

جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مثلثی با تیغه گرمازا

سید محمد حسینی*

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

بهزاد قاسمی

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

افراسیاب رئیسی

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

چکیده

هدف از مقاله حاضر، بررسی انتقال گرمای جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مثلثی که یک تیغه نازک گرمازا داخل آن می‌باشد. نانوسیال مورد استفاده آب - مس است. معادلات حاکم به روش حجم کنترل جبری شده و بر اساس الگوریتم SIMLEP به طور هم‌زمان حل شده‌اند. تحقیق حاضر به بررسی اثر عدد ریلی، کسر حجمی نانوذرات، اندازه و موقعیت تیغه بر میدان جریان و آهنگ انتقال گرما در محفظه پرداخته است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی نانوذرات و عدد ریلی باعث افزایش انتقال حرارت می‌گردد. در اعداد ریلی پایین با نزدیک شدن تیغه به وتر مثلث انتقال گرما زیاد می‌شود ولی در ریلی‌های بالا رفتار یکسانی نشان نمی‌دهد. با افزایش طول تیغه انتقال گرما افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهند آهنگ انتقال گرما در اعداد ریلی بالا غالباً در تیغه عمودی نسبت به تیغه افقی بیشتر است، در صورتی که در اعداد ریلی پایین وضعیت افقی و عمودی تیغه گرمازا تأثیر اندکی بر آهنگ انتقال گرما دارد. **واژه‌های کلیدی:** جابجایی آزاد، محفظه مثلثی، نانوسیال، تیغه گرمازا.

Nanofluid Natural Convection in a Triangular Enclosure with Blade Heater

S. M. Hoseyni

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

B. Ghasemi

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

A. Raisi

Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

Abstract

The purpose of this paper is to investigate the nanofluid natural convection heat transfer in a triangular enclosure with a blade heater. The Cu-water nanofluid is used. Discretization of the governing equations are achieved through a finite volume method and solved with SIMPLER algorithm. The effects of Rayleigh number, the volume fraction of nanoparticles and the size and position of the blade on the heat transfer performance of the enclosure were examined. The results show that the heat transfer rate increases with increase in solid volume fraction and Rayleigh number. The heat transfer rate increases at low Rayleigh numbers when the blade approaches to the hypotenuse but it doesn't show the same behavior at high Rayleigh numbers. Heat transfer rate increases with the increase of the blade length. The results also show that at high Rayleigh numbers mostly heat transfer rate in the vertical blade is more than the horizontal blade, but the vertical and horizontal situation of the heater at low Rayleigh numbers has a few effects on the heat transfer rate.

Keywords: Free convection, Triangular enclosure, Nanofluid, Blade heater.

مقدار تابع جریان و عدد ناسلت پرداختند. همچنین به این نتیجه رسیدند که با تغییر سطح مقطع‌های مختلف مانند دایره، مربع، مثلث و لوزی اثر ناچیزی بر انتقال گرما دارد، در صورتی که بر جریان، تأثیر قابل توجهی دارد.

راهبرد خنک کاری با استفاده از یک سیال با رسانایی گرمایی پایین، قدرت جابجایی طبیعی را محدود می‌کند؛ بنابراین توجه به جستجوی راه‌حلی نو و سودمند که قدرت جابجایی طبیعی را در هندسه‌های مختلف قطعه‌های الکترونیکی افزایش می‌دهد حائز اهمیت است [۹]. از آنجایی که چشم‌انداز نانوسیالات بسیار امیدوارکننده بوده و مطالعات زیادی در زمینه انتقال گرمای جابجایی نانوسیالات صورت گرفته است، لذا این انگیزه به وجود آمد که از نانوسیال در داخل محفظه استفاده شود.

قاسمی و امین‌الساداتی [۱۰] به بررسی جابجایی طبیعی مثلث قائم‌الزاویه پر از نانوسیال پرداخته‌اند که در ضلع عمودی آن، یک منبع گرمایی قرار دارد. آن‌ها تأثیر پارامترهایی همچون عدد ریلی، کسر

۱- مقدمه

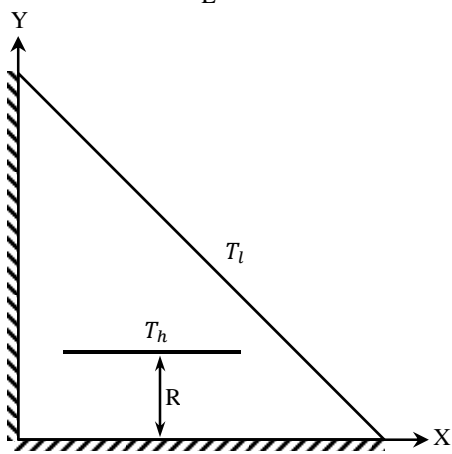
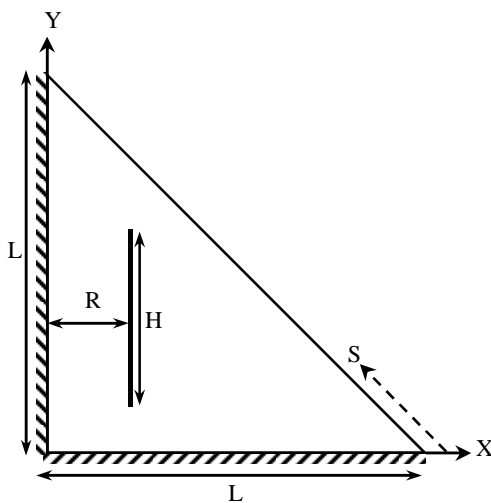
جابجایی طبیعی در محفظه‌ها، کاربردهای مهندسی زیادی از قبیل سیستم‌های خنک‌کننده اجزای الکترونیکی، گردآورنده‌های ذخیره انرژی خورشیدی، سیستم‌های راکتور هسته‌ای، آتش‌نشانی و نیروگاه‌ها دارد [۱]. در سال‌های اخیر همان‌طور که مقالات نشان می‌دهند مطالعات بر روی جابجایی طبیعی محفظه‌های مثلثی افزایش یافته است [۲،۳]. این افزایش اهمیت به دلیل کاربردهای گوناگون محیطی، ژئوفیزیکی و مهندسی آن است. خصوصاً که جابجایی طبیعی راهبردی مؤثر و اقتصادی در خنک‌سازی وسایل الکترونیکی است.

هجری و همکاران [۴]، لی و همکاران [۵]، بازاک و همکاران [۶] و فؤاد کنت [۷] انتقال گرمای جابجایی آزاد سیال خالص در محفظه‌های مثلثی را مورد بررسی قرار دادند. ژو و همکاران [۸] شبیه‌سازی انتقال گرمای جابجایی آزاد روی یک استوانه افقی داخل محفظه مثلثی متساوی‌الاضلاع پر از هوا را انجام دادند. در این تحقیق به بررسی تأثیر عدد ریلی و نسبت قطر استوانه به ارتفاع مثلث بر تغییرات بیشینه

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: sm.hoseyni@gmail.com

۲- بیان مسأله

یک محفظه پر شده از نانوسیال آب-مس با مقطع مثلث قائم‌الزاویه که یک تیغه نازک در میان آن قرار دارد را در نظر بگیرید. دیواره پایینی و سمت چپ هر دو به طول L و عایق می‌باشند. وتر مثلث در دمای سرد T_1 قرار دارد. یک تیغه گرمازا به طول H در دمای گرم T_h به فاصله R از دیوار موازی با تیغه قرار دارد. تیغه گرمازا وسط دیوار عمود بر تیغه و وتر مثلث قرار دارد. تمامی پارامترهای ذکر شده نسبت به طول ضلع مثلث (L) بی‌بعد شده‌اند. شرط مرزی هیدرودینامیکی مساله حاضر نیز، شرط عدم نفوذ و شرط عدم لغزش بر روی دیواره‌ها است. شکل ۱ هندسه مسئله را در دو حالت تیغه عمودی و افقی نمایش می‌دهد.



شکل ۱- هندسه فیزیکی مسأله

تأثیر تغییر طول و موقعیت منبع گرمایی و بررسی تغییرات عدد ریلی و کسر حجمی نانوذرات بر میدان جریان و آهنگ انتقال گرما از اهداف این مسأله می‌باشند. همچنین به بررسی منبع گرمایی در دو حالت افقی و عمودی پرداخته می‌شود.

۳- معادلات حاکم

در این مسأله، انتقال گرما جابجایی طبیعی در دستگاه دکارتی دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. نانوسیال نیوتنی و غیرقابل تراکم

حجمی ذرات، موقعیت منبع گرم و حرکت براونی نانوذرات بر روی میدان جریان و دما و آهنگ انتقال گرما را بررسی کردند. همچنین با اعمال اثرات حرکت براونی در اعداد ریلی بالا، مقدار بهینه کسر حجمی ذرات را پیدا کردند که باعث می‌شد آهنگ انتقال گرما به بیشینه برسد. محمودی و همکاران [۱۱] و امین‌الساداتی [۱۲] اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای جابجایی آزاد در محفظه‌های مثلثی قائم با شرایط متفاوت را مطالعه کردند. مشاهدات این تحقیقات نشان می‌دهد که با افزایش عدد هارتمن انتقال گرما کاهش می‌یابد.

از جمله بررسی‌های عددی انجام شده در حوزه انتقال گرمای جابجایی طبیعی نانوسیال، مطالعه عارفمنش و نیکفر [۱۳] است. آن‌ها شبیه‌سازی انتقال گرمای نانوسیال آب-آلومینا در یک محفظه مثلثی با منابع گرم و سرد روی دیواره‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند. این شبیه‌سازی بر اساس تابع جریان سرعت انجام گرفته است. در این مقاله تأثیرات عدد ریلی، موقعیت منبع سرد و گرم و کسر حجمی ذرات بر روی جریان سیال و انتقال گرما مورد بررسی قرار گرفته است. آن‌ها دریافتند که افزایش نانوذرات عموماً باعث افزایش آهنگ انتقال گرما می‌شود. موقعیت مناسب منبع‌ها را در اعداد ریلی مختلف در زمانی که آهنگ انتقال گرما بالاست، به دست آوردند.

به جز محفظه‌های مثلثی، در دیگر محفظه‌ها علی‌الخصوص مربعی انتقال گرمای جابجایی با منبع گرمازا بررسی شده است. از جمله این پژوهش‌ها بررسی عددی کلتنه و همکاران [۱۴] است که انتقال گرمای جابجایی توأم را در یک محفظه مربعی با درپوش متحرک و یک منبع گرمایی مثلثی در داخل آن، مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها دریافتند که با افزایش کسر حجمی نانوذرات و کاهش قطر آن‌ها انتقال گرما افزایش می‌یابد.

محمودی [۱۵] نیز جریان و انتقال گرمای جابجایی آزاد نانوسیالاتی که سیال پایه آن‌ها آب بود در محفظه مربعی مورد بررسی قرار داد. در داخل این محفظه یک تیغه باریک گرمازا قرار دارد که موقعیت و طول آن متفاوت است. وی تأثیر پارامترهایی همچون عدد ریلی، طول و موقعیت منبع گرمایی، کسر حجمی نانوذرات و نوع نانوسیالات بر روی جریان و انتقال گرما را بررسی کرد. مشاهدات نشان دادند که در اعداد ریلی پایین عدد ناسلت در حالتی که منبع گرمایی افقی است بیشتر از حالت عمودی است در حالی که در اعداد ریلی بالا وضعیت منبع گرمایی تأثیری بر انتقال گرما ندارد. همچنین برای حالت منبع گرمایی افقی، وقتی که تیغه گرمازا در نیمه پایینی باشد انتقال گرما بیشتر از هنگامی است که تیغه در نیمه بالایی قرار دارد. علاوه بر این در اعداد ریلی بالا، نانوسیال آب-نقره آهنگ انتقال گرما بیشتری دارد، در حالی که در اعداد ریلی پایین نوع نانوسیال تأثیری بر آهنگ انتقال گرما ندارد.

منبع حرارتی تیغه‌ای می‌تواند مدل مناسبی از تراشه‌های الکترونیکی باشد که توسط سیالی با رسانایی گرمایی بالا خنک می‌شود. به همین منظور در ادامه تحقیقات فوق، در این مقاله محفظه مثلثی پر شده از نانوسیال با یک تیغه گرمازا در آن، مورد بررسی قرار می‌گیرد. موضوع اصلی این تحقیق بررسی اثر پارامترهای مختلف مثل تغییر طول و موقعیت تیغه گرمازا و بررسی تغییرات عدد ریلی و کسر حجمی نانوذرات روی عملکرد حرارتی است.

$$X = 0, 0 < Y < 1 \quad U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

$$\text{وتر مثلث} \quad U = 0, V = 0, \theta = 0$$

$$\text{تیغه گرمازا} \quad U = 0, V = 0, \theta = 1$$

عدد ناسلت پارامتر بی‌بعدی است که نشانگر میزان انتقال گرما است. در اینجا ناسلت موضعی روی وتر مثلث را تعریف می‌کنیم که این پارامتر در محفظه پر از نانوسیال به صورت زیر است:

$$Nu(S) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right) \quad (9)$$

که N مؤلفه عمود بر سطح و S مؤلفه مماس بر سطح است. ناسلت متوسط نیز از طریق انتگرال‌گیری ناسلت موضعی بر روی وتر به دست می‌آید:

$$Nu_m = -\frac{1}{\sqrt{2L}} \int_0^{\sqrt{2L}} Nu(S) dS \quad (10)$$

برای درک بهتر رفتار جریان، تابعی به نام تابع جریان Ψ که وابسته به سرعت جریان است طبق رابطه (۱۱) تعریف می‌شود.

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad (11)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه بالا تابع جریان بدست می‌آید.

چگالی، ظرفیت گرمایی، پخشندگی گرمایی و ضریب انبساط گرمایی نانوسیال به صورت زیر تعریف می‌شوند: [۱۶]

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (12)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho\beta)_{nf}$$

همچنین رسانایی گرمایی مؤثر نانوسیال توسط مدل پاتل و همکاران به صورت زیر ارائه شده است: [۱۷]

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \frac{k_s A_s}{k_f A_f} + c Pe \frac{k_s A_s}{k_f A_f} \quad (13)$$

در رابطه بالا، k_s رسانایی گرمایی نانوذرات و k_f ضریب هدایت سیال خالص است. برای نانوسیال آب-مس ثابت تجربی $c = 3.6 \times 10^4$ توسط سانترا و همکاران گزارش شده است [۱۸]. نسبت A_s / A_f و Pe به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{A_s}{A_f} = \frac{d_f}{d_s} \frac{\phi}{(1-\phi)}, \quad Pe = \frac{u_s d_s}{\alpha_f} \quad (14)$$

در رابطه فوق u_s سرعت حرکت براونی نانوذرات برابر است با:

$$u_s = \frac{2k_b T}{\pi \mu_f d_s^2} \quad (15)$$

که $k_b = 1.38065 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$ ثابت بولتزمن است. مزیت این مدل نسبت به مدل‌های دیگر این است که نیازی به افزودن نتایج حاصله به نتایج بدست آمده از حرکت استاتیکی ذرات نیست؛ بلکه اثر براونی و استاتیک ذرات را یکجا در خود دارد. لزجت دینامیکی مؤثر نانوسیال نیز بر اساس فرمول برینکمن به این صورت تعریف می‌شود [۱۹]:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (16)$$

است. همچنین جریان آرام و در حالت دائم است. بین سیال و نانوذرات موجود در محفظه تعادل گرمایی وجود دارد. تولید یا ذخیره انرژی نداریم. تمامی خواص ترموفیزیکی به جز چگالی بر اساس تقریب بوزینسک، ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

معادلات حاکم بر جریان شامل پیوستگی، مومنتوم و انرژی به شرح زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

معادلات حاکم را پس از بی‌بعد سازی می‌توان به فرم کلی زیر نوشت:

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (5)$$

ϕ جایگزین پارامترهای وابسته بی‌بعد U, V و θ و همچنین Γ و S_ϕ به ترتیب جایگزین جملات متناظر با پخش و چشمه هستند که در جدول ۱ طبق رابطه فوق مرتب شده‌اند. پارامترهای بدون بعد در معادلات به صورت زیر ارائه می‌شوند:

$$U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L} \quad (6)$$

$$\theta = \frac{T - T_l}{T_h - T_l}, \quad P = \frac{\rho L^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2}$$

جدول ۱- معادلات بدون بعد حاکم بر مسأله

معادله	S_ϕ	Γ	ϕ
پیوستگی	0	0	1
مومنتوم X	$-\frac{\partial P}{\partial X}$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f}$	U
مومنتوم Y	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\rho\beta}{\rho_{nf} \beta_f} \right) Ra Pr \theta$	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f}$	V
انرژی	0	$\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}$	θ

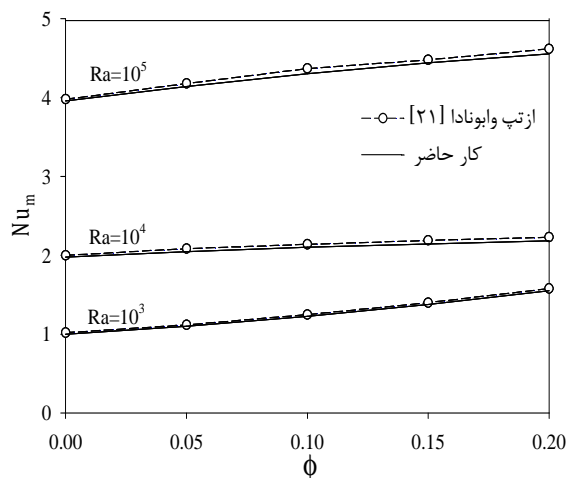
همچنین اعداد بدون بعد ریلی و پرانتل به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Ra = \frac{g\beta_f (T_h - T_l)L^3}{\nu_f \alpha_f}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (7)$$

شرایط مرزی بر روی دیواره‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$Y = 0, 0 < X < 1 \quad U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (8)$$

و پایینی عایق و دیوار سمت راست در دمای سرد و روی دیوار سمت چپ یک منبع دما ثابت گرم قرار دارد. اعتبارسنجی ناسلت متوسط روی منبع گرم در ریلی‌های مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- ناسلت متوسط مطالعه حاضر و مرجع [۲۱]

در مقایسه بعدی سعی شده است که صحت مدل کردن محفظه مثلثی مورد بررسی واقع شود. آهنگ انتقال گرمای محفظه مثلثی پر از هوا وارول و همکاران [۲۲] که یک منبع گرم دما ثابت در پایین ضلع عمودی آن قرار دارد در جدول ۳ آمده است. اختلافات ناچیز در مقایسه‌های قبلی با توجه به تقریب‌های متفاوتی که محققین در گسسته سازی معادلات و میانگین‌گیری‌ها انجام می‌دهند قابل توجه و صحت برنامه در حد قابل قبول است.

جدول ۳- اعتبارسنجی برنامه حاضر با محفظه مثلثی مرجع [۲۲]

درصد خطا (%)	Nu_m وارول و همکاران	Nu_m کار حاضر	عدد ریلی
-۴/۶۷	۱/۰۹	۱/۰۳۹	10^3
۰/۰۷	۱/۳۹۵	۱/۳۹۶	10^4
۰/۷۳	۲/۸۹۱	۲/۹۱۲	10^5
۰/۶۹	۵/۵۰۸	۵/۵۴۶	10^6

برای جستجوی شبکه بهینه و اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه، تغییرات عدد ناسلت و بیشینه مقدار تابع جریان در ریلی 10^5 و آب خالص در شکل ۴ بررسی شده است. مقایسه نتایج برای شبکه‌های 20×20 ، 40×40 ، 60×60 ، 80×80 ، 100×100 ، 125×125 و 150×150 مورد بررسی قرار گرفت. براین اساس شبکه 100×100 با توجه به دقت قابل قبول نتایج از یکسو و افزایش زمان حل برنامه کامپیوتری با افزایش تعداد گره‌های شبکه از سوی دیگر، برای حل مسأله انتخاب شده است.

در روابط فوق، ϕ کسر حجمی نانوذرات است. خواصی که در محاسبات ثابت فرض شدند به این صورت ارائه می‌شوند: طول و ارتفاع محفظه $L=1\text{cm}$ ، دمای دیواره سرد $T_1=20^\circ\text{C}$ (293 K)، قطر نانوذرات $d_s=100\text{nm}$ و سایز مولکولی آب $d_f=2\text{\AA}$ است. خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات مس در جدول ۲ آمده است.

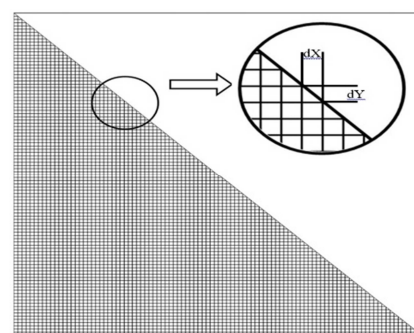
جدول ۲- خواص ترموفیزیکی آب-مس [۲۰]

خواص ترموفیزیکی	سیال پایه (آب)	نانو ذرات (مس)
ρ (kgm^{-3})	۹۹۷/۱	۸۹۳۳
C_p ($\text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	۴۱۷۹	۳۸۵
k ($\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$)	۰/۶۱۳	۴۰۱
$\beta \times 10^{-5}$ (K^{-1})	۲۱	۱/۶۷
μ ($\text{kgm}^{-1} \text{s}^{-1}$)	۰/۰۰۱۰۰۳	-

معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی به کمک روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم SIMPLER حل شده‌اند. جملات جابجایی و پخش به روش توان پیرو گسسته سازی شده‌اند. برای ایجاد دامنه حل مثلثی مانند شکل ۲، یک هندسه مربعی را در نظر گرفته سپس وتر مثلث را به صورت پله‌ای فرض کرده و گره‌های خارج از مثلث را غیر فعال کرده‌ایم. الگوریتم فوق با نوشتن برنامه‌ای به زبان فرترن اجرا شد. همچنین از معیار همگرایی زیر استفاده شده است:

$$\frac{\sum_i^M \sum_j^N |\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k|}{\sum_i^M \sum_j^N |\phi_{i,j}^{k+1}|} \leq 10^{-6} \quad (17)$$

که M و N تعداد گره‌های شبکه در جهت X و Y بوده و ϕ معرف پارامترهای وابسته بی‌بعدی است که حل می‌شوند و k تعداد تکرار است.

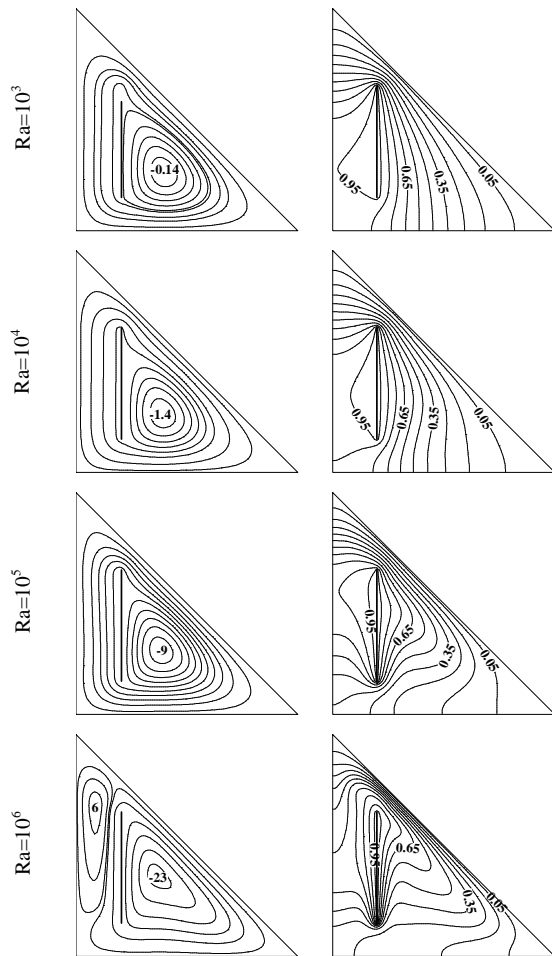


شکل ۲- شبکه‌بندی در نظر گرفته شده برای حل مسأله

۴- کنترل برنامه و استقلال نتایج از شبکه

برای اطمینان از صحت برنامه نوشته شده، نتایج عددی حاصله از آن با نتایج ارائه شده در تحقیقات گذشته مقایسه گردید. یکی از مراجع بسیار معتبر در زمینه انتقال گرما داخل محفظه پر از نانوسیال مطالعه عددی از تپ و ابونادا [۲۱] است. یک محفظه مربعی حاوی نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در نظر بگیرید که در این محفظه دیوارهای بالایی

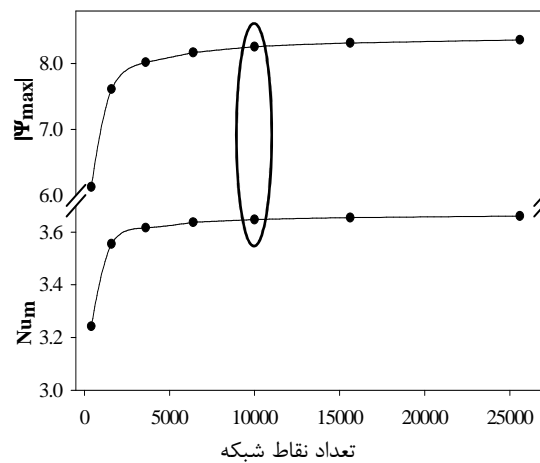
خیلی قوی نشده است، مقدار ناسلت در دو حالت تیغه عمودی و افقی تقریباً یکسان است. دلیل این موضوع آن است که در سرعت‌های کم، جملات جابجایی در معادله انرژی اثر کمتری بر دما می‌گذارند.



شکل ۵- میدان جریان (چپ) و خطوط هم‌دما (راست) در ریلی‌های مختلف ($H = 0.5$, $R = 0.2$, $\phi = 0.05$: حالت عمودی تیغه)

با توجه به معادله مومنوم در جهت Y جمله $\theta \text{Pr} \text{Ra} ((\rho\beta)_{nf} / \rho_{nf}\beta_f)$ اهمیت بسزایی در ریلی 10^6 دارد و باعث به وجود آمدن گردابه‌های قدرتمند و آشفته‌گی خطوط هم‌دما می‌شود، به همین دلیل آهنگ انتقال گرما در تیغه عمودی و افقی یکسان نیست. همان‌طور که مشاهده می‌شود تیغه عمودی به دلیل تراکم بیشتر خطوط هم‌دما نزدیک وتر، ناسلت بزرگ‌تری نسبت به تیغه افقی دارد.

نمودار ناسلت موضعی روی وتر در ریلی 10^6 برای دو حالت عمودی و افقی تیغه گرمازا در شکل ۸ رسم شده است. مشاهده می‌شود که در حالت افقی تیغه، ناسلت موضعی در یک محدوده نوسان می‌کند در صورتی‌که نمودار در حالت تیغه عمودی فقط در یک نقطه ماکزیمم مطلق دارد. با مشاهده خطوط هم‌دما در دو حالت تیغه عمودی و افقی نیز می‌توان به این نتیجه رسید. برای حالت عمودی خطوط هم‌دما نزدیک تیغه در شکل ۵ فشرده‌تر از بقیه نقاط نزدیک وتر مثلث می‌باشند. در حالت افقی با توجه به شکل ۶، جریان خطوط



شکل ۴- تأثیر تعداد نقاط شبکه بر ناسلت متوسط و بیشینه اندازه تابع جریان ($H=0.4$, $R=0.2$: حالت عمودی تیغه)

۵- نتایج و بحث

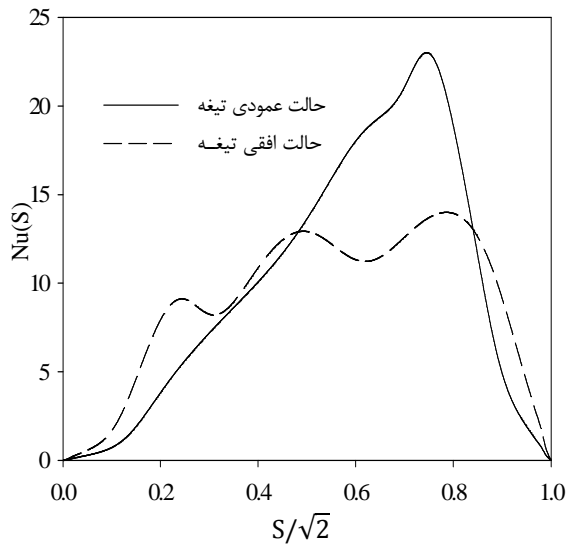
پس از اطمینان از عملکرد برنامه به استخراج نتایج مسأله حاضر پرداخته می‌شود. اثر پارامترهای مختلف مانند عدد ریلی ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$)، درصد حجمی نانوذرات ($0 \leq \phi \leq 0.05$)، طول تیغه ($0.3 \leq H \leq 0.7$) و موقعیت تیغه ($0 \leq R \leq 0.3$) برای دو حالت عمودی و افقی تیغه گرمازا بر روی جریان و آهنگ انتقال گرما بررسی می‌شود.

۵-۱- عدد ریلی

در این بخش برای شرایط پایه اثر عدد ریلی بررسی می‌شود ($H = 0.5$, $R = 0.2$, $\phi = 0.05$). برای تیغه عمودی در شرایط فوق خطوط هم‌دما و میدان جریان در شکل ۵ مشاهده می‌شود. از خطوط جریان مشخص است که با افزایش عدد ریلی تابع جریان بزرگتر می‌گردد و در نتیجه قدرت جریان در گردابه‌ها افزایش می‌یابد. خطوط هم‌دما در ریلی پایین فرم منظم‌تری دارند که بیانگر حاکم بودن انتقال گرمای رسانش در ریلی‌های پایین است. در ریلی‌های بالا سرعت جریان افزایش می‌یابد و چون جهت گردابه اطراف تیغه ساعت‌گرد است همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ریلی خطوط هم‌دما در کف محفظه به سمت چپ متمایل می‌شوند. فرم نامنظم خطوط هم‌دما در ریلی‌های بالا نشان از غالب شدن انتقال گرمای جابجایی بر رسانشی است. خطوط جریان و هم‌دما شرایط پایه در حالت تیغه افقی در شکل ۶ نشان داده شده است.

مانند حالت تیغه عمودی با افزایش عدد ریلی به دلیل بزرگ شدن جمله ناشی از نیروی غوطه‌وری در معادلات مومنوم، از خطوط جریان مشخص است سرعت جریان و قدرت گردابه‌ها افزایش می‌یابد. همچنین خطوط هم‌دما نشان می‌دهند که انتقال گرمای جابجایی مکانیزم غالب انتقال گرما است.

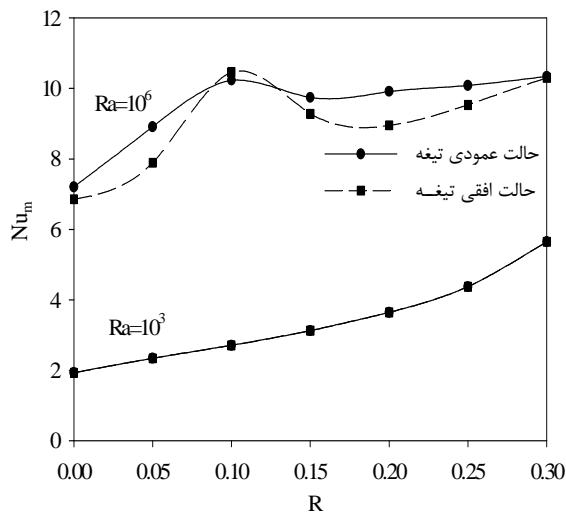
در شکل ۷ ناسلت متوسط برای همه اعداد ریلی و دو حالت تیغه عمودی و افقی نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش عدد ریلی ناسلت افزایش می‌یابد که نشان از افزایش انتقال گرما است. همچنین مشاهده می‌شود تا عدد ریلی 10^5 که جابجایی



شکل ۸- تغییرات ناسلت موضعی روی ضلع مورب محفظه برای تیغه عمودی و افقی ($H = 0.5, R = 0.2, \phi = 0.05, Ra = 10^6$)

۵-۲- تغییر موقعیت تیغه گرمازا

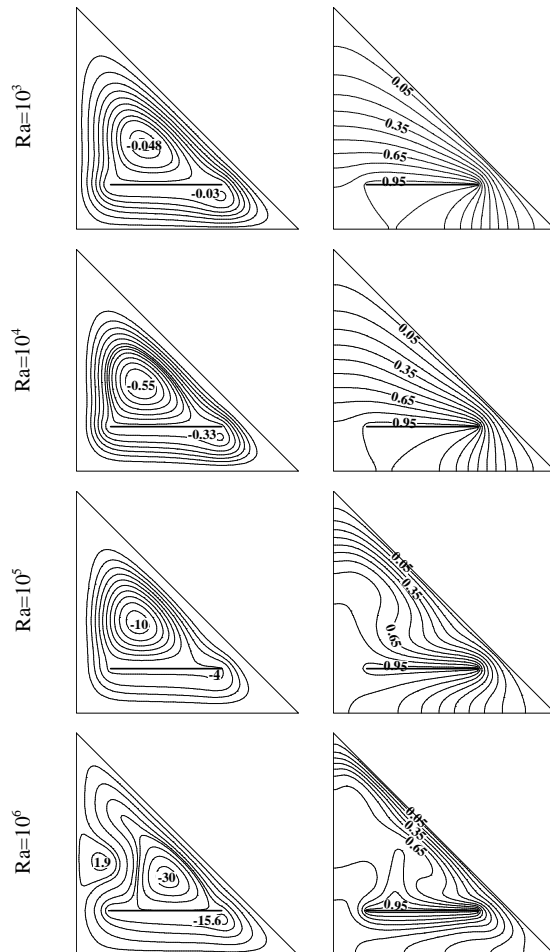
موقعیت منبع گرمایی را می‌توان با پارامتر R تغییر داد. در این حالت فقط پارامتر R نسبت به شرایط پایه تغییر می‌کند ($H = 0.5, \phi = 0.05$). تغییرات R در بازه خاصی ($0 \leq R \leq 0.3$) است. در $R=0$ منبع گرمایی روی ضلع محفظه قرار دارد که در تحقیقات گذشته نیز مورد بررسی قرار گرفته است. ناسلت متوسط به ازای تغییرات R در دو حالت عمودی و افقی تیغه برای ریلی‌های 10^3 و 10^6 در شکل ۹ آمده است.



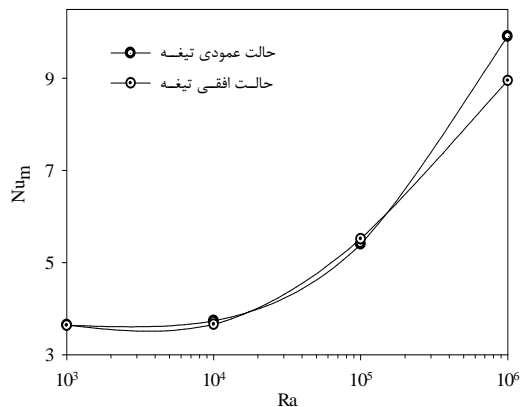
شکل ۹- تغییرات ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف R ($H = 0.5, \phi = 0.05$)

در ریلی 10^3 با افزایش پارامتر R آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد به دلیل این‌که هر چه تیغه به سمت وتر نزدیک می‌شود انتقال حرارت بیشتری به وتر می‌رساند. با توجه به معادلات مومنوم وقتی

هم‌دما بین تیغه گرمازا و وتر مثلث را به سمت چپ محفظه می‌کشاند و باعث می‌شود که خطوط هم‌دما در این ناحیه تراکم کمتری داشته باشند. با مشاهده خطوط هم‌دما در شکل ۶ نیز مشخص است که تراکم خطوط هم‌دما نزدیک وتر، افزایش و کاهش می‌یابند. چون تغییرات دما رابطه مستقیمی با ناسلت دارد، از همین رو ناسلت موضعی نیز روی وتر در گستره کوچکی نوسان می‌کند.

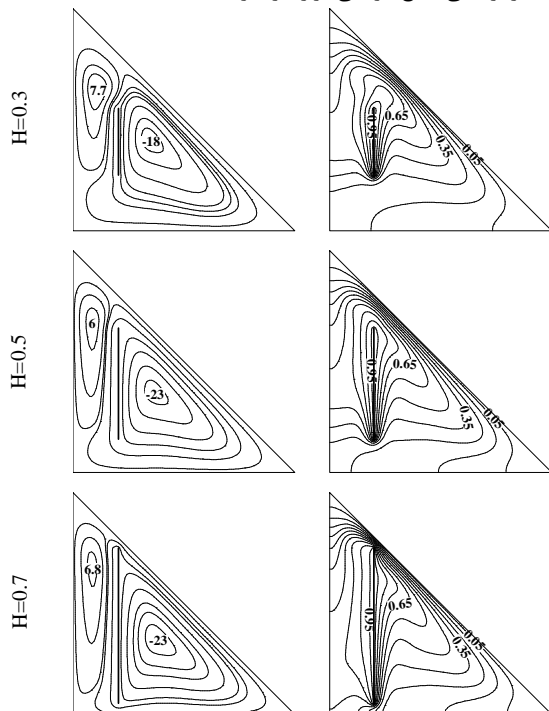


شکل ۶- میدان جریان (چپ) و خطوط هم‌دما (راست) در ریلی‌های مختلف ($H = 0.5, R = 0.2, \phi = 0.05$: حالت افقی تیغه)

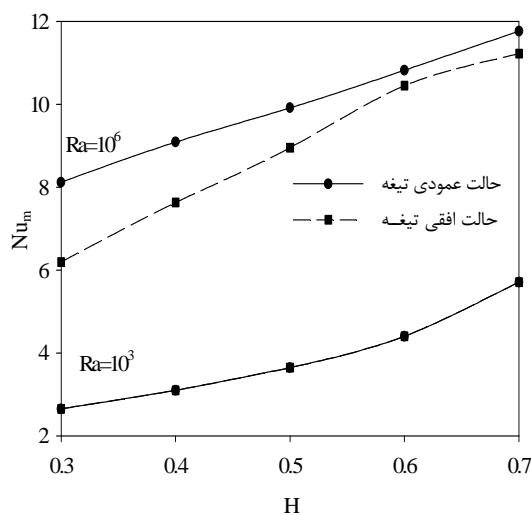


شکل ۷- تغییرات ناسلت متوسط برحسب عدد ریلی برای تیغه عمودی و افقی ($H = 0.5, R = 0.2, \phi = 0.05$)

نانوسیال، این پارامتر را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نمودار ناسلت موضعی روی ضلع مورب را برای وضعیت مبنا در حالت عمودی تیغه به ازای ریلی 10^6 برای درصد حجمی‌های مختلف در شکل ۱۲ مشاهده می‌کنید. با توجه به منحنی‌ها، با فاصله گرفتن از ضلع پایینی محفظه، ناسلت موضعی با شیب ملایم افزایش می‌یابد تا به بیشینه مقدار خود که در نزدیکی منبع گرمایی قرار دارد برسد.



شکل ۱۰- میدان جریان (چپ) و خطوط هم‌دما (راست) $(Ra=10^6, \phi=0.05, R=0.2)$: حالت عمودی تیغه



شکل ۱۱- تغییرات ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف H

مقادیر ناسلت متوسط و درصد افزایش آن که بر اساس رابطه ۱۹ محاسبه شده برای ریلی‌های مختلف و کسر حجمی‌های متفاوت در جدول ۴ آمده است.

ریلی کوچک باشد تأثیر کمی بر سرعت‌ها می‌گذارد و مقدار سرعت‌ها بسیار کوچک می‌باشند. با استفاده از معادله انرژی داریم:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (18)$$

$$\xrightarrow{U, V \equiv 0} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \equiv 0$$

حال اگر محورهای X و Y را جابجا کنیم حالت عمودی به افقی (یا افقی به عمودی) تبدیل می‌گردد. چون در رابطه بالا اگر X و Y عوض شوند، تغییری در معادله دما به وجود نمی‌آید پس می‌توان به این نتیجه رسید که آهنگ انتقال گرما در ریلی‌های پایین برای دو حالت عمودی و افقی تیغه گرمای یکسان است. در ریلی 10^6 همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنیم تغییرات R رفتار یکنواختی از ناسلت متوسط نشان نمی‌دهد. وجود گردابه‌های قدرتمند در این ریلی باعث آشفتگی خطوط هم‌دما و در نتیجه باعث اختلاف در مقادیر ناسلت متوسط برای تیغه عمودی و افقی می‌شود. بیشترین افزایش درصد ناسلت متوسط نسبت به شرایط پایه مربوط به $R=0.3$ در ریلی 10^3 با $54/86$ درصد افزایش است. بیشترین کاهش نیز مربوط به $R=0$ در ریلی 10^3 با $35/76$ درصد کاهش است.

در کل در مورد موقعیت منبع گرمایی می‌توان به این نتیجه رسید که در ریلی 10^3 با نزدیک شدن به وتر مثلث آهنگ انتقال گرما افزایش می‌یابد اما در ریلی 10^6 آهنگ انتقال گرما با تغییر موقعیت منبع گرمایی رفتار یکنواختی را نشان نمی‌دهد.

۵-۳- تغییر اندازه تیغه گرمزا

اندازه تیغه توسط پارامتر H تغییر می‌کند. بقیه پارامترها ثابت فرض شده‌اند $(R=0.2, \phi=0.05)$. خطوط هم‌دما و میدان جریان به ازای مقادیر مختلف H برای ریلی 10^6 حالت عمودی تیغه گرمزا در شکل ۱۰ آمده است. از خطوط هم‌دما پیداست هر چه اندازه تیغه بزرگ‌تر می‌شود خطوط بین وتر مثلث و نوک تیغه فشرده‌تر می‌شوند.

شکل ۱۱ تغییرات ناسلت متوسط برحسب پارامتر H به ازای دو ریلی 10^3 و 10^6 برای تیغه عمودی و افقی نشان می‌دهد. در اینجا نیز آهنگ انتقال حرارت با توجه به دلیل‌های ذکر شده در ریلی 10^3 برای دو تیغه عمودی و افقی یکسان است.

تراکم بالای خطوط هم‌دما بین نوک تیغه و وتر مثلث در $H=0.7$ نشان از انتقال حرارت بالا در این محدوده است. این نتیجه را می‌توان در نمودار ناسلت متوسط نیز مشاهده کرد. با افزایش اندازه تیغه، نه تنها تراکم خطوط هم‌دما افزایش می‌یابد بلکه حرارت از منبع گرما نیز بیشتر می‌شود؛ بنابراین برای دو حالت افقی و عمودی تیغه به ازای ریلی‌های گوناگون، هر چه طول تیغه بزرگ‌تر شود آهنگ انتقال گرما بیشتر می‌شود.

۵-۴- تأثیر درصد حجمی نانوذرات

به دلیل اثرگذاری درصد حجمی نانوذرات بر خواص ترموفیزیکی به دلیل عایق بودن ضلع سمت راست مثلث، منحنی با شیب تندی کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. ناسلت موضعی با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد.

جدول ۴- مقدار عدد ناسلت متوسط و درصد افزایش آن برای کسر حجمی‌های مختلف ($H = 0.5$, $R = 0.2$: حالت عمودی تیغه)

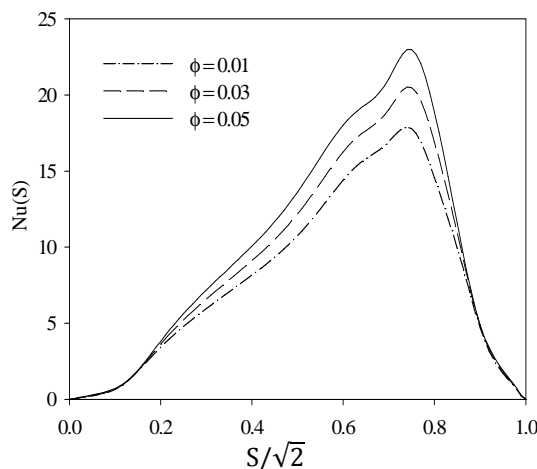
$\phi = 0.05$	$\phi = 0.04$	$\phi = 0.03$	$\phi = 0.02$	$\phi = 0.01$	$\phi = 0$		
۳/۶۴۶	۳/۳۹۳	۳/۱۴۴	۲/۹۰۱	۲/۶۶۳	۲/۴۲۹	Nu _m	Ra = 10 ³
۳۳/۳۷	۲۸/۳۸	۲۲/۷۳	۱۶/۲۵	۸/۷۶	۰	%Δ	
۳/۷۳۸	۳/۴۹۵	۳/۲۵۹	۳/۰۲۹	۲/۸۰۷	۲/۵۸۹	Nu _m	Ra = 10 ⁴
۳۰/۷۱	۲۵/۹۰	۲۰/۵۴	۱۴/۵۲	۷/۷۳	۰	%Δ	
۵/۴۰۵	۵/۱۵	۴/۸۹۱	۴/۶۳۰	۴/۳۶۵	۴/۰۹۶	Nu _m	Ra = 10 ⁵
۲۴/۲۲	۲۰/۴۶	۱۶/۲۶	۱۱/۵۳	۶/۱۶	۰	%Δ	
۹/۹۱۵	۹/۴۷۳	۹/۰۱۴	۸/۵۳۷	۸/۰۴۱	۷/۵۲۱	Nu _m	Ra = 10 ⁶
۲۴/۱۴	۲۰/۶	۱۶/۵۶	۱۱/۹۱	۶/۴۷	۰	%Δ	

آهنگ انتقال گرما را تولید می‌کند، به‌صورت زیر ارائه می‌شود:
 حالت عمودی تیغه گرمازا ($H = 0.7$, $R = 0.1$, $\phi = 0.05$)
 به‌طور کلی می‌توان نتایج را به‌صورت زیر جمع‌بندی کرد:
 افزایش ریلی باعث افزایش سرعت جریان و آهنگ انتقال گرما در محفظه می‌شود.
 آهنگ انتقال گرما برای ریلی‌های پایین تقریباً در تیغه عمودی و افقی یکسان است. ولی انتقال گرما برای ریلی‌های بالا در تیغه عمودی غالباً بیشتر است.
 در ریلی‌های پایین هرچه تیغه به سمت وتر مثلث نزدیک شود انتقال حرارت زیاد می‌شود، اما در ریلی‌های بالا آهنگ انتقال گرما رفتار یکنواختی را نشان نمی‌دهد.
 با افزایش طول تیغه گرمازا در همه ریلی‌ها، انتقال گرما زیاد می‌شود.

افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث افزایش ناسلت متوسط و در نتیجه افزایش آهنگ انتقال گرما می‌شود. هر چه عدد ریلی کوچک‌تر باشد تأثیر کسر حجمی نانوذرات بر روی انتقال گرما بیشتر می‌شود.

۷- نمادها

Cp	گرمای ویژه (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)
g	شتاب جاذبه زمین (m/s ²)
h	ارتفاع تیغه (m)
H	ارتفاع بدون بعد تیغه (h/L)
k	رسانایی گرمایی ($\frac{W}{mK}$)
L	طول و ارتفاع محفظه (m)
Nu	عدد ناسلت
P	فشار بدون بعد
Pr	عدد پراانتل
r	فاصله تیغه از ضلع موازی با آن (m)
R	فاصله بدون بعد تیغه از ضلع موازی با آن (r/L)
Ra	عدد ریلی
s	مختصه مماس بر وتر مثلث (m)
S	مختصه بدون بعد مماس بر وتر مثلث (s/L)
T	دما (K)



شکل ۱۲- تغییرات ناسلت موضعی روی ضلع مورب محفظه برای درصد حجمی‌های مختلف

$$\% \Delta = \frac{Nu_{m,nf} - Nu_{m,f}}{Nu_{m,nf}} \times 100 \quad (19)$$

در ریلی‌های پایین، رسانش مکانیزم غالب انتقال گرما است، با افزایش ϕ رسانایی گرمایی نانوسیال بیشتر می‌شود که باعث افزایش آهنگ انتقال گرما و در نتیجه ناسلت متوسط می‌شود. در ریلی‌های بالا نیز که مکانیزم جایجایی حاکم است، با افزایش کسر حجمی نانوذرات قدرت جایجایی تقویت شده و ناسلت افزایش می‌یابد. در این جدول مشهود است که تأثیر کسر حجمی نانوذرات برای ریلی‌های پایین بیشتر از ریلی‌های بالا است. بیشترین تأثیر در ($Ra = 10^3$, $\phi = 0.05$) با ۳۳/ ۳۷ درصد افزایش و کمترین تأثیر در ($Ra = 10^5$, $\phi = 0.01$) با ۶/۱۶ درصد افزایش است.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق انتقال گرمای جایجایی طبیعی درون محفظه مثلثی قائم پر از نانوسیال آب-مس با یک تیغه گرمازا درون آن بررسی شد. معادلات حاکم توسط الگوریتم SIMPLER حل شدند. تأثیر تغییر اندازه و موقعیت منبع گرمایی، تغییر کسر حجمی نانوذرات و اعداد ریلی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به دامنه تغییرات پارامترهای مؤثر بر آهنگ انتقال گرما در این مسأله، حالت بهینه که بیشترین

sides and cooled hypotenuses, Journal of Heat Transfer, Vol. 127, No. 10, pp. 1181–1186, 2005.

[10] Ghasemi B., Aminossadati S. M., Brownian motion of nanoparticles in a triangular enclosure with natural convection, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 49, pp. 931–940, 2010.

[11] Mahmoudi A., Pop I., Shahi M., Effect of magnetic field on natural convection in a triangular enclosure filled with nanofluid, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 59, pp. 126–140, 2012.

[12] Aminossadati S. M., Hydromagnetic natural cooling of a triangular heat source in a triangular cavity with water–CuO nanofluid, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 22–29, 2013.

[13] Arefmanesh A., Nikfar M., Analysis of natural convection in a nanofluid-filled triangular enclosure induced by cold and hot sources on the walls using stabilized MPLG method, The Canadian journal of chemical engineering, Vol. 91, pp. 1711–1728, 2013.

[14] Kalteh M., Javaherdeh K., Azarbarzin T., Numerical solution of nanofluid mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity with a triangular heat source, Powder Technology, Vol. 253, pp. 780–788, 2014.

[15] Mahmoodi M., Numerical simulation of free convection of nanofluid in a square cavity with an inside heater, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 50, pp. 2161–2175, 2011.

[16] Khanafer K., Vafai K., Lightstone M., Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluid, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 46, pp. 3639–3653, 2003.

[17] Patel H. E., Pradeep T., Sundarajan T., Dasgupta A., Dasgupta N., Das S. K., A Micro-Convection Model for Thermal Conductivity of Nanofluid, Pramana - Journal of Physics, Vol. 65, No. 5, pp. 863–869, 2005.

[18] Santra A. K., Sen S., Chakraborty N., Study of Heat Transfer Due to Laminar Flow of Copper Water Nanofluid through Two Isothermally Heated Parallel Plates, Thermal Sciences, Vol. 48, No. 2, pp. 391–400, 2009.

[19] Brinkman H.C., The Viscosity of Concentrated Suspension and Solution, International Journal Chem. Phys, Vol. 20, No. 4, pp. 571–581, 1952.

[20] Chamkha A.J., Ismael M.A., Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluids and heated by a triangular thick wall, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 67, pp. 135–151, 2013.

[21] Oztop H. F., Abu-Nada E., Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, pp. 1326–1336, 2008.

[22] Varol Y., Koca A., Oztop H. F., "Natural convection in a triangle enclosure with flush mounted heater on the wall, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 951–958, 2006.

u,v مؤلفه‌های سرعت (ms^{-1})

U,V مؤلفه‌های سرعت

x,y مؤلفه‌های مختصات (m)

X,Y مؤلفه‌های بدون بعد مختصات ($x/L, y/L$)

علایم یونانی

α پخشندگی گرمایی (m^2/s)

β ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})

Γ جمله پخش

θ دمای بدون بعد

μ لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)

ν لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})

ρ چگالی (kgm^{-3})

φ متغیر عمومی

ϕ درصد حجمی نانوذرات جامد

Ψ تابع جریان بی‌بعد

زیر نویس‌ها

f سیال

h گرم

l سرد

m متوسط

nf نانو سیال

s نانوذرات

۸- مراجع

[1] Ostrach S., Natural convection in enclosures, Journal of Heat Transfer, Vol. 110, No. 4, pp. 1175–1190, 1988.

[2] Asan H., Namli L., Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: summer day boundary conditions, Energy and Buildings, Vol. 33, No. 1, pp. 69–73, 2000.

[3] Joudi K.A., Hussein I.A., Farhan A.A., Computational model for a prism shaped storage solar collector with a right triangular cross section, Energy Conversion and Management Vol. 45, No. 3, pp. 391–409, 2004.

[4] Hajri I., Omri A., Ben Nasrallah S., A numerical model for the simulation of double-diffusive natural convection in a triangular cavity using equal order and control volume based on the finite element method, Desalination, Vol. 206, pp. 579–588, 2007.

[5] Lei C., Armfield W., Patterson C., Unsteady natural convection in a water-filled isosceles triangular enclosure heated from below, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 2637–2650, 2008.

[6] Basak T., Roy S., Krishna Babu S., Balakrishnan A.R., Finite element analysis of natural convection flow in a isosceles triangular enclosure due to uniform and non-uniform heating at the side walls, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 4496–4505, 2008.

[7] Fuad Kent E., Numerical analysis of laminar natural convection in isosceles triangular enclosures for cold base and hot inclined walls, Mechanics Research Communications, Vol. 36, pp. 497–508, 2009.

[8] Xu X., Yu Z., Hu Y., Fan L., Cen K., A numerical study of laminar natural convective heat transfer around a horizontal cylinder inside a concentric air-filled triangular enclosure, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 53, pp. 345–355, 2010.

[9] Ridouane E.H., Campo A., Chang J.Y., Natural convection patterns in right-angled triangular cavities with heated vertical