

بررسی تغییر جهت میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای درون حفره باز مربعی پر شده از نانوسیال آب-مس

محمدحسن جوارشکیان*

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

سیداحسان صفوی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، موسسه آموزش عالی اقبال لاهوری، مشهد، ایران

چکیده

در این تحقیق تاثیر تغییر جهت میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای جابجایی توأم در یک محفظه مربعی باز پر شده از نانوسیال آب-مس، به روش حجم محدود و توسط الگوریتم SIMPLE در حالت پایا و آرام بررسی شده است. دیواره کف حفره، گرم و سایر دیواره‌ها عایق هستند. سیال سرد از کانال بالای حفره، وارد شده و از سمت دیگر خارج می شود. در این تحقیق، اثر تغییر کسر حجمی، هارتمن، رینولدز، رایلی و ریچاردسون بر انتقال گرما و عدد ناسلت بررسی شده است. همچنین تغییر جهت میدان مغناطیسی روی رایلی، رینولدز و کسرحجمی های مختلف نسبت به عدد ناسلت مطالعه گردیده است. نتایج نشان می دهد، با افزایش کسر حجمی، رینولدز و رایلی بر میزان انتقال گرما افزوده می شود. در صورتی که با افزایش میزان ریچاردسون در رایلی ثابت و افزایش عدد هارتمن از مقدار ناسلت و انتقال گرما کم می گردد. نتیجه مهم دیگر اینکه هنگام اعمال میدان مغناطیسی افقی نسبت به میدان عمودی، انتقال گرما به مراتب کمتر است. عملکرد میدان های مغناطیسی هم راستا ولی غیر هم جهت بر کانتورهای دما، خطوط جریان و انتقال گرما کاملاً مشابه است. **واژه های کلیدی:** جابجایی توأم، میدان مغناطیسی، نانوسیال، هیدرودینامیک مغناطیسی، حفره مربعی.

Investigation of Magnetic Field Direction on Heat Transfer in an Open Square Cavity Filled with Nanofluid Cu-water

M. H. Djavarehshkian
S. A. Safavi

Mechanical Engineering Department Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
Mechanical Engineering, College of Eqbal Lahouri, Mashhad, Iran

Abstract

In this research, the direction of the magnetic field on the mixed convection heat transfer in a square cavity filled with water-copper nanofluids has been investigated numerically. In this simulation, the SIMPLE algorithm is used to solve the discrete equations. The below wall of cavity is heated and the other walls are insulated. Cooled fluid comes from entrance of channel that is above of cavity and out from the other side of channel. In this study, the effect of volume fraction, Hartmann, Reynolds, Rayleigh and Richardson numbers on Nusselt number and heat transfer are assessed. In addition, the effect of changing angle of magnetic field on various Rayleigh, Reynolds and volume friction is investigated. The results are shown that: increasing value of volume fraction, Reynolds and Rayleigh causes to rising heat transfer whereas adding Hartmann number and Richardson number at constant Rayleigh number decrease heat transfer and Nusselt number. The other important conclusion is the heat transfer in the presence of horizontal magnetic field less than vertical field. Operation of magnetic fields in same direction and various angles (0° and 180°) on temperature contour, stream line and heat transfer is completely similar.

Keywords: mixed convection, magnetic field, nanofluid, magneto hydro dynamics, square cavity.

۱- مقدمه

بررسی جریان جابجایی توأم در نانوسیال، در یک محفظه مربعی، کاربردهایی در مسائلی مثل کلکتورهای خورشیدی، خنک کاری قطعات الکترونیکی، شیشه های دوجداره، عایق سازی ساختمان و ... دارد و نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است [۱،۲]. رسانایی گرمایی کم بسیاری از سیالات متداول مانند هوا، آب و روغن در انتقال حرارت جابجایی مشکل عمده در بسیاری از تجهیزات مهندسی برای افزایش آهنگ انتقال گرما است. برای غلبه بر این مشکل محققان تلاش های قابل توجهی برای افزایش رسانایی گرمایی سیال انجام داده اند که یک راه ابتکاری آن افزایش نانوذرات جامد به سیال است که به آن نانوسیال می گویند. نانوسیالات دارای رسانایی گرمایی بالاتری نسبت به سیال پایه هستند. هیدرودینامیک مغناطیسی شاخه های نسبتاً جدید از دینامیک سیالات است. این شاخه از مبحث سیالات، زمانی مطرح می شود که سیال هادی الکتریسته، دارای حرکت بوده و تحت تأثیر میدان

مغناطیسی قرار گیرد. هنگامی که سیال متحرک هادی جریان الکتریسته، تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار گیرد جریانی در آن القا می شود و بنابر این باعث می شود تا نیرویی به آن وارد شود. این نیرو که به نیروی لورنز معروف است از مهمترین پدیده هایی است که در این نوع مسائل به وجود می آید. این نیرو تأثیری کاهنده بر میدان جریان و به تبع آن بر میزان انتقال گرما دارد. در برخی موارد از مسائل هیدرودینامیک مغناطیسی که در آنها خنک کاری ادوات مورد نظر می باشد (همانند واحدهای رانش، مولدهای توان و پرتو افکن های الکترون) سیال عامل به طور ناخواسته و به اجبار تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار می گیرد [۳]. از این رو در این موارد، محققان به دنبال راهکارهایی برای افزایش میزان انتقال گرما جهت جبران اثر کاهندگی ناشی از میدان مغناطیسی می باشند چمخا و ابو نادا [۴] جابجایی توأم سیال در یک محفظه مربعی با یک و دو ضلع متحرک که از نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم پر شده است مطالعه کردند. آن ها تأثیرات نانوذرات و عدد

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: javarehshkian@um.ac.ir

ریچاردسون را روی مشخصه‌های انتقال گرما و جریان در هر دو نوع محفظه بررسی کردند و نیز مقایسه‌ای بین دو روش مدل‌سازی نانوذرات انجام دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با در نظر گرفتن نانوذرات و نیز افزایش کسر حجمی نانوذرات در هر دو مدل نانوذر و هر دو نوع محفظه، انتقال گرما افزایش می‌یابد. ابونادا و اوزتوپ [۵] تأثیرات زاویه‌ی مایل بودن محفظه‌ی پر شده از نانوسیال آب - مس را بررسی و مطالعه کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که زاویه تمایل می‌تواند یک پارامتر کنترل برای محفظه پر شده از نانوسیال باشد و نیز درصد افزایش انتقال گرما با استفاده از نانوذرات برای اعداد رایلی بزرگ‌تر کاهش می‌یابد. پیرمحمدی و همکاران [۶] تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظه‌های مربعی شکل را که دو دیواره‌ی جانبی آن گرم و سرد و دیواره‌های دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل 0.733 به‌طور عددی مطالعه کردند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جابجایی آزاد و عدد ناسلت متوسط در داخل محفظه، کاهش می‌یابد. کفایتی و همکاران [۷]، در مقاله‌ای، اثرات میدان مغناطیسی بر روی جریان انتقال گرما مختلط در یک حفره درب دار، با دیوار گرم شده به‌صورت خطی و با استفاده از روش شبکه بولترمن را بررسی کردند. آن‌ها دریافتند، با افزایش عدد هارتمن انتقال گرما برای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون و جهت‌های گوناگون میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. انتقال گرما با افزایش عدد ریچاردسون افزایش می‌یابد. برای مقادیر بالای عدد هارتمن، جریان چرخشی ثانویه مخالف با جهت جریان اصلی در $\theta = 0^\circ$ ، ایجاد می‌شود، که این جریان ثانویه، سبب کاهش انتقال گرما می‌شود. ساتیامورتی و چمخا [۸]، مطالعه‌ای عددی برای جریان همرفت طبیعی و رسانش الکتریکی گالیوم مایع در یک حفره مربعی انجام دادند. نتایج این محققین نشان داد که استفاده از میدان مغناطیسی، آهنگ انتقال گرمای همرفتی در حفره را کاهش می‌دهد. همچنین زمانی که دیوار پایین به صورت یکنواخت حرارت داده شد، عدد ناسلت متوسط برای میدان مغناطیسی عمودی، نسبت به حالت افقی، برای مقادیر محدود از عدد هارتمن بیشتر پیشبینی گردید. شیخ‌زاده و همکاران [۹]، به بررسی اعمال میدان مغناطیسی بر میدان دما و انتقال گرما در یک محفظه دو بعدی پرداختند. آن‌ها برای کاهش انتقال گرما، زاویه محفظه را تغییر دادند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که با توجه به هندسه مسأله، قرارگیری محفظه در زاویه 30° درجه نسبت به افق، به کاهش انتقال حرارت کمک می‌کند. علاوه بر این، افزایش قدرت میدان مغناطیسی، تأثیر بسزایی در کاهش انتقال گرما داشته است. معلمی و یانگ [۱۰] مطالعات عددی را روی جریان جابجایی مرکب، که از کف گرم می‌شد، انجام دادند. آن‌ها تأثیر پرانتل را روی جریان و فرآیند انتقال گرما بررسی کردند و دریافتند که تأثیر شناوری در اعداد پرانتل بالا، بیشتر حکم فرما است و نیز ارتباطی بین متوسط عدد ناسلت، پرانتل و ریچاردسون را به دست آوردند. ناردینی و همکاران [۱۱]، مطالعه تجربی و عددی انتقال گرمای همرفت طبیعی، در یک حفره مربعی را به منظور بررسی تأثیر اندازه منابع حرارتی در این انتقال گرما ارائه کردند. آن‌ها در حل عددی از نرم‌افزار Fluent 12.1.4 استفاده نمودند. آنها توزیع دما در هوا و ضرایب انتقال حرارت که به طور تجربی اندازه‌گیری شده بود را با نتایج عددی مقایسه کردند. مقایسه داده های تجربی و عددی، حاکی از مدل‌سازی موفق بوده است. نوری و همکاران [۱۲]، انتقال گرمای

جابجایی اجباری، تحت میدان مغناطیسی را در یک کانال سینوسی مملو از نانوسیال آب-مس، مطالعه کردند. آنها نشان دادند که با تغییر رینولدز از 100 به 500 ، عدد ناسلت متوسط 80% افزوده شده و با افزایش عدد هارتمن از 0 به 20 ، عدد مذکور 68% افزایش داشته است. ملک پور و قاسمی [۱۳]، به بررسی جابجایی آزاد در محفظه مثلثی حاوی نانوسیال آب-مس با روش عددی پرداختند. در شبیه‌سازی، از الگوریتم SIMPLE استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش عدد هارتمن و کاهش سرعت، انتقال گرما کاهش می‌یابد. از طرفی افزایش درصد حجمی نانوذرات، باعث افزایش انتقال گرما و میزان تغییرات ناسلت، به مقدار اعداد رایلی و هارتمن بستگی دارد. تیما و همکاران [۱۴]، جریان لایه‌ای و جابجایی مختلط، در حفره شیب‌دار را به‌صورت عددی از تکنیک پاتانکار-اسپالدینگ بررسی کردند. اثرات شیب حفره با زوایای 0 تا 30° درجه روی جریان، شرایط دمایی و انتقال جرم مورد بررسی قرار گرفت. نتایج تحقیق فوق نشان داد که افزایش زاویه شیب سبب افزایش مقادیر عدد ناسلت و شروود برای مورد حرکت به سوی بالا می‌شود. بعکس در حرکت رو به پایین تا زاویه شیب 10° درجه آن عدد ها شروع به کاهش می‌کنند، ولی بعد از شیب 10° درجه با افزایش شیب، آن‌ها نیز زیاد می‌شوند. الشربینی و راغب [۱۵]، انتقال گرمای جابجایی را برای حفره مربعی شیب‌دار که از ضلع زیرینش گرم می‌شود و حاوی هوا می‌باشد، بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که برای اعداد رایلی کم، ساختار هدایت در هر دو نمودار هم دما و خطوط جریان حاکم بود. همچنین برای رایلی های بالا، جریان لایه‌مرزی رژیم را تغییر می‌دهد. بعبارت دیگر، خطوط هم‌دما در سطح گرم‌کن متمرکز شده بود. بیلاه و همکارانش [۱۶]، یک بررسی عددی از انتقال گرمای جابجایی مختلط را در یک کانال باز با حفره‌ی نیم‌دایره انجام دادند. آن‌ها با استفاده از تقریب بوزینسک و روش المان محدود، معادلات حاکم را حل نمودند. نتایج کار آن‌ها بدین صورت بود: ۱- در اعداد بالای رایلی و پایین هارتمن، خطوط جریان ثابت و هم‌دما تقریباً به موازات دیوار حفره نیم‌دایره است. ۲- قدرت جریان و انتقال حرارت با افزایش نیروی مغناطیسی کاهش می‌یابد. ۳- برای مقادیر هارتمن کم، نیروی پسا به‌صورت خطی با عدد رایلی افزایش می‌یابد. مقادیر بالای هارتمن تأثیر مهم و موثری روی این نیرو ندارد. عباسیان آرانی و همکاران [۱۷]، انتقال گرمای جابجایی ترکیبی نانوسیال آب-مس را، در یک محفظه دوزنقه‌ای و با منابع حرارتی روی دیوارهای جانبی آن، به‌صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که اگر ورودی به دیواره سرد نزدیک‌تر باشد، انتقال گرما بیشتر است. همچنین افزایش ریچاردسون و رینولدز منجر به افزایش ناسلت می‌شود. خراتی و جلوداری [۳]، روش‌های مؤثر جهت افزایش انتقال گرما در حالت ترکیبی درون حفره تحت میدان مغناطیسی را بررسی کردند. محدوده عدد ریچاردسون مورد مطالعه، بین 0.5 - 50 بوده است. در پژوهش فوق آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در اکثر موارد با تغییر زاویه میدان، میزان انتقال گرما و در نتیجه میزان ناسلت تغییر می‌کند. رحمان و همکاران [۱۸] و [۱۹]، در دو تحقیق مجزا روی حفره باز مربعی که با سیال هوا پر شده است و دیواره‌هایش گرم بوده است، به بررسی اثر میدان مغناطیسی و عدد رایلی بر ناسلت محلی و متوسط، خطوط دما و جریان روی دیواره گرم پرداختند. آن‌ها دریافتند که با افزایش رایلی، قدرت گردابه‌ها افزایش و خطوط دما را به

اعداد بی بعدی که در این تحقیق از آن ها استفاده شده عبارتند از اعداد گراشف، پراتل، ریچاردسون، هارتمن و ریلی که به صورت زیر تعریف می شود:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu^2} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

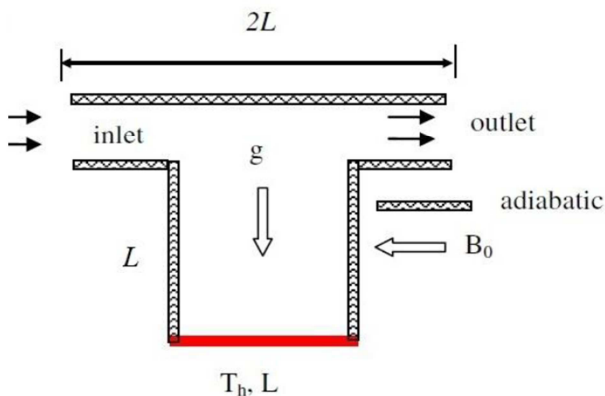
$$Ha^2 = \frac{\sigma B_0^2 L^2}{\rho \nu} \quad Ra = Gr.Pr \quad (12)$$

۳- روش عددی

معادلات اساسی بر مبنای روش حجم محدود گسسته و با توجه به شرایط مرزی با استفاده از الگوریتم SIMPLE به صورت عددی حل شده اند. ترم پخش توسط روش تفاضل مرکزی و جمله جابجایی از روش تقریب بالادست مرتبه دوم، گسسته سازی شده است در این تحقیق از نرم افزار Fluent برای شبیه سازی استفاده گردیده است.

۴- نتایج

در این پژوهش، جریان جابجایی توأم نانو سیال، همراه با میدان مغناطیسی در یک محفظه مربعی مورد مطالعه قرار گرفته است. هندسه مورد مطالعه در شکل (۱) نشان داده شده است. سیال سرد از ورودی کانال که در بالای حفره باز مربعی قرار دارد، با سرعت U وارد هندسه مسأله شده و از سوی دیگر کانال خارج می شود. دیواره های جانبی حفره و کانال عایق هستند و دیواره زیرین حفره با دما T_h گرم می شود. میدان مغناطیسی به شدت B_0 به محفظه اعمال می شود. زاویه ی صفر میدان در جهت $+x$ بوده و جهت دوران آن پاد ساعت گرد است. در شکل (۱) زاویه ی میدان مغناطیسی θ ، 180° درجه است. همچنین عدد رینولدز مغناطیسی کوچک بوده و میدان مغناطیسی القایی در برابر میدان مغناطیسی اعمالی ناچیز است.



شکل ۱- حفره و شرایط مرزی

سیال مورد مطالعه، نانو سیال آب - مس با درصد حجمی از دو تا چهار درصد است. در این تحقیق دمای ورودی سیال 295 K و فشار مطلق ورودی و خروجی برابر ۱ اتمسفر است. دمای سطح زیرین حفره بسته به مقدار رایلی، بین $328/14 - 296/32$ کلوین تغییر می کند. سرعت ورودی بسته به عدد رینولدز، از $\frac{0.044127}{s} m$ برای رینولدز ۶۰ تا $\frac{0.14}{s} m$ برای رینولدز ۱۹۰۰ متغیر است. سایر دیواره های جانبی حفره و کانال عایق حرارتی هستند. طول کف حفره که در شکل (۱) با L

هم می ریزد، در صورتی که افزایش قدرت میدان مغناطیسی، تأثیر عکس دارد و با منظم کردن خطوط دما و حذف جریان های گردابه ای مقدار ناسلت را می کاهد.

در تحقیقات انجام شده، کمتر به بررسی اثر تغییر زاویه میدان بر روی اعداد بی بعد مهم پرداخته شده است. هدف از این تحقیق بررسی تغییر زاویه میدان بر روی اعداد هارتمن، ریچاردسون، رایلی و رینولدز می باشد که تأثیر تغییر جهت میدان مغناطیسی در نسبت های متفاوت درصد حجمی نانو سیال بررسی شده است.

۲- معادلات حاکم و الگوریتم حل

۱-۲- معادلات حاکم بر جریان نانو سیال [۳]

برای نوشتن معادلات حاکم، ساده سازی های زیر فرض می شود، خواص فیزیکی ثابت، سیال تراکم ناپذیر، نانوذرات دارای شکل و اندازه یکسان و یکنواخت بوده و هیچ لغزشی بین سیال و نانوذرات وجود ندارد. حال معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی در یک دستگاه دکارتی دوبعدی برای جریان دائم نانو سیال درون محفظه به صورت زیر می باشند:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله حرکت در جهت X:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \sigma_{nf} B_0^2 (v \sin \theta \cos \theta - u \sin^2 \theta) \quad (2)$$

معادله حرکت در جهت Y:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(\rho\beta)_{nf} (T_h - T) + \sigma_{nf} B_0^2 (u \sin \theta \cos \theta - v \cos^2 \theta) \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$(\rho c_p)_{nf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \sigma_{nf} (u B_0 \sin \theta - v B_0 \cos \theta)^2 \quad (4)$$

همانطور که ملاحظه می شود به معادلات حرکت پارامتر نیروی لورنتز و به معادله انرژی پارامتر گرمایش ژول اضافه می شود.

۲-۲ روابط مربوط به خواص نانو سیال [۲۰]

خواص ترموفیزیکی نانو سیال شامل چگالی، ظرفیت گرمایی، پخشندگی گرمایی، ثابت انبساط حرارتی، رسانایی الکتریکی، لزجت دینامیکی و رسانایی گرمایی به ترتیب از روابط زیر به دست می آیند:

$$\rho_{nf} = (1 - \Phi)\rho_f + \Phi\rho_p \quad (5)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \Phi)(\rho c_p)_f + \Phi(\rho c_p)_p \quad (6)$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho c_p)_{nf} \quad (7)$$

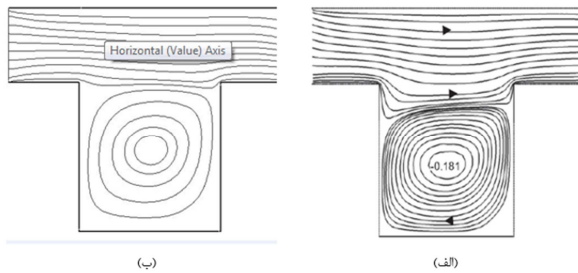
$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \Phi)(\rho\beta)_f + \Phi(\rho\beta)_p \quad (8)$$

$$\sigma_{nf} = (1 - \Phi)\sigma_f + \Phi\sigma_p \quad (9)$$

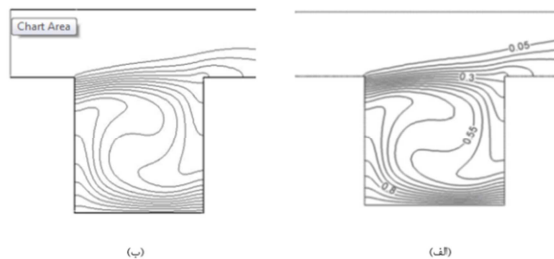
$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - \Phi)^{-2.5} \quad (10)$$

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_p + 2k_f) - 2\Phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \Phi(k_f - k_p)} \right] \quad (11)$$

(۴) نیز کانتور خطوط دما ثابت آمده است. از مقایسه کیفی این خطوط پی به مشابهت رژیم جریان و خطوط دما و آرایش یکسان آن‌ها می‌بریم.



شکل ۳- مقایسه کیفی خطوط جریان (الف) مرجع [۱۸] (ب) تحقیق حاضر



شکل ۴- مقایسه کیفی کانتورهای دما در مرجع [۱۸] (الف) و رساله حاضر (ب)

جهت مقایسه کمی نتایج، توزیع عدد ناسلت محلی در کف حفره برای تحقیق حاضر با داده‌های مرجع [۱۸] در شکل (۵) مقایسه شده است. این مقایسه تطابق خوبی را نشان می‌دهد و صحت شبیه‌سازی عددی را تایید می‌نماید.

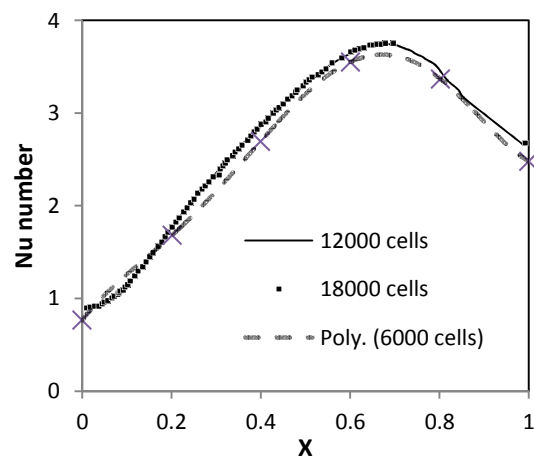
شکل (۶) نمودار تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیواره زیرین حفره را به ازای تغییرات زاویه میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در این شکل عدد هارتمن برابر ۱۰ است. مقدار رینولدز، به ازای در صد حجمی‌های متفاوت (۰/۰۲ و ۰/۰۴) نانوذرات مس برابر ۱۵۰۰ می‌باشد. همان گونه که انتظار می‌رود، با افزودن ذرات مس به نانوسیال خواص فیزیکی نظیر رسانندگی گرمایی زیاد می‌شود، انتقال گرما روی دیواره افزایش و به تبع، مقدار عدد ناسلت نیز زیاد می‌شود. افزایش درصد حجمی در مقادیر بالاتر تاثیر کمتری روی عدد ناسلت متوسط دارد. اما در مورد تاثیر تغییر زاویه میدان مغناطیسی اعمالی، نتیجه‌گیری می‌شود که تغییرات به صورت تناوبی است. در همه مقادیر ϕ ، انتقال گرما و عدد ناسلت متوسط زمانی که راستای B_0 عمودی است (۹۰ و ۲۷۰ درجه) بیشینه و در جایی که B_0 افقی است (۰ و ۱۸۰ درجه) عدد ناسلت در کمترین حد خود قرار دارد. از دیگر نکات قابل ذکر باید به این اشاره شود، زمانی که راستای میدان افقی است، تاثیرات افزایش درصد حجمی بر عدد ناسلت به مراتب بیش از هنگامی است که راستای آن عمودی باشد. بمنظور مشاهده بیشتر تغییرات، جدول شماره (۲) مقدار داده‌های شکل (۶) را نشان می‌دهد. اما نکته قابل تامل در شکل فوق، این است که مقدار عدد ناسلت بیش از اینکه به زاویه میدان مغناطیسی مربوط باشد به راستای اعمال آن وابسته است. به گونه‌ای که ناسلت موضعی (و متوسط)، خطوط جریان و هم دما برای زوایای ۰ و ۱۸۰، ۴۵ و ۲۲۵، ۹۰

مشخص شده برابر ۲۲ میلی متر است. عدد هارتمن را در این بررسی ۳۰-۱۰ در نظر گرفته شده است. بزرگی میدان مغناطیسی به ازای هارتمن ۱۰ برابر ۰/۰۳۸ T می‌باشد. در جدول ۱ خواص ترمو فیزیکی آب و مس، برای دمای ۲۹۵ کلوین آمده است.

جدول ۳- خواص ترمو فیزیکی آب و مس در ۲۹۵ K [۱۲]

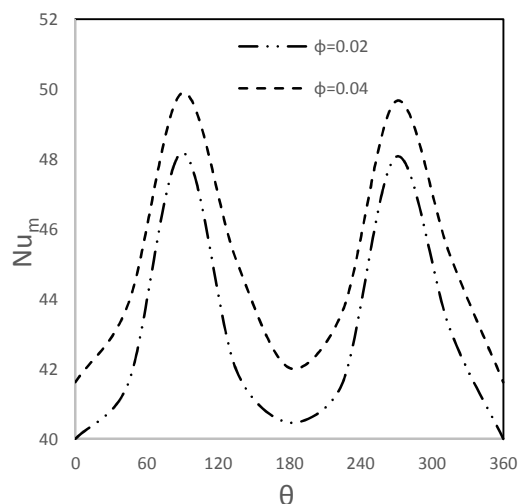
خواص	$\sigma(\frac{1}{m.d})$	$\beta \times 10^{-5} (K^{-1})$	$k(\frac{w}{m.k})$	$C_p(\frac{J}{kg.k})$	$\rho(\frac{kg}{m^3})$
آب	۰/۰۵	۲۱	۰/۵۹	۴۱۷۹	۹۹۷
مس	$5/96 \times 10^{-7}$	۱/۶۷	۴۰۰	۳۸۳	۸۹۳۳

شکل (۲) نمودار ناسلت کف حفره را برای چهار مقدار متفاوت شبکه بندی، با تعداد سلول ۲۴۰۰۰، ۱۲۰۰۰، ۶۰۰۰ و ۱۸۰۰۰ نشان می‌دهد. از روی هم قرار گرفتن نمودارها دیده می‌شود که نتایج به دست آمده به ازای تعداد سلول ۱۲۰۰۰ و بالاتر مستقل از شبکه بوده و تعداد سلول فوق برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است. در شکل (۲) محور طول‌ها مکان بی بعد روی کف حفره را نشان می‌دهد. محور عرض‌ها نیز مقدار محلی ناسلت به ازای هر نقطه از کف حفره را نمایش می‌دهد. ملاحظه می‌شود که به ازای تعداد سلول‌های ۱۲۰۰۰، ۱۸۰۰۰ و ۲۴۰۰۰ مقادیر ناسلت بر هم منطبق اند. در صورتی که مقدار ناسلت با تعداد ۶۰۰۰ سلول شبکه مقدار قابل توجهی کمتر از سایر نمودارها می‌باشد.



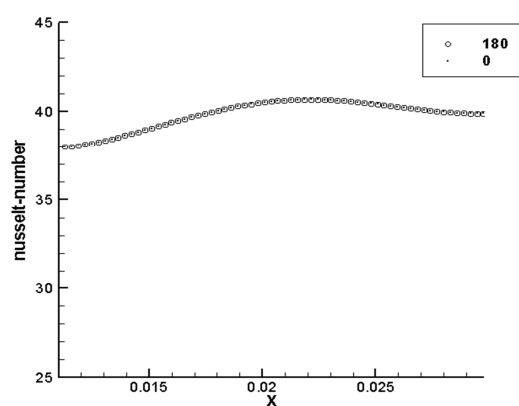
شکل ۲- استقلال از شبکه

جهت اطمینان از صحت شبیه‌سازی در یک حالت مشخص نتایج حاصل با نتایج موجود در مرجع [۱۸]، مقایسه شده است. شرایط مرزی در مرجع ذکر شده عبارتند از: $Ha=10$ و $Re=100$ ، $Pr=7$ ، $Ra=10^5$ است. سایر دیواره‌های جانبی حفره و کانال، عایق حرارتی هستند. در شکل شماره (۳) کانتورهای خطوط جریان نمایش داده شده است. با شرایط ذکر شده کانتورهای دما، خطوط جریان و نمودار ناسلت محلی را برای سطح زیرین حفره به دست آمده با نتایج مرجع [۱۸] مقایسه شده است. کانتور سمت راست مربوط به مرجع [۱۸] و کانتور سمت چپ نتیجه به دست آمده از شبیه‌سازی کار حاضر می‌باشد. در شکل شماره



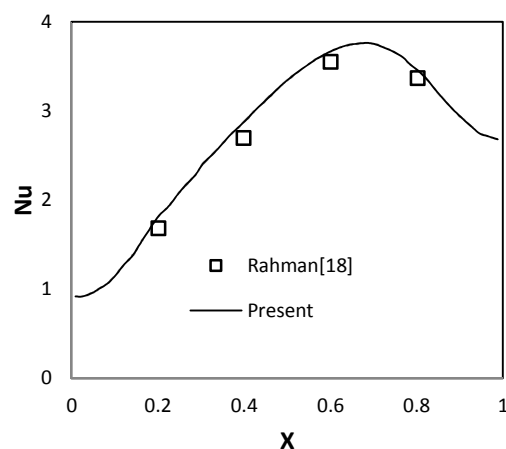
شکل ۶-تاثیر تغییر زاویه میدان بر ناسلت متوسط کف حفره در در صد حجمی های متفاوت نانوذرات مس، برای شرایط $Ha=10$ و $Ra=4 \times 10^6$ و $Re=1500$

میدان مغناطیسی ۰ درجه و خط چین ها برای ۱۸۰ درجه می باشد. این شکل ها شباهت کامل توزیع خطوط جریان و هم دما را نشان می دهد.



شکل ۷-مقایسه نمودار عدد ناسلت محلی برای زاویه های میدان مغناطیسی ۰ و ۱۸۰ درجه با $\phi=0.02$ ، $Ha=10$ ، $Ra=4 \times 10^6$ و $Re=1500$

و ۲۷۰، ۱۳۵ و ۳۱۵ دو به دو با تقریب بسیار خوبی یکسان است. شکل (۷) مقایسه دو نمودار عدد ناسلت محلی را برای سطح زیرین حفره برای دو زاویه ۰ و ۱۸۰ درجه نشان می دهد.



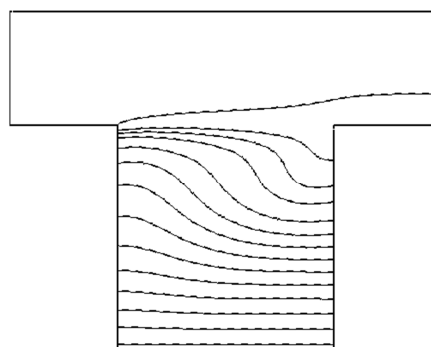
شکل ۵- اعتبار سنجی و مقایسه نتایج پژوهش حاضر با مرجع [۱۸] رحمان و همکاران

جدول ۲- تاثیر تغییر زاویه میدان بر ناسلت متوسط کف حفره در در

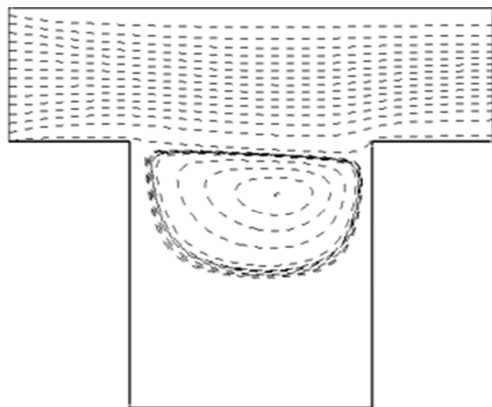
صد حجمی های متفاوت								
درصد حجمی	زاویه میدان مغناطیسی بر حسب درجه							
	ϕ	0	45	90	135	180	225	270
	0.02	39.71	41.63	47.63	42	40.46	41.62	48.07
0.04	41.62	43.9	49.89	45.15	42.03	43.67	49.66	

همان طور که پیش تر اشاره شد، نمودار عدد ناسلت برای هر دو حالت با

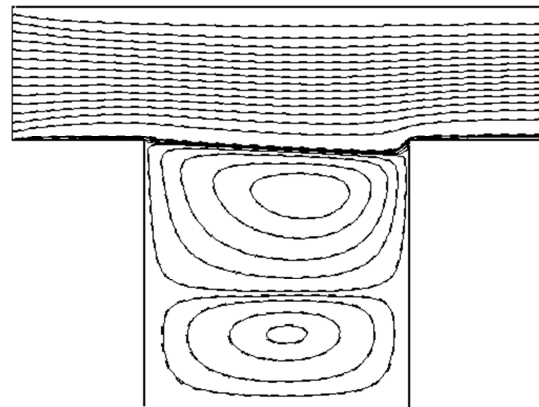
هم منطبق است. شکل های (۸) و (۹) کانتورهای دما ثابت و خطوط جریان را برای دو زاویه ۰ و ۱۸۰ نشان می دهد. خطوط پر برای زاویه



شکل ۸- مقایسه خطوط دما ثابت برای زاویه های میدان مغناطیسی ۰ و ۱۸۰ درجه برای شرایط $Ha=10$ ، $Ra=4 \times 10^6$ و $Re=1500$

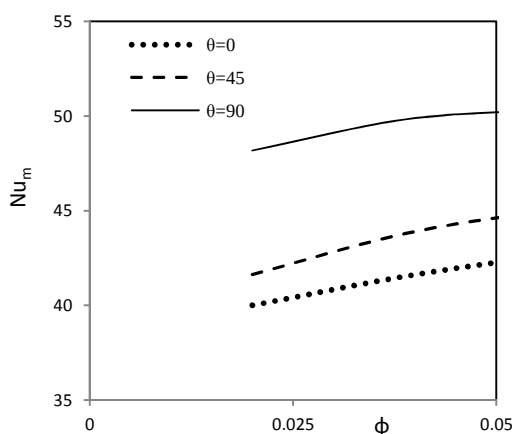


شکل ۱۱- کانتورهای جریان برای مقادیر در صد حجمی ۰/۰۲ برای شرایط $Ha=10$ ، $Re=1500$ و $Ra=4 \times 10^6$



شکل ۹- مقایسه خطوط جریان برای زاویه های میدان مغناطیسی ۰ و ۱۸۰ درجه برای شرایط $Ha=10$ ، $Re=1500$ و $Ra=4 \times 10^6$

قدرت میدان و در نتیجه نیروی لورنتز زیاد می شود. تصویر نیروی لورنتز در راستای محور y همیشه منفی و در جهت مخالفت با نیروی شناوری عمل کرده و باعث کم شدن اثر شناوری و در ادامه کاهش انتقال گرما به روش جابجایی آزاد می شود.



شکل ۱۲- تغییرات عدد ناسلت متوسط کف حفره برای درصد حجمی مختلف و زاویه میدان مغناطیسی ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه برای شرایط $Ha=10$ ، $Re=1500$ و $Ra=4 \times 10^6$

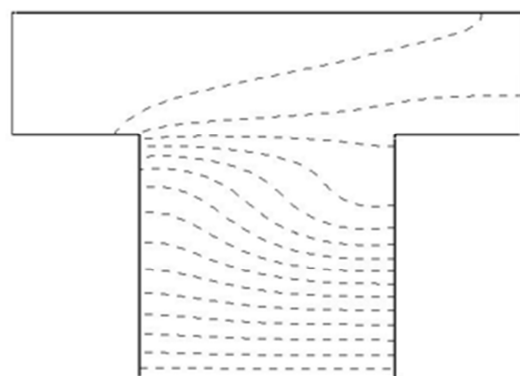
با کاهش جابجایی آزاد مقدار عدد ناسلت و انتقال گرما کم می شود. از سوی دیگر با افزایش زاویه میدان مغناطیسی از ۰ تا ۹۰ مقدار عدد ناسلت زیاد می شود، اما تاثیر آن در عدد هارتمن های بالاتر کم می شود تا جایی که برای عدد هارتمن ۳۰ و بالاتر، تغییر جهت میدان تاثیر خاصی بر عدد ناسلت نمی گذارد. توجه کنید که با افزایش عدد هارتمن و کاهش جابجایی آزاد، از مقدار عدد ناسلت کم می شود، این کاهش تا جایی ادامه می یابد که مقدار جابجایی آزاد را صفر کند. پس از آن دیگر عدد ناسلت با افزایش هارتمن کم نمی شود.

شکل (۱۴) اثر هارتمن بر عدد ناسلت در زاویه های مختلف میدان مغناطیسی از ۰ تا ۹۰ درجه را نشان می دهد. ملاحظه می شود که هنگامی که زاویه شیب ۰ است کاهش عدد ناسلت به ازای افزایش

شکل (۱۰) کانتور دما را را برای مقادیر در صد حجمی ۰/۰۲ را نشان می دهد. با نگاه به این شکل در می یابیم که در بخش هایی که تراکم خطوط هم دما بیشتر است، بدلیل گرادیان بالای دما در آن ها انتقال گرما بیش تر است و عدد ناسلت نیز زیادتر می شود. همچنین خطوط هر چه در هم تر باشند نشان دهنده انتقال گرمای جابجایی و عدد ناسلت بیش تر می باشد. شکل (۱۱) جریان برای نانوسیال آب - مس با در صد حجمی ۰/۰۲ را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود یک گردابه مرکزی در نیمه بالای حفره دیده می شود.

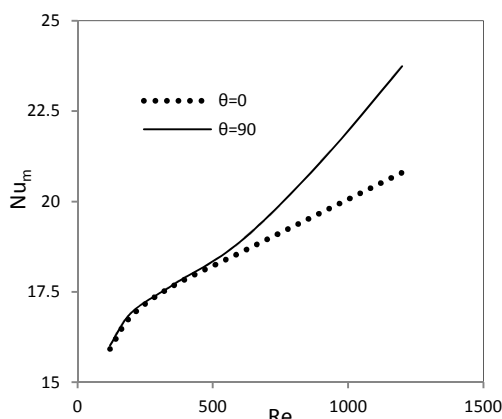
شکل (۱۲) رابطه میان عدد ناسلت متوسط روی کف حفره و درصد حجمی، به ازای زوایای مختلف میدان (۰ و ۴۵ و ۹۰ درجه) را نشان می دهد. همان گونه که مشاهده می شود با افزایش درصد حجمی، مقدار ناسلت افزایش می یابد. این نمودار به خوبی نشان می دهد که تاثیر تغییر جهت میدان از ۰ تا ۹۰ درجه، در افزایش ناسلت به مراتب بیش از اثر افزایش درصد حجمی نانوذرات است.

پس از آشنایی با تاثیر متقابل درصد حجمی و تغییر جهت میدان مغناطیسی بر عدد ناسلت نوبت به بررسی اثر عدد هارتمن بر عدد ناسلت و انتقال گرما می رسد. شکل (۱۳) اثر هارتمن به ازای زوایای مختلف میدان از ۰ تا ۹۰ درجه را بر عدد ناسلت نشان می دهد. نتیجه اینکه با افزایش عدد هارتمن مقدار انتقال گرما و عدد ناسلت کاهش می یابد. با افزایش هارتمن

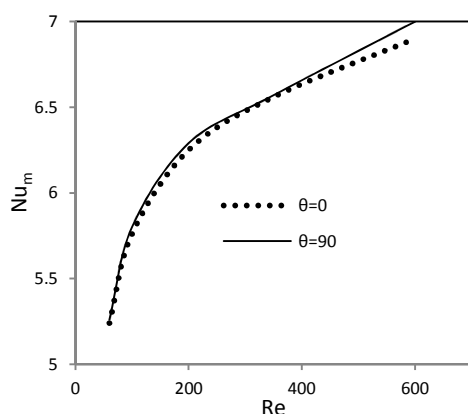


شکل ۱۰- کانتور دما برای مقادیر در صد حجمی ۰/۰۲ برای شرایط $Ha=10$ ، $Re=1500$ و $Ra=4 \times 10^6$

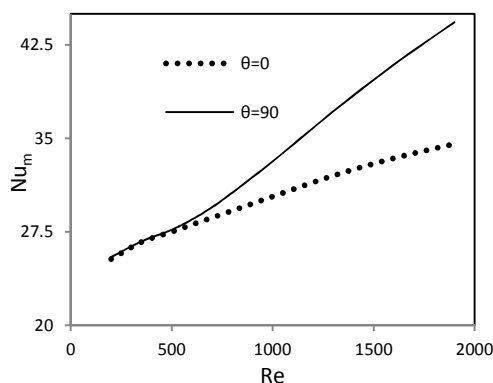
رایلی نقش جابجایی آزاد بیشتر می شود. در نتیجه مقدار انتقال گرمای جابجایی زیاد شده و عدد ناسلت متوسط روی جداره زیرین حفره افزایش می یابد.



شکل ۱۵- اثر عدد رینولدز بر عدد ناسلت در $Ra=8 \times 10^5$ در $\phi = 0.02$ و $Ha=10$

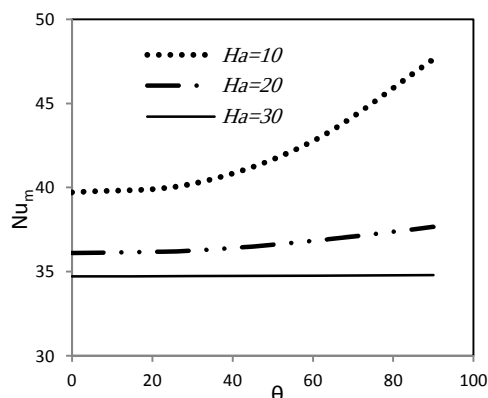


شکل ۱۶- تغییرات عدد رینولدز بر عدد ناسلت متوسط در $\phi = 0.02$ و $Ha=10$ ، $Ra=2 \times 10^5$

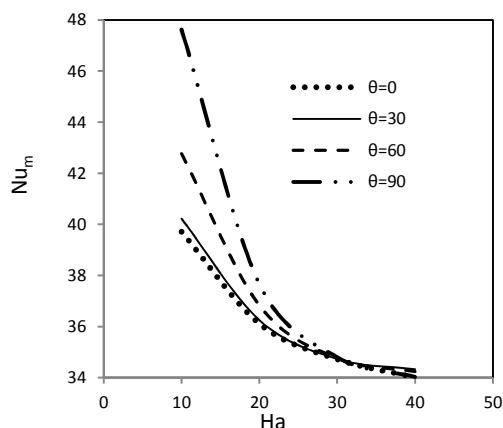


شکل ۱۷- اثر عدد رینولدز بر عدد ناسلت در $Ra=2 \times 10^6$ در شرایط $\phi = 0.02$ و $Ha=10$

عدد هارتمن به مراتب کمتر از حالتی است که در آن زاویه میدان ۹۰ درجه باشد.



شکل ۱۸- اثر تغییر زاویه میدان بر عدد ناسلت در عدد هارتمن های مختلف برای شرایط $Ra=4 \times 10^6$ و $Re=1500$

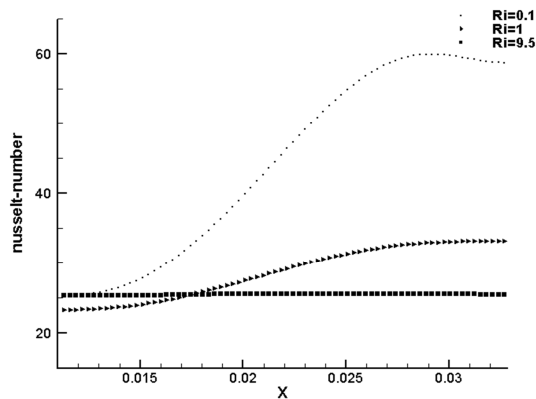


شکل ۱۹- تغییر عدد هارتمن بر عدد ناسلت در زاویه های مختلف میدان مغناطیسی

شکل های اعداد (۱۵) الی (۱۸) تغییرات عدد ناسلت را به ازای رینولدزهای مختلف، در رایلی اعداد ثابت 8×10^5 ، 2×10^5 ، 2×10^6 و 5×10^6 نشان می دهد. در کل اینطور استنباط می شود که در هر مقدار عدد رایلی با افزایش Re سرعت جریان زیاد می شود و جابجایی اجباری افزایش می یابد. با افزایش جابجایی اجباری، مقدار Nu و در نتیجه انتقال گرما زیاد می شود. از نکات دیگر قابل ذکر این است که مقدار Nu برای زمانی که زاویه B_0 ، ۹۰ درجه است تفاوت قابل توجهی نسبت به حالت افقی خود (زاویه B_0 صفر باشد) ندارد، ولی با افزایش Re این اختلاف بیشتر مشهود است. به گونه ای که در زاویه ۹۰ درجه، مقدار عدد ناسلت بیش از زاویه صفر درجه است.

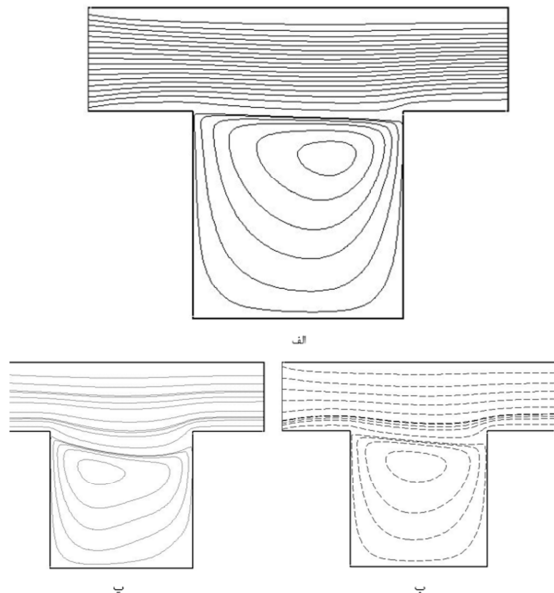
در رایلی های بالاتر مقدار عدد ناسلت بیش تر است. در رینولدز اعداد بیشتر از ۵۰۰ اختلاف عدد ناسلت در دو حالت میدان مغناطیسی افقی و عمودی بیشتر مشهود است. بنابر این تاثیر تغییر زاویه میدان مغناطیسی بر انتقال گرما بیشتر می شود. با افزایش عدد

اعداد رایلی ثابت



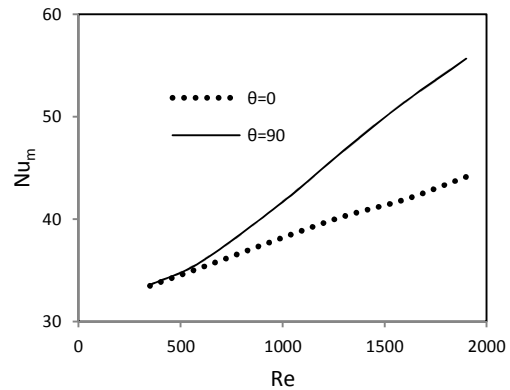
شکل ۲۰- مقایسه عدد ناسلت محلی کف حفره به ازای $Ri=0.1$ و $1, 9.5$ و شرایط $Ra=2 \times 10^6$ در عدد رایلی ثابت

شکل (۲۱) خطوط جریان را برای عدد ریچاردسون مختلف نشان می‌دهد. در قسمت الف گردابه‌ها قویتر است و انحراف آن از مرکز به نسبت دو بخش دیگر بیشتر است. با افزایش عدد ریچاردسون و ثابت ماندن عدد رایلی، رینولدز به تبع کاهش می‌یابد. با کاهش عدد رینولدز قدرت گردابه کم شده و گردابه‌ها به سمت چپ حفره متمایل می‌شوند. کاهش قدرت گردابه سبب کم شدن انتقال گرما در کف حفره می‌شود. شکل (۲۲) کانتورهای دما را برای اعداد ریچاردسون مختلف را نشان می‌دهد. هر چه عدد ریچاردسون بیشتر باشد جابجایی اجباری و سرعت سیال ورودی حفره کمتر می‌شود. در نتیجه خطوط دما ثابت منظم تر می‌شود.



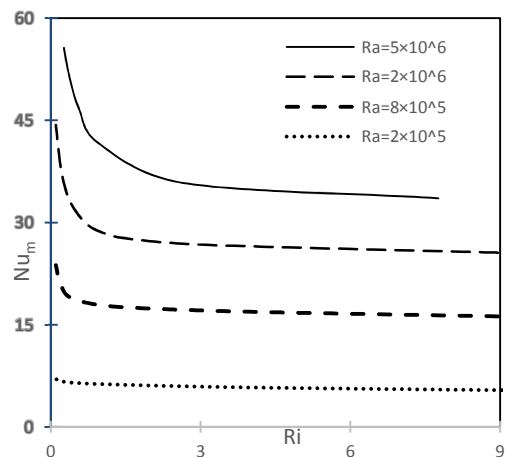
شکل ۲۱- مقایسه خطوط جریان به ازای الف- $Ri=0.1$ ، ب- $Ri=1$ و پ- $Ri=9.5$ و شرایط $Ra=2 \times 10^6$ ، عدد هارتمن ۱۰ و زاویه میدان مغناطیسی ۹۰ درجه

از میزان انتقال گرمای جابجایی در مقابل رسانش کاسته شده و



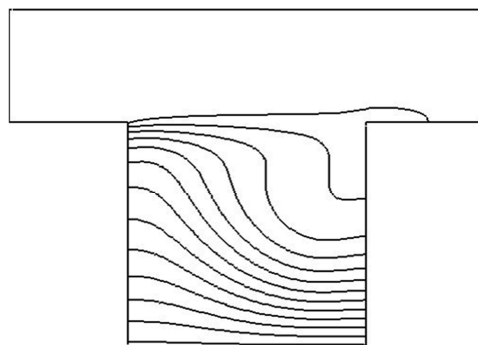
شکل ۱۸- اثر عدد رینولدز بر عدد ناسلت در $Ra=5 \times 10^6$ در شرایط $Ha=10$ و $\phi = 0.02$

شکل (۱۹) تغییرات عدد ناسلت روی کف حفره را به ازای تغییرات مجاز عدد ریچاردسون در جابجایی توام نشان می‌دهد. این نمودار تغییرات به ازای رایلی های ثابت را نشان می‌دهد. در عدد رایلی ثابت افزایش عدد ریچاردسون به معنای کاهش عدد رینولدز است. با افزایش عدد ریچاردسون میزان جابجایی اجباری کم می‌شود و جابجایی طبیعی نقش مهمتری به عهده می‌گیرد. این شکل به خوبی نشان می‌دهد که با کاهش جابجایی اجباری، عدد ناسلت کم می‌شود. در عدد ریچاردسون ثابت (برای مثال در $Ri=1$) با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت هم زیاد می‌شود، زیرا برای ثابت ماندن عدد ریچاردسون رینولدز هم افزایش یافته و هر دو رژیم جابجایی آزاد و اجباری تقویت می‌شوند. شکل (۲۰) مقایسه عدد ناسلت محلی روی دیواره پایینی حفره، برای مقادیر اعداد ریچاردسون مختلف را نشان می‌دهد. عدد رایلی در هر سه مورد، ثابت است. نتایج نشان می‌دهد بدلیل افزایش جابجایی اجباری و رینولدز، هرچه ریچاردسون کمتر باشد، مقدار عدد ناسلت و تغییرات آن روی دیواره بیشتر می‌شود. شکل های (۲۱) و (۲۲) نتایج در حوزه حل برای اعداد ریچاردسون مختلف، عدد هارتمن ۱۰ و زاویه میدان مغناطیسی ۹۰ درجه را نشان می‌دهد.



شکل ۱۹- تاثیر تغییر عدد ریچاردسون بر عدد ناسلت متوسط روی

عدد ناسلت کم می شود. هر چه خطوط درهم و نامنظم تر باشد، میزان جابجایی بیشتر است. در قسمت الف تراکم بالای خطوط دما در سمت راست حفره نسبت به طرف چپ آن باعث اختلاف دما و انتقال گرما بیشتر می شود. علت اختلاف قابل ملاحظه عدد ناسلت محلی برای $Ri=0.1$ در شکل (۲۰) در ابتدا و انتهای دیواره، همین تراکم خطوط دما ثابت است. در $Ri=1$ و $Ri=9.5$ با منظم تر شدن خطوط دما، تراکم این خطوط در دو سمت کف حفره یکنواخت تر و توزیع عدد ناسلت محلی در شکل (۲۰) نیز یکسان تر است.



شکل ۲۲- مقایسه خطوط دما ثابت به ازای الف- $Ri=0.1$ ، ب- $Ri=1$ و پ- $Ri=9.5$ و شرایط $Ra=2 \times 10^6$ ، عدد هارتمن ۱۰ و زاویه میدان مغناطیسی ۹۰ درجه

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، اثر میدان مغناطیسی و تغییر جهت آن روی انتقال گرما در یک حفره باز مربعی بررسی شده است. حفره از نانوسیال آب- مس پر گردیده و کسر حجمی نانوسیال تغییر داده شده است. نتایج این تحقیق نشان می دهد ۱- به ازای کسر حجمی های مختلف نانوسیال، میزان انتقال گرما در میدان مغناطیسی افقی کمتر از عمودی است ۲- نقش قدرت میدان مغناطیسی روی انتقال گرما نشان داد که هر چه قدرت میدان و عدد هارتمن بیشتر باشد، انتقال گرما و مقدار عدد ناسلت کمتر است. ۳- در عدد هارتمن پایین تر اثر تغییر جهت میدان روی میزان عدد ناسلت مشخص تر است. ۴- برای بررسی نقش عدد رایلی، عدد ناسلت را در چهار مقدار مختلف عدد رایلی 10^5 ، 2×10^5 ، 8×10^5 و 2×10^6 (اندازه گیری شد. در هر عدد رایلی مقدار عدد رینولدز را با توجه به شرایط جابجایی توام (عدد ریچاردسون بین ۰/۱- ۱۰) و شرط جریان آرام (رینولدز کمتر از ۲۳۰۰)، تغییر داده شد. نتایج نشان می دهد که با افزایش عدد رایلی، میزان جابجایی آزاد و با زیاد کردن

مقدار عدد رینولدز به جابجایی اجباری افزوده می شود، که در هر حالت انتقال گرما و میزان ناسلت زیاد می شود. در اعداد رینولدز ۵۰۰ به بالا، اثر تغییر جهت میدان مشهود است. در اعداد رایلی بالاتر اختلاف بین عدد ناسلت در میدان مغناطیسی عمودی با افقی بیش تر است. ۵- بررسی تغییر ریچاردسون در رایلی ثابت نشان دادند که با افزایش عدد ریچاردسون از ۰/۱ تا ۱۰ در یک عدد رایلی ثابت، از میزان انتقال گرما و مقدار عدد ناسلت کاسته می شود.

۶- فهرست علائم

$\vec{B}$	میدان مغناطیسی (Tesla)
$\vec{B}_0$	میدان مغناطیسی اعمالی (Tesla)
$\vec{J}$	چگالی جریان الکتریکی (A/m^2)
K	رسانایی گرمایی ($W/m.K$)
$\vec{F}$	نیروی لورنتز (N)
F_x	نیروی لورنتز در راستای x (N)
F_y	نیروی لورنتز در راستای y (N)
B_x	تصویر میدان مغناطیسی در راستای x (Tesla)
B_y	تصویر میدان مغناطیسی در راستای y (Tesla)
Q	گرمایش ژول
Re_m	عدد رینولدز مغناطیسی
c_p	گرمای ویژه ($KJ/kg.K$)
$\vec{U}$	سرعت (m/s)
u_x	جزء سرعت U در جهت x (m/s)
u_y	جزء سرعت U در جهت y (m/s)
t	زمان (s)
u	جزء سرعت در جهت x (m/s)
v	جزء سرعت در جهت y (m/s)
Ha	عدد هارتمن
T	دما (K)
P	فشار (pa)
Ri	عدد ریچاردسون
Nu_m	عدد ناسلت متوسط
Pr	عدد پرانتل
Gr	عدد گرافش
g	شتاب گرانش (m/s^2)
Ra	عدد رایلی
h	ضریب انتقال جابجایی (W/m^2K^{-1})
Re	عدد رینولدز
L	طول حفره
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ	عمر متوسط موضعی هوا (s)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2/s)
α	پخشندگی گرمایی (m^2/s)
β	ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})
σ	رسانایی الکتریکی ($1/(m.\Omega)$)
θ	زاویه میدان مغناطیسی نسبت به محور طول ها (degree)

علائم یونانی

μ_0	ضریب نفوذپذیری مغناطیسی (H/m)
Φ	پتانسیل الکتریکی (V)
Φ	درصد حجمی نانوذرات
ρ	چگالی (kg/m^3)

زیر نویس ها

nf	نانوسیال
p	نانوذره
f	سیال پایه
h	دیواره گرم
m	مقدار متوسط

۷- مراجع

- [1] Oztop, H. F., Dagtekin, I., Mixed convection in two-sided lid driven differentially heated square cavity, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp.1761-1769, 2004.
- [2] Sharif, M. A. R., "Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom", *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, pp. 1036-1042, 2007.
- [3] خراتی کوپایی، م. و.، جلوداری، ا.، مطالعه عددی روش های مؤثر جهت افزایش انتقال حرارت در حالت ترکیبی درون حفره تحت تأثیر میدان مغناطیسی، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۴، شماره ۳، ص. ۶۹-۷۷، خرداد ۱۳۹۳.
- [4] Chamkha, A.J., Abu-Nada, E., Mixed convection flow in single and double-lid driven square cavities filled with water- Al_2O_3 nanofluids: Effect of viscosity models, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, doi: 10.1016/j. euromechflu, 2012.
- [5] Abu-Nada, E., and Oztop, H.F., Effect of inclination angle on natural convection in enclosures filled with cu-water nanofluid, *Int. J. Heat Fluid Flow* Vol. 30, pp. 669- 678, 2009.
- [6] Pirmohammadi, M. Ghassemi, M., " Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure", *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 776-780, 2009.
- [7] Kefayati, G.R., Gorji-Bandpy, M., Sajjadi, H., Ganji, D.D., Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall, *Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, No. 19, pp. 1053-1065, 2012.
- [8] Sathiyamoorthy, M., Chamkha, A., Effect of magnetic field on natural convection flow in a liquid gallium filled square cavity for linearly heated side wall(s), *International Journal of Thermal Sciences*, No. 49, pp. 1856-1865, 2010.
- [9] شیخزاده، ق.ع.، بابائی، م. ر.، رحمانی، و.، پیرمحمدی، م.، بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر میدان دما و انتقال حرارت در یک محفظه دوبعدی، *کنفرانس سالانه فیزیک ایران*، دانشگاه کاشان، ص. ۱۲۲-۱۲۵، ۱۳۸۷.
- [10] Moallemi, M. K., Jang, K.S., Prandtl number effect on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity, *Int. J. Heat Mass Tran.*, Vol. 35, pp. 1881-1892, 1992.
- [11] Nardini, G., Paroncini, M., Vitali, R., Experimental and Numerical Heat Transfer Tests in a Square Cavity: First Results, *Advances in Modern Mechanical Engineering*.
- [۱۲] نوری، ر.، گرچی، م.، دو میری گنجی، د.، بررسی عددی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت اجباری نانوسیال، در یک کانال سینوسی شکل، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۳، شماره ۱۴، ص. ۴۳-۵۵، اسفند ۱۳۹۲.
- [۱۳] ملک پور، ع.، قاسمی، ب.، بررسی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه مثلثی، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۳، شماره ۳، ص. ۱۰-۲۱، خرداد ۱۳۹۲.
- [14] Teamah, M.A., Sorour, M.M., El-Maghlany, W.M., Afifi, A., Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in shallow inclined cavities with moving lid, *Alexandria Engineering Journal*, No.52, pp. 227-239, 2013.
- [15] Elsherbiny, S.M., Ragab, E.H., Laminar natural convection in inclined rectangular cavities with a localized heat source, *Alexandria Engineering Journal*, No.52, pp.249-257, 2013.
- [16] Billah, M.M., Munshi, M.J.H., Azad, A. K., S.Uddin, M., Rahman, M.M., Numerical simulation of magneto-hydro dynamics mixed convection in an open channel having a semi circular heater, *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, No. 9, pp. 81-90, 2012.
- [۱۷] عباسیان آرانی، ع.ا.، حاتمی نصار، ن.، رضایی، م.، جابجایی توأم درون یک محفظه دوزنقه ای حاوی نانوسیال آب-مس، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۴، شماره ۶، ص. ۴۱-۵۱، مرداد ۱۳۹۳.
- [18] Rahman, M.M., Parvin, S., Saidur, R., Rahim, N.A., Magnetohydrodynamic mixed convection in a horizontal channel with an open cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, No. 38, pp. 184-193, 2011.
- [19] Rahman, M.M., Öztop, H.F., Rahim, N.A., Saidur, R., Al-Salem, K., Amin, N., Mamun, M.A.H., Ahsan, A., Computational analysis of mixed convection in a channel with a cavity heated from different sides, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, No. 39, pp. 78-84, 2012.
- [۲۰] صادقی، ص.، قاسمی، ب.، انتقال حرارت جابجایی توأم نانوسیال در یک کانال مورب تحت میدان مغناطیسی، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۳، شماره ۷، ص. ۱۸-۳۱، مهر ۱۳۹۲.