i \text{sgn}(s_i) \quad (37)$$

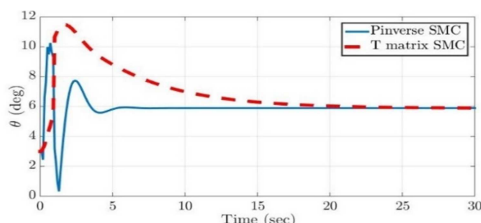
$$((TB)_i u_{ni} + \Delta_i) \leq -\eta_i \text{sgn}(s_i)$$

بدست خواهیم آورد.

$$u_{ni} = (TB)_i^{-1} \rho_i \text{sgn}(s_i) \quad (38)$$

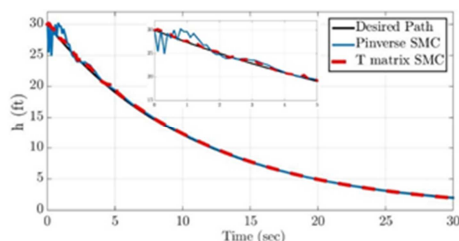


شکل ۷- آهنگ پیچ در فاز پاشنه‌نشینی



شکل ۸- زاویه پیچ در فاز پاشنه‌نشینی

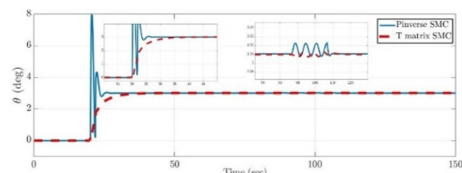
شکل مسیر پرواز در این مرحله را توسط هر دو روش نمایش می‌دهد. همان‌گونه که دیده می‌شود روش تبدیلی ماتریسی که با رنگ قرمز نشان داده شده است توانسته مسیر سیاه رنگ مطلوب را با دقت زیاد تعقیب کند و خطای حالت ماندگار کمتر و نوسانات خفیف‌تری نسبت به روش معکوس مجازی داشته باشد که با رنگ آبی در شکل نشان داده شده است.



شکل ۹- مسیر پرواز هواپیما فاز پاشنه‌نشینی

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سیستم کنترل فرود خودکار برای مدل خطی شده هواپیمای بوئینگ ۷۴۷ در مرحله فرود توسط کنترل‌کننده مد لغزشی به دو روش طراحی گردید. مسئله تعقیب مسیر مرجع برای مانور فرود نسبت به خطای موقعیت توسط متغیرهای حالت مطلوب در سطح لغزش فرمول‌بندی شد. با انتخاب سطح لغزش به صورت انتگرالی و با صفر قرار دادن مشتق آن توانستیم قانون کنترلی با دو روش معکوس مجازی و تبدیل ماتریسی استخراج کنیم، و با استفاده از این دو روش سیستم را به صورت عددی شبیه‌سازی کنیم. همچنین ما با کمک تبدیل ماتریسی که از روش تنظیم‌کننده خطی مرتبه دوم به دست آمده بود توانستیم پدیده وزوز را که مشکلی اساسی در مسئله مد لغزشی است به صورت چشمگیری کاهش دهیم. همچنین روش تبدیل ماتریسی را به سیستم‌های دارای نامعینی توسعه دادیم. چنانچه در نتایج به دست آمده نیز قابل مشاهده است روش تبدیل ماتریسی گرچه دارای زمان همگرایی بیشتری نسبت به روش معکوس مجازی هست ولی از آنجاکه در هواپیمای تجاری و مسافری برای حفظ امنیت و آرامش سرنشینان، تغییرات

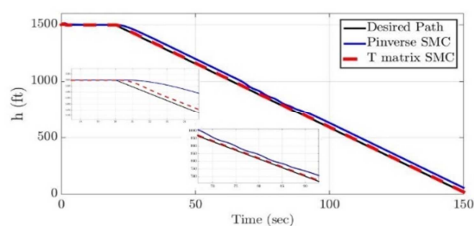


شکل ۴- زاویه پیچ در فاز سرش

همان‌گونه که در این سه نمودار دیده می‌شود بعد از ثانیه ۶۵ یک اغتشاش خارجی به سیستم وارد می‌شود که ناشی از وزش باد برشی است. شکل ۵ مسیر طی شده در این مرحله را نشان می‌دهد.

## ۴-۱- فاز پاشنه‌نشینی

این مسیر به صورت یک منحنی نمایشی به صورت



شکل ۵- مسیر حرکت هواپیما در فاز سرش

است.  $h_f(t) = C \exp(-kt)$

با در نظر گرفتن شرایط اولیه به صورت زیر:

$$\underline{x}_0 = [u_0, w_0, q_0, \theta_0, h_0]' = [190, 17, 0, 3, 30]'$$

$$\underline{u}_0 = [\delta_e, \delta_r]' = [-3, 45]'$$

و مقادیر مطلوب حالت‌ها:

$$\underline{x}_d = [u_d, w_d, q_d, \theta_d, h_d]' = [180, 0, 0, 6, h_f(t)]'$$

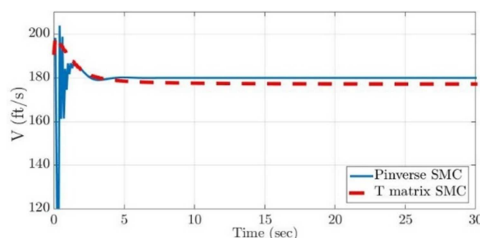
و ماتریس‌های وزنی:

$$Q = \text{diag}([90 \ 90 \ 30 \ 1500 \ 50])$$

$$R = \text{diag}([250 \ 100])$$

$$\lambda = 0.01$$

شکل ۶، شکل ۷ و شکل ۸ به ترتیب نمودارهای مربوط به سرعت کل، آهنگ پیچ و زاویه پیچ در فاز حرکت در مسیر منحنی وار را با استفاده از هر دو روش را نشان می‌دهند.



شکل ۶- سرعت کل در فاز پاشنه‌نشینی

- [9] Hervas J. R., Reyhanoglu M., and Tang H., Nonlinear automatic landing control of unmanned aerial vehicles on moving platforms via a 3d laser radar, *AIP Conference Proceedings*, Vol. 1637, No. 1, 2014.
- [10] Serra P., Cunha R., Hamel T., Cabecinhas D., and C. Silvestre, Landing on a moving target using image-based visual servo control, in *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*, Dec 2014, pp. 2179–2184.
- [11] Schkoda and Crassidis A., Dynamic Inversion Control for Non-Square Systems with Application to Aircraft Longitudinal Control, in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, Hilton Head, 2007.
- [12] J.Hung, W.Gao, J.Hung, Variable structure control: A survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 40(1), 2–22, 1993.
- [13] Slotine J., Li W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice – Hall, 1991.
- [14] Bryson, A. E., *Control of Spacecraft and Aircraft*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1994.
- [15] Kang W., De P. K., and Isidori A., Wight Wind shear via Nonlinear H<sub>∞</sub> Methods, *Proceeding of the 31st Conference on Decision and Control*, Tucson, Arizona, December 1992, pp. 1135-1142
- [16] Hung J., Gao W., Hung J., Variable structure control: A survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 40(1), 2–22, 1993.
- [17] *Optimal control theory — an introduction*, Donald E. Kirk, Prentice Hall, Inc., New York, 1971.
- [18] Capron B. D. O. and Odloak D., An extended linear quadratic regulator with zone control and input targets, *Journal of Process Control*, Vol. 29, pp. 33 – 44, 2015.

موقعیت و سرعت بایستی تا حد امکان ملایم و غیرقابل احساس باشد به همین دلیل این روش با دامنه نوسانات کمتر در رسیدن به حالت مطلوب پایداری و عملکرد بهتر در مواجهه با اغتشاشات خارجی ناشی از بارهای آئرو دینامیکی، مناسبتر است. از معایب روش معکوس مجازی علاوه بر مشکلات وارون سازی ماتریس ورودی که قبلاً به آن اشاره شد به دلیل فراجاهش و فرو جهش‌های شدید ممکن است در عمل باعث ناپایداری هواپیما گردد و توانایی کنترل آن را نداشته باشد و در نتیجه باعث بروز فاجعه گردد.

## ۶- فهرست نمادها

نماد	تعریف	واحد
$u$	سرعت طولی در راستای محور $x$	$ft / s$
$w$	سرعت در راستای محور $z$	$ft / s$
$V$	سرعت کل هواپیما	$ft / s$
$q$	آهنگ پیچ	$deg / sec$
$\theta$	زاویه پیچ	$deg$
$h$	ارتفاع	$ft$
$\delta_e$	زاویه سکان افقی <sup>۱</sup>	$deg$
$\delta_t$	نیروی پیشرانش	$lbs$
$W_u$	سرعت باد در جهت محور $x$	$ft / s$
$W_w$	سرعت باد در جهت محور $z$	$ft / s$
$\alpha$	زاویه حمله	$deg$
$\gamma$	زاویه مسیر	$deg$

## ۷-مراجع

- [1] Kimberlin R.D., *Flight Testing of Fixed - Wing Aircraft*, AIAA, 2003.
- [2] Shue S. P., Agarwal R .K., Design of automatic landing systems using mixed H<sub>2</sub>/H<sub>∞</sub> control, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 22 (1), 103.114, <http://dx.doi.org/10.2514/2.4356>, 1999.
- [3] Prasad , Pradeep S., Automatic landing system design using feedback linearization method, in: *Proceedings of AIAA Info tech Aerospace Conference and Exhibit*, 2007.
- [4] Nho K., Agarwal R.K., Automatic landing system design using fuzzy logic, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* 23 (2), 298–304, <http://dx.doi.org/10.2514/2.4522>, 2000.
- [5] Liao F., Wang J.L., Poh E.K., D.Li, Fault-tolerant robust automatic landing control design, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 28 (5), 854–871, 2005.
- [6] Mori R., Suzuki S., Sakamoto Y., Takahara H., Analysis of visual cues during landing phase by using neural network modeling, *Journal of Aircraft* 44 (6), 2006–2011, 2007.
- [7] Suzuki S., Sakamoto Y., Sanematsu Y., Takahara H., Analysis of human – pilotcon – troll inputs using neural network, *Journal of Aircraft* 43(3), 793 –798, 2006.
- [8] Thurrowgood S., Moore R. J. D., Soccol D., Knight M., and Srinivasan M.V., A biologically inspired, vision-based guidance system for automatic landing of a fixed-wing aircraft, *Journal of Field Robotics*, vol. 31, No. 4, pp. 699–727, 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1002/rob.21527>